

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРОБЛЕМЕ «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ»

ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ХИМИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

Я. Б. Зельдович

КЛАССИФИКАЦИЯ РЕЖИМОВ  
ЭКЗОТЕРМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ  
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

(Препринт)



Черноголовка 1978

Начальное (при  $t = 0$ ) распределение температуры в реагирующей смеси позволяет вычислить период индукции  $t_i$  до адиабатического взрыва в каждой частице смеси. Изоповерхности  $t_i(x, y, z) = t$  дают положение фронта взрыва в момент  $t$ ; обратный градиент периода индукции  $|\text{grad } t_i|^{-1}$  определяет скорость фронта. Сравнение этой скорости со скоростью нормального распространения пламени и со скоростью детонации в режиме Чепмена—Жуге позволяет сделать вывод о влиянии теплопроводности или движения вещества на протекание химической реакции при данных начальных условиях.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Теория горения и детонации развивается на изучении частных идеализированных случаев. Большое значение имело создание теории равномерного распространения пламени и теории детонации. Задаваясь не зависящим от пространственных координат (или в трубе — не зависящим от одной координаты) начальным состоянием вещества, получаем простейшую ситуацию, в которой возможно решение вида  $F(x - ut)$ , а в других случаях  $F(x - ut, y, z)$ , которое описывает распространение процесса с постоянной скоростью  $u$ . В простейшем случае уравнение в частных производных (переменные  $x, t$ ) превращается в уравнение с одной независимой переменной  $\xi = x - ut$ , в общем случае число переменных уменьшается на единицу. Скорость  $u$  при этом заранее не задана, она определяется из решения задачи, как правило, из условия, чтобы решение уравнения удовлетворяло граничным условиям при  $\xi = \pm \infty$ , совпадающим с условиями при  $x = \pm \infty$ .

Решения типа бегущей волны резко разделяются на два класса: «горение» (дефлаграция) с дозвуковой скоростью распространения и ведущей ролью теплопроводности и диффузии и «детонация» со сверхзвуковой скоростью и ведущей ролью газодинамических факторов, особенно сверхадиабатического нагрева газа в ударной волне.

Для того чтобы существовало точное решение вида  $F(\xi)$ , необходимо, чтобы химическая кинетика рассматриваемой реакции

удовлетворяла условию  $\Phi(x = \infty) = \Phi(T = T(\infty)) \equiv 0$ . Очевидно, что в противном случае на достаточно большом расстоянии от фронта пламени или детонации химическая реакция начнется, приведет к разогреву и закончится раньше, чем придет фронт. После этого реакция фронтального, распространяющегося типа уже не сможет произойти.

В настоящее время общеизвестно, что решения вида  $F(\xi)$  являются промежуточно-асимптотическими. В общем случае, когда условие  $\Phi(x = \infty) = 0$  не выполнено, решение вида  $F(\xi)$  является хорошим приближением в определенной ограниченной области пространства и в течение ограниченного времени: нужно, чтобы стерлось влияние зажигающего импульса (это дает условие  $t > t_1$ ) и чтобы не закончилась еще самопроизвольная реакция перед фронтом ( $t < t_2$ ). Следующей естественной аппроксимацией является  $F(\xi, t)$ , где  $\xi = x - \int u dt$ , т. е. рассмотрение волнового режима с учетом того, что скорость распространения переменна, так как переменными являются условия перед фронтом волны реакции [8].

После отказа от идеализации  $\Phi \equiv 0$ , приводящей к точному решению вида  $F(\xi)$ , естественно обратиться к самой общей задаче, в которой нет и равномерности распределения температуры в пространстве в начальный момент времени. В этот момент дано некое начальное распределение  $T(x, y, z, t = 0) = T_0(x, y, z)$  или  $T_0(x)$  в одномерном случае\*. В этом случае на определенных отрезках времени и в определенных областях пространства справедлива промежуточная асимптотика вида  $F(\xi)$  с переменной скоростью. Изменение скорости теперь зависит не только от наличия химической реакции перед фронтом горения или детонации, но и от начального распределения параметров. За фронтом тоже возникает состояние с переменными параметрами и идут релаксационные процессы выравнивания давления, температуры, скорости.

Но наиболее интересны процессы, происходящие в несгоревшей газе. Рассмотрим крайний случай больших пространственных протяженностей и малых градиентов, когда можно пренебречь взаимодействием между соседними объемами реагирующего вещества.

В таком случае в каждом объеме (точнее в каждой частице) вещества независимо происходит тепловой взрыв. Момент взрыва  $t_i$ , при заданном начальном распределении параметров, является функцией точки.

---

\* В общем случае сюда добавляются распределения концентраций плотности, скорости движения.

## 2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СПОНТАННЫМ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ, НОРМАЛЬНОЙ ДЕТОНАЦИЕЙ И НОРМАЛЬНЫМ ПЛАМЕНЕМ

Зафиксируем в пространстве поверхности  $t_i(x, y, z) = \text{const}$  и рассмотрим перемещение этих поверхностей с течением времени согласно уравнению  $t_i(x, y, z) = t$ .

Можно найти направление и скорость распространения взрыва в каждой точке: очевидно, что направление совпадает с нормалью к выписанной поверхности, а величина обратно пропорциональна модулю градиента  $t_i$ .

Эти два утверждения можно объединить в векторной форме

$$\mathbf{u} = \frac{\text{grad } t_i}{(\text{grad } t_i)^2}; \quad u_n = |\mathbf{u}| = |\text{grad } t_i|^{-1}.$$

Таким образом, наряду с физически обусловленным распространением фронта реакции (теплопроводностью, ударными волнами) возможен еще режим, который назовем «спонтанным». Для этого режима характерна сильная зависимость скорости распространения от начальных условий (в частности, начальной температуры) и ее независимость от теплопроводности газа и скорости звука. Понятие «спонтанного распространения» (SP\*) не является новым, неизвестным ранее. Качественно представление об SP обсуждалось еще в период становления современной теории горения и взрыва в тридцатых годах.

В замечательной работе А. Н. Колмогорова, И. Г. Петровского и Н. С. Пискунова [1] было показано, что при кинетике реакции, удовлетворяющей определенным условиям, спектр возможных значений скорости пламени  $u_f$  является сплошным, но ограниченным нижней границей  $u_{min}$ ,  $u_f \geq u_{min}$ .

В этой работе было доказано, что в строго однородных начальных условиях решение задачи Коши приводит асимптотически к выходу на режим  $u_f = u_{min}$ . Что касается распространения с  $u_f > u_{min}$ , то оно представляет собой причинно не связанное последовательное воспламенение одного слоя исходной смеси за другим. Таким образом, по существу было идентифицировано спонтанное распространение применительно к задаче дефлаграции.

При анализе возможных режимов детонации в 1940 году автором было отмечено [2], что недосжатая детонация (со скоростью больше скорости по Жуге, но с давлением меньше, чем в точке Жуге) может быть осуществлена, если химическая реакция начинается в исходном состоянии без предварительного нагрева вещества ударной волной.

Сравнительно недавно в работе [3, 4] рассматривалась реакция в среде с линейным начальным распределением температуры

\* SP — spontaneous propagation.

и высказывались качественные соображения о влиянии градиента начальной температуры на характер ожидаемой картины явления. Но если рассматривать общую задачу об эволюции реагирующей системы с данным начальным распределением параметров, то введение строгого понятия эффективной скорости спонтанного распространения является существенным шагом.

Можно выделить различные случаи.

1)  $u_{SP} > D$ , где  $D$  — нормальная скорость детонации, удовлетворяющая условию Чепмена—Жуге. В этом случае возникает распространение недосжатой детонационной волны с давлением за волной, лежащим в пределах  $p_V < p < p_J^*$ , где  $p_V$  — давление при сгорании в постоянном объеме,  $p_J$  — давление в нормальной детонации после окончания реакции. Отличие спонтанного распространения от нормальной детонации в этом случае заключается в том, что в нем нет ударной волны, предварительно сжимающей газ. В пределе  $\text{grad } t_i \rightarrow 0$ ,  $u_{SP} \rightarrow \infty$ ; при достаточном линейном масштабе получим адиабатический взрыв в постоянном объеме,  $p_{max} = p_V$ .

2) При  $u_{SP} \lesssim D$  в результате сгорания первых порций вещества возникает ударная волна, распространяющаяся по еще несгоревшему газу, и после переходного процесса образуется стационарная нормальная детонация с ударной волной перед фронтом. Этот режим численно воспроизведен в упомянутой работе [3, 4].

3) Рассмотрим теперь случай  $u_n < u_{SP} \ll u_a < D$ , где  $u_a$  — скорость звука в невозмущенной среде, которая всегда меньше скорости нормальной детонации  $D$ ,  $u_n$  — нормальная скорость распространения пламени. В этом случае распространение реакции происходит со скоростью, достаточно малой, так что давление успевает выравниваться. Возникает движение газа, необходимое для выравнивания давления, но оно медленное, дозвуковое. Повышение давления в звуковых и ударных волнах, сопровождающих это движение, мало; несущественно и обратное влияние волны на период индукции и скорость распространения пламени.

С точки зрения теории распространения медленных пламен первая часть условия  $u_n < u_{SP}$  означает, что скорость фронта реакции определяется заданием начальных условий и не зависит от теплопроводности смеси. Выше отмечалось, что возможность  $u_{SP} > u_n$  впервые была доказана в работе А. Н. Колмогорова, И. Г. Петровского, Н. С. Пискунова [1]. Однако надо иметь в виду, что в этой работе рассматривался вырожденный случай, когда на бесконечности температура стремится к постоянной  $T_0$ , а скорость химической реакции  $\Phi(T)$  при этом стремится к нулю по линейному закону  $\Phi = k(T - T_0)$ . Этот случай замечателен тем,

\*  $p_J$  — давление в точке Жуге (Jouguet).

что существует точное решение типа  $T(x - ut)$  с  $T \rightarrow T_0$  при  $\xi = x - ut \rightarrow \infty$ .

Существование такого решения видно из следующего. Период индукции может быть выражен интегралом ( $c$  — теплоемкость):

$$t_i = c \int_T \frac{dT}{\Phi(T)} = \frac{c}{k} \ln(T - T_0) + \text{const};$$

условие

$$u_{SP} = \left( \frac{dt_i}{dx} \right)^{-1} = \text{const}, \quad t_i = \frac{x}{u} + \text{const}$$

удовлетворяется функцией (при  $u_{SP} \gg u_n$ )

$$T = T_0 + \text{const} e^{-\frac{kx}{u_{SP} c}}.$$

В общем случае нет оснований считать, что  $\Phi(T_0) = 0$ , особенно, если начальная температура сама зависит от координат. Но в таком случае период индукции везде конечен и время распространения пламени ограничено. Иными словами, точного решения вида  $T(x - ut)$  не существует. О распространении пламени (в данном случае — о режиме спонтанного распространения) можно говорить лишь в смысле промежуточной асимптотики.

4) Рассмотрим, наконец, случай  $u_{SP} < u_n$ , когда осуществляется режим нормального пламени, обусловленного теплопроводностью и диффузией. В самом деле, пусть в каком-то слое происходит энергичная реакция в момент  $t_1$ . В соседнем слое, если он изолирован от первого, реакция произойдет в момент  $t_2 = t_1 + x_{21} u_{SP}^{-1}$ , где  $x_{21}$  — расстояние между слоями. Условие  $u_{SP} < u_n$  означает, что при учете теплопроводности реакция во втором слое возникает раньше; значит, не учитывать теплопроводность нельзя, режим спонтанного распространения не осуществится.

Имеется формальное затруднение: при  $\Phi(T_0) \neq 0$ , как известно, не существует решения вида  $T(x - ut)$  и, строго говоря, не существует и не может быть вычислена нормальная скорость распространения пламени  $u_n$ . Как же можно сравнивать несуществующую величину с  $u_{SP}$ , для которой дано четкое определение  $u_{SP} | \text{grad } t_i |^{-1}$ ?

В 1938 году [5, 6] при конкретном расчете скорости пламени  $u_n$  эта трудность была обойдена самым простым, грубым, но эффективным способом. Когда скорость химической реакции при начальной температуре  $\Phi(T_0)$  мала, т. е.  $\Phi(T_0) \ll \Phi(T)$ , то можно ею пренебречь и даже не только при начальной температуре, но и в некотором интервале повышенных температур  $T < T_0 + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — интервал, малый по сравнению с полным изменением от  $T_0$  до температуры горения  $T_b$  или до  $T_{max}$  (той температуры, при которой максимально  $\Phi$ ). Было показано (особенно, четко в не-

давшей работе [7]), что выбор  $\varepsilon$  в разумных пределах не влияет на величину  $u_n$ .

Однако для обсуждаемых явлений такой примитивный подход вызывает сомнения. Уместно ли, логически последовательно ли пренебрегать  $\Phi(T_0)$  и даже  $\Phi(T_0 + \varepsilon)$  при расчете  $u_n$  и в то же время вычислять  $u_{SP}$  — величину, зависящую именно от  $\Phi(T_0)$ ? Можно ли сравнивать между собой две величины, вычисленные в принципиально различных предположениях?

В недавней работе автора [8] развит подход, выясняющий этот вопрос. Не повторяя всей аргументации этой работы, отметим, что распространение пламени сразу рассматривается как промежуточная асимптотика явления, а распределение температуры в пламени отыскивается в виде

$$T(x, t) = T_1(t) + [T_b - T_1(t)]\tau(x - \int u dt, t),$$

где  $T_1(t)$  — переменная во времени температура исходного реагирующего вещества. Иными словами, заранее предполагается, что состояние вещества перед фронтом пламени изменяется за счет реакции и, соответственно, меняется с течением времени и скорость пламени. В [8] выписывается уравнение для безразмерной функции  $\tau$ , характеризующей форму фронта пламени; оказывается, что решение для  $\tau$  существует лишь при определенном  $u(t)$ . Уравнение для  $\tau$  замечательно тем, что в него вместо истинной  $\Phi(T)$  входит модифицированная, эффективная скорость тепловыделения  $\Phi_e(T) = \Phi(T) - (1 - \tau)\Phi(T_1)$ , где  $T_1$  выражается через  $\tau$  согласно вышеприведенной формуле. Модификация приводит к тому, что  $\Phi_e \equiv 0$  при  $\tau = 0$  и  $1$  и, следовательно, решение уравнения строго существует также при  $\Phi(T_0) \neq 0$  и выполняются условия, необходимые для вычисления  $u_n$  и сравнения его с  $u_{SP}$ . За всеми подробностями отсылаем к работе [8].

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подытоживая изложенное, надо подчеркнуть схематичность предложенной классификации режимов причинного и спонтанного распространения фронтов интенсивной химической реакции в реагирующей смеси с заданными начальными условиями. В зависимости от условий зажигания, геометрии сосуда, например, от шероховатости стенок [9], начального гидродинамического поля, проявления гидродинамической диффузионно-тепловой неустойчивости [9—12] картина явления может существенно усложниться.

И все же рассмотрение поля периода индукции и соответствующего поля спонтанной скорости распространения фронта реакции представляется естественным и полезным первым шагом при рассмотрении любой конкретной задачи о протекании экзотерми-

ческой химической реакции при произвольном общем задании начальных условий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н. С. Пискунов. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме. Бюллетень МГУ. Сер. А, 1937, 1, вып. Б.

2. Я. Б. Зельдович. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1940, 10, стр. 542.

3. Я. Б. Зельдович, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе, Г. И. Сивашинский. О возникновении детонации в неравномерно нагретом газе. «Ж. прикл. механ. и техн. физ.», 1970, № 2, стр. 76—84.

4. Ya. B. Zel'dovich, V. B. Librovich, G. M. Makhviladze, G. I. Sivashinsky. Development of Detonation in a Non-Uniformly Preheated Gas. *Astronautica Acta*, 1970, 15, p. 313—321.

5. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. «Ж. физ. химии», 1938, 12, стр. 100.

6. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. «Докл. АН СССР», 1938, 19, стр. 693.

7. В. П. Алдушин, В. Д. Луговой, А. Г. Мержанов, Б. И. Хайкин. «Докл. АН СССР», 1978.

8. Я. Б. Зельдович. Распространение пламени по веществу, реагирующему при начальной температуре. Препринт ОИХФ, Черноголовка, 1978.

9. К. И. Шелкин. Быстрое горение и спиновая детонация газов. М., Воениздат, 1949.

10. Л. Д. Ландау. К теории медленного горения. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1944, 14, № 6, стр. 240.

11. Нестационарное распространение пламени. Под ред. Дж. Маркштейна. М., «Мир», 1968.

12. Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, А. Г. Истратов. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени. «Ж. прикл. механ. и техн. физ.», 1962, № 4, стр. 21—26.