

**А.И. РАЗИНОВ, А.В. КЛИНОВ, Г.С. ДЬЯКОНОВ**

# **ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ**



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Казанский национальный исследовательский  
технологический университет»

А. И. Разинов, А. В. Клинов, Г. С. Дьяконов

# ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Учебное пособие

*Рекомендовано федеральным учебно-методическим объединением по укрупненной группе специальностей и направлений подготовки 18.00.00 «Химические технологии» в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Химическая технология»*

Казань  
Издательство КНИТУ  
2017

УДК 66.02(075.8)  
ББК 35.11.я7  
Р17

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Казанского национального исследовательского технологического университета*

*Рецензенты:*

*зав. кафедрой технологии воды и топлива*

*Казан. гос. энергетического ун-та, д-р техн. наук, проф. А. Г. Лаптев  
засл. проф. Казан. федерального ун-та, д-р техн. наук Ю. И. Азимов*

**Разинов А. И.**

**Р17** Процессы и аппараты химической технологии: учебное пособие / А. И. Разинов, А. В. Клинов, Г. С. Дьяконов; Минобрнауки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2017. – 860 с.

ISBN 978-5-7882-2154-0

Изложены теоретические основы процессов химической технологии. Рассмотрены типовые процессы и аппараты, приведены методики их расчета с учетом решения задач оптимизации, в том числе с использованием программных средств.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, изучающих дисциплину «Процессы и аппараты химической технологии». Может быть полезно студентам при изучении дисциплин «Процессы и аппараты пищевых производств», «Процессы и аппараты биотехнологии», «Явления переноса», «Процессы массопереноса в системах с участием твердой фазы», «Разделение многокомпонентных смесей», а также аспирантам и инженерно-техническим работникам химической, нефтехимической и других отраслей промышленности.

Подготовлено на кафедре процессов и аппаратов химической технологии.

**УДК 66.02(075.8)  
ББК 35.11.я7**

ISBN 978-5-7882-2154-0

© Разинов А. И., Клинов А. В.,  
Дьяконов Г. С. , 2017

© Казанский национальный исследовательский  
технологический университет, 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие .....</b>	<b>13</b>
<b>Введение .....</b>	<b>16</b>

### **Часть I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

<b>Глава 1. Механизмы и уравнения переноса субстанций .....</b>	<b>21</b>
1.1. Механизмы переноса .....	21
1.1.1. Молекулярный механизм .....	21
1.1.2. Конвективный механизм .....	25
1.1.3. Турбулентный механизм .....	27
1.2. Условия макроскопического проявления и направление процессов переноса .....	31
1.3. Уравнения переноса .....	32
1.3.1. Перенос массы .....	32
1.3.2. Перенос энергии .....	39
1.3.3. Перенос импульса .....	41
Контрольные вопросы .....	45
Вопросы для обсуждения .....	46
<b>Глава 2. Законы сохранения .....</b>	<b>47</b>
2.1. Закон сохранения массы .....	47
2.1.1. Интегральная форма закона сохранения массы .....	47
2.1.2. Локальная форма закона сохранения массы .....	48
2.2. Закон сохранения энергии .....	53
2.2.1. Интегральная форма закона сохранения энергии .....	54
2.2.2. Локальная форма закона сохранения энергии .....	56
2.3. Закон сохранения импульса .....	58
2.3.1. Интегральная форма закона сохранения импульса .....	58
2.3.2. Локальная форма закона сохранения импульса .....	59
2.4. Теоретическое описание процессов переноса .....	61
2.4.1. Условия однозначности .....	61
2.4.2. Поля скорости, давления, температуры и концентраций, понятие о пограничных слоях .....	63
2.4.3. Аналогия процессов переноса .....	64
Контрольные вопросы .....	65



Вопросы для обсуждения .....	66
<b>Глава 3. Моделирование .....</b>	<b>67</b>
3.1. Математическое моделирование .....	69
3.2. Физическое моделирование .....	71
3.2.1. Теория подобия .....	71
3.2.2. Основные этапы физического моделирования .....	76
3.3. Проблема масштабного перехода при проектировании промышленных аппаратов .....	77
3.4. Моделирование гидродинамической структуры потоков в аппаратах .....	78
3.4.1. Структура потоков и ее характеристики .....	78
3.4.2. Математическое моделирование структуры потоков ....	80
3.4.3. Физическое моделирование структуры потоков .....	90
Контрольные вопросы .....	96
Вопросы для обсуждения .....	97
<b>Глава 4. Межфазный перенос субстанций .....</b>	<b>98</b>
4.1. Уравнения массо-, тепло- и импульсоотдачи .....	99
4.1.1. Локальная форма уравнений .....	99
4.1.2. Интегральная форма уравнений .....	103
4.1.3. Влияние структуры потока в аппарате на движущую силу процесса .....	105
4.2. Нахождение коэффициентов массо-, тепло- и импульсо- отдачи, подобие соответствующих процессов .....	108
4.3. Аналогия процессов массо-, тепло- и импульсоотдачи .....	116
4.4. Уравнения массо-, тепло- и импульсопередачи .....	121
4.4.1. Локальная форма уравнений .....	121
4.4.2. Интегральная форма уравнений .....	125
Контрольные вопросы .....	129
Вопросы для обсуждения .....	129

## **Часть II. ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ**

<b>Глава 5. Гидромеханика .....</b>	<b>131</b>
5.1. Гидростатика .....	131
5.1.1. Абсолютный покой .....	132
5.1.2. Относительный покой .....	135
5.2. Характеристики движения сред .....	137
5.3. Течение в цилиндрической трубе .....	145

5.3.1. Ламинарный режим движения .....	147
5.3.2. Турбулентный режим движения .....	151
5.4. Пленочное течение жидкости .....	159
5.4.1. Ламинарный безволновой режим движения .....	162
5.4.2. Турбулентный режим движения .....	163
5.4.3. Движение пленки жидкости, взаимодействующей с газовым потоком .....	167
5.5. Физическое моделирование импульсообмена .....	171
5.5.1. Истечение жидкости из отверстий .....	172
5.5.2. Обтекание твердых тел .....	175
5.5.3. Образование и движение газовых пузырей и капель ...	179
5.5.4. Движение сред через слои зернистых материалов и насадок .....	183
5.5.5. Псевдооживленные слои .....	187
5.5.6. Пневмотранспорт и гидротранспорт .....	192
5.6. Расчет гидравлического сопротивления аппаратов и оптимизация движения в них .....	195
5.7. Движение неньютоновских жидкостей .....	197
Контрольные вопросы .....	203
Вопросы для обсуждения .....	205

## **Глава 6. Перемещение жидкостей. Сжатие и перемещение**

<b>газов .....</b>	<b>206</b>
6.1. Насосы .....	206
6.1.1. Классификация насосов и их основные характеристики .....	206
6.1.2. Динамические насосы .....	212
6.1.3. Объемные насосы .....	228
6.1.4. Сравнительный анализ работы насосов различных типов .....	239
6.2. Компрессорные машины .....	241
6.2.1. Классификация компрессорных машин и их основные характеристики .....	241
6.2.2. Объемные компрессоры .....	245
6.2.3. Динамические компрессоры .....	255
6.2.4. Вакуум-насосы .....	260
6.2.5. Сравнительный анализ работы компрессорных машин .....	263
6.2.6. Генерация, сжатие и транспортирование паров .....	265

Контрольные вопросы .....	267
Вопросы для обсуждения .....	269
<b>Глава 7. Разделение неоднородных систем .....</b>	<b>270</b>
7.1. Осаждение .....	272
7.1.1. Отстаивание .....	272
7.1.2. Отстойники .....	273
7.1.3. Осаждение под действием центробежных сил .....	278
7.1.4. Циклоны и осадительные центрифуги .....	279
7.2. Фильтрование .....	289
7.2.1. Фильтрование суспензий .....	289
7.2.2. Фильтры .....	292
7.2.3. Фильтрующие центрифуги .....	299
7.2.4. Уравнения фильтрования и расчет фильтров .....	301
7.2.5. Очистка газов фильтрованием .....	310
7.3. Мокрая очистка газов .....	312
7.4. Очистка газов в электрическом поле (электроосаждение) ....	318
7.5. Выбор аппаратов для разделения неоднородных систем .....	325
Контрольные вопросы .....	328
Вопросы для обсуждения .....	329
<b>Глава 8. Перемешивание в жидких средах .....</b>	<b>330</b>
8.1. Механическое перемешивание .....	331
8.1.1. Классификация и конструкция мешалок .....	331
8.1.2. Движение жидкости в аппаратах с мешалками .....	334
8.1.3. Физическое моделирование аппаратов с мешалками ...	340
8.1.4. Расчет мешалок .....	342
8.2. Пневматическое перемешивание .....	343
8.3. Другие способы перемешивания .....	344
8.3.1. Перемешивание в трубопроводах .....	345
8.3.2. Перемешивание инжекционными смесителями .....	346
8.3.3. Циркуляционное перемешивание .....	346
Контрольные вопросы .....	347
Вопросы для обсуждения .....	348

### **Часть III. ТЕПЛООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ**

<b>Глава 9. Теплообмен .....</b>	<b>349</b>
9.1. Кондуктивный теплообмен .....	349
9.2. Конвективный теплообмен .....	353

9.2.1. Гидродинамический и тепловой пограничные слои на плоской пластине .....	354
9.2.2. Теплообмен в трубах .....	369
9.2.3. Физическое моделирование конвективного теплообмена. ....	381
9.3. Теплообмен излучением .....	395
9.4. Нестационарный теплообмен .....	399
9.5. Оптимизация теплообмена .....	406
Контрольные вопросы .....	417
Вопросы для обсуждения .....	418
<b>Глава 10. Промышленные способы передачи тепла .....</b>	<b>419</b>
10.1. Основные виды теплоносителей .....	420
10.1.1. Нагревающие агенты .....	420
10.1.2. Охлаждающие агенты .....	422
10.2. Классификация и конструкции теплообменных аппаратов ..	423
10.3. Расчет теплообменных аппаратов .....	440
Контрольные вопросы .....	451
Вопросы для обсуждения .....	451
<b>Глава 11. Выпаривание .....</b>	<b>452</b>
11.1. Общие сведения, способы выпаривания .....	452
11.2. Классификация выпарных аппаратов .....	454
11.3. Конструкции выпарных аппаратов .....	456
11.4. Многокорпусные выпарные установки .....	466
11.5. Материальный и тепловой балансы однокорпусной выпарной установки .....	471
11.6. Материальный и тепловой балансы многокорпусной выпарной установки .....	475
11.7. Температурные потери .....	476
11.8. Распределение полезной разности температур по корпусам .....	478
11.9. Расчет многокорпусной выпарной установки .....	481
Контрольные вопросы .....	486
Вопросы для обсуждения .....	487

## Часть IV. МАССООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ

<b>Глава 12. Массообмен</b> .....	488
12.1. Фазовые равновесия .....	489
12.2. Различные модификации уравнений массоотдачи и массопередачи .....	500
12.2.1. Уравнения материального баланса, рабочих и равновесных линий массообменных процессов .....	500
12.2.2. Уравнение массопередачи в локальной форме .....	504
12.2.3. Интегральная форма уравнения массопередачи .....	507
12.2.4. Объемные коэффициенты массоотдачи и массопередачи .....	510
12.2.5. Число и высота единиц переноса .....	512
12.3. Аналогия тепло- и массообмена .....	514
12.4. Упрощенные модели массоотдачи .....	516
12.5. Массообмен с тонкой пленкой жидкости .....	521
12.6. Физическое моделирование массообмена .....	529
12.7. Основы классификации и расчета массообменных аппаратов. ....	534
12.7.1. Классификация массообменных аппаратов .....	534
12.7.2. Схема технологического расчета аппарата с непрерывным контактом фаз .....	535
12.7.3. Специфика расчета аппаратов со ступенчатым контактом фаз .....	540
12.8. Массоперенос в многокомпонентных системах * .....	548
12.8.1. Уравнения массоотдачи .....	549
12.8.2. Уравнения массопередачи .....	550
12.8.3. Расчет аппаратов с непрерывным контактом фаз .....	552
12.8.4. Расчет аппаратов со ступенчатым контактом фаз .....	555
Контрольные вопросы .....	556
Вопросы для обсуждения .....	558
<b>Глава 13. Абсорбция</b> .....	559
13.1. Особенности равновесия и массопередачи в процессе абсорбции .....	559
13.2. Десорбция .....	564
13.3. Устройство и принцип работы аппаратов для проведения абсорбции и десорбции .....	567
13.3.1. Пленочные аппараты .....	567

13.3.2. Насадочные аппараты .....	569
13.3.3. Тарельчатые аппараты .....	575
13.3.4. Распыливающие аппараты .....	586
13.4. Многокомпонентная абсорбция* .....	590
13.4.1. Упрощения при расчете абсорбции нескольких компонентов с малой концентрацией однокомпонентным абсорбентом .....	591
13.4.2. Методика расчета извлечения двух компонентов из инертного газа однокомпонентным абсорбентом .....	592
Контрольные вопросы .....	597
Вопросы для обсуждения .....	598
<b>Глава 14. Перегонка .....</b>	<b>599</b>
14.1. Перегонка бинарных смесей .....	600
14.1.1. Равновесие в двухкомпонентных парожидкостных системах. ....	600
14.1.2. Простая перегонка (дистилляция) .....	610
14.1.2.1. Однократная дистилляция .....	610
14.1.2.2. Многократная дистилляция .....	613
14.1.2.3. Постепенная дистилляция .....	614
14.1.2.4. Фракционная дистилляция .....	616
14.1.2.5. Дистилляция с дефрагментацией .....	618
14.1.3 Непрерывная ректификация .....	620
14.1.3.1. Схема установки и ее функционирование .....	620
14.1.3.2. Материальный баланс, рабочие линии .....	623
14.1.3.3. Тепловой баланс .....	627
14.1.3.4. Выбор флегмового числа .....	629
14.1.3.5 Особенности расчета .....	633
14.1.4. Периодическая ректификация .....	638
14.2. Специальные виды перегонки .....	647
14.2.1. Молекулярная перегонка .....	647
14.2.2. Перегонка с водяным паром .....	649
14.2.3. Экстрактивная ректификация .....	652
14.2.4. Азеотропная ректификация .....	655
14.3. Многокомпонентная перегонка* .....	656
14.3.1. Дистилляция многокомпонентных смесей .....	657
14.3.2. Ректификация многокомпонентных смесей .....	661
Контрольные вопросы .....	671
Вопросы для обсуждения .....	673



<b>Глава 15. Экстракция</b>	674
15.1. Общие сведения. Бинарная экстракция	674
15.2. Способы бинарной экстракции	677
15.2.1. Одноступенчатая экстракция	678
15.2.2. Многоступенчатая перекрестная экстракция	681
15.2.3. Многоступенчатая противоточная экстракция	685
15.2.4. Непрерывная противоточная экстракция	688
15.3. Классификация и конструкции экстракторов	690
15.3.1. Ступенчатые экстракторы	691
15.3.2 Дифференциально-контактные экстракторы	693
15.4. Многокомпонентная экстракция*	700
15.4.1. Особенности многокомпонентной экстракции	700
15.4.2. Противоточная экстракция с флегмой	702
15.4.3 Фракционная экстракция	704
Контрольные вопросы	705
Вопросы для обсуждения	706
<b>Глава 16. Адсорбция, экстрагирование и ионный обмен</b>	707
16.1. Общие сведения	707
16.2. Виды адсорбентов и их характеристики	708
16.3. Равновесие при адсорбции	710
16.4. Кинетика периодической адсорбции	711
16.5. Непрерывная адсорбция	716
16.6. Десорбция	717
16.7. Устройство и принципы действия адсорбционных аппаратов	718
16.8. Расчет адсорберов	724
16.9. Экстрагирование	726
16.10. Ионный обмен	728
Контрольные вопросы	729
Вопросы для обсуждения	730
<b>Глава 17. Сушка</b>	731
17.1. Общие сведения	731
17.2. Основные параметры влажного воздуха, $I' - x$ диаграмма	732
17.3. Изображение процессов изменения состояния воздуха на диаграмме $I' - x$	736
17.4. Формы связи влаги с материалом и равновесие при сушке	739
17.5. Материальный баланс конвективной сушки	742
17.6. Тепловой баланс конвективной сушилки	743

17.7. Основы кинетики процесса конвективной сушки .....	748
17.8. Классификация и конструкции сушилок .....	754
17.8.1. Конвективные сушилки .....	755
17.8.1.1. Сушилки с неподвижным или движущимся плотным слоем материалом .....	755
17.8.1.2. Сушилки с перемешиванием материала .....	760
17.8.2. Контактные сушилки .....	765
17.8.3. Радиационные сушилки .....	768
17.8.4. Диэлектрические сушилки .....	770
17.8.5. Сублимационные сушилки .....	770
17.9. Расчет сушилок .....	771
Контрольные вопросы .....	773
Вопросы для обсуждения .....	775
<b>Глава 18. Кристаллизация и растворение .....</b>	<b>776</b>
18.1. Общие сведения .....	776
18.2. Равновесие в системе кристалл – раствор .....	778
18.3. Кинетика процессов кристаллизации .....	780
18.4. Методы кристаллизации, материальный и тепловой балансы .....	784
18.5. Конструкции кристаллизаторов .....	786
18.6. Растворение .....	791
Контрольные вопросы .....	792
Вопросы для обсуждения .....	793
<b>Глава 19. Мембранное разделение .....</b>	<b>794</b>
19.1. Общие сведения. Классификация методов мембранного разделения .....	794
19.2. Типы мембран. Модели мембранного разделения .....	797
19.3. Конструкции мембранных аппаратов .....	800
19.4. Расчет мембранных аппаратов .....	803
Контрольные вопросы .....	804
Вопросы для обсуждения .....	804
<b>Глава 20. Повышение эффективности массообменных процессов .....</b>	<b>805</b>
20.1. Критерии оценки эффективности .....	805
20.2. Пути повышения эффективности .....	805
20.3. Комбинированные процессы .....	806

20.4. Пример решения конкретной производственной задачи повышения эффективности массообменного процесса .....	807
Контрольные вопросы .....	815
Вопросы для обсуждения .....	815
<b>Глава 21. Решение задач химической технологии с использованием программных средств .....</b>	<b>816</b>
21.1. Языки программирования .....	817
21.2. Системы компьютерной математики .....	819
21.3. Специализированные программно-вычислительные комплексы .....	822
Контрольные вопросы .....	840
Вопросы для обсуждения .....	840
<b>Библиографический список .....</b>	<b>841</b>
<b>Приложения .....</b>	<b>848</b>
П.1. Некоторые сведения из области математики .....	848
П.1.1. Скаляры, векторы, тензоры .....	848
П.1.2. Некоторые действия с величинами .....	849
П.1.3. Дифференциальные операторы и их применение .....	850
П.1.4. Символическая $\delta$ -функция Дирака .....	851
П.1.5. Матрицы и операции над ними .....	852
П.2. Выражения для потоков импульса и уравнения сохранения субстанций в различных системах координат .....	854
П.2.1. Общий вид тензора вязких напряжений .....	854
П.2.2. Уравнения движения и неразрывности в цилиндрических координатах .....	856
П.2.3. Локальная форма закона сохранения энергии в цилиндрических координатах .....	857
П.3. Алгоритм расчета практической матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии .....	857
П.3.1. Выражение для элементов матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии в среднеобъемной системе отсчета .....	857
П.3.2. Расчет эйнштейновских коэффициентов диффузии в газовых смесях .....	858
П.3.3. Расчет эйнштейновских коэффициентов диффузии в жидких смесях .....	859

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Дисциплина «Процессы и аппараты химической технологии» является связующим звеном между дисциплинами естественно-научного и профессионального цикла в системе инженерного химико-технологического образования. Она решает задачу получения упрощенных методик расчета промышленных аппаратов на основе фундаментальных знаний, что и является основной целью данного учебного пособия.

Процессы химической технологии, как, впрочем, и любой другой, обусловлены переносом одной или нескольких субстанций: массы, импульса, энергии. Уравнения переноса, а также законы сохранения субстанций позволяют получить теоретическое описание процессов переноса в виде дифференциальных уравнений с соответствующими условиями однозначности. К сожалению, найти аналитическое решение этих уравнений можно лишь для самых простейших случаев. Поэтому для решения большинства инженерных задач применяются методы моделирования и уравнения межфазного переноса субстанций, базирующиеся на упрощении теоретического описания процессов переноса. Изложение этих основополагающих вопросов составляет содержание первой части данного учебного пособия «Теоретические основы». Их освоение позволит будущему инженеру понять суть любого из процессов химической технологии, осуществить выбор и расчет оптимального аппарата для его проведения.

Отличительной особенностью изложения материала в учебном пособии является максимально возможное использование аналогии переноса различных субстанций в широком смысле как сходство между явлениями, а также прием познания. Этим объясняется введение таких понятий, как импульсоотдача и импульсопередача, гидродинамический критерий Нуссельта, что позволило в более простом виде представить гидродинамическую аналогию массо- и теплоотдачи. Существенное внимание уделено условиям проявления аналогии в узком смысле как тождественность математического описания переноса различных субстанций и возможностям ее практического применения. В отличие от традиционно постулирующихся уравнений массо- и теплоотдачи они, а также уравнение импульсоотдачи выводятся из решения уравнений переноса субстанций в пограничных слоях, что позволяет получить

теоретические выражения для соответствующих кинетических коэффициентов, а затем и упрощенных моделей. В качестве отдельного механизма переноса субстанций выделен турбулентный, который включен в теоретическое описание процессов переноса, что позволяет получить решения, применимые для практически важных случаев. При записи выражений для потоков субстанций большое внимание уделяется правильности выбора системы отсчета и определения с учетом этого коэффициентов переноса. В приложениях даны соотношения для расчета практических матриц коэффициентов многокомпонентной диффузии в газовой и жидкой фазах, позволяющие получить замкнутые алгоритмы кинетического расчета аппаратов разделения многокомпонентных смесей с использованием матриц коэффициентов массоотдачи и массопередачи. Кроме того, в приложениях приведены некоторые сведения из области математики, вызывающие затруднение у студентов.

В главах «Гидромеханика», «Теплообмен» и «Массообмен» на трех характерных простейших примерах переноса субстанций: в пограничном слое на плоской пластине, в трубе и пленке жидкости показана единая методика аналитического решения уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, причем как для ламинарного, так и турбулентного режимов движения. Получены выражения для потоков субстанций, полей скорости, температуры и концентрации, а также коэффициентов импульсо-, тепло- и массоотдачи, проанализировано влияние на величины вышеуказанных коэффициентов различных факторов, включая условия однозначности. Наибольшая детализация описания наблюдается при рассмотрении частных примеров. Как правило, эти части текста, а также некоторые расчетные зависимости выделены мелким шрифтом. Они приведены для лучшего понимания общих подходов, а не для запоминания. Решения для более сложных случаев могут быть найдены численными методами, программные средства для реализации которых анализируются в главе 21.

Рассмотрение типовых процессов и аппаратов химической технологии акцентировано на сути протекающих процессов, принципе устройства и работы соответствующих аппаратов, методиках их расчета, а также факторах, позволяющих проводить их оптимизацию.

Каждая глава завершается контрольными вопросами, способствующими выделению и освоению необходимых базовых знаний. Кроме того, каждая глава содержит вопросы для обсуждения,

являющиеся своего рода качественными задачами, позволяющими проверить и улучшить понимание материала. Звездочкой отмечены разделы, посвященные многокомпонентному массопереносу и разделению многокомпонентных смесей.

Авторы выражают благодарность коллективу кафедры «Процессы и аппараты химической технологии» Казанского национального исследовательского технологического университета за участие в обсуждении учебного пособия. Особо авторы отмечают заслуги профессора О. В. Мамина, заключающиеся в плодотворных дискуссиях и использовании изданий с его участием [22, 28]. В настоящее время на кафедре ведется работа по созданию учебного пособия, содержащего примеры и задачи по дисциплине «Процессы и аппараты химической технологии», в том числе с использованием программных средств. Замечания и предложения можно высылать электронной почтой по адресу [razinov1954@mail.ru](mailto:razinov1954@mail.ru).



## ВВЕДЕНИЕ

Среди множества процессов, осуществляемых в химической технологии, можно выделить наиболее часто применяемые. Они называются основными или типовыми, а наука, изучающая эти процессы и аппараты для их промышленного проведения, – «Процессы и аппараты химической технологии». Необходимо отметить, что эти же процессы применяются не только в химической, но и нефтехимической, пищевой, микробиологической, легкой, деревообрабатывающей и других отраслях промышленности. В зарождении науки, а затем и учебной дисциплины «Процессы и аппараты химической технологии» большая роль принадлежит российским ученым. Идею об общности основных процессов и аппаратов химических производств сформулировал еще в 1828 г. профессор Ф.А. Денисов. На рубеже XIX – XX в-в профессорами А.К. Крупским и И.А. Тищенко были разработаны и стали преподаваться учебные дисциплины, которые можно считать прообразом современной дисциплины «Процессы и аппараты химической технологии».

Под процессом понимается последовательная смена состояний системы. Для проведения процесса необходимо вывести систему из состояния равновесия, т.е. оказать на нее воздействие извне. При этом будет осуществляться перенос одного или нескольких субстанций: массы, импульса, энергии. В зависимости от того, скорость переноса какой субстанции определяет скорость протекания процессов, изучаемых в данной дисциплине, они подразделяются на следующие:

- *гидромеханические (импульсообменные)*, определяющиеся скоростью переноса импульса;
- *теплообменные*, определяющиеся скоростью переноса энергии;
- *массообменные*, определяющиеся скоростью переноса массы.

При этом следует иметь в виду, что скорость переноса одного вида субстанции зачастую влияет на скорость переноса другого.

К гидромеханическим процессам относятся *перемещение газов и жидкостей, разделение неоднородных (гетерогенных) систем, перемешивание в жидких средах*.

Энергия, необходимая для перемещения по трубопроводам и аппаратам жидкости, сообщается ей гидравлическими машинами,

называемыми *насосами*. Сжатие и транспортировка газов осуществляется с помощью *компрессорных машин*.

Для разделения неоднородных систем, состоящих из двух и более фаз, отдельные частицы которых (*дисперсные фазы*) распределены внутри другой (*сплошной*) фазы, применяются следующие процессы: осаждение, фильтрование и мокрая очистка газов.

*Осаждение* – это процесс разделения неоднородных систем за счет различного действия сил на элементы сплошной и дисперсной фаз. В зависимости от действующих сил можно выделить виды осаждения под действием: силы тяжести (*отстаивание*), центробежной силы (*циклонный процесс, центрифугирование*), электростатических сил (*очистка газов в электрическом поле*).

*Фильтрование* – это процесс разделения с помощью пористой перегородки, способной пропускать жидкость или газ, но задерживать взвешенные в них твердые частицы. Движущей силой является разность давлений. Если разность давления создается под действием центробежной силы, процесс называют центробежным фильтрованием.

*Мокрая очистка газов* – это процесс улавливания взвешенных в газе частиц жидкостью. Улавливание осуществляется как под действием сил инерции, так и под действием сил тяжести.

*Перемешиванием в жидких средах* называется процесс многократного относительного перемещения макроскопических элементов жидкости под действием импульса, передаваемого среде механической мешалкой, потоком газа или жидкости.

В теплообменных процессах энергия в форме теплоты передается от одних сред к другим, имеющим общее название *теплоносители* и подразделяющимся на *нагревающие агенты* (отдающие теплоту) и *охлаждающие агенты* (воспринимающие теплоту).

К теплообменным процессам относятся нагревание, охлаждение, испарение и конденсация. *Нагревание* – процесс увеличения температуры среды. *Охлаждение* – процесс уменьшения температуры. *Конденсация* – переход вещества из парового состояния в конденсированное (жидкое или твердое). *Испарение* – переход вещества из жидкого или твердого состояния в паровое. Парообразование может осуществляться на поверхности жидкости (зачастую именно этот процесс называют испарением) или в ее объеме

(кипение). Как частный случай испарения может рассматриваться *выпаривание* – увеличение концентрации растворов малолетучих веществ в жидких летучих растворителях за счет испарения последних.

*Массообменными* называют процессы, скорость протекания которых определяется скоростью переноса вещества из одной фазы в другую. *Распределяемым* называется компонент переходящий из одной фазы в другую, *инертным* – компонент, не переходящий через границу раздела фаз.

К основным относят следующие массообменные процессы:

*Абсорбция* – избирательное поглощение компонентов паровых или газовых смесей жидким поглотителем. При этом осуществляется переход одного или нескольких компонентов смеси из газовой фазы в жидкую. Обратный процесс перехода отдельных компонентов жидкой смеси в газовую фазу называется *десорбцией*.

*Перегонка* – процесс разделения жидкой смеси с различной летучестью компонентов, осуществляемый путем частичного ее испарения с последующей конденсацией пара, в результате чего образуются продукты с преобладанием доли более летучих и менее летучих компонентов по сравнению с исходной смесью. Перегонка подразделяется на *простую перегонку*, или *дистилляцию*, и *ректификацию*.

*Простая перегонка (дистилляция)* – разделение жидкой смеси за счет ее частичного испарения с последующей конденсацией равновесного пара. Применяется при существенно различных летучестях компонентов. Осуществляется последовательный переход вещества из жидкой фазы в паровую и из паровой в жидкую.

*Ректификация* – процесс разделения жидкой смеси за счет взаимодействия неравновесных потоков жидкости и пара, в результате которого пар обогащается более летучими, а жидкость менее летучими компонентами. Происходит перенос легколетучих компонентов из жидкой фазы в паровую, а труднолетучих – из паровой в жидкую. Применяется при необходимости высокой степени разделения, а также при незначительном отличии в летучестях компонентов.

*Экстракция* – извлечение компонентов, растворенных в одной жидкости, с помощью другой, которая не смешивается или частично смешивается с первой. Осуществляется перенос распределяемых компонентов из одной жидкой фазы в другую.

*Экстрагирование (выщелачивание)* – избирательное извлечение компонентов из твердой фазы жидкостью. Происходит переход компонентов из твердой фазы в жидкую.

*Адсорбция* – избирательное поглощение компонентов газовых, паровых или жидких смесей твердым поглотителем. Происходит переход распределяемых компонентов в твердую фазу.

*Ионный обмен* – обмен ионами между жидким раствором и твердым телом (ионитом). Одни ионы переходят из жидкой фазы в твердую, а другие – из твердой в жидкую.

*Сушка* – удаление влаги из твердых материалов за счет ее испарения. Осуществляется перенос влаги из твердой фазы в газовую. Сушку и экстрагирование можно считать процессами, обратными адсорбции.

*Кристаллизация* – выделение твердой фазы в виде кристаллов из растворов или расплавов. Перенос вещества осуществляется из жидкой фазы в твердую. Обратный процесс перехода вещества с поверхности твердого тела в раствор называется *растворением*.

*Мембранное разделение* – разделение газовых, паровых или жидких смесей с помощью полупроницаемых перегородок (мембран), обладающих избирательной пропускной способностью. Происходит перенос распределяемых компонентов из одной фазы в другую через разделяющую их мембрану.

Процессы могут подразделяться не только по виду переносимой субстанции, определяющей скорость их протекания, но и по ряду других признаков. В зависимости от изменения параметров процесса во времени различают *стационарные* процессы, в которых параметры (температура, давление, скорость и т.д.) для любой фиксированной точки пространства не меняются во времени, и *нестационарные*, в которых такие изменения происходят. По способу организации процессов во времени их подразделяют на *периодические* и *непрерывные*. В периодических процессах, являющихся нестационарными, все стадии протекают в одном месте, но в различное время (загрузка, обработка, выгрузка). В непрерывных процессах, являющихся, как правило, стационарными, все стадии осуществляются одновременно, но разделены в пространстве.

Один и тот же результат, например, разделение неоднородных систем, может достигаться с использованием различных процессов (отстаиванием, циклонным процессом, центрифугированием, фильтрованием), проводиться в аппаратах различной конструкции,

действующих как непрерывно, так и периодически. Задача инженера заключается в выборе оптимального варианта достижения необходимого результата на основе технико-экономических расчетов, с использованием в качестве критерия оптимальности экономических затрат на осуществление процесса, включающих в себя стоимость оборудования и его эксплуатации. Чтобы грамотно решить эту задачу, необходимо хорошо представлять суть процессов, конструкции аппаратов, влияние различных факторов на скорость протекания процессов, уметь составлять их математическое описание.

## Часть I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

### Глава 1. МЕХАНИЗМЫ И УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА СУБСТАНЦИЙ

В данной главе рассматриваются механизмы переноса субстанций, условия, при которых перенос осуществляется, а также приводятся уравнения переноса для каждой субстанции.

#### 1.1. Механизмы переноса

В данном разделе рассматриваются механизмы переноса массы, импульса и энергии. Можно выделить три механизма, общие для переноса перечисленных выше субстанций: *молекулярный*, *конвективный* и *турбулентный*. Перенос энергии излучением рассматривается в разделе 9.3.

##### 1.1.1. Молекулярный механизм

Молекулярный механизм переноса субстанции обусловлен тепловым движением молекул или иных микроскопических частиц (ионов в электролитах и кристаллах, электронов в металлах). Взаимодействие между молекулами грубо можно представить как «жесткое» отталкивание на малых расстояниях между их центрами ( $\ell$ ) и «мягкое» притяжение на больших. Типичный вид потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия  $\varphi(\ell)$  показан на рис.1.1.

Сила взаимодействия  $F = d\varphi/d\ell$  отрицательна при расстояниях  $\ell < \ell_0$  (отталкивание) и положительна при  $\ell > \ell_0$  (притяжение).

Кинетическая энергия молекул  $E_k$ , определяющая среднюю квадратичную скорость их движения  $\bar{W}_m$  в условиях термодинамического равновесия, связана с температурой системы  $T$ :

$$E_k = \frac{m_m \bar{W}_m^2}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

откуда может быть найдена средняя квадратичная скорость молекул:

$$\bar{W}_m = \sqrt{\frac{3kT}{m_m}}. \quad (1.1)$$

Как видим, она зависит только от температуры системы  $T$  и массы



молекулы  $m_m$ . Так, для молекул кислорода при нормальных условиях ( $T = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$ )  $\bar{w}_m = 461\text{ м/с} = 1660\text{ км/ч}$ . С такими средними скоростями осуществляется тепловое движение молекул.

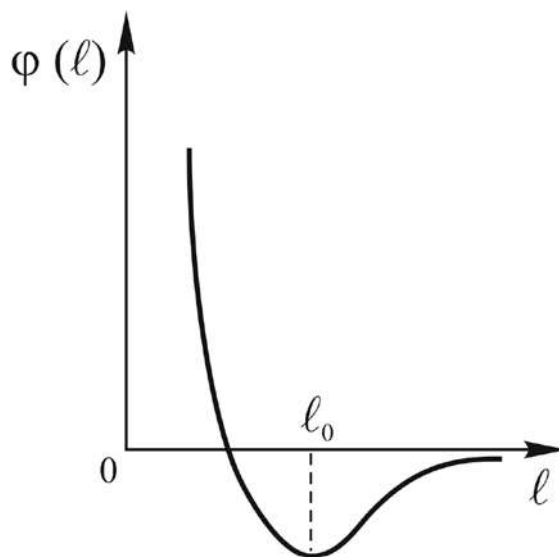


Рис. 1.1. Типичный вид потенциала межмолекулярного взаимодействия:  $\ell$  – расстояние между центрами молекул

В зависимости от фазового состояния вещества характер молекулярного движения различен. В газах молекулы движутся хаотически. Вследствие малой плотности системы большую долю времени составляет «свободный пробег», т.е. движение молекул практически без взаимодействия друг с другом. При понижении температуры системы уменьшается кинетическая энергия молекул. Они теряют возможность преодолевать силы межмолекулярного притяжения, и система, конденсируясь, переходит из газового состояния в жидкое. Хаотический характер молекулярного движения при этом в основном сохраняется. Однако в связи со значительным увеличением плотности возрастает роль межмолекулярного взаимодействия, большая доля объема системы становится занятой самими молекулами. Затрудняется выход молекул из своего ближайшего окружения.

При дальнейшем понижении температуры большинство систем переходит в кристаллическое состояние. Кинетической энергии молекулы уже недостаточно для выхода из ячейки, образованной окружающими ее молекулами. Формируется наиболее выгодная с энергетической точки зрения структура кристаллической решетки.

Перемещение молекул из одного узла в другой возможно лишь за счет нарушений регулярности структуры – наличия дислокаций, «дырок». Преобладающим является тепловое движение молекул внутри ячейки.

Остановимся подробнее на осреднении скорости молекул. Процедуры могут быть различными. Можно проводить осреднение по времени, т.е., выбрав какую-то молекулу, следить за ней и замерять ее скорость в различные моменты времени, а затем сложить все эти значения и поделить на количество измерений  $n$ :

$$\overrightarrow{W}_m^t = \frac{\overrightarrow{W}_m(t_1) + \overrightarrow{W}_m(t_2) + \dots + \overrightarrow{W}_m(t_n)}{n}. \quad (1.2)$$

Вследствие хаотичности теплового движения молекул, направления вектора скорости в различные моменты времени были бы различны и при достаточно большом промежутке времени по сравнению со временем «свободного пробега» молекул средняя по времени скорость молекулы для равновесной неподвижной системы была бы равна нулю. Поэтому в качестве характеристики теплового движения используют среднюю квадратичную скорость, величина которой отлична от нуля:

$$\overline{W}_m^t = \left( \frac{\overrightarrow{W}_m^2(t_1) + \overrightarrow{W}_m^2(t_2) + \dots + \overrightarrow{W}_m^2(t_n)}{n} \right)^{1/2}. \quad (1.3)$$

Можно проводить осреднение не по времени, а по объему, т.е. в фиксированный момент времени замерить скорости всех  $N$  молекул в выделенном объеме  $V$  и найти среднее значение скорости:

$$\overline{W}_m^V = \left( \frac{\overrightarrow{W}_{m,1}^2 + \overrightarrow{W}_{m,2}^2 + \dots + \overrightarrow{W}_{m,N}^2}{N} \right)^{1/2}. \quad (1.4)$$

Для равновесных систем обе эти процедуры осреднения дадут одинаковые результаты:  $\overline{W}_m^t = \overline{W}_m^V = \overline{W}_m$ . Разумеется, непосредственное осуществление описанных выше процедур невозможно, так как требует измерения скоростей отдельных молекул, характерный линейный размер которых  $\sim 10^{-10} - 10^{-9}$  м, число молекул в  $1 \text{ см}^3 \sim 10^{19} - 10^{22}$ .

Инженерная практика оперирует макроскопическими величинами, которые описываются непрерывными или кусочно-непрерывными функциями пространственных координат и времени. Абстрагируясь от молекулярного микроскопического представления вещества, на макроуровне рассматривают среду в качестве сплошной. Однако свойства макроскопических объектов обусловлены их микроскопическим поведением. Связать макроскопические непрерывные величины с микроскопическими дискретными позволяет статистическая механика. Опираясь на такие понятия, как функции распределения случайной величины, она дает возможность проводить процедуру осреднения и находить наблюдаемые макроскопические величины, например,

$$\bar{W}_m = \left( \int_0^\infty f(\vec{W}_m) \vec{W}_m^2 d\vec{W}_m \right)^{1/2}. \quad (1.5)$$

В статистической механике разработаны и методы определения функций распределения. Так, в условиях равновесия  $f(\vec{W}_m)$  является известной функцией распределения молекул по скоростям Максвелла. Она характеризует плотность вероятности, с которой молекула может двигаться с тем или иным значением скорости. Неравновесная статистическая механика, или, как ее еще называют, кинетическая теория, позволяет определять неравновесные функции распределения и на их основе описывать явления переноса.

Молекула, перемещаясь из одной точки пространства в другую, переносит все три субстанции – массу, импульс и энергию. В условиях равновесия, когда система покоится, а концентрации компонентов и температура во всех точках одинаковы, видимого макроскопического переноса субстанций не наблюдается, так как перенос молекул в любом направлении равновероятен. В отсутствие равновесия появляется преобладающая вероятность молекулярного переноса массы в направлении от больших значений концентрации к меньшим, импульса – от больших значений скоростей к меньшим и энергии – от больших температур к меньшим. Это приводит к наблюдаемым макроскопическим явлениям переноса.

Следует обратить внимание на различные составляющие молекулярного механизма переноса для различных субстанций. Так, перенос массы может осуществляться только за счет поступательного

переноса, т.е. непосредственного перемещения молекулы из одной точки пространства в другую. Перенос импульса и энергии может происходить как за счет поступательного переноса, так и за счет взаимодействия молекул. Наиболее простой моделью взаимодействия молекул является рассмотрение их как сталкивающихся твердых шаров. Для качественного описания процессов переноса такая модель вполне приемлема. При столкновении молекул происходит изменение их скоростей, что приводит к так называемому столкновительному переносу импульса и энергии.

В разреженных и умеренно плотных газах основную долю в переносе импульса и энергии составляет поступательный перенос. В плотных газах и конденсированных системах увеличивается доля столкновительного переноса, и она становится преобладающей.

### **1.1.2. Конвективный механизм**

Конвективный механизм переноса субстанции обусловлен движением макроскопических объемов среды как целого. Как уже отмечалось, характерные масштабы инженерных задач позволяют оперировать макроскопическими величинами, которые могут задаваться в каждой точке пространства путем усреднения микроскопических величин. Совокупность значений физической величины, однозначно определенных в каждой точке некоторой части пространства, называется полем данной величины (поле плотности, концентраций, давления, скорости, температуры и т.д.). Выбор дискретной микроскопической или сплошной макроскопической модели для описания явления зависит от масштаба рассматриваемой задачи. Исследуя или проектируя промышленный аппарат, по-видимому, можно с достаточной степенью точности рассматривать в качестве минимальной цены деления пространственных координат 1 мм и временных координат 1 с. Понятию «точки» пространства при такой шкале будет соответствовать объем в  $1 \text{ мм}^3$ . Но в  $1 \text{ мм}^3$  содержится от  $10^{16}$  молекул в умеренно плотном газе и до  $10^{19}$  молекул жидкости. За «момент» времени в 1 с произойдет  $10^9 - 10^{12}$  столкновений для каждой молекулы. Проведя осреднение случайных значений молекулярных микроскопических характеристик в системе, состоящей из такого большого числа частиц и претерпевающей значительную по микроскопическим масштабам эволюцию, можно

получить с большой степенью вероятности вполне определенное значение макроскопической величины.

В общем случае минимальная цена деления макроскопического масштаба пространственной  $\Delta\ell$  или временной  $\Delta t$  координаты должна быть достаточно малой, чтобы пренебречь изменением макроскопических физических величин в пределах  $\Delta\ell$  или  $\Delta t$ , и достаточно большой, чтобы пренебречь флуктуациями (случайными отклонениями от среднего значения) макроскопических величин, полученных осреднением микроскопических величин по времени  $\Delta t$  или элементу пространства  $(\Delta\ell)^3$ . Выбор минимальной цены деления макроскопического масштаба определяется характером решаемой задачи.

Так, при любом из рассмотренных выше способов осреднения скорости можно получить ее макроскопическое значение для каждой «точки» пространства в любой момент времени. Такую скорость назовем конвективной и обозначим  $\vec{W}(x,y,z,t)$ . Если система находится в равновесии и неподвижна относительно выбранной нами системы отсчета, обычно связанной с аппаратом, то любая процедура осреднения даст нулевые значения скорости. В неравновесных условиях при движении среды относительно аппарата средние скорости молекул в каждой точке пространства будут отличны от нуля. Разумеется, на практике конвективную скорость определяют экспериментально или рассчитывают, применяя макроскопические уравнения гидродинамики.

В дальнейшем мы не будем использовать кавычки при написании таких понятий, как «точка» пространства и «момент» времени, поскольку будем оперировать в основном макроскопическими величинами и моделью сплошной среды. Это требовалось лишь для лучшего представления взаимосвязи микро- и макроскопических подходов к описанию явлений.

Движение макроскопических объемов среды приводит к переносу массы  $\rho$ , импульса  $\rho\vec{W}$  и энергии  $\rho E'$  единичного объема ( $\rho$  – плотность или масса единичного объема,  $\rho\vec{W}$  – импульс единичного объема,  $\rho E'$  – энергия единичного объема).

В зависимости от причин, вызывающих конвективное движение, различают свободную и вынужденную конвекцию. Свободная

конвекция обусловлена естественными причинами и происходит под действием силы тяжести, а вынужденная вызывается искусственно, с использованием насосов, компрессорных машин, перемешивания и т.д.

### **1.1.3. Турбулентный механизм**

Турбулентный механизм переноса занимает промежуточное место между молекулярным и конвективным механизмами с точки зрения пространственно-временного масштаба. Для создания турбулентного движения необходимо выполнение наибольшего количества условий. Так, молекулярное тепловое движение происходит в любой, в том числе и равновесной, системе, температура которой отличается от абсолютного нуля, т.е. практически всегда. Конвективное движение наблюдается только в неравновесных системах при перемещении макроскопических объемов среды. Турбулентное движение возникает лишь при определенных условиях конвективного движения: достаточные удаленность от границы раздела фаз и неоднородность поля конвективной скорости.

При малых конвективных скоростях движения среды (газа или жидкости) относительно границы раздела фаз ее макроскопические слои движутся регулярно, параллельно друг другу. Такое движение называется ламинарным. Возникающие в реальных условиях случайные или искусственные малые возмущения, изменяющие регулярность движения (шероховатость поверхности, ограничивающей поток, и т.д.), не развиваются с течением времени, а, наоборот, затухают. Однако если и неоднородность скорости, и удаленность от границы раздела фаз превышают определенные значения, устойчивость движения по отношению к малым возмущениям нарушается. Происходит развитие нерегулярного хаотического движения отдельных объемов среды (вихрей). Такое движение называется турбулентным.

Первые исследования режимов движения осуществил в 1883 г. английский физик Рейнольдс, изучавший движение воды в трубе с введением в основной поток подкрашенной тонкой струйки. При ламинарном движении тонкая подкрашенная струйка не смешивалась с основной массой движущейся жидкости и имела прямолинейную траекторию. При увеличении скорости потока или диаметра трубы

струйка приобретала волнообразное движение, что свидетельствует о возникновении возмущений. При дальнейшем увеличении вышеназванных параметров струйка смешивалась с основной массой жидкости, и окрашенный индикатор размывался по всему поперечному сечению трубы. Отсутствие видимого смешения индикатора при ламинарном движении объясняется малой интенсивностью молекулярного механизма переноса массы в жидкости. Поскольку увеличение конвективной скорости или диаметра трубы не влияет на молекулярный перенос, а интенсивность перемешивания в направлении, перпендикулярном конвективной скорости, существенно возрастает, опыт Рейнольдса свидетельствует о возникновении дополнительного механизма переноса при турбулентном режиме движения, интенсивность которого к тому же выше молекулярного.

Подобно тому, как характеристиками молекулярного движения являются средняя квадратичная скорость молекул и их размер, вводятся аналогичные величины, характеризующие турбулентное движение. Используется понятие масштаба турбулентности, определяющего размер вихрей. В отличие, например, от молекул вихри не являются устойчивыми, четко ограниченными в пространстве образованиями. Они зарождаются, распадаются на более мелкие вихри, затухают с переходом механической энергии во внутреннюю (диссипация энергии). Поэтому масштаб турбулентности является осредненной статистической величиной. В литературе известны различные определения этой величины. Наиболее употребительные основаны на статистической одномоментной корреляции (связи) скоростей в различных точках пространства. Можно ввести понятие скорости вихря  $\vec{W}_b$  и рассмотреть ее в лабораторной системе отсчета, т.е. связанной с аппаратом. Однако, поскольку турбулентное движение развивается лишь на фоне конвективного, обычно используют *пульсационную скорость*  $\vec{W}_n$ , являющуюся скоростью вихря в системе отсчета, движущейся с конвективной скоростью  $\vec{W}$ :

$$\vec{W}_n = \vec{W}_b - \vec{W}. \quad (1.6)$$

Пульсационная скорость изменяется хаотически по направлению и величине с частотой обратно пропорциональной масштабу вихря.

Сложность описания турбулентного движения заключается в широком спектре значений масштаба турбулентности. Наибольшие вихри соизмеримы с масштабом аппарата, а мелкомасштабные имеют размер до  $10^{-6}$  м. В связи с этим возможны различные подходы к описанию турбулентного движения, определяющиеся выбором минимальной цены деления макроскопического масштаба.

Первый подход состоит в выборе  $\Delta\ell$  и  $\Delta t$  меньших, чем характерные масштабы турбулентного движения. Допустим,  $\Delta\ell=10^{-7}$  м,  $\Delta t=10^{-7}$  с, тогда любые вихри будут рассматриваться как макроскопические объемы и их движение будет являться конвективным. В этом случае нет необходимости вводить понятие «турбулентный механизм переноса». Недостатком такого подхода является необходимость задания начальных и граничных условий для турбулентно движущейся среды, что практически невозможно, учитывая неоднородность поля скорости, обусловленную огромным количеством мелкомасштабных вихрей.

Второй подход состоит в выборе промежуточных значений  $\Delta\ell$  и  $\Delta t$ . Допустим  $\Delta\ell=10^{-3}$  м,  $\Delta t=1$  с. В этом случае перенос субстанций крупномасштабными вихрями будет рассматриваться как конвективный – детерминированный, а мелкомасштабными – как турбулентный – случайный.

Однако на практике в основном используется третий подход. Он применим для стационарных или достаточно медленно протекающих процессов. Заключается этот подход во временном осреднении значений физических величин (скорости, концентраций, температуры) на интервалах, значительно превышающих характерные периоды пульсаций даже крупномасштабных вихрей (для стационарных процессов интервал временного осреднения может быть сколь угодно большим). Осредненные по большим интервалам времени величины могут быть описаны непрерывными функциями, т.е. удовлетворять условиям, накладываемым на макроскопические поля. В этом случае перенос субстанции за счет пульсационной составляющей турбулентного движения рассматривается как особый турбулентный механизм переноса.

Осреднение по значительному промежутку времени, соответствующему выбранной минимальной цене деления макроскопического масштаба  $\Delta t$ , в данном случае неравнозначно



осреднению по пространству  $(\Delta\ell)^3$ , так как последнее не обеспечивает отсутствие значительных флуктуаций осредненных по  $(\Delta\ell)^3$  величин, вследствие соизмеримости  $\Delta\ell$  с масштабом турбулентности.

Осредненные по времени макроскопические величины иногда употребляются в литературе с символами осреднения  $\bar{W}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{T}$  и т.д. В целях упрощения записи мы этого делать не будем, имея в виду, что любая макроскопическая величина является осредненной по всем возможным микроскопическим состояниям. Применяя временное осреднение к скорости вихря в лабораторной системе отсчета и к пульсационной скорости, получим

$$\overrightarrow{W}_{\Pi}^t = 0, \quad \overrightarrow{W}_{\text{в}}^t = \overrightarrow{W}.$$

По аналогии со средней квадратичной молекулярной скоростью можно ввести среднюю квадратичную пульсационную скорость:

$$\overline{W}_{\Pi} = \left( \overrightarrow{W}_{\Pi}^2{}^t \right)^{1/2}. \quad (1.7)$$

Отношение этой величины к конвективной скорости называется *интенсивностью турбулентности*:

$$I_{\text{т}} = \overline{W}_{\Pi} / W. \quad (1.8)$$

Если составляющие средней квадратичной пульсационной скорости одинаковы по всем направлениям, то такая турбулентность называется изотропной. Подобно тому, как за счет хаотического движения молекул осуществляется перенос массы, импульса и энергии, турбулентные вихри также осуществляют эти виды переноса. Отличие от молекулярного механизма заключается в масштабе вихрей и отсутствии столкновительного переноса субстанции, так как при столкновении вихрей происходит их смешение, а не упругое взаимодействие.

Таким образом, рассмотрены основные механизмы переноса. Главное их отличие заключается в различии пространственных и временных масштабов. Только наличие иерархии характерных масштабов позволяет выделить каждый механизм переноса и рассматривать его отдельно от других.

## 1.2. Условия макроскопического проявления и направление процессов переноса

Как уже отмечалось в предыдущем разделе, при решении инженерных задач используется в основном макроскопический уровень описания систем. Поэтому нас интересуют макроскопические условия проявления процессов переноса. Если система находится в состоянии равновесия, то макроскопических проявлений переноса субстанции не наблюдается. Несмотря на тепловое движение молекул, каждая из которых переносит массу, импульс и энергию, макроскопические потоки субстанции при этом отсутствуют вследствие равной вероятности переноса в каждом направлении. Конвективный и турбулентный механизмы переноса в условиях равновесия вообще отсутствуют.

Равновесие в однофазной системе устанавливается при равенстве значений в каждой точке пространства макроскопических величин, характеризующих свойства системы: скорости –  $\vec{W}(x,y,z,t) = \text{const}$ ; температуры –  $T(x,y,z,t) = \text{const}$ ; химических потенциалов компонентов –  $\mu_i(x,y,z,t) = \text{const}$ .

Последняя величина характеризует изменение энергии системы при изменении количества частиц сорта  $i$  в ней. Химический потенциал компонента может быть выражен через стандартную часть  $\mu_i^0$  и произведение коэффициента активности  $\gamma_i$  на мольную долю соответствующего компонента  $x_i$ :

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln \gamma_i x_i. \quad (1.9)$$

Для системы, состоящей из двух фаз, условием равновесия является равенство приведенных выше величин в каждой из фаз:

$$\vec{W}_I = \vec{W}_{II}, \quad T_I = T_{II}, \quad \mu_{i,I} = \mu_{i,II}. \quad (1.10)$$

Можно выделить отдельно условия гидромеханического, теплового и концентрационного равновесия:

гидромеханическое равновесие:  $\vec{W} = \text{const}$ ;  $\left[ \vec{\nabla} \vec{W} \right] = 0$ ;

тепловое (термическое) равновесие:  $T = \text{const}$ ;  $\vec{\nabla} T = 0$ ;

концентрационное равновесие:  $\mu_i = \text{const}$ ,  $\vec{\nabla} \mu_i = 0$ ,

здесь  $\vec{\nabla}$  – дифференциальный оператор (см. приложение П.1.3).

Условием проявления процессов переноса и возникновения макроскопических потоков массы, импульса и энергии является неравновесность системы. Направленность процессов переноса определяется самопроизвольным стремлением системы к состоянию равновесия, т.е. процессы переноса приводят к выравниванию скорости, температуры и химических потенциалов компонентов системы. Неоднородности указанных величин являются необходимыми условиями протекания процессов переноса, их называют движущими силами.

Для того чтобы осуществить процесс, необходимо вывести систему из состояния равновесия, т.е. оказать воздействие извне. Это возможно за счет подвода массы или энергии к системе либо действия внешних сил. Например, оттаивание происходит в поле сил тяжести, а центрифугирование – в поле центробежных сил, выпаривание – при подводе теплоты, абсорбция – при введении в систему поглотителя.

### 1.3. Уравнения переноса

В данном разделе рассматриваются локальные уравнения переноса субстанции (массы, импульса и энергии), т.е. уравнения, справедливые для каждой отдельной точки пространства. Рассмотрение ведется на макроскопическом уровне – все используемые величины являются макроскопическими. Задача заключается в получении математического выражения для *потока субстанции* иногда называемого *плотностью потока* (количество субстанции, переносимое за единицу времени, через единицу поверхности) за счет различных механизмов переноса.

#### 1.3.1. Перенос массы

**Конвективный механизм.** Поток массы в лабораторной системе отсчета (относительно аппарата)  $\hat{j}^m$  за счет конвективного механизма для любой точки системы может быть связан с конвективной скоростью:

$$\hat{j}^m = \rho \hat{W}, \text{ кг/м}^2\text{с}, \quad (1.11)$$

где верхний левый индекс « $\wedge$ » обозначает систему отсчета, а правый « $m$ » в данном случае – поток массы. Для многокомпонентной среды можно рассмотреть поток массы каждого компонента  $i$ :

$$\wedge \vec{j}_i^m = \rho_i \wedge \vec{W}. \quad (1.12)$$

Зачастую удобнее использовать поток вещества, а не массы (без индекса « $m$ »):

$$\wedge \vec{j}_i = \wedge \vec{j}_i^m / m_i = c_i \wedge \vec{W}, \text{ кмоль/м}^2\text{с}, \quad (1.13)$$

где  $m_i$  – молярная масса компонента  $i$ , кг/кмоль;  $c_i$  – молярная концентрация, кмоль/м<sup>3</sup>. Отметим, что конвективная скорость и потоки рассматривались в лабораторной системе отсчета, т.е. относительно системы отсчета, связанной с аппаратом. В условиях гидромеханического равновесия конвективная скорость относительно аппарата является не просто постоянной, а нулевой величиной.

**Молекулярный механизм.** Собственно молекулярный механизм переноса массы можно наблюдать в термодинамически равновесной системе при наличии лишь градиентов концентрации меченых частиц сорта  $i$  ( $i'$  – изотопы молекул сорта  $i$ ):

$$\wedge \vec{j}_{i'} = -D_i \nabla c_{i'}. \quad (1.14)$$

Знак «минус» свидетельствует о противоположной направленности векторов потока вещества и градиента концентрации. Градиент концентрации направлен в сторону максимального увеличения концентрации, а поток вещества – в сторону ее уменьшения, выравнивания неоднородности. Эйнштейном было показано, что коэффициенты пропорциональности в этом соотношении характеризуют средний квадрат смещения молекул за единицу времени вследствие хаотического теплового движения:

$$D_i = \overline{\Delta \ell_i^2} / 6 \Delta t. \quad (1.15)$$

Эти величины называют *эйнштейновскими коэффициентами диффузии*. Они экспериментально определяются с помощью методов меченых атомов или ядерного магнитного резонанса, а также на основе численного эксперимента методом молекулярной динамики (моделирование движения совокупности частиц на компьютере).

Коэффициенты  $D_i$  зависят от динамических характеристик молекул (масса, потенциал взаимодействия), а также от давления и температуры системы (см. приложение П.3.2). Поскольку  $D_i$  характеризуют подвижность молекул, они существенно зависят от фазового состояния системы. В газах  $D_i$  имеют порядок  $10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , в жидкостях –  $10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ , в твердых телах –  $10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ , они увеличиваются с ростом температуры и уменьшения давления.

В соответствии с подходом независимой диффузии предполагается, что в неравновесных условиях собственно диффузионные потоки можно описать эйнштейновскими коэффициентами. Тогда для изотермической системы в отсутствие турбулентности поток компонента  $i$  складывается из диффузионного и конвективного:

$$\vec{j}_i = -D_i \frac{c_i}{RT} \vec{\nabla} \mu_i + c_i \vec{W} = \vec{j}_i^d + \vec{j}_i^k, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.16)$$

где  $n$  – число компонентов в системе. Следует иметь в виду, что в неравновесных условиях конвективная скорость может появляться и за счет самой диффузии. Поясним на примере. Рассмотрим аппарат, в одной части которого находится компонент 1, а в другой – компонент 2, отделенные друг от друга перегородкой. Давление и температура в обеих частях аппарата одинаковы. Если убрать перегородку, то за счет молекулярной диффузии возникнут противоположно направленные потоки компонентов. Однако величины потоков будут различны вследствие отличия динамических характеристик молекул компонентов и, следовательно, эйнштейновских коэффициентов диффузии  $D_i$ . Допустим  $D_1 > D_2$ , тогда учитывая, что из соотношения Гиббса-Дюгема  $c_1 \vec{\nabla} \mu_1 = -c_2 \vec{\nabla} \mu_2$ , диффузионный поток первого компонента будет больше второго. Молекулярный механизм вызовет суммарный перенос вещества из первой части аппарата во вторую, что приведет к возникновению в закрытом аппарате градиента плотности числа частиц и соответственно давления ( $p_{II} > p_I$ ). А это вызовет противоположно направленный конвективный поток, выравнивающий градиент давления (рис. 1.2).

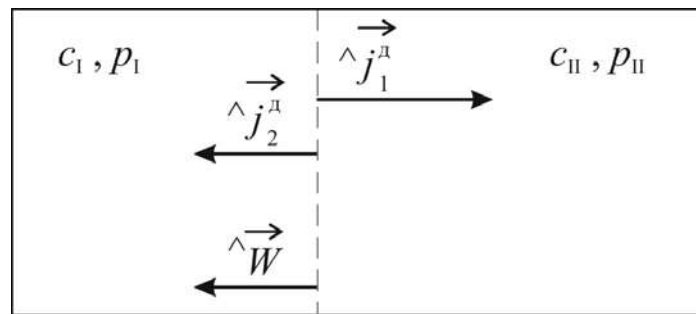


Рис. 1.2. Диффузионные потоки и конвективная скорость, вызванная диффузией в закрытом аппарате

Таким образом, в неравновесных условиях наблюдать и изучать в чистом виде молекулярный перенос массы затруднительно, так как это требует искусственного поддержания постоянства давления в системе. Сложность представляет экспериментальное определение величин  $D_i$  и конвективной скорости  $\vec{W}$ . Даже измерив в лабораторной системе отсчета потоки всех компонентов  $\vec{j}_i$  и поля концентраций  $c_i$ , нельзя разрешить систему  $n$  уравнений (1.16), поскольку она содержит  $n+1$  неизвестную величину ( $D_i, \vec{W}$ ). Поэтому обычно диффузионные потоки определяют в системе отсчета, скорость движения которой относительно лабораторной устанавливается достаточно просто. Как правило, используют среднемассовую или среднеобъемную системы отсчета. Система отсчета задается условием равенства нулю суммарного потока соответствующего признака (обозначим его  $z_i$ ) в данной системе отсчета:

$$\sum_{i=1}^n z_i \vec{j}_i = 0. \quad (1.17)$$

В среднемассовой системе отсчета  $z_i = m_i$  (мольная масса компонента), а в среднеобъемной  $z_i = V_i$  (парциальный мольный объем компонента  $V_i$ , м<sup>3</sup>/кмоль):

$$V_i = \left( \frac{\partial V}{\partial N_i} \right)_{p,T}.$$

Тогда мольный поток компонента  $i$  в лабораторной системе отсчета можно представить в виде

$$^{\wedge} \vec{j}_i = {}^z \vec{j}_i + c_i {}^{z-\wedge} \vec{W}, \quad (1.18)$$

$${}^{z-\wedge} \vec{W} = \frac{\sum_{i=1}^n {}^{\wedge} \vec{j}_i z_i}{\sum_{i=1}^n c_i z_i}, \quad (1.19)$$

где  ${}^{z-\wedge} \vec{W}$  – скорость движения соответствующей системы отсчета относительно лабораторной, которая может быть найдена, если измерены экспериментально величины потоков  ${}^{\wedge} \vec{j}_i$ . В соответствии с подходом независимой диффузии потоки в системе отсчета  $z$  имеют вид

$${}^z \vec{j}_i = -D_i \frac{c_i}{RT} \vec{\nabla} \mu_i + c_i \left( {}^{\wedge} \vec{W} - {}^{z-\wedge} \vec{W} \right), \quad (1.20)$$

где  $\left( {}^{\wedge} \vec{W} - {}^{z-\wedge} \vec{W} \right) = {}^z \vec{W}$  – конвективная скорость в системе отсчета  $z$ .

Используя дополнительное уравнение (1.17), можно выразить  ${}^z \vec{W}$  через  $D_i$ ,  $\mu_i$ ,  $c_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  и представить потоки в виде

$${}^z \vec{j}_i = - \sum_{j=1}^n {}^z D_{ij} \frac{c_j}{RT} \vec{\nabla} \mu_j. \quad (1.21)$$

На практике удобнее использовать коэффициенты диффузии, связывающие потоки не с градиентами химических потенциалов, а с градиентами концентрации. Выражая химические потенциалы через молярные концентрации и используя соотношение

$$\sum_{i=1}^n V_i \vec{\nabla} c_i = 0,$$

позволяющее сократить на единицу число независимых переменных, можно записать

$${}^z \vec{j}_i = - \sum_{j=1}^{n-1} {}^z D_{ij} \vec{\nabla} c_j. \quad (1.22)$$

Таким образом, макроскопический поток каждого компонента в системе отсчета  $z$  зависит от градиентов концентраций всех компонентов, а коэффициенты пропорциональности носят название матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии и определяются как свойствами компонентов среды, так и выбором

системы отсчета. Экспериментальное нахождение коэффициентов диффузии осуществляется, как правило, в замкнутом приборе. В этих условиях суммарный поток объема равен нулю, т.е. лабораторная система отсчета совпадает со среднеобъемной. Поэтому экспериментальные данные по коэффициентам диффузии обычно приводятся для среднеобъемной системы отсчета. В частном случае двухкомпонентной системы матрица  ${}^v D_{ij}$  вырождается в единственный коэффициент *бинарной (взаимной) диффузии*  ${}^v D_{ij}$  ( ${}^v D_{ij} = {}^v D_{ji}$ ):

$${}^v \vec{j}_i = -{}^v D_{ij} \vec{\nabla} c_i, \quad n = 2. \quad (1.23)$$

Это соотношение называется *первым законом Фика*. Используя подход независимой диффузии, можно выразить коэффициенты взаимной диффузии через эйнштейновские коэффициенты:

$${}^v D_{ij} = (D_i x_j + D_j x_i) \frac{\partial \ln \gamma_i x_i}{\partial \ln x_i}. \quad (1.24)$$

Можно сделать это и для многокомпонентных смесей, связав элементы матрицы  ${}^z D_{ij}$  с  $D_i$  (см. приложение П.3.1). Следует помнить о зависимости коэффициентов диффузии (кроме эйнштейновских) от выбора системы отсчета.

Так, например, в среднемассовой системе отсчета коэффициенты бинарной диффузии не обладают свойством симметрии  ${}^m D_{ij} \neq {}^m D_{ji}$  и могут быть выражены через  ${}^v D_{ij}$ :

$${}^m D_{ij} = \frac{{}^v D_{ij} m_j}{\rho V_j}. \quad (1.25)$$

При межфазном переносе вещества потоки зачастую записывают относительно границы раздела фаз. При этом, как правило, один или несколько компонентов через границу раздела фаз не переносятся (инертные компоненты).

Для бинарной смеси, первый компонент которой переходит границу раздела фаз, а второй нет, потоки в одной фазе запишутся в системе отсчета с нулевым потоком второго компонента:

$${}^2 \vec{j}_1 = -{}^2 D_{12} \vec{\nabla} c_1 = -D_1 \frac{c_1}{RT} \vec{\nabla} \mu_1 + c_1 \left( {}^{\wedge} \vec{W} - {}^{\Gamma} \vec{W} \right), \quad (1.26)$$



$$^2\vec{j}_2 = -^2D_{21} \vec{\nabla} c_2 = -D_2 \frac{c_2}{RT} \vec{\nabla} \mu_2 + c_2 \left( \wedge \vec{W} - \text{r} \wedge \vec{W} \right) = 0. \quad (1.27)$$

Выразив  $\text{r} \wedge \vec{W} = \left( \wedge \vec{W} - \text{r} \wedge \vec{W} \right)$  из (1.27) и подставив в (1.26), можно получить соотношения для коэффициентов бинарной диффузии в системе отсчета, соответствующей нулевому потоку второго компонента,

$$^2D_{21} = 0; \quad ^2D_{12} = \left( 1 + \frac{c_1 V_1}{c_2 V_2} \right) \vee D_{12}. \quad (1.28)$$

При  $c_2 \rightarrow 0$   $^2D_{12} \rightarrow \infty$ , что наглядно демонстрирует бесконечно большой диапазон изменения коэффициентов бинарной диффузии в зависимости от выбора системы отсчета. Влияет выбор системы отсчета и на элементы  $^z D_{ij}$ , они могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Только эйнштейновские коэффициенты диффузии  $D_i$  (1.15) не зависят от выбора системы отсчета, всегда положительны и имеют ясный физический смысл.

Связь макро- и микроуровней описания явлений осуществляется статистической механикой, позволяющей с использованием неравновесных функций распределения молекул по скоростям  $f_i^{\text{н}}$  получить выражения для макроскопических потоков и коэффициентов переноса:

$$^m \vec{j}_i = m_{m,i} \int_0^\infty (\wedge \vec{W}_{m,i} - \text{r} \wedge \vec{W}) f_i^{\text{н}}(\vec{W}_{m,i}, x, y, z, t) d\vec{W}_{m,i}. \quad (1.29)$$

**Турбулентный механизм.** Турбулентный перенос массы можно рассматривать по аналогии с молекулярным как следствие хаотического перемещения вихрей. Вводится коэффициент турбулентной диффузии  $D_{\text{т}}$ , зависящий как от свойств среды, так и от неоднородности скорости и удаленности от межфазной поверхности. При турбулентном движении суммарный поток вещества относительно лабораторной системы отсчета может быть записан как

$$\wedge \vec{j}_i = -D_i \frac{c_i}{RT} \vec{\nabla} \mu_i - D_{\text{т}} \vec{\nabla} c_i + c_i \wedge \vec{W} \quad (1.30)$$

или суммарный поток вещества в лабораторной системе отсчета можно представить в виде суммы диффузионного и конвективного (верхние индексы «д» и «к»)

$$\vec{j}_i = - \sum_{j=1}^{n-1} {}^z D_{ij} \vec{\nabla} c_j - D_{\tau} \sum_{j=1}^{n-1} {}^z \alpha_{ij} \vec{\nabla} c_j + c_i {}^{z-\wedge} \vec{W} = {}^z \vec{j}_i^{\text{д}} + {}^{z-\wedge} \vec{j}_i^{\text{к}}, \quad (1.31)$$

$${}^z \alpha_{ij} = \delta_{ij} - c_i \left( z_j - \frac{z_n}{V_n} V_j \right) / \sum_{k=1}^n c_k z_k. \quad (1.32)$$

Для системы отсчета, в которой поток компонента  $n$  равен нулю,

$${}^n \alpha_{ij} = \delta_{ij} - c_i V_j / c_n V_n, \quad (1.33)$$

$$\delta_{ij} = 0, i \neq j; \quad \delta_{ij} = 1, i = j, \quad (1.34)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Для двухкомпонентной смеси можно ввести коэффициенты турбулентной диффузии в соответствующей системе отсчета:

$${}^z D_{\tau,i} = D_{\tau} {}^z \alpha_{ij}. \quad (1.35)$$

Для среднеобъемной системы отсчета  ${}^v D_{\tau,1} = {}^v D_{\tau,2} = D_{\tau}$ , а для среднemasсовой  ${}^m D_{\tau,1} = m_2 D_{\tau} / (V_2 \rho) \neq {}^m D_{\tau,2} = m_1 D_{\tau} / (V_1 \rho)$ . Поскольку объемы среды, участвующие в турбулентных пульсациях, значительно превышают молекулярные размеры, интенсивность турбулентного переноса массы может быть существенно выше молекулярного. Отношение коэффициентов турбулентной и молекулярной диффузии в пристенной области достигает  $D_{\tau} / D_i \sim 10^2 - 10^5$ .

### 1.3.2. Перенос энергии

Энергию системы можно подразделить на микроскопическую и макроскопическую. Микроскопическая, являющаяся мерой внутренней энергии самих молекул, их теплового движения и взаимодействия, называется внутренней энергией системы ( $U$ ). Макроскопическая складывается из кинетической энергии ( $E_{\text{к}}$ ), обусловленной конвективным движением среды, и потенциальной энергии системы в поле внешних сил ( $E_{\text{п}}$ ). Таким образом, полную энергию системы, приходящуюся на единицу массы, можно представить как

$$E' = U' + E'_{\text{к}} + E'_{\text{п}}, \text{ Дж/кг}. \quad (1.36)$$

Отнесенные к единице массы величины будем отмечать штрихами.

Энергия может передаваться в форме теплоты или работы.

*Теплота* – форма передачи энергии на микроскопическом уровне, *работа* – форма передачи энергии на макроскопическом уровне. Рассмотрим выражения для потока энергии за счет различных механизмов переноса.

**Конвективный механизм.** Поток энергии, переносимый конвективным механизмом в лабораторной системе отсчета, имеет вид

$$\vec{q} = \rho E' \vec{W}, \quad \text{Дж/м}^2\text{с} = \text{Вт/м}^2. \quad (1.37)$$

Это количество энергии, переносимое движущимся макроскопическим объемом за единицу времени через единицу поверхности.

**Молекулярный механизм.** Молекулярным механизмом осуществляется перенос энергии на микроскопическом уровне, т.е. в форме теплоты. Тепловой поток за счет молекулярного механизма в условиях механического и концентрационного равновесия может быть представлен в виде

$${}^m\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T, \quad (1.38)$$

где  $\lambda$  – коэффициент молекулярной теплопроводности, Вт/мК. Это уравнение носит название закона Фурье.

В разреженных одноатомных газах допустимо пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул и считать внутреннюю энергию равной средней кинетической энергии поступательного движения молекул  $\rho U' = 3NkT/2V$ . В этом случае тепловой поток будет определяться потоком кинетической энергии молекул:

$${}^m\vec{q} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \int_0^\infty m_{m,i} (\vec{W}_{m,i} - \vec{W})^2 (\vec{W}_{m,i} - \vec{W}) f_i^H(\vec{W}_{m,i}, x, y, z, t) d\vec{W}_{m,i}. \quad (1.39)$$

В плотных газах и конденсированных средах при определении внутренней энергии необходимо учесть энергию потенциального взаимодействия. В этом случае тепловой поток будет определяться поступательным переносом кинетической и потенциальной энергии молекул, а также и столкновительным переносом. Таким образом, коэффициент молекулярной теплопроводности складывается из трех составляющих:

$$\lambda = \lambda_k + \lambda_\Pi + \lambda_c. \quad (1.40)$$

Этим объясняется тот факт, что в отличие от коэффициента молекулярной диффузии, уменьшающегося с увеличением плотности

системы, коэффициент молекулярной теплопроводности возрастает с увеличением плотности, несмотря на затруднения в подвижности молекул. Величина коэффициента молекулярной теплопроводности составляет для газов  $\lambda \sim 10^{-2}$  Вт/(м К), для жидкостей  $\lambda \sim 10^{-1}$  Вт/(м К), для металлов  $\lambda \sim 10^2$  Вт/(м К).

**Турбулентный механизм.** Турбулентный перенос энергии можно рассмотреть по аналогии с молекулярным, вводя коэффициент турбулентной теплопроводности  $\lambda_T$ :

$${}^m\vec{q} = -\lambda_T \vec{\nabla} T. \quad (1.41)$$

Как и коэффициент турбулентной диффузии,  $\lambda_T$  будет определяться свойствами системы и режимом движения. Суммарный поток энергии в лабораторной системе отсчета может быть представлен в виде суммы потоков за счет теплопроводности (верхний индекс «т») и конвекции (верхний индекс «к») и записан как

$$\vec{q} = -(\lambda + \lambda_T) \vec{\nabla} T + \rho E'^m \vec{W} = {}^m\vec{q}^T + {}^{m-\wedge}\vec{q}^K. \quad (1.42)$$

### 1.3.3. Перенос импульса

В рассмотренных выше явлениях переноса массы и энергии переносимые субстанции являлись скалярными величинами, поток скалярной величины есть вектор. В случае переноса векторной величины, каковой является импульс, ее поток будет обладать большей размерностью, а именно, представлять собой тензор второго ранга, для задания которого требуется уже 9 чисел (скаляр задается одним, вектор – тремя, подробнее см. в приложении П.1.1).

**Конвективный перенос.** Рассмотрим простейший случай, когда среда движется с некоторой конвективной скоростью  $\wedge W_x$  относительно лабораторной системы отсчета в направлении оси  $x$ . При этом импульс, или количество движения единичного объема, будет равен  $\rho \wedge W_x$ . Тогда количество движения  $\rho \wedge W_x$ , переносимого за счет конвективного механизма в направлении оси  $x$  за единицу времени через единицу поверхности, будет равно

$$\wedge \tau_{xx} = \rho \wedge W_x \wedge W_x, \quad \text{Н/м}^2 = \text{Па}. \quad (1.43)$$

Представим теперь, что эта система или ее часть совершает дополнительно конвективное движение в направлении оси  $y$ . Тогда импульс  $\rho \wedge W_x$  будет переноситься и в направлении оси  $y$ . Количество

движения, направленного вдоль оси  $x$ , переносимое за единицу времени через единичную поверхность в направлении оси  $y$ , будет равно

$$\hat{\tau}_{yx} = \rho \hat{W}_y \hat{W}_x. \quad (1.44)$$

Аналогичным образом можно рассмотреть перенос импульса в лабораторной системе отсчета по всем направлениям, что даст 9 компонентов тензора конвективного потока импульса,  $\hat{\tilde{\tau}}$ :

$$\hat{\tilde{\tau}} = \left[ \left( \rho \hat{\vec{W}} \right) \hat{\vec{W}} \right]. \quad (1.45)$$

Запись в квадратных скобках является тензорным произведением двух векторов (см. приложение П.1.2).

**Молекулярный перенос.** Рассмотрим движение среды в направлении оси  $x$  (рис.1.3).

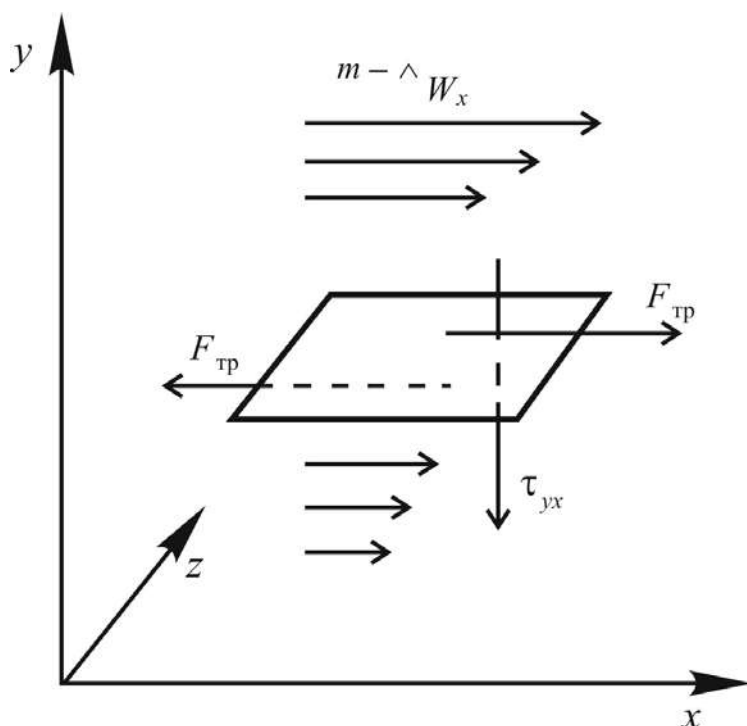


Рис. 1.3. Поле скорости  $m - \hat{W}_x$ , направление потока импульса  $\tau_{yx}$  и сил трения  $F_{тр}$  между слоями движущейся среды

При этом скорость  $m - \hat{W}_x$  изменяется по величине в направлении оси  $y$ . За счет теплового движения молекулы будут хаотически перемещаться во всех направлениях, в том числе и в направлении оси  $y$ . Переходя из

области с большими значениями скорости  ${}^{m-\wedge}W_x$  в область с меньшими значениями  ${}^{m-\wedge}W_x$ , молекулы будут переносить импульс, ускоряющий движение в направлении оси  $x$ , и, наоборот, переход молекул из области с меньшими скоростями в область с большими скоростями будет замедлять движение быстрых слоев в направлении оси  $x$ . Это приведет к уменьшению неоднородности поля скорости  ${}^{m-\wedge}W_x$ .

Количество движения, направленного вдоль оси  $x$  ( $\rho {}^{m-\wedge}W_x$ ), переносимое вдоль оси  $y$  за единицу времени через единицу поверхности за счет молекулярного механизма, можно представить как

$${}^m\tau_{yx} = -\mu \frac{\partial {}^{m-\wedge}W_x}{\partial y} = -\nu \rho \frac{\partial {}^{m-\wedge}W_x}{\partial y}, \quad (1.46)$$

где  $\mu$  [Па·с] и  $\nu$  [м<sup>2</sup>/с] – коэффициенты динамической и кинематической молекулярной вязкости соответственно. Это уравнение носит название *закона вязкости Ньютона*.

В случае если коэффициенты вязкости не зависят от величины производной  $\partial {}^{m-\wedge}W_x / \partial y$ , т.е. зависимость  ${}^m\tau_{yx}$  от  $\partial {}^{m-\wedge}W_x / \partial y$  линейна, такие среды называются *ньютоновскими*. Если же это условие не выполняется, то среды называются *неньютоновскими*. К последним относятся полимеры, пасты, суспензии и ряд других, используемых в промышленности материалов.

Можно рассмотреть и иную трактовку закона вязкости Ньютона. Как известно из механики, в соответствии со вторым законом Ньютона изменение импульса за единицу времени есть сила. Перенос импульса между слоями среды, движущимися с различными скоростями, можно трактовать как проявление силы трения. С этой точки зрения  ${}^m\tau_{yx}$  есть сила, действующая в направлении оси  $x$  на единичную площадку, перпендикулярную оси  $y$ . Поэтому тензор потока импульса за счет молекулярного механизма называют тензором вязких напряжений (напряжение – сила, отнесенная к единичной поверхности). Диагональные элементы  ${}^m\tau_{xx}$ ,  ${}^m\tau_{yy}$ ,  ${}^m\tau_{zz}$  носят название нормальных напряжений, а недиагональные – касательных или сдвиговых. В общем случае, когда сжимаемая среда движется во всех направлениях (например, при вращательном движении), тензор вязких напряжений имеет более сложный вид (см. приложение П.2.1).

В разреженных и умеренно плотных газах переносом импульса за счет столкновительного механизма можно пренебречь, тогда тензор вязких напряжений будет определяться только поступательным переносом количества движения:

$${}^m\tilde{\tau}_{\Pi} = \sum_{i=1}^n \int_0^{\infty} m_{m,i} \left[ (\hat{W}_{m,i} - {}^{m-\wedge}\vec{W})(\hat{W}_{m,i} - {}^{m-\wedge}\vec{W}) \right] f_i^H(\hat{W}_{m,i}, x, y, z, t) d\hat{W}_{m,i}. \quad (1.47)$$

В конденсированных средах столкновительный перенос импульса становится преобладающим, что приводит к увеличению коэффициента молекулярной вязкости  $\mu = \mu_{\Pi} + \mu_c$ . В газах  $\mu \sim 10^{-5}$  Па·с, в жидкостях  $\mu \sim 10^{-3}$  Па·с.

**Турбулентный перенос.** Перенос импульса за счет турбулентного механизма может рассматриваться по аналогии с молекулярным:

$${}^m\tau_{yx} = -\mu_T \frac{\partial {}^{m-\wedge}W_x}{\partial y} = -\nu_T \rho \frac{\partial {}^{m-\wedge}W_x}{\partial y}, \quad (1.48)$$

где  $\mu_T$  и  $\nu_T$  – динамический и кинематический коэффициенты турбулентной вязкости, определяющиеся свойствами среды и режимом движения  $\nu_T \approx D_T$ . Суммарный поток импульса в лабораторной системе отсчета можно записать как

$$\hat{\tau} = \left[ (\rho {}^{m-\wedge}\vec{W}) {}^{m-\wedge}\vec{W} \right] + {}^m\tilde{\tau}^B = {}^{m-\wedge}\tilde{\tau}^K + {}^m\tilde{\tau}^B, \quad (1.49)$$

где  $\tilde{\tau}^B$  – тензор вязких напряжений, элементы которого включают как молекулярный, так и турбулентный перенос импульса:

$${}^m\tau_{yx}^B = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial {}^{m-\wedge}W_x}{\partial y}. \quad (1.50)$$

Итак, рассмотрены уравнения переноса массы, энергии и импульса. Нетрудно убедиться в аналогии этих уравнений. Конвективный поток представляет собой произведение переносимой субстанции в единичном объеме  $(\rho, \rho E', \rho \vec{W})$  на конвективную скорость. Потоки за счет молекулярного или турбулентного механизмов есть произведение соответствующего коэффициента переноса  $(D, \lambda, \mu)$  на движущую силу процесса. Как будет показано далее, эта аналогия позволяет использовать результаты исследования одних процессов для описания других.

В умеренно плотных газах коэффициенты молекулярного переноса с достаточной степенью точности могут рассчитываться по соотношениям кинетической теории на основе динамических характеристик молекул. Статистико-механическое описание переноса в плотных средах затруднено вследствие многочастичности межмолекулярного взаимодействия, что предопределяет использование на практике экспериментальных данных или полуэмпирических формул. Следует отметить, что при одновременном наличии в системе нескольких движущих сил, например, градиентов температуры и концентрации, возникают так называемые, «перекрестные эффекты», т.е. градиент температуры вызывает поток массы, а градиенты концентраций – тепловой поток (явления термодиффузии и диффузионного потока тепла). Вследствие относительной малости этих эффектов в практике инженерных расчетов типовых процессов и аппаратов химической технологии ими обычно пренебрегают. В дальнейшем мы не будем учитывать наличие потоков субстанций за счет перекрестных эффектов. При наличии диффузионных потоков компонентов за скорость конвективного переноса энергии и импульса обычно принимается среднемассовая скорость  $\vec{W}^m$  как наиболее просто поддающаяся определению. Для нахождения коэффициентов турбулентного переноса применяют, как правило, эмпирические и полуэмпирические корреляции.

### Контрольные вопросы

1. Перенос каких субстанций и с помощью каких механизмов рассматривался в данной главе? Охарактеризуйте каждый из механизмов переноса.
2. В чем общность и различие характера молекулярного движения в различных фазовых состояниях? В чем заключаются особенности молекулярного переноса импульса и энергии в различных фазовых состояниях?
3. Что общего и каковы различия между статистической механикой и термодинамикой?
4. Какие способы осреднения микроскопических величин Вам известны? Что такое конвективная скорость?
5. Каким условиям должна удовлетворять минимальная цена



деления макроскопического масштаба? Какие величины можно считать макроскопическими?

6. Какие характеристики турбулентного режима движения Вам известны? В чем его отличие от ламинарного?
7. Какие подходы к описанию турбулентного движения Вы знаете?
8. Каковы условия макроскопического проявления процессов переноса?
9. В каком направлении протекают процессы переноса?
10. Какие условия равновесия и движущие силы процессов переноса Вам известны?
11. Что нужно сделать, чтобы организовать любой процесс химической технологии?
12. Что называется потоком массы, вещества?
13. Что означает понятие «система отсчета»? Какие системы отсчета использованы в данной главе?
14. Запишите уравнения для потока массы за счет различных механизмов переноса, распишите их полностью в декартовых координатах, запишите частный одномерный случай уравнения (поток массы направлен вдоль оси  $x$ ).
15. Из чего складывается полная энергия системы?
16. Что такое теплота и работа?
17. Запишите уравнения для потока энергии за счет различных механизмов переноса.
18. Каков физический смысл элементов тензора потока импульса (тензора напряжений)? Приведите две интерпретации.
19. Запишите выражения для потока импульса за счет различных механизмов переноса.
20. От чего зависят коэффициенты молекулярного и турбулентного переноса субстанции?

### **Вопросы для обсуждения**

1. Может ли поток массы направляться из области с более низкой концентрацией компонента в область с более высокой концентрацией?
2. В каком фазовом состоянии при одинаковой температуре среднеквадратичная скорость молекул больше?

## Глава 2. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

При анализе технологических процессов и расчете аппаратов используются законы сохранения массы, импульса и энергии. Следует напомнить, что эти фундаментальные законы сформулированы на основе многочисленного экспериментального материала, а также могут рассматриваться как проявление однородности пространства и времени. Релятивистские эффекты взаимосвязи массы и энергии в химической технологии, как правило, пренебрежимо малы. Законы сохранения могут записываться применительно как ко всей системе или ее частям (интегральная форма), так и к отдельным точкам пространства (локальная форма), использоваться для среды в целом или отдельных компонентов.

### 2.1. Закон сохранения массы

Суть закона сохранения массы заключается в том, что масса не может исчезать либо возникать, т.е. суммарное количество массы в закрытой системе неизменно (закрытая система не обменивается массой с окружающей средой), следовательно,  $\Delta M = 0$  или  $dM/dt = 0$ . Рассмотрим закон сохранения массы для открытых систем.

#### 2.1.1. Интегральная форма закона сохранения массы

Изменение массы в некотором фиксированном объеме  $V$  вызывается разностью прихода и отвода массы из выделенного объема:

$$\Delta M = V \Delta \rho = M_{\text{вх}} - M_{\text{вых}}, \quad (2.1)$$

где  $\Delta \rho$  – изменение плотности.

Зачастую при описании непрерывных процессов удобнее пользоваться понятием массового расхода  $G$ , который является количеством массы, прошедшим за единицу времени. Отнесем величины, входящие в уравнение (2.1), к бесконечно малому промежутку времени:

$$\frac{dM}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} = G_{\text{вх}} - G_{\text{вых}}. \quad (2.2)$$

Если плотность вещества не меняется (среда несжимаемая) или процесс протекает в стационарных условиях, то материальный баланс упрощается:

$$\frac{dM}{dt} = V \frac{d\rho}{dt} = 0 \rightarrow G_{\text{BX}} = G_{\text{ВЫХ}}. \quad (2.3)$$

Можно записать уравнение материального баланса для каждого компонента:

$$\Delta M_i = V \Delta \rho_i = M_{i,\text{BX}} - M_{i,\text{ВЫХ}}. \quad (2.4)$$

Данное уравнение не является универсальным и справедливо лишь при отсутствии химических реакций в системе, так как в последнем случае одни компоненты могут переходить в другие. В общем случае уравнение материального баланса для каждого компонента будет иметь вид

$$\Delta M_i = V \Delta \rho_i = M_{i,\text{BX}} - M_{i,\text{ВЫХ}} + r_{m,i} V t, \quad (2.5)$$

где  $r_{m,i}$  – масса компонента  $i$ , образующаяся в единице объема за единицу времени (источник массы). Просуммировав уравнения (2.5) по всем компонентам, мы должны получить уравнение (2.1) для всей массы в целом. Отсюда вытекает естественное условие на источники массы отдельных компонентов (отрицательные источники массы иногда называют стоками):

$$\sum_{i=1}^n r_{m,i} = 0. \quad (2.6)$$

Можно переписать уравнение (2.5) в терминах расходов:

$$\frac{dM_i}{dt} = V \frac{d\rho_i}{dt} = G_{i,\text{BX}} - G_{i,\text{ВЫХ}} + r_{m,i} V. \quad (2.7)$$

### 2.1.2. Локальная форма закона сохранения массы

В локальной форме закон сохранения массы может быть сформулирован аналогично материальному балансу. Отличие заключается лишь в том, что в данном случае рассматривается не конечный объем  $V$ , а бесконечно малый  $dV$ . Получим математическую формулировку закона в такой форме. Отметим, что речь идет не о выводе закона, а о получении одного из вариантов его математической записи.

Рассмотрим движение среды как целого через элементарный фиксированный объем  $dV = dxdydz$ . При прохождении через данный объем возможно изменение массового потока  $\hat{j}^m(x, y, z, t)$ , обусловленное изменением скорости  ${}^{m-\wedge}\vec{W}(x, y, z, t)$  и плотности  $\rho(x, y, z, t)$  среды. Только использование среднemasовой скорости  ${}^{m-\wedge}\vec{W}(x, y, z, t)$  позволяет записать суммарный поток массы всех компонентов в лабораторной системе отсчета при наличии градиентов концентраций в виде произведения  $\hat{j}^m = \rho {}^{m-\wedge}\vec{W}$ . Для краткости записи в дальнейшем не будем указывать, функциями каких переменных являются макроскопические величины.

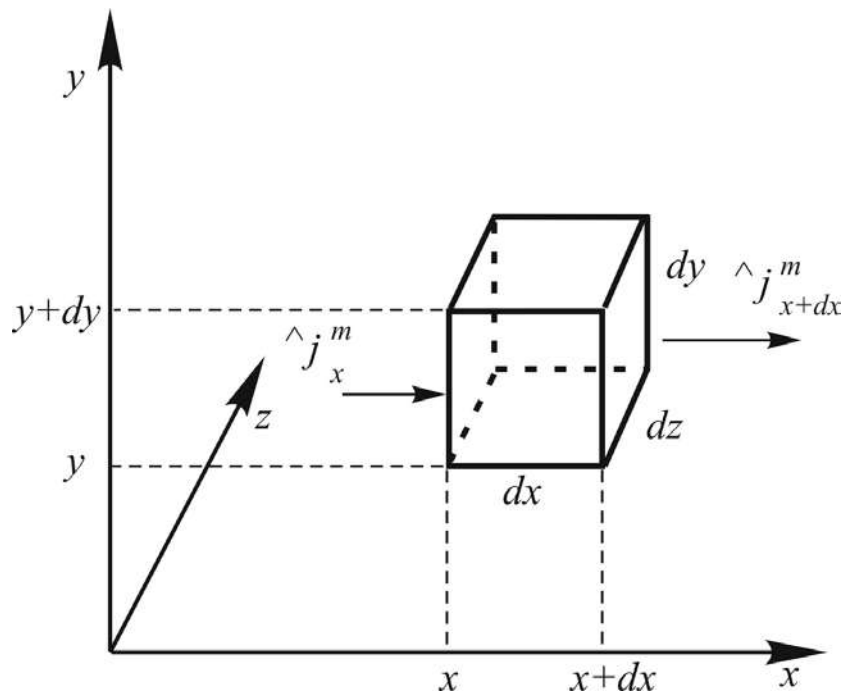


Рис. 2.1. Изменение массового потока, направленного вдоль оси  $x$  и проходящего через элементарный объем  $dV$

Массовый расход среды, входящий в объем  $dV$  через грань, перпендикулярную оси  $x$ , будет равен

$$G_{x, \text{вх}} = \hat{j}_x^m dydz, \quad (2.8)$$

а выходящий можно представить как

$$G_{x, \text{вых}} = \hat{j}_{x+dx}^m dydz = \left( \hat{j}_x^m + \frac{\partial \hat{j}_x^m}{\partial x} dx \right) dydz. \quad (2.9)$$

Изменение расхода вдоль оси  $x$ :

$$G_{x, \text{BX}} - G_{x, \text{ВЫХ}} = \left( \hat{j}_x^m - \hat{j}_x^m - \frac{\partial \hat{j}_x^m}{\partial x} dx \right) dydz = -\frac{\partial \hat{j}_x^m}{\partial x} dxdydz. \quad (2.10)$$

Аналогичным образом можно рассмотреть изменения массового расхода вдоль осей  $y$  и  $z$ :

$$G_{y, \text{BX}} - G_{y, \text{ВЫХ}} = -\frac{\partial \hat{j}_y^m}{\partial y} dxdydz, \quad (2.11)$$

$$G_{z, \text{BX}} - G_{z, \text{ВЫХ}} = -\frac{\partial \hat{j}_z^m}{\partial z} dxdydz. \quad (2.12)$$

Суммарное изменение расхода в объеме  $dV$  равно сумме изменений по всем трем осям:

$$G_{\text{BX}} - G_{\text{ВЫХ}} = -\left( \frac{\partial \hat{j}_x^m}{\partial x} + \frac{\partial \hat{j}_y^m}{\partial y} + \frac{\partial \hat{j}_z^m}{\partial z} \right) dV. \quad (2.13)$$

Применим к рассматриваемому объему  $dV$  уравнение материального баланса (2.2), используя в нем частную производную от плотности по времени с учетом того, что плотность зависит еще и от пространственных координат:

$$dV \frac{\partial \rho}{\partial t} = G_{\text{BX}} - G_{\text{ВЫХ}}. \quad (2.14)$$

Решая совместно уравнения (2.13) и (2.14), получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left( \frac{\partial \hat{j}_x^m}{\partial x} + \frac{\partial \hat{j}_y^m}{\partial y} + \frac{\partial \hat{j}_z^m}{\partial z} \right). \quad (2.15)$$

Используя дифференциальный оператор  $\vec{\nabla}$ , а также выражение для потока массы, эту запись можно представить в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \hat{j}^m = -\text{div } \hat{j}^m = -\vec{\nabla} \cdot (\rho^m \hat{W}). \quad (2.16)$$

Данное уравнение, выражающее в локальной форме закон сохранения массы, носит название уравнения неразрывности. Левая часть этого уравнения характеризует изменение во времени плотности движущейся среды в фиксированной точке пространства (элементарном объеме  $dV$ ), неподвижной относительно лабораторной системы отсчета.

Зачастую интерес представляет изменение плотности во

времени в точке, движущейся вместе со средой, т.е. со скоростью  ${}^{m-\wedge}\vec{W}$ . Для этого необходимо использовать полную производную по времени:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial z} \frac{dz}{dt}. \quad (2.17)$$

Учитывая, что производные от пространственных координат по времени дают соответствующие проекции вектора скорости, можно переписать

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x} {}^{m-\wedge}W_x + \frac{\partial\rho}{\partial y} {}^{m-\wedge}W_y + \frac{\partial\rho}{\partial z} {}^{m-\wedge}W_z = \frac{\partial\rho}{\partial t} + {}^{m-\wedge}\vec{W} \cdot (\vec{\nabla} \rho) = \frac{D\rho}{Dt}. \quad (2.18)$$

Такая полная производная по времени от величин, зависящих также от пространственных координат, носит название субстанциональной производной, обозначается  $D\rho/Dt$  и характеризует изменение величины во времени для наблюдателя, движущегося вместе со средой со скоростью  ${}^{m-\wedge}\vec{W}$ . Рассмотрим частный случай установившегося (стационарного) движения, при этом в каждой точке пространства, фиксированной относительно лабораторной системы отсчета, плотность со временем меняться не будет ( $\partial\rho/\partial t = 0$ ). Однако плотность может меняться в пространстве, тогда для движущегося вместе с потоком наблюдателя она со временем будет изменяться ( $d\rho/dt \neq 0$ ) по (2.18). Первый член этого уравнения характеризует локальное изменение величины, а последующие три – конвективное.

Уравнение неразрывности можно записать с использованием субстанциональной производной. Распишем правую часть уравнения (2.16) как производную от произведения двух функций и перенесем конвективный член в левую часть:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho {}^{m-\wedge}\vec{W}) = -{}^{m-\wedge}\vec{W} \cdot (\vec{\nabla} \rho) - \rho \vec{\nabla} \cdot ({}^{m-\wedge}\vec{W}), \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + {}^{m-\wedge}\vec{W} \cdot (\vec{\nabla} \rho) = -\rho \vec{\nabla} \cdot ({}^{m-\wedge}\vec{W}). \quad (2.20)$$

Левая часть уравнения (2.20) есть в соответствии с (2.18) субстанциональная производная, тогда

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \vec{\nabla} \cdot ({}^{m-\wedge}\vec{W}). \quad (2.21)$$

Выбор того или иного способа записи уравнения неразрывности (2.16) или (2.21) определяется удобством использования при решении конкретных задач. Рассмотрим частные случаи уравнения неразрывности. В случае установившегося (стационарного) движения  $\partial \rho / \partial t = 0$  и из (2.16) следует

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{W}) = 0. \quad (2.22)$$

В случае постоянства плотности среды  $D\rho/Dt = 0$  из (2.21) следует

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{W}) = 0. \quad (2.23)$$

Проинтегрировав уравнение (2.22), либо на основании (2.3) можно получить уравнение постоянства расхода, применимое для установившегося движения среды, полностью заполняющей поперечное сечение канала площадью  $S$ :

$$G = \bar{W} \rho S = \text{const}, \quad (2.24)$$

где  $\bar{W}$  – средняя по поперечному сечению скорость среды.

Выше было рассмотрено движение среды в целом. Для многокомпонентных систем нетрудно получить закон сохранения массы в локальной форме для каждого компонента:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i^m + r_{m,i}. \quad (2.25)$$

В общем случае закон сохранения массы применительно к единичному объему можно сформулировать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{скорость} \\ \text{накопления} \\ \text{массы} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{результатирующая} \\ \text{скорость поступления} \\ \text{массы} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{источник} \\ \text{массы} \end{array} \right\}.$$

При рассмотрении многофазных систем уравнения вида (2.25) могут записываться для каждой фазы в отдельности. Если при этом происходит перенос массы компонента из одной фазы в другую, то он может учитываться в источнике массы  $r_{m,i}$ .

В разделе 1.3.1. уже говорилось, что для многокомпонентных сред обычно используют потоки не массы, а вещества, и вместо плотности компонентов их молярные концентрации. Поделив уравнение (2.25) на молярную массу компонента  $m_i$ , получим

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_i + \frac{r_{m,i}}{m_i}. \quad (2.26)$$

Рассмотрим наиболее простой случай массопереноса в двухкомпонентной среде при отсутствии химических реакций. Применяя выражение для потока компонента в среднемассовой системе отсчета, можно записать уравнение нестационарной конвективной диффузии:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (c_i \vec{W} - ({}^m D_{ij} + {}^m D_{\tau,i}) \vec{\nabla} c_i). \quad (2.27)$$

Используя допущение о постоянстве  $\rho$ , учитывая, что при этом  $\vec{\nabla} \cdot \vec{W} = 0$  по (2.23), получим

$$\frac{Dc_i}{Dt} = \vec{\nabla} \cdot (({}^m D_{ij} + {}^m D_{\tau,i}) \vec{\nabla} c_i) = -\vec{\nabla} \cdot {}^m \vec{j}_i^d. \quad (2.28)$$

В случае равенства нулю среднемассовой скорости в лабораторной системе отсчета  $\vec{W} = 0 \Rightarrow D_m = 0$ ,  $Dc_i/Dt = \partial c_i/\partial t$  и допустив  ${}^m D_{ij} = \text{const}$ , получим уравнение, называемое *вторым законом Фика*:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = {}^m D_{ij} \nabla^2 c_i. \quad (2.29)$$

Если предположить при этом стационарность процесса, то оно еще более упростится:

$$\nabla^2 c_i = 0. \quad (2.30)$$

Таким образом, на основе закона сохранения и уравнения переноса массы получены дифференциальные уравнения, решив которые можно определить поля концентраций и массовых потоков компонентов в любом аппарате. Интегрирование дифференциальных уравнений дает общее решение, справедливое для класса процессов. Для получения конкретного частного решения необходимо дополнить уравнение условиями однозначности. Подробнее этот вопрос будет обсуждаться в разделе 2.4.

## 2.2. Закон сохранения энергии

Суть закона сохранения энергии состоит в том, что энергия не может исчезать либо возникать, она лишь переходит из одного вида в



другой. Таким образом, суммарная энергия изолированной системы есть величина постоянная (изолированная система не обменивается с окружающей средой массой и энергией, не находится под воздействием внешних сил), т.е.  $\Delta E = 0$  или  $dE/dt = 0$ . Рассмотрим закон сохранения энергии для неизолированной системы.

### 2.2.1. Интегральная форма закона сохранения энергии

В общем случае закон сохранения энергии в интегральной форме можно сформулировать аналогично закону сохранения массы: изменение энергии в системе вызывается разностью прихода и расхода энергии. Учитывая, что энергия может передаваться в форме теплоты и работы (см. разд. 1.3.2.), можно записать

$$\Delta E' = Q'_{\text{пр}} - Q'_{\text{расх}} + A'_{\text{пр}} - A'_{\text{расх}}, \text{ или } dE' = \delta Q' - \delta A'. \quad (2.31)$$

Это есть ни что иное, как первый закон термодинамики: если от окружающей среды системе передается некоторое количество энергии в форме теплоты  $\delta Q'$ , то часть ее расходуется на производство работы  $\delta A'$ , а другая идет на увеличение энергии системы  $dE'$ . Поскольку энергия  $E'$  характеризует свойства системы, то ее изменение является полным дифференциалом и обозначается  $dE'$ . Теплота и работа характеризуют связь системы с окружающей средой и их изменение не является полным дифференциалом, это отражается в обозначениях  $\delta Q'$  и  $\delta A'$ . Отметим, что, как и в разд. 1.3.2, все величины, обозначенные штрихами, отнесены к единице массы системы и измеряются в Дж/кг. Положительной принято считать работу, совершаемую системой ( $A_{\text{расх}}$ ), а отрицательной – работу совершаемую над системой ( $A_{\text{пр}}$ ), этим объясняется знак «–» перед  $\delta A'$  в (2.31). В технике передачу энергии в форме теплоты часто называют передачей или переносом тепла, а также подводом или отводом тепла.

Как уже отмечалось в 1.3.2, полная энергия системы  $E$  складывается из внутренней  $U$ , кинетической  $E_k$  и потенциальной  $E_{\text{п}}$  (сумма последних двух видов энергии носит название *механической энергии*). Учитывая наиболее распространенный случай потенциальной энергии в поле сил тяжести  $E'_{\text{п}} = gh$ , можно представить полную энергию следующим образом:

$$E' = U' + \frac{m \cdot W^2}{2} + gh. \quad (2.32)$$

Работа может совершаться движущейся средой по преодолению сил внешнего давления и трения (работа проталкивания):

$$\delta A' = d(pv) + \delta A'_{\text{тр}}, \quad (2.33)$$

где  $v$  – объем, приходящийся на единицу массы, т.е. величина обратная плотности  $v = \rho^{-1}$ . С учетом этого уравнение (2.31) можно переписать

$$\delta Q' = dE' + \delta A' = dU' + d(pv) + d\left(\frac{m \cdot W^2}{2}\right) + gdh + \delta A'_{\text{тр}} \quad (2.34)$$

или, введя понятие энтальпии,

$$I' = U' + pv, \quad (2.35)$$

$$\delta Q' = dI' + d\left(\frac{m \cdot W^2}{2}\right) + gdh + \delta A'_{\text{тр}}. \quad (2.36)$$

Рассмотрим частные случаи закона сохранения энергии. Например, для изотермической идеальной жидкости, движущейся без трения и теплообмена с окружающей средой  $dU' = 0$ ,  $dQ' = 0$ ,  $dA'_{\text{тр}} = 0$ , уравнение (2.34) будет иметь вид

$$d(pv) + d\left(\frac{m \cdot W^2}{2}\right) + gdh = 0. \quad (2.37)$$

После интегрирования получаем уравнение Бернулли, выражающее закон сохранения механической энергии единичной массы:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{m \cdot W^2}{2} + gh = \text{const}. \quad (2.38)$$

Вернемся к уравнению (2.36). При постоянстве механической энергии  $E_k + E_p = \text{const}$  (нагрев вязкой среды при протекании ее по горизонтальному каналу постоянного сечения) оно будет иметь вид

$$\delta Q' = dI' + \delta A'_{\text{тр}}. \quad (2.39)$$

Если же можно пренебречь и совершаемой работой по преодолению сил трения  $\delta A'_{\text{тр}} \approx 0$ ,  $p = \text{const}$ , то

$$\delta Q' = dI'. \quad (2.40)$$

При описании непрерывных процессов удобно пользоваться расходом тепла  $\dot{Q}$  (количество тепла, переносимое за единицу времени [Дж/с]=[Вт]), тогда

$$\frac{dI}{dt} = \delta \dot{Q} = \dot{Q}_{\text{прих}} - \dot{Q}_{\text{расх}}. \quad (2.41)$$

Для стационарного процесса  $dI/dt = 0$  получаем наиболее часто используемое уравнение теплового баланса, являющееся частным случаем энергетического баланса:

$$\dot{Q}_{\text{прих}} = \dot{Q}_{\text{расх}}. \quad (2.42)$$

### 2.2.2. Локальная форма закона сохранения энергии

Аналогично тому, как в разд. 2.1 получили уравнение сохранения массы в локальной форме, т.е. для отдельной точки в пространстве, можно получить и локальное уравнение сохранения энергии. Применительно к единичному объему его можно сформулировать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{скорость} \\ \text{накопления} \\ \text{энергии} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{результатирующая} \\ \text{скорость подвода} \\ \text{энергии} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{скорость совершения} \\ \text{работы против} \\ \text{сил давления} \end{array} \right\} -$$

$$- \left\{ \begin{array}{l} \text{скорость совершения} \\ \text{работы против сил} \\ \text{вязкого трения} \end{array} \right\}$$

Переносимой субстанцией является энергия единичного объема  $\rho E'$ :

$$\frac{\partial(\rho E')}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \vec{\nabla} \cdot (p^{m-\wedge} \vec{W}) - \vec{\nabla} \cdot \left( {}^m \vec{\tau}^B \text{ }^{m-\wedge} \vec{W} \right). \quad (2.43)$$

На практике при рассмотрении процесса переноса тепла в изобарных условиях можно пренебречь работой по преодолению сил трения и изменением механической энергии, тогда можно записать локальный аналог уравнения (2.40):

$$\frac{\partial(\rho I')}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \hat{\vec{q}} = -\vec{\nabla} \cdot \left( {}^{m-\wedge} \vec{q}^k + {}^m \vec{q}^T \right). \quad (2.44)$$

В этом случае  $\hat{\vec{q}}$  можно рассматривать как тепловой поток, заменив в уравнении (1.42)  $\rho E'$  на  $\rho I'$ . Используя соотношение, связывающее энтальпию с изобарной теплоемкостью и температурой  $I' = c_p T$ , а также и выражение для потока тепла, можно записать уравнение нестационарной конвективной теплопроводности:

$$\frac{\partial(c_p \rho T)}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (c_p \rho T {}^{m-\wedge} \vec{W}) + \vec{\nabla} \cdot ((\lambda + \lambda_T) \vec{\nabla} T). \quad (2.45)$$

Как и в (2.25), в многофазных системах перенос тепла из одной фазы в другую может учитываться с помощью дополнительного слагаемого в уравнении (2.45) – источника тепла  $r_q$ , с помощью его также можно учесть тепловые эффекты химических реакций.

В частном случае ламинарного движения и постоянства теплофизических характеристик  $c_p$ ,  $\rho$ ,  $\lambda = \text{const}$ ,  $\lambda_T = 0$  уравнение (2.45) преобразуется в уравнение Фурье-Кирхгофа:

$$\frac{DT}{Dt} = a \nabla^2 T, \quad (2.46)$$

где  $a = \lambda / c_p \rho$  – коэффициент молекулярной температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ .

При теплопереносе в неподвижной среде  ${}^{m-\wedge} \vec{W} = 0$  получим уравнение нестационарной теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T. \quad (2.47)$$

При стационарном переносе тепла предыдущее уравнение еще более упрощается:

$$\nabla^2 T = 0. \quad (2.48)$$

Решение дифференциальных уравнений, полученных на основе закона сохранения и уравнения переноса энергии, совместно с условиями однозначности позволяет получить поля температуры и теплового потока в аппарате.

## 2.3. Закон сохранения импульса

Суть закона сохранения импульса состоит в том, что суммарный импульс изолированной системы есть величина постоянная  $\Delta \vec{P} = 0$ ,  $d\vec{P}/dt = 0$ . Если же система находится под воздействием внешних сил, то производная от импульса системы по времени равна результирующей силе, действующей на систему.

### 2.3.1. Интегральная форма закона сохранения импульса

По аналогии с законом сохранения массы отдельного компонента для неизолированной системы можно сформулировать и закон сохранения импульса: изменение импульса в фиксированном объеме  $V$  вызывается разностью прихода и отвода импульса из выделенного объема, а также источником импульса. Отличие состоит в том, что импульс является векторной величиной.

$$\Delta \vec{P} = V \Delta(\rho^{m-\wedge} \vec{W}) = (M^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вх}} - (M^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вых}} + \vec{r}_p V t, \quad (2.49)$$

$$\vec{P} = \int_V \rho^{m-\wedge} \vec{W} dV, \quad (2.50)$$

где  $\vec{P}$  – импульс среды в выделенном объеме;  $(M^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вх}}$ ,  $(M^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вых}}$  – приход и отвод импульса из объема  $V$  за время  $t$ ;  $\vec{r}_p$  – количество импульса, образующегося в единице объема за единицу времени (*источник импульса*).

В соответствии со вторым законом Ньютона источником импульса являются силы, действующие на систему:

$$\vec{F} = \vec{r}_p V. \quad (2.51)$$

С учетом этого для непрерывных процессов уравнение (2.49) можно представить в следующем виде:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = V \frac{d(\rho^{m-\wedge} \vec{W})}{dt} = (G^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вх}} - (G^{m-\wedge} \vec{W})_{\text{вых}} + \vec{F}. \quad (2.52)$$

В качестве сил, действующих на движущуюся среду, могут рассматриваться силы давления и тяжести. В частном случае, когда

суммарным действием всех сил можно пренебречь  $\left(\vec{F}=0\right)$ , и процесс протекает в стационарных условиях  $\left(\frac{d\vec{P}}{dt}=0\right)$ , тогда

$$\left(G^{m-\wedge}\vec{W}\right)_{\text{вх}}=\left(G^{m-\wedge}\vec{W}\right)_{\text{вых}}. \quad (2.53)$$

### 2.3.2. Локальная форма закона сохранения импульса

Аналогично законам сохранения массы и энергии можно получить локальную (для отдельной точки пространства) форму закона сохранения импульса.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{скорость} \\ \text{накопления} \\ \text{импульса} \end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{l} \text{результатирующая} \\ \text{скорость поступле-} \\ \text{ния импульса} \end{array}\right\}+\left\{\begin{array}{l} \text{сила} \\ \text{давления} \end{array}\right\}+\left\{\begin{array}{l} \text{массовые} \\ \text{силы} \end{array}\right\}$$

Отличие будет заключаться лишь в векторной природе переносимой субстанции – импульса единичного объема  $\rho^{m-\wedge}\vec{W}$ :

$$\frac{\partial\left(\rho^{m-\wedge}\vec{W}\right)}{\partial t}=-\vec{\nabla} \wedge \vec{\tau}+\vec{r}_p=-\vec{\nabla} \wedge \vec{\tau}-\vec{\nabla} p+\rho \vec{a}, \quad (2.54)$$

где  $\vec{a}$  – ускорение, приобретаемое системой за счет действия массовых сил. Массовой силой, действующей на систему, является сила тяжести, соответственно  $\vec{a}=\vec{g}$ , где  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения. При вращательном движении возникнет еще одна сила – центробежная. Однако способ ее учета в уравнении движения (2.54) будет зависеть от выбора системы отсчета. Если лабораторная система отсчета связана с аппаратом, который вращается вместе со средой, то центробежная сила учитывается как массовая и  $\vec{a}=\vec{g}+\vec{a}_{\text{ц}}$ . Если же лабораторная система отсчета связана с Землей и вращение происходит относительно нее, то вводить центробежную силу дополнительно не следует, она автоматически появится при записи конвективных членов уравнения движения (см., например, в приложении П.2.2 уравнение движения, где  $a_{\text{ц}}=W_{\theta}^2 / r$ ).

Разделив тензор потока импульса на конвективную часть и тензор вязких напряжений  $\tilde{\tau}^B$  (1.49), можно представить общий вид уравнения движения с использованием субстанциональной производной:

$$\rho \frac{D^{m-\wedge} \vec{W}}{Dt} = -\vec{\nabla}^m \tilde{\tau}^B - \vec{\nabla} p + \rho \vec{a}. \quad (2.55)$$

Допустив постоянство плотности и коэффициента молекулярной вязкости, получим для ламинарного движения *уравнение Навье-Стокса*:

$$\rho \frac{D^{m-\wedge} \vec{W}}{Dt} = \mu \nabla^2 m-\wedge \vec{W} - \vec{\nabla} p + \rho \vec{a}, \quad (2.56)$$

где

$$\frac{D^{m-\wedge} \vec{W}}{Dt} = \frac{\partial^{m-\wedge} \vec{W}}{\partial t} + {}^{m-\wedge} \vec{W} \left[ \vec{\nabla}^{m-\wedge} \vec{W} \right]. \quad (2.57)$$

Поскольку уравнение (2.56) является векторным, оно может быть представлено в виде трех уравнений для всех координат. Можно поделить на плотность каждый из членов уравнения (2.56), тогда

$$\frac{D^{m-\wedge} \vec{W}}{Dt} = \nu \nabla^2 m-\wedge \vec{W} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{a}. \quad (2.58)$$

Рассмотрим частные случаи уравнения Навье-Стокса. Для идеальной среды, движущейся без трения ( $\mu=0$ ), оно переходит в уравнение движения Эйлера:

$$\rho \frac{D^{m-\wedge} \vec{W}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{a}, \quad (2.59)$$

а для покоящейся среды – в *уравнение равновесия Эйлера*

$$-\vec{\nabla} p + \rho \vec{a} = 0; \quad \vec{\nabla} p = \rho \vec{a}. \quad (2.60)$$

Решая уравнение движения совместно с уравнением неразрывности и условиями однозначности, можно получить поля давления, скорости и потока импульса в аппарате. К сожалению, система уравнений (2.55) и (2.16) не имеет общего аналитического решения. Получены решения лишь для частных простейших случаев. Кроме того, возможно численное решение этой системы дифференциальных уравнений с использованием компьютеров. Однако это требует больших затрат

машинного времени и затрудняет теоретический подход к проектированию аппаратов.

## **2.4. Теоретическое описание процессов переноса**

Дифференциальные уравнения второго порядка с частными производными, полученные на основе уравнений переноса и законов сохранения массы, импульса и энергии (2.16), (2.27), (2.45), (2.55) или их частные случаи, а также условия однозначности к ним, составляют «теоретическое математическое описание процессов переноса» (без учета переноса энергии посредством излучения). Оно в принципе позволяет решить как прямую задачу поверочного расчета любого аппарата, т.е. зная конструкцию и размеры аппарата, находить поля скорости, давления, температуры и концентраций в нем; так и обратную задачу проектного расчета – определять размеры аппарата по требуемым значениям перечисленных выше величин на входе и выходе из него. Проблема заключается лишь в математической сложности решения этих задач.

### **2.4.1. Условия однозначности**

Как уже отмечалось, общее решение дифференциального уравнения описывает целый класс процессов. Для получения частного решения, соответствующего конкретным условиям проведения процесса, необходимо задание условий однозначности. Они включают:

- 1) геометрическую форму и размеры системы;
- 2) физические свойства участвующих в процессе сред;
- 3) начальные условия, характеризующие состояние системы в начальный момент времени (для нестационарных процессов);
- 4) граничные условия, характеризующие поведение системы на ее границах либо взаимодействие с окружающей средой.

Рассмотрим математическую формулировку условий однозначности.

1. Форма и размеры системы (рабочая зона аппарата) задаются одной или несколькими поверхностями, ее ограничивающими. Поскольку размеры аппарата, как правило, во времени не меняются,



типичные геометрические условия имеют вид  $\Phi(x, y, z) = 0$ . Например, поверхность вертикального цилиндра радиусом  $R$  задается уравнением  $\Phi(x, y, z) = x^2 + y^2 - R^2 = 0$ .

2. Физическими свойствами среды являются плотность и коэффициенты переноса. Если правомерно допущение о постоянстве их значений, то они задаются числами. Однако в общем случае плотность и коэффициенты молекулярного переноса зависят от температуры и соотношения концентраций компонентов, что требует задания зависимостей  $\rho(T, c_i)$ ,  $\nu(T, c_i)$ ,  $D(T, c_i)$ ,  $a(T, c_i)$ . Еще сложнее дело обстоит с коэффициентами турбулентного переноса, так как они к тому же зависят от режима движения и пространственных координат  $\nu_t\left(T, c_i, \left[\vec{\nabla}^{m-\wedge} \vec{W}\right], x, y, z\right)$ ,  $D_t\left(T, c_i, \left[\vec{\nabla}^{m-\wedge} \vec{W}\right], x, y, z\right)$ ,  $a_t\left(T, c_i, \left[\vec{\nabla}^{m-\wedge} \vec{W}\right], x, y, z\right)$ .

Единственным упрощением является близость значений этих коэффициентов в одинаковых условиях:  $\nu_t \sim D_t \sim a_t$ . Это объясняется наличием только поступательной составляющей турбулентного механизма переноса (см. разд. 1.3.1).

3. Начальные условия предполагают задание значений искомых переменных в начальный момент времени в области пространства, ограниченной поверхностью  $\Phi(x, y, z) = 0$ , т.е.  ${}^{m-\wedge} \vec{W} = {}^{m-\wedge} \vec{W}(x, y, z, 0)$ ,  $T = T(x, y, z, 0)$ ,  $p = p(x, y, z, 0)$ ,  $c_i = c_i(x, y, z, 0)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . В дальнейшем с целью упрощения записи будем опускать индексы « $m-\wedge$ » у среднemasсовой скорости, определенной в лабораторной системе отсчета.

4. Граничные условия предполагают задание значений давлений, скоростей, температур и концентраций либо значений потоков массы, импульса и теплового или условий, накладываемых на них на границах системы, т.е. на поверхности:

$$\Phi(x, y, z) = 0: \quad \vec{W}_{\text{гп}} = {}^{m-\wedge} \vec{W}(x, y, z, t), \quad T_{\text{гп}} = T(x, y, z, t),$$

$$c_{i, \text{гп}} = c_i(x, y, z, t), \quad i = \overline{1, n}; \quad p_{\text{гп}} = p(x, y, z, t)$$

либо

$$\tilde{\tau}_{\text{гп}} = \tilde{\tau}(x, y, z, t), \quad \vec{q}_{\text{гп}} = \vec{q}(x, y, z, t), \quad \vec{j}_{i, \text{гп}} = \vec{j}_i(x, y, z, t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (x, y, z \in \Phi).$$

## 2.4.2. Поля скорости, давления, температуры и концентраций, понятие о пограничных слоях

Итак, для отыскания полей скорости, давления, температуры и концентраций в аппарате необходимо решать систему уравнений, представляющую теоретическое математическое описание процессов переноса. К сожалению, в общем случае получить строгое аналитическое решение не представляется возможным. К тому же в случае многофазных систем необходимо решать совместно системы уравнений для каждой из фаз. Для сложных аппаратов, например, тарельчатых колонн (рис.12.7), порой проблему представляет сама запись условий однозначности.

В связи с этим непосредственное определение полей давления, скорости, температуры и концентраций с помощью теоретического описания применяют в инженерной практике лишь для частных простейших случаев. Например, аналитическое выражение для полей давления и скорости при ламинарном движении среды в трубе можно определить на основе решения уравнений неразрывности и движения Навье-Стокса, для полей температуры и концентраций в неподвижной среде – на основе решения уравнений Фурье и Фика соответственно. Необходимо отметить, что в случае одновременного протекания процессов переноса массы, импульса и энергии все уравнения необходимо решать совместно, так как физические свойства среды, входящие в каждое уравнение, определяются полями всех этих величин. Если пренебречь зависимостями плотности и вязкости среды от температуры и концентрации, то поля среднemasсовой скорости  $\vec{W}(x, y, z, t)$  и давления  $p(x, y, z, t)$  можно найти из совместного решения уравнений неразрывности и движения, а затем, подставив  $\vec{W}(x, y, z, t)$  в уравнения нестационарной конвективной теплопроводности и диффузии, определить поля температуры и концентраций. Развитие вычислительной техники предоставило возможность численного решения системы уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса (численный эксперимент). Недостатками этого способа являются: отсутствие аналитического решения, большие затраты компьютерного времени, проблема сходимости решения (см. разд. 21.3).

Обычно идут по пути упрощения теоретического описания. Например, поскольку, как правило, в системе имеется граница раздела

фаз, вблизи которой происходит наибольшее изменение искомых величин, вводится понятие пограничных слоев. *Пограничным слоем* считают область, примыкающую к границе раздела фаз, в которой происходит 99% изменения соответствующего параметра. Пространство аппарата вне пограничного слоя называется *ядром потока*. Упрощение заключается в пренебрежении изменения полей в ядре потока. Соответственно можно рассматривать различные виды пограничных слоев: *гидродинамический* (область изменения скорости), *тепловой* (температуры), *диффузионный* (концентраций). Поскольку, как правило, характерный размер пограничного слоя (толщина  $\delta$ ) значительно меньше линейных размеров аппарата, его описание можно сократить с трехмерного до двух- или одномерного, что значительно упрощает процедуру решения.

### 2.4.3. Аналогия процессов переноса

Понятие аналогии будем рассматривать в широком и узком смысле. В широком смысле аналогия это сходство между предметами или явлениями, а также прием познания, в узком смысле – тождественность математического описания различных процессов.

В широком смысле аналогия процессов переноса массы, импульса и энергии основывается на аналогии уравнений переноса соответствующих субстанций (1.30), (1.42), (1.49) и законов сохранения (2.27), (2.45), (2.54) и обуславливается идентичностью механизмов переноса различных субстанций. Полная аналогия, т.е. совпадение полей концентраций и температур, возможна, например, для переноса массы и тепла в двухкомпонентных системах при  $a = D_{12}$ ,  $a_T = D_T$ , как это следует из уравнений нестационарной конвективной диффузии и теплопроводности, а также идентичности условий однозначности.

В узком смысле аналогию массообмена в многокомпонентных средах нарушает наличие матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии. В общем случае отсутствует аналогия в процессах переноса импульса с переносом массы и энергии вследствие векторной природы первой и скалярной двух последних, а также наличия в уравнении движения (2.54) двух дополнительных членов, учитывающих влияние на перенос импульса массовых сил и внешнего давления. Однако гидродинамическая аналогия возможна в

частных случаях, как, например, при рассмотрении пограничного слоя на плоской горизонтальной пластине (см. разд. 9.2.1).

Удобство применения аналогии процессов переноса заключается в возможности разработки единого подхода к рассмотрению этих процессов и, следовательно, в упрощении их изучения, а на практике – в использовании результатов исследования одних процессов для описания других. В последнем случае необходимо соблюдение аналогии не только дифференциальных уравнений, но и условий однозначности к ним.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие формы законов сохранения Вам известны?
2. Сформулируйте и запишите закон сохранения массы в интегральной форме, в том числе для непрерывного процесса и для отдельного компонента.
3. Запишите различные формы уравнения неразрывности.
4. В чем отличие локальной и субстанциональной производной по времени?
5. Проанализируйте частные случаи уравнения неразрывности.
6. Получите локальную форму закона сохранения массы для отдельного компонента. Проанализируйте его частные случаи.
7. Сформулируйте и запишите закон сохранения энергии в интегральной форме. Проанализируйте его частные случаи.
8. Сформулируйте и запишите закон сохранения энергии в локальной форме, проследите аналогию с интегральной формой этого закона. Проанализируйте его частные случаи.
9. Сформулируйте и запишите закон сохранения импульса в интегральной и локальной форме. Проанализируйте частные случаи.
10. Распишите уравнение Фурье-Кирхгофа в декартовых координатах.
11. Запишите уравнение нестационарной конвективной диффузии многокомпонентной системы, для одномерного случая.
12. Что включают в себя условия однозначности?
13. В чем заключается проблема использования теоретического математического описания процессов переноса в инженерной практике?
14. Что дает использование приближения пограничного слоя?

15. На чем основана и в чем проявляется аналогия процессов переноса? Как ее можно использовать?

### **Вопросы для обсуждения**

1. На каком участке трубы постоянного сечения скорость стационарного движения жидкости будет больше, на подъеме или спуске, на входе или на выходе?
2. Сформулируйте начальные и граничные условия для нестационарного движения в трубе.
3. Какими уравнениями необходимо воспользоваться, чтобы определить поля скорости, давления, температуры, концентраций?
4. Получите уравнение (2.28) из (2.27).
5. Распишите уравнение Навье-Стокса в декартовой системе координат.

### Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для проектирования новых и оптимизации существующих аппаратов необходимо знание в них полей скорости, давления, температуры и концентраций. Определить эти поля можно было бы двумя способами: теоретическим и экспериментальным. Теоретический способ заключается в решении системы дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса. Однако математические сложности позволяют найти аналитическое решение лишь для частных простейших случаев, а численное решение с помощью компьютеров требует больших затрат времени (см. разд. 2.4). Это привело к тому, что теоретический подход используется в основном в научных исследованиях и не применяется в инженерной практике.

Экспериментальный способ заключается в измерении давлений, скоростей, температур и концентраций в большом числе точек аппарата.

Во-первых, этот способ технически сложный, трудоемкий и дорогостоящий; во-вторых, большинство экспериментальных методов (за исключением оптических) вносят возмущение в исследуемую систему (например, устанавливая термометр или термопару для измерения температуры либо пробоотборник для измерения концентрации, мы влияем на поле скоростей в аппарате, что, в свою очередь, изменяет поля температуры и концентраций); в-третьих, прежде чем произвести измерения внутри аппарата, его нужно изготовить, т.е. данный способ не пригоден для проектирования.

В связи с этим широкое применение в инженерной практике получил подход, называемый моделированием. Он соединяет в себе оба вышеуказанных способа. *Моделирование* – это изучение объекта-оригинала с помощью замещающей его модели, включающее построение модели, ее исследование и перенос полученных сведений на объект-оригинал. *Объект - оригинал* – объект, определенные свойства которого подлежат изучению методом моделирования. *Модель* – объект, отражающий свойства оригинала и замещающий его при проведении исследований. В качестве объектов могут рассматриваться реальные процессы, явления, аппараты или идеальные образы, схемы, символьные описания и т.п.

Можно выделить *материальные* (овеществленные) и *идеальные* (неовеществленные, мысленные) модели.

1. Материальные модели, подразделяемые по физической природе исследуемого явления:

- *физические* – одинаковые с оригиналом по физической природе, например, лабораторная модель теплообменника, моделирующая промышленный теплообменный аппарат;

- *аналогово-изоморфные (материальные математические)*, отличающиеся от оригинала по физической природе, но идентичные по математическому описанию, например, электрические схемы или установка для изучения теплообмена, результаты исследования на которой используются для описания процесса массообмена в силу идентичности уравнений переноса массы и энергии (см. разд. 2.4.3).

2. Идеальные модели, подразделяемые по степени формализации:

- *неформализованные (концептуальные)*, например, идея выделения ядра потока и пограничного слоя;

- *частично формализованные* – вербальные, т.е. имеющие словесное описание, или графические, например, планетарная модель атома;

- *вполне формализованные (математические)* – графоаналитические, аналитические, алгоритмические, например, уравнения переноса субстанции или математическое описание полей в пограничном слое.

При использовании моделирования возникает проблема выбора оптимальной (наилучшей) модели. Конкурирующими свойствами модели являются, с одной стороны, полнота, точность соответствия оригиналу, с другой, – простота, удобство использования, возможность аналитического представления результатов. Понятно, что предельной по полноте и точности моделью будет являться точная копия оригинала, но в этом случае теряется смысл моделирования. Однако стремление к простоте модели может привести к отсутствию у нее важнейших качеств оригинала. Поэтому требуется достижение разумного компромисса между этими конкурирующими свойствами модели.

Зачастую роль объекта моделирования может играть не объект реального мира, а уже созданная ранее модель. При так называемом *вторичном моделировании* предполагается, что объектообразная

модель представляет собой практически достоверное описание реального объекта.

Наибольшее распространение в области процессов и аппаратов химической технологии получило *математическое* и *физическое* моделирование. Математическое моделирование – исследование процессов или явлений на основе математических моделей. Физическое моделирование – исследование процессов или явлений на основе физических (в общем случае материальных) моделей. Рассмотрим подробнее эти методы, а также их применение на примере моделирования структуры потоков в аппаратах.

### 3.1. Математическое моделирование

Наиболее полной, практически достоверной математической моделью процессов, протекающих в аппаратах химической технологии, является теоретическое математическое описание процессов переноса. Однако в связи с математическими сложностями получения результатов во многих случаях эту модель нельзя считать оптимальной. Поэтому один из путей оптимизации такой модели – это ее упрощение, т.е. вторичное моделирование, объектом которого является теоретическое описание процессов переноса. Разумеется, при этом необходимо по возможности сохранить достоверность модели.

Наиболее разумный алгоритм упрощения теоретического описания – это оценка членов уравнений его составляющих. Для конкретных условий проведения процесса или области варьирования этих условий проводится оценка всех членов уравнений, при этом малозначимые члены отбрасываются.

Однако такой алгоритм не всегда возможен по причине отсутствия в некоторых случаях малозначимых членов исходных уравнений. Тогда применяется подход сознательного огрубления теоретического описания, например, сведение трехмерного описания к одномерному, поскольку обычно больший интерес представляет изменение характеристик сред в направлении их движения, т.е. от входа в аппарат к выходу. При этом, имеющие ясный физический смысл коэффициенты переноса, заменяются на некие параметры модели, значения которых зависят от конструкции и масштаба аппарата, условий проведения процесса. Отыскание этих параметров, т.е. идентификацию модели, можно осуществить на основе



сопоставления с результатами физического или численного эксперимента (решение системы дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание, с помощью численных методов на компьютере см. разд. 21.3). Такой путь применяется, например, при использовании диффузионной модели структуры потоков (разд. 3.4.2). Недостатком данного алгоритма является необходимость проведения эксперимента или серии экспериментов (физических или численных) для нахождения параметров модели или их зависимостей от изменяющихся условий процесса.

Наконец, для моделирования уже существующих аппаратов с целью их оптимизации может использоваться алгоритм, в соответствии с которым аппарат рассматривается как «черный ящик», т. е. при моделировании не предполагается никакой априорной информации об объекте. Она получается лишь в результате серии экспериментов, проводимых в разных условиях, и обобщается в виде эмпирических зависимостей, как правило, уравнений регрессии. В этом случае идентификация модели предполагает нахождение не только параметров модели, но и самих уравнений.

Математические модели сложных многофазных систем обычно состоят из многоуровневыми, включающими в себя перенос субстанций, например, для элемента дисперсной фазы (пузырь, капля и т.д.), единичного контактного устройства (тарелка), всего аппарата в целом.

Поскольку любая модель является упрощенным, неполным отображением оригинала, необходима проверка модели на достоверное описание объекта. Поэтому следующим этапом моделирования является проверка адекватности модели – соответствия ее моделируемому объекту. Это достигается путем сопоставления результатов моделирования с численным либо физическим экспериментом. Таким образом, любое, в том числе и математическое, моделирование предполагает синтез теоретического и экспериментального подходов. В том случае, если модель в недостаточной степени соответствует оригиналу, проводят ее коррекцию, которая может заключаться, либо в восстановлении некоторых членов уравнений теоретического описания, опущенных первоначально, либо в увеличении количества параметров модели, уточнении их зависимости от условий процесса и т.д.

Конечным этапом математического моделирования является использование полученной модели для описания объекта, либо уже

существующего, либо проектируемого. При этом, как правило, должна решаться задача оптимизации объекта. Для существующих аппаратов она заключается в выборе наиболее эффективных и экономичных режимов работы, а для проектируемых – и в определении наилучших конструкций и размеров. В качестве критерия оптимальности обычно используют затраты на изготовление и функционирование аппарата, стремясь к их минимизации.

Итак, можно выделить основные этапы математического моделирования:

- 1) составление математической модели;
- 2) идентификация модели;
- 3) проверка адекватности модели, при необходимости коррекция;
- 4) использование модели для описания объекта-оригинала.

К достоинствам математического моделирования следует отнести: универсальность материального обеспечения – компьютеры; возможность моделирования сложных явлений по частям; простоту варьирования параметрами, начальными и граничными условиями.

Недостатками математического моделирования являются: большие затраты машинного времени при использовании полных моделей и низкая точность результатов для упрощенных; необходимость экспериментальных исследований для нахождения параметров модели и проверки ее адекватности.

## **3.2. Физическое моделирование**

Физическое моделирование проводится на основе экспериментального исследования материальных моделей объекта. При этом возникают три проблемы: какую модель использовать (форма, размер, модельные среды), какие характеристики измерять и как перенести результаты исследований с модели на объект. Эти проблемы разрешаются с помощью теории подобия, являющейся теоретической основой физического моделирования.

### **3.2.1. Теория подобия**

*Подобие в широком смысле* – это возможность распространения результатов эксперимента с модели на оригинал. В *узком смысле подобие* – это тождественность описания полей соответствующих величин модели и оригинала в обобщенных переменных или, по-

другому, постоянство отношения сходственных величин модели и оригинала. В дальнейшем термин «подобие» будет использоваться в узком смысле, отвечающем более жестким требованиям. Теория подобия на основе теоретического математического описания процессов переноса определяет условия, при которых соблюдается подобие модели и оригинала. Это позволяет вместо математического решения системы дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности получать результаты интегрального решения экспериментально, исследуя модель.

Как будет показано ниже, подобные объекты описываются одной системой дифференциальных уравнений и имеют подобные условия однозначности. Подобие условий однозначности включает в себя геометрическое подобие, временное подобие, подобие физических величин, подобие начальных и граничных условий.

*Геометрическое подобие* – постоянство отношения всех сходственных линейных размеров модели и оригинала

$$\frac{\ell_1^m}{\ell_1^0} = \frac{\ell_2^m}{\ell_2^0} = \dots = K_\ell = \text{const},$$

где  $\ell_i^m$  и  $\ell_i^0$  – сходственные линейные размеры модели и объекта (длина, диаметр и т.д.),  $K_\ell$  – константа геометрического подобия.

*Сходственные точки* – точки, удовлетворяющие условию геометрического подобия.

*Временное подобие (гомохронность)* – постоянство отношения сходственных интервалов времени модели и оригинала:

$$\frac{t_1^m}{t_1^0} = \frac{t_2^m}{t_2^0} = \dots = K_t = \text{const}.$$

Если константа временного подобия  $K_t=1$ , то такой частный случай гомохронности называют *синхронностью*, при этом сходственные интервалы времени модели и оригинала совпадают.

*Подобие физических величин* – постоянство отношения физических величин для модели и оригинала в сходственных точках в сходственные моменты времени:

$$\frac{\rho^m}{\rho^0} = K_\rho; \quad \frac{\mu^m}{\mu^0} = K_\mu; \quad \frac{\lambda^m}{\lambda^0} = K_\lambda.$$

В общем случае  $K_\rho \neq K_\mu \neq K_\lambda$ . Подобие модели и объекта предполагает подобие полей физических величин.

$W^m/W^0=K_W$  – гидродинамическое подобие (подобие полей скорости);

$T^m/T^0=K_T$  – тепловое подобие (подобие полей температуры);

$C_i^m/C_i^0=K_c$  – концентрационное подобие (подобие полей концентраций).

*Подобие начальных условий* – подобие полей всех физических величин в начальный момент времени.

*Подобие граничных условий* – постоянство отношения соответствующих величин на границах модели и оригинала.

*Константы подобия* (отношения одноименных величин модели и оригинала) постоянны для различных сходственных точек подобных систем, но изменяются при переходе от одной модели к другой.

*Инварианты подобия* – безразмерные отношения величин, характеризующих модель или оригинал. Их значения могут изменяться в пространстве и во времени, но в случае подобия одинаковы для модели и оригинала в сходственных точках в сходственные моменты времени и не меняются при переходе от одной подобной модели к другой.

Инварианты подобия еще называют *обобщенными, относительными* или *безразмерными переменными*, а также *критериями подобия*, так как они служат признаком, по которому можно судить о подобии модели и оригинала. Инварианты (критерии) подобия подразделяются по различным признакам в зависимости от вида величин, их составляющих: симплексы и комплексы подобия; определяющие и определяемые критерии; независимые, зависимые и постоянные обобщенные переменные.

*Симплексы подобия* – инварианты подобия, представляющие собой отношения однородных величин:

$$\frac{\ell_1^m}{\ell_2^m} = \frac{\ell_1^0}{\ell_2^0} = \text{idem} = S_\ell.$$

*Комплексы подобия* – инварианты подобия, представляющие собой отношения разнородных величин:

$$\frac{W^m \ell^m \rho^m}{\mu^m} = \frac{W^0 \ell^0 \rho^0}{\mu^0} = \text{idem} = \pi.$$

*Определяющие критерии подобия* составлены из величин, входящих в условия однозначности.

*Определяемые критерии подобия* содержат величины, которые требуется определить в ходе решения задачи.

*Независимые обобщенные переменные* содержат текущие значения пространственных координат и времени.

*Зависимые обобщенные переменные* содержат величины, меняющиеся в зависимости от независимых.

*Постоянные обобщенные переменные* – постоянные для группы подобных объектов (определяющие критерии подобия, составленные из постоянных величин, входящих в условия однозначности).

Если объект характеризуется несколькими значениями однородных величин, например, несколькими линейными размерами (длина, ширина, высота), то во всех комплексах подобия используется, как правило, только одна из них, называемая характерной. *Характерная величина* – наиболее удобная и показательная величина для характеристики данного объекта применительно к рассматриваемой задаче.

Наиболее простой алгоритм получения критериев подобия заключается в следующем: дифференциальное уравнение приводится к безразмерному виду делением всех членов на один из них; все приращения заменяются на абсолютные значения величин; полученные комплексы, количество которых на единицу меньше числа первоначальных членов уравнения, являются критериями подобия.

В качестве примера рассмотрим получение критерия Ньютона из одноименного уравнения:

$$F = m \frac{dW}{dt}; \quad \frac{Fdt}{m dW} = 1; \quad \frac{Ft}{mW} = \text{Ne}. \quad (3.1)$$

Рассмотрим без доказательства три теоремы подобия.

1. Подобные объекты характеризуются численно равными критериями подобия (Ньютон, Бертран).

2. Решение дифференциального уравнения (системы уравнений), описывающего объект, может быть представлено в виде зависимости между критериями подобия (Бэкингом, Федерман, Афанасьева-Эренфест).

3. Объекты подобны, если они описываются одной системой дифференциальных уравнений, имеют подобные условия однозначности и их определяющие критерии численно равны (Кирпичев, Гухман).

Они могут быть дополнены  $\pi$ -теоремой Бэкингема, являющейся основой метода анализа размерностей: любую зависимость между  $N$  величинами, среди которых  $n$  обладают независимыми размерностями, можно представить уравнением, связывающим  $N - n = N_k$  безразмерных комплексов, составленных из этих величин (при наличии подобия  $N_k$  критериев подобия). При этом, если  $N_n$  величин имеют неодинаковую размерность, то  $N_s = N - N_n$  критериев подобия могут являться симплексами подобия. Группа величин обладает *независимыми размерностями*, если размерность каждой из них не может быть представлена в виде степенного комплекса размерностей остальных.

Первая и третья теоремы формулируют необходимые и достаточные условия подобия модели и оригинала, а вторая совместно с  $\pi$ -теоремой позволяет выделить минимальное число обобщенных переменных, с помощью которых может быть выражено интегральное решение. Такое решение, представляющее зависимость между критериями подобия, носит название *критериального уравнения*. Следует иметь в виду, что комбинация критериев также является критерием подобия. Конкретный вид уравнения получается обобщением результатов исследования на модели. Критерий, который в соответствии с поставленной задачей содержит искомую величину, называется *определяемым*, а остальные – *определяющими*. Равенство определяющих критериев модели и оригинала приводит к равенству определяемых критериев. Обычно критериальные уравнения представляют степенную зависимость:

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{N_k}) = 0, \quad (3.2)$$

$$\pi_1 = \psi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{N_k}) = \psi'(\pi'_2, \pi'_3, \dots, \pi'_{N_k - N_s}, S_1, S_2, S_3, \dots, S_{N_s}), \quad (3.3)$$

$$\pi_1 = A \pi_2^{b_2} \pi_3^{b_3} \dots \pi_{N_k}^{b_{N_k}} = A' \pi_2'^{b'_2} \pi_3'^{b'_3} \dots \pi_{N_k - N_s}'^{b'_{N_k - N_s}} S_1^{c_1} S_2^{c_2} \dots S_{N_s}^{c_{N_s}}, \quad (3.4)$$

где  $\pi_1$  – определяемый критерий;  $\pi_2$

$\pi_{N_k}$  – определяющие критерии;  $A, b_i, c_i$  – экспериментально найденные коэффициенты;  $S_i$  – симплексы подобия.

Если какой-либо из определяющих критериев слабо влияет на определяемый (показатель степени близок к нулю), то его можно исключить из уравнения. В этом случае говорят об *автомодельности* процесса по отношению к данному критерию. Зачастую не удается

соблюсти равенство всех критериев модели и объекта, в этом случае добиваются совпадения критериев, наиболее значительно влияющих на процесс, осуществляя *приближенное моделирование*.

Таким образом, теория подобия позволяет обобщать результаты эксперимента и распространять их на широкий класс подобных явлений.

### **3.2.2. Основные этапы физического моделирования**

Можно выделить следующие основные этапы физического моделирования:

1. Анализ теоретического математического описания процессов переноса применительно к конкретным условиям объекта-оригинала, исключение пренебрежимо малых членов уравнений, формулировка условий однозначности.

2. Получение критериев подобия преобразованием дифференциальных уравнений. Определение значения или возможной области изменения значений определяющих критериев для объекта-оригинала.

3. Выбор оптимальных размеров модели, модельных сред и условий проведения эксперимента (скорости движения сред, тепловых потоков и т.д.), удовлетворяющих условиям однозначности и соответствия области изменения значений определяющих критериев модели и оригинала.

4. Проведение экспериментального исследования на модели. Полное экспериментальное исследование должно включать измерение полей всех интересующих величин. Однако для решения инженерных задач зачастую достаточно установления связей между средними значениями величин (осреднение может проводиться по сечению, по поверхности, по объему). В этом случае экспериментальные исследования значительно сокращаются. Обобщение опытных данных получают в виде критериальных уравнений. Обычно стараются изменять значения одного из определяющих критериев, исследуя его влияние на определяемый, при фиксированных значениях остальных.

5. Использование полученных уравнений для описания объекта-оригинала.

Достоинствами метода физического моделирования являются возможность исследования явления в целом, простота полученных решений. К недостаткам метода относятся необходимость

изготовления материальных моделей, их неуниверсальность, сложность, а зачастую и невозможность одновременного соблюдения геометрического, гидродинамического, теплового и концентрационного подобия, сложность применения для многофазных систем.

### **3.3. Проблема масштабного перехода при проектировании промышленных аппаратов**

Проектирование и внедрение аппаратов большой единичной мощности (например, массообменных колонн до 10 м в диаметре и высотой до 100 м) выявило существенное снижение их эффективности по сравнению с лабораторными моделями (*масштабный эффект*). Это объясняется рядом причин: возникновением гидродинамических неоднородностей – неравномерностью распределения потоков (см. разд. 5.2, не путать с потоком субстанции) по сечению аппарата; изменением значений коэффициентов турбулентного переноса; невозможностью достижения одновременного подобия полей скоростей, температур и концентраций (приближенное моделирование); использованием критериев подобия, полученных на основе одномерного рассмотрения аппарата, в то время как поля физических величин могут быть существенно неоднородными в трех измерениях.

В связи с этим возникает проблема масштабного перехода от лабораторной модели к промышленному аппарату. Традиционно она решается следующим образом:

1) изготовление и исследование лабораторной модели, получение математического описания на основе теории подобия или математического моделирования, в последнем случае лабораторные исследования необходимы для идентификации модели;

2) с использованием полученного описания проектирование пилотной установки (больших масштабов), ее изготовление и исследование, коррекция математического описания;

3) проектирование, изготовление и исследование полупромышленной установки (еще большего масштаба) с целью коррекции описания;

4) проектирование и изготовление промышленной установки.

Все это приводит к удорожанию и затягиванию сроков внедрения новой техники. С целью устранения этих недостатков был



предложен двухуровневый подход к проектированию промышленных аппаратов на основе гидродинамического моделирования. Он базируется на утверждении, что основную роль в масштабном эффекте играет изменение гидродинамической структуры потоков (см. разд. 3.4) при переходе к аппаратам больших размеров. Суть гидродинамического моделирования заключается в возможном уменьшении этих изменений за счет использования соответствующих конструктивных решений, а также в замене пилотной и полупромышленной установок гидродинамическим стендом, на котором в масштабе, соответствующем промышленной установке, исследуется гидродинамика небольшого по высоте участка аппарата с целью коррекции математического описания.

### **3.4. Моделирование гидродинамической структуры потоков в аппаратах**

Как уже отмечалось, наибольший вклад в проблему масштабного перехода вносит изменение гидродинамической структуры потоков при увеличении размеров аппарата, которая в свою очередь влияет на поля температуры и концентраций. Отыскание поля скорости теоретическим путем с использованием теоретического описания вызывает наибольшие математические трудности. Этим объясняется первоочередное внимание, уделяемое моделированию гидродинамической структуры потоков в аппаратах.

#### **3.4.1. Структура потоков и ее характеристики**

Под *структурой потока* понимают характер движения элементов потока в аппарате. Траектории движения этих элементов могут быть чрезвычайно сложными, что приводит к различному времени их пребывания в аппарате. Одни элементы быстро проходят через аппарат (байпас), другие, наоборот, задерживаются в аппарате на время, значительно больше среднего, так как попадают в участки с малой скоростью движения (застойные зоны), могут также наблюдаться возвратные потоки (рециклы).

Охарактеризовать структуру потоков в аппарате можно полем скорости. Однако отыскание поля скорости путем решения системы дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, для большинства практически важных

случаев невозможно, а измерение скоростей в большом количестве точек аппарата представляет значительную техническую сложность. Поэтому в качестве характеристики структуры потока обычно используют время пребывания элементов потока в аппарате. Поскольку различные элементы потока в общем случае имеют различные скорости и траектории движения, то и обладают разными временами пребывания в аппарате. В связи со сложным характером движения и большим числом рассматриваемых элементарных объемов определение конкретного значения времени пребывания отдельного элемента не представляется возможным, и эта величина полагается случайной. Для описания случайных величин используется такая характеристика, как функция распределения.

Величина  $f(t)$  называется *функцией распределения времени пребывания элементов потока в аппарате*. Произведение  $f(t)dt$  есть вероятность того, что элементарный объем будет иметь время пребывания в аппарате от  $t$  до  $t+dt$ , или это есть доля элементов потока, время пребывания которых в аппарате составляет от  $t$  до  $t+dt$ :

$$f(t)dt = \frac{dN(t)}{N} \quad (3.5) \quad f(t) = \frac{dN(t)}{Ndt}, \quad (3.6)$$

где  $dN(t)$  – количество элементов потока, время пребывания которых в аппарате составляет от  $t$  до  $t + dt$ ;  $N$  – общее число выделенных элементарных объемов в аппарате. Из определения (3.6) следует условие нормировки

$$\int_0^{\infty} f(t)dt = 1, \quad (3.7)$$

так как вероятность того, что время пребывания элемента потока в аппарате лежит в диапазоне от 0 до  $\infty$ , безусловно, равна 1 (100%). Зная функцию распределения  $f(t)$ , можно найти среднее  $\bar{t}$  и наиболее вероятное  $t_b$  время пребывания элементов потока в аппарате,  $t_b$  соответствует максимальному значению  $f(t)$ , а

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} tf(t)dt. \quad (3.8)$$

С другой стороны,  $\bar{t}$  может быть найдено как

$$\bar{t} = V_a / \dot{V}, \quad (3.9)$$

где  $V_a$  – объем аппарата, а  $\dot{V}$  – объемный расход (объем среды, проходящий за единицу времени). На рис. 3.1 представлен типичный вид функции распределения  $f(t)$ .

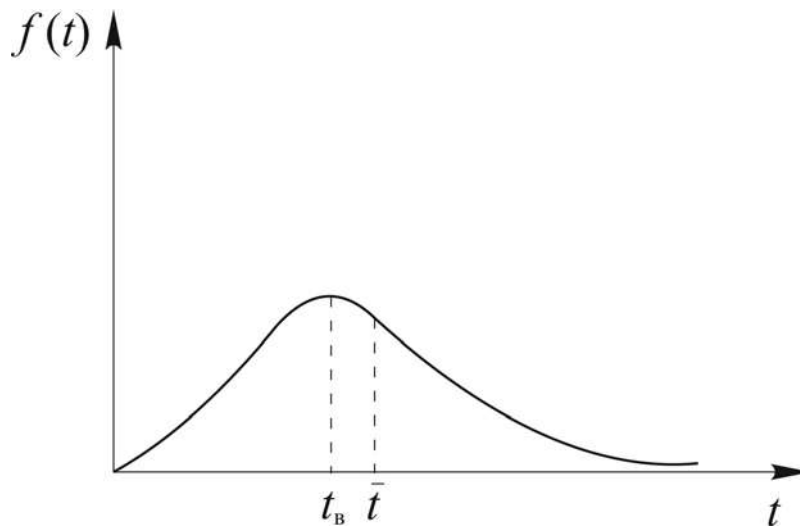


Рис. 3.1. Типичный вид функции распределения элементов потока по времени пребывания в аппарате:  $t_B$  – наиболее вероятное,  $\bar{t}$  – среднее время пребывания

На практике удобнее использовать безразмерное время пребывания  $\theta$  и безразмерную функцию распределения  $f^*(\theta)$ :

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}}, \quad f^*(\theta) = \bar{t}f(t). \quad (3.10)$$

Произведение  $f^*(\theta)d\theta$  является вероятностью того, что элемент потока будет иметь время пребывания в аппарате от  $\theta$  до  $\theta+d\theta$ .

### 3.4.2. Математическое моделирование структуры потоков

Наиболее корректной математической моделью структуры потоков в аппарате является теоретическое описание. Решение системы уравнений неразрывности и движения совместно с условиями однозначности позволило бы найти поле скорости в аппарате. Однако получить такое решение для большинства случаев невозможно. Поэтому на практике идут по пути упрощения модели, используя для характеристики структуры потока функцию распределения времени пребывания элементов потока в аппарате. Рассмотрим последовательно этапы математического моделирования структуры потока (см. 3.1) на примере однофазного течения в горизонтальном полем цилиндрическом проточном аппарате.

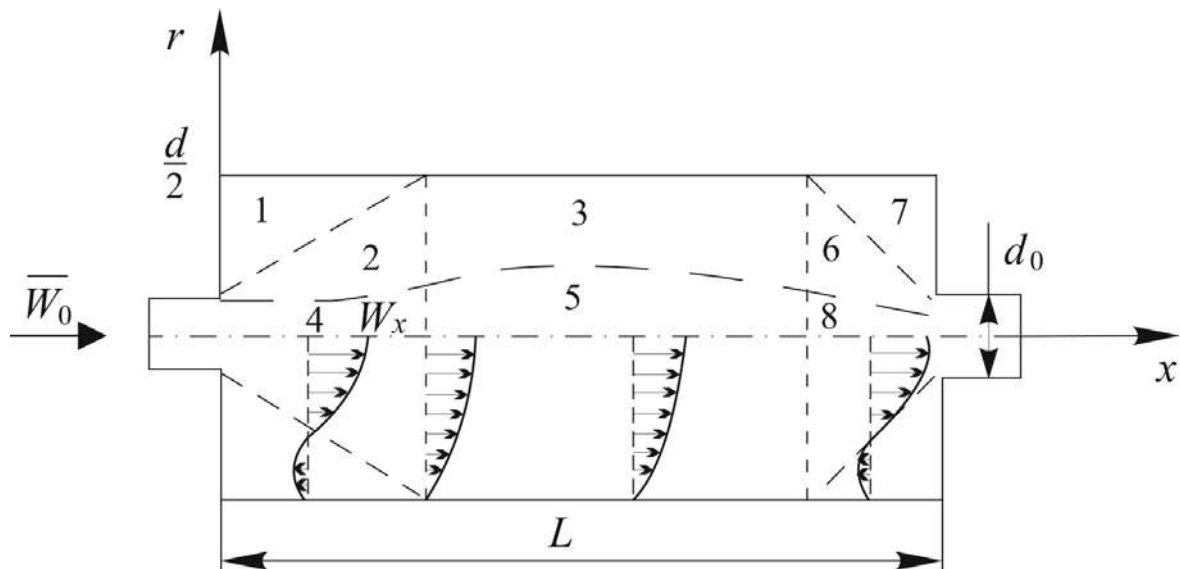


Рис. 3.2. Поле скорости  $W_x$  и характерные зоны в горизонтальном цилиндрическом потоковом аппарате: 1, 7 – застойные зоны; 2, 6 – зоны смешения; 3 – пограничный слой; 4, 5, 8 – ядро потока

На рис. 3.2 показаны экспериментально найденные профили скорости  $W_x$  в некоторых сечениях. Поскольку движение считается осесимметричным, в верхней половине аппарата распределение скорости будет иметь аналогичный вид. Как видим, поле скорости даже такого простого аппарата имеет существенную неоднородность.

Можно выделить две наиболее упрощенные идеализированные модели, характеризующие предельные ситуации: идеальное вытеснение и идеальное смешение, а также более реалистичные модели промежуточного типа, к которым относятся ячеечная и диффузионная модели.

**Модель идеального вытеснения.** Согласно модели идеального вытеснения (МИВ), все элементы потока движутся по параллельным траекториям с одинаковыми скоростями (рис. 3.3). Время пребывания в аппарате для всех элементов такого потока одинаково.

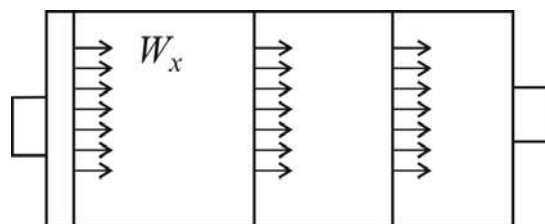


Рис. 3.3. Поле скорости  $W_x$  для модели идеального вытеснения

Приведенное выше словесное описание МИВ является вербальной моделью. Для получения соответствующей математической модели введем понятие концентрации меченых элементов потока в аппарате. Зная изменение этой величины во времени, можно определить функцию распределения времени пребывания элементов потока в аппарате. В общем случае для нахождения такого поля концентраций необходимо было бы воспользоваться теоретическим описанием. Однако сделанные допущения позволяют его значительно упростить. Во-первых, допущение о равенстве и постоянстве скоростей всех элементов потока позволяет сократить размерность задачи до одномерной, совместив ось  $x$  с направлением вектора скорости; во-вторых, отпадает необходимость решения уравнений неразрывности и движения для определения скорости, так как она может считаться заданной; в-третьих, отсутствие перемешивания элементов потока позволяет считать равными нулю коэффициенты диффузии ( $D_{ij}, D_\tau = 0$ ) в уравнении (2.27). Тогда

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (c \vec{W}) = -\vec{W} \cdot \vec{\nabla} c \quad (3.11)$$

или для одномерного случая

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -W_x \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (3.12)$$

где  $c=c(x,t)$  – концентрация меченых элементов потока в сечении аппарата с координатой  $x$  в момент времени  $t$ . Для нахождения решения необходимо дополнить уравнение (3.12) начальными и граничными условиями.

Нашим целям описания времени пребывания элементов потока в аппарате наилучшим образом соответствуют условия, смысл которых заключается в том, что элементы потока помечены только в нулевой момент времени и только на входе в аппарат. Поскольку число меченых элементов  $N_M$  конечно, а толщина слоя на границе аппарата, в котором они распределены, стремится к нулю, их концентрация в сечении  $x=0$  в момент времени  $t=0$  стремится к бесконечности.

$c(x,0) = c_0 \delta(x)$  – начальное условие;  $c(0,t) = c_0 \delta(t)$  – граничное условие;

$$c_0 = \frac{N_M}{V_a}, \quad (3.13)$$

где  $c_0$  – средняя концентрация меченых элементов потока в аппарате в начальный момент времени;  $N_M$  – количество помеченных элементов;  $V_a$  – объем аппарата;  $\delta(t)$ ,  $\delta(x)$  – дельта-функция Дирака (см. приложение П.1.4). Совместное решение (3.12) и (3.13) позволяет получить  $c(x,t)$  – изменение концентрации меченых элементов потока по координате  $x$  и по времени  $t$ .

Для достижения нашей цели достаточно знать решение в сечении  $x=L$ , т.е. на выходе из аппарата. Оно имеет вид

$$c(L,t) = c_0 \delta(t - \bar{t}), \quad \bar{t} = \frac{L}{W_x}. \quad (3.14)$$

Концентрация меченых элементов потока, выходящих из аппарата в момент времени  $t$ , пропорциональна количеству элементов, пребывающих в аппарате это время. Используя определение функции распределения (3.6), можно выразить ее следующим образом:

$$f(t) = \frac{c(L,t)}{\int_0^\infty c(L,t) dt}, \quad (3.15)$$

$$f^{\text{МИВ}}(t) = \frac{c_0 \delta(t - \bar{t})}{\int_0^\infty c_0 \delta(t - \bar{t}) dt} = \delta(t - \bar{t}) \quad \text{или}$$

$$f^{*\text{МИВ}}(\theta) = \delta(\theta - 1). \quad (3.16)$$

Вид этой функции изображен на рис. 3.4. Полученные результаты имеют достаточно простой физический смысл. Поскольку все элементы потока движутся с одинаковой скоростью, они будут иметь одинаковое время пребывания в аппарате, совпадающее со средним (3.14). И если мы пометим элементы потока в узком слое на входе в аппарат, то выйдут они из аппарата все вместе через промежуток времени  $t = \bar{t}$ , что обеспечит бесконечно большое значение  $f(\bar{t}) = \infty$ , тогда как для любого  $t \neq \bar{t}$   $f(t) = 0$ .

Разумеется, на практике такая ситуация никогда не реализуется, так как для этого необходимо движение потока без трения на границах. Наиболее близка к МИВ структура турбулентного потока, движущегося по длинной трубе малого диаметра ( $L/d \gg 1$ ).

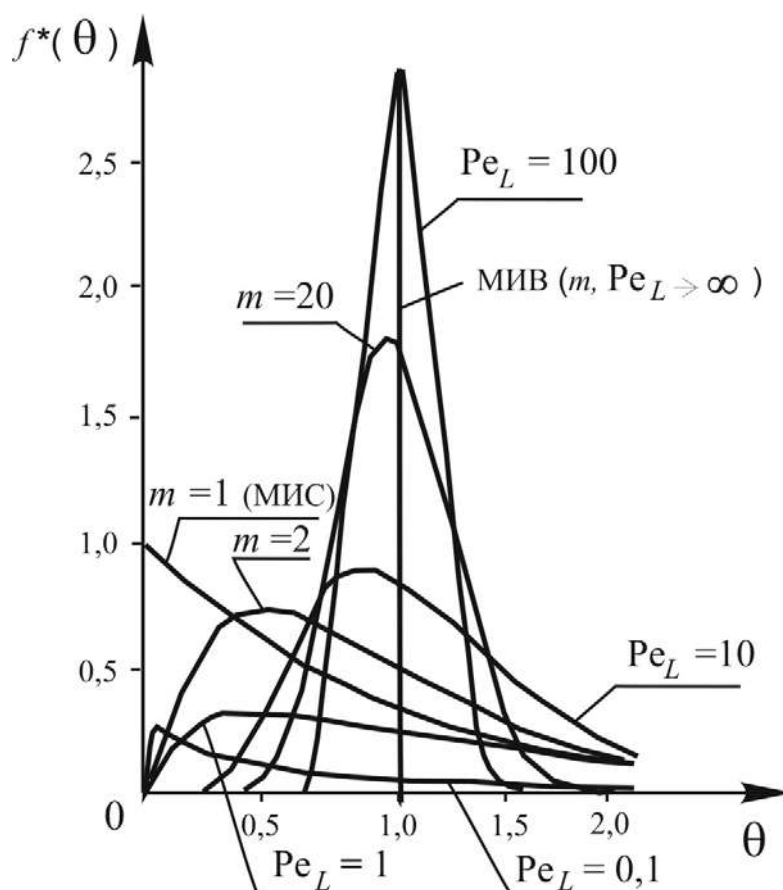


Рис. 3.4. Вид функций распределения  $f^*(\theta)$  для различных моделей при определенных значениях параметров:  $m$  – число ячеек (ячеечная модель) и  $Pe_L$  – критерий Пекле для продольного перемешивания (диффузионная модель)

**Модель идеального смешения.** Другой крайне идеализированной, но противоположной по смыслу моделью является модель идеального смешения (МИС). Предполагается, что любая порция входящего в аппарат потока мгновенно равномерно перемешивается во всем объеме. Координаты и скорость отдельного элемента потока в каждый момент времени, а также время его пребывания в аппарате имеют случайные значения. Концентрация меченых элементов потока одинакова во всех точках аппарата.

Для получения математической модели МИС нет необходимости использовать теоретическое описание, представляющее собой локальную форму законов сохранения. Поскольку концентрация меченых элементов потока предполагается одинаковой во всех точках аппарата, проще воспользоваться

интегральной формой закона сохранения массы (т.е. для всего аппарата) или, точнее, его аналогом – законом сохранения количества меченых элементов потока.

По аналогии с (2.2) можно записать

$$\frac{dN_M}{dt} = V_a \frac{dc}{dt} = G_{N_{\text{вх}}} - G_{N_{\text{вых}}}, \quad (3.17)$$

где  $G_{N_{\text{вх}}}, G_{N_{\text{вых}}}$  – количество меченых элементов потока, входящих в аппарат и выходящих из него за единицу времени. Как и при рассмотрении МИВ, пометим элементы потока лишь в начальный момент времени. При любых  $t > 0$  входа меченых элементов в аппарат не будет ( $G_{N_{\text{вх}}} = 0, t > 0$ ),  $G_{N_{\text{вых}}}$  можно определить через объемный расход выходящего потока  $\dot{V}$  и концентрацию в нем меченых элементов (она будет соответствовать их концентрации в самом аппарате). Так как концентрация  $c(x, t)$  одинакова во всех точках аппарата, ее можно считать функцией одного аргумента  $c(x, t) = c(L, t) = c(t)$ , обозначив для краткости  $c$ :

$$G_{N_{\text{вых}}} = \dot{V}c. \quad (3.18)$$

Из уравнения (3.17)

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{\dot{V}}{V_a}c \quad (3.19)$$

или с учетом (3.9)

$$\frac{dc}{c} = -\frac{dt}{t}. \quad (3.20)$$

Интегрируя уравнение (3.20) с начальными условиями  $c(0) = c_0$ , получим

$$\ln c \Big|_{c_0}^c = -\frac{t}{t} \Big|_0^t; \quad c = c_0 \exp\left(-\frac{t}{t}\right). \quad (3.21)$$

Воспользовавшись соотношением (3.15), можно определить функцию распределения (см.рис.3.4):

$$f^{\text{мис}}(t) = \frac{1}{t} \exp\left(-\frac{t}{t}\right), \quad (3.22)$$

$$f^{*\text{мис}}(\theta) = \exp(-\theta). \quad (3.23)$$



Наиболее близка к МИС структура маловязкого потока, движущегося с небольшим расходом через аппарат с интенсивно работающей мешалкой.

**Ячеечная модель.** Более реалистичной моделью является ячейечная модель (МЯ), в соответствии с которой предполагается последовательное прохождение потоком ряда ячеек идеального смешения. Параметром модели служит число таких ячеек  $m$ . Учитывая, что объем каждой ячейки равен отношению объема всего аппарата к числу ячеек, а концентрация меченых элементов потока на входе в ячейку соответствует их концентрации на выходе из предыдущей, можно получить для  $i$ -й ячейки по аналогии с (3.20) из (3.17) уравнение

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{m}{t}(c_{i-1} - c_i), i = \overline{1, m}. \quad (3.24)$$

Решение системы  $m$  дифференциальных уравнений (3.24) дает выражение для концентрации меченых элементов в последней ячейке, т.е. на выходе из аппарата  $c_m(t)$ , а затем и для функции распределения по (3.15):

$$f^{*МЯ}(\theta) = \frac{m^m}{(m-1)!} \theta^{m-1} \exp(-m\theta). \quad (3.25)$$

Нетрудно убедиться, что при  $m=1$  МЯ переходит в МИС, а при  $m=\infty$  – в МИВ (рис. 3.4). Наиболее приемлемое описание МЯ дает для каскада аппаратов с мешалками и других аппаратов ступенчатого типа.

**Диффузионная модель.** Другой моделью промежуточного типа является диффузионная модель (МД). Считается, что отклонение в движении элементов потока от идеального вытеснения осуществляется за счет их случайных блужданий, которые могут быть описаны по аналогии с молекулярным или турбулентным механизмом переноса. Это позволяет воспользоваться уравнением нестационарной конвективной диффузии для определения концентрации меченых элементов потока  $c(x,t)$ , полагая конвективную скорость, равной для всех элементов, а перемешивание вне зависимости от причин, его вызывающих, учитывать с помощью коэффициента обратного (продольного) перемешивания  $D_L$ . Тогда из (2.27) получим

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -W_x \frac{\partial c}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \quad (3.26)$$

Функция распределения для аппарата конечной длины получена в виде суммы бесконечного ряда. Для полубесконечного аппарата ( $L \rightarrow \infty$ ) найдено решение, которое может быть использовано в качестве приближенного при больших  $L/d$  ( $Pe_L > 10$ )

$$f^{*MD}(\theta) = \sqrt{\frac{Pe_L}{4\pi\theta}} \exp\left(-\frac{Pe_L}{4} \frac{(\theta - 1)^2}{\theta}\right), \quad (3.27)$$

где  $Pe_L = W_x L / D_L$  – критерий Пекле для продольного перемешивания (параметр модели). При  $Pe_L = 0$  МД переходит в МИС, а при  $Pe_L = \infty$  – в МИВ (рис. 3.4).

Необходимо помнить, что  $D_L$  учитывает суммарное отклонение от идеального вытеснения за счет всех механизмов переноса (конвективного, турбулентного, молекулярного) и не может отождествляться с коэффициентом турбулентной или молекулярной диффузии. Обычно МД применяют для аппаратов, характеристики потоков в которых изменяются по длине непрерывно.

Нами рассмотрены наиболее простые модели структуры потоков в аппаратах. Существуют и более сложные, например, двухпараметрическая диффузионная модель учитывает перемешивание не только в продольном, но и в радиальном направлении коэффициентом  $D_r$  (двумерная постановка задачи  $c(x, r, t)$ ). В сложных случаях применяют комбинированные модели, описывая различные характерные зоны аппарата разными математическими моделями. Однако предоставляя возможность более точно воспроизвести структуру потока в реальном аппарате, сложные модели обладают и недостатком – трудностью определения большого числа параметров. Таким образом, мы подходим ко второму этапу математического моделирования.

**Идентификация модели.** Под идентификацией модели понимается определение неизвестных параметров. Таковыми, например, являются критерий Пекле для продольного перемешивания  $Pe_L$  в диффузионной модели, и число ячеек  $m$  в ячеечной модели. Как правило, для их определения используют экспериментальные данные, полученные методом меченых объемов. Для этого в основной поток на входе в аппарат вводится индикатор (трассер), элементарные объемы которого должны двигаться аналогично элементам основного потока,

но иметь отличия в окраске, электропроводности, оптической плотности и т.д., позволяющие измерить их концентрацию в основном потоке. В качестве индикаторов используют красители, растворы солей, радиоактивные изотопы. Фиксируя изменение во времени концентрации индикатора на выходе из аппарата, получают кривую отклика  $C(t)$ .

Обычно применяют импульсный ввод индикатора, т.е. единовременное заполнение небольшим объемом индикатора всего поперечного сечения на входе в аппарат, что соответствует начальным и граничным условиям (3.13). В этом случае кривая отклика  $C(t) = c(L, t)$  связана соотношением (3.15) с функцией распределения времени пребывания элементов потока в аппарате  $f(t)$ . Затем, определив среднее время пребывания  $\bar{t}$  по (3.8), переходят к безразмерной функции распределения  $f^*(\theta)$  (3.10) и, сопоставляя ее с известными зависимостями для различных моделей структуры потоков (рис. 3.4), выбирают наиболее приемлемую модель.

Теперь можно перейти непосредственно к нахождению параметров модели, которое, как правило, осуществляется с помощью метода моментов. В случае однопараметрической модели обычно используется второй центральный момент или дисперсия  $\sigma_\theta^2$ . Дисперсией случайной величины называется средний квадрат ее отклонения от среднего значения.

Имея в виду, что интегрирование случайной величины с функцией распределения представляет процедуру осреднения, получим

$$\sigma_\theta^2 = \int_0^\infty (\theta - \bar{\theta})^2 f^*(\theta) d\theta = \int_0^\infty (\theta - 1)^2 f^*(\theta) d\theta. \quad (3.28)$$

Подставив в (3.28) теоретические решения  $f^*(\theta)$  для различных моделей, можно найти связь дисперсии с искомыми параметрами:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{m} \text{ (МЯ)}, \quad (3.29)$$

$$\sigma_\theta^2 = \frac{2(\text{Pe}_L - 1 + \exp(-\text{Pe}_L))}{\text{Pe}_L^2} \text{ (МД)}. \quad (3.30)$$

Итак, для определения параметров необходимо знать экспериментальное значение дисперсии. На практике, исходя из вида кривой отклика, выбирают временной интервал  $\Delta t$  для фиксации

численных значений концентрации индикатора на выходе из аппарата, обеспечивающий достаточно точное воспроизведение непрерывной кривой отклика  $C(t)$  дискретными значениями  $C_i = C(t_i)$ . Интегрирование приближенно заменяется суммированием, например, тогда вместо (3.15) и (3.28) будем иметь

$$f^*(t_i) = f_i^* = \frac{C_i}{\Delta t \sum_{i=1}^n C_i}, \quad (3.31)$$

$$\sigma_0^{2*} = \Delta \theta \sum_{i=1}^n (\theta_i - 1)^2 f_i^{*2}, \quad (3.32)$$

где  $n$  – число дискретных точек на кривой отклика;  $\Delta \theta = \frac{\Delta t}{t}$ .

Подставляя экспериментальное значение дисперсии  $\sigma_0^{2*}$  в уравнения типа (3.29), (3.30), находят из них параметры модели.

Для дальнейшего использования модели требуется, как правило, знание зависимости параметров модели от конструктивных особенностей, масштабов аппарата и режимных условий проведения процесса. Для рассматриваемого примера проточного аппарата это  $d_0$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $\dot{V}$ , физические свойства среды. Таким образом, идентификация модели является весьма трудоемкой задачей, требующей значительных материальных затрат и продолжительных экспериментальных исследований.

**Проверка адекватности модели.** Учитывая, что любая модель дает лишь приблизительное описание реального объекта, необходимо проверить, насколько хорошо она воспроизводит экспериментальные результаты. Для этого можно сопоставить рассчитанную с использованием найденных параметров функцию распределения  $f^*(\theta)$  с экспериментальной  $f^{*2}(\theta)$ . Если точность удовлетворительна, то считают модель адекватной оригиналу, если нет – то выбирают другую, возможно более сложную модель.

**Использование модели для описания и оптимизации объекта-оригинала.** Как уже отмечалось, гидродинамическая структура потоков в аппарате существенно влияет на характер протекания тепло- и массообменных процессов. Применение простейших моделей структуры потоков вместо теоретического описания позволяет значительно упростить расчет соответствующего оборудования. Например, для нахождения осредненного по поперечному сечению нестационарного поля температур  $T(x, t)$  в

теплоизолированном проточном аппарате систему уравнений Фурье – Кирхгофа, движения и неразрывности можно заменить одним уравнением с использованием диффузионной модели:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -W_x \frac{\partial T}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (3.33)$$

Расчет различных вариантов позволяет найти оптимальные значения  $d_0$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $\dot{V}$ , физических свойств среды, обеспечивающие наилучшее проведение процесса.

### 3.4.3. Физическое моделирование структуры потоков

Рассмотрим основные этапы физического моделирования структуры потоков на примере горизонтального цилиндрического проточного аппарата (рис. 3.2) в стационарных условиях.

*Сокращение теоретического описания для объекта-оригинала.* Зачастую условия проведения процесса в конкретном аппарате позволяют исключить некоторые члены и даже уравнения теоретического описания. Так как моделируемый объект представляет цилиндрический аппарат, то удобнее его описывать в цилиндрических координатах  $x$ ,  $r$ ,  $\theta$ . При горизонтальном расположении аппарата и вынужденном движении среды влиянием сил тяжести можно пренебречь. Это позволяет сделать еще одно допущение – осесимметричность движения, т.е. исключить зависимость от угла  $\theta$ . Если к тому же рассматривать стационарный случай ламинарного течения при  $\rho$ ,  $\mu = \text{const}$ , то с учетом принятых допущений уравнения Навье-Стокса примут вид (см. приложение П.2.2):

$$\rho W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + \rho W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial W_x}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} \right), \quad (3.34)$$

$$\rho W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + \rho W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_r) \right) + \frac{\partial^2 W_r}{\partial x^2} \right). \quad (3.35)$$

Система уравнений дополняется уравнением неразрывности :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_r) + \frac{\partial W_x}{\partial x} = 0. \quad (3.36)$$

Таким образом, частичное упрощение теоретического описания позволило трехмерную задачу трансформировать в двухмерную (одним уравнением и одной переменной стало меньше, так как  $W_\theta = 0$ ), сократилось и число членов в уравнениях  $\partial W_x / \partial t = \partial W_r / \partial t = 0$ ,  $\rho g_r = \rho g_x = 0$ . Система уравнений (3.34) – (3.36) должна быть дополнена условиями однозначности.

Форма и размер аппарата задаются диаметрами  $d_0$ ,  $d$  и длиной  $L$ ; физические свойства среды – плотностью  $\rho$  и динамическим коэффициентом молекулярной вязкости  $\mu$ , начальные условия отсутствуют, поскольку рассматривается стационарный случай. Граничные условия задаются значениями  $\bar{W}_0$  и  $p_0$  на границах аппарата.

Задача заключается в решении системы трех дифференциальных уравнений с тремя неизвестными  $W_x(x,r)$ ,  $W_r(x,r)$ ,  $p(x,r)$  с целью нахождения полей скоростей и давления:

$$\begin{aligned} W_x &= f_x(x, r, d_0, d, L, \rho, \mu, \bar{W}_0), \\ W_r &= f_r(x, r, d_0, d, L, \rho, \mu, \bar{W}_0), \\ p &= f_p(x, r, d_0, d, L, \rho, \mu, \bar{W}_0, p_0). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Однако, несмотря на все сделанные упрощения, такая система уравнений аналитического решения не имеет, и поэтому используется метод физического моделирования.

**Получение критериев подобия.** Для получения критериев подобия воспользуемся алгоритмом, изложенным в разд. 3.2.1. Поделим все члены уравнения (3.34) на первый и отбросим символы дифференцирования:

$$\begin{aligned} \frac{(2)}{(1)} &= \frac{\rho W_r W_x x}{r \rho W_x^2} = \frac{W_r x}{W_x r} = \pi_1, \\ \frac{(3)}{(1)} &= \frac{p x}{x \rho W_x^2} = \frac{p}{\rho W_x^2} = \pi_2, \\ \frac{(4)}{(1)} &= \frac{\mu W_x r x}{r^3 \rho W_x^2} = \frac{\mu x}{\rho W_x r^2} = \pi_3, \\ \frac{(5)}{(1)} &= \frac{\mu W_x x}{x^2 \rho W_x^2} = \frac{\mu}{\rho W_x x} = \pi_4. \end{aligned}$$

Поделим все члены уравнения (3.35) на второй:

$$\begin{aligned} \frac{(1)}{(2)} &= \frac{\rho W_r^2 x}{r \rho W_x W_r} = \frac{W_r x}{W_x r} = \pi_5, \\ \frac{(3)}{(2)} &= \frac{p x}{r \rho W_x W_r} = \pi_6, \\ \frac{(4)}{(2)} &= \frac{\mu W_r r x}{r^3 \rho W_x W_r} = \frac{\mu x}{\rho W_x r^2} = \pi_7, \\ \frac{(5)}{(2)} &= \frac{\mu W_r x}{x^2 \rho W_x W_r} = \frac{\mu}{\rho W_x x} = \pi_8. \end{aligned}$$

Поделим первый член уравнения (3.36) на второй:

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{W_r r x}{r^2 W_x} = \frac{x W_r}{W_x r} = \pi_9.$$

Таким образом, получено 9 критериев подобия. Однако не все из них являются независимыми. Для определения минимального количества критериев воспользуемся  $\pi$ -теоремой Бэкингема (разд. 3.2.1). Число величин, между которыми необходимо установить зависимость,  $N=7$  ( $x, r, \rho, \mu, W_x, W_r, p$ ). Количество величин, обладающих независимыми размерностями,  $n=3$ . Допустим это  $L, W, \rho$ . Через них можно выразить размерность оставшихся  $[p] = [\rho] [W]^2$ ;  $[\mu] = [\rho] [W] [L]$ . Количество величин, обладающих неодинаковой размерностью,  $N_n=5(L, W, \rho, \mu, p)$ . Тогда минимальное количество критериев подобия  $N_k = N - n = 7 - 3 = 4$ , из них  $N_s$  могут быть симплексами подобия  $N_s = N - N_n = 7 - 5 = 2$ .

Общее решение может быть представлено набором различных критериев, учитывая, что комбинация критериев также является критерием подобия. Воспользуемся наиболее употребительными критериями Эйлера (Eu) и Рейнольдса (Re), а также симплексом подобия S:

$$Eu = \pi_2 = \frac{p}{\rho W_x^2}, \quad (3.38)$$

$$Re_x = \frac{S}{\pi_3} = \frac{\rho W_x r}{\mu}, \quad (3.39)$$

$$Re_r = \frac{Re_x \pi_1}{S} = \frac{\rho W_r r}{\mu}, \quad (3.40)$$

$$S = \frac{x}{r}. \quad (3.41)$$

Нетрудно показать, что все критерии  $\pi_1 - \pi_9$  могут быть получены комбинацией Eu,  $Re_x$ ,  $Re_r$ , S. В соответствии со второй теоремой подобия общее решение системы дифференциальных уравнений (3.34) – (3.36) может быть представлено в виде зависимости между этими критериями:

$$\varphi = \varphi(Eu, Re_x, Re_r, S) = 0 \quad \text{или} \quad \varphi_1 = \varphi_1(Eu, Re_x, W_r/W_x, x/r). \quad (3.42)$$

Нами рассмотрен случай ламинарного движения среды. При турбулентном движении в правой части уравнений (3.34) и (3.35) необходимо учесть турбулентный перенос импульса в соответствии с (2.55) с помощью коэффициента турбулентной вязкости  $\mu_t$ . Поскольку  $\mu_t$  определяется свойствами среды и полем скорости, то, отбрасывая знаки дифференцирования при получении критериев подобия для гладких (нешероховатых) стенок, его можно представить

$$\mu_t \sim W_x r p.$$

Так как новых переменных при этом не вводится, то не меняются и критерии подобия (3.38)-(3.41), изменяется лишь конкретный вид зависимости  $\varphi$  в (3.42), который должен определяться опытным путем. Для шероховатых стенок при значительных числах  $Re_x$  появляется зависимость  $\mu_t$  от относительной шероховатости:

$$\varepsilon_e = e / d, \quad \mu_t \sim W_x r p \varepsilon_e^n, \quad (3.43)$$

где  $e$  – средняя высота выступов;  $n$  – коэффициент, зависящий от режима движения и характера шероховатости. Нетрудно показать, что введение (3.43) в уравнения (3.38) – (3.41) приведет к появлению дополнительного симплекса подобия  $\varepsilon_e$ . Однако для упрощения рассуждений мы этот случай рассматривать не будем.

Критерии (3.38) – (3.41) являются локальными, так как составлены из локальных величин, изменяющихся от точки к точке. На практике обычно используют осредненные критерии, состоящие из осредненных величин. Процедуры осреднения могут быть различными, в данном случае удобнее всего усреднять по поперечному сечению аппарата, используя среднюю расходную скорость  $\bar{W}$ , тогда

$$\bar{W} = \frac{\dot{V}}{S_{\text{ап}}}, \quad (3.44)$$

$$\bar{Eu} = \frac{\Delta \bar{p}}{\rho \bar{W}_x^2}, \quad \Delta \bar{p} = \bar{p}(L) - p_0, \quad (3.45)$$

$$\bar{Re}_x = \bar{Re} = \frac{\rho \bar{W} d}{\mu}, \quad (3.46)$$

$$S = \frac{L}{d}. \quad (3.47)$$

Поскольку аппарат за исключением границ имеет постоянное сечение  $S_{\text{ап}}$ , средняя расходная скорость для любого внутреннего сечения  $\bar{W}$  будет постоянной величиной, направленной вдоль оси  $x$  ( $\bar{W} = \bar{W}_x$ ). В силу осесимметричности течения средняя радиальная составляющая скорости в любом поперечном сечении равна нулю  $\bar{W}_r = 0$ ,  $\bar{Re}_r = 0$ . Давление будет изменяться от сечения к сечению вдоль оси  $x$ , но так как интерес обычно представляет перепад давлений на входе в аппарат и выходе из него, осредненный критерий Эйлера записывается относительно  $\Delta p$ .

На границах аппарата поперечное сечение имеет иное значение, определяющееся диаметром входного и выходного штуцеров  $d_0$ . Соответственно иными будут значения осредненных по данному сечению скорости и критерия



подобия  $\overline{W}_0$ ,  $\overline{Re}_0$ . Их можно связать с  $\overline{W}_x$ ,  $\overline{Re}_x$  с использованием дополнительного симплекса подобия:

$$S_0 = \frac{d_0}{d}.$$

В соответствии с третьей теоремой подобия явления подобны, если для оригинала и модели равны определяющие критерии подобия и подобны условия однозначности. Но если значения локальных критериев модели и объекта равны в сходственных точках, то при одинаковой процедуре осреднения будут равны и осредненные критерии. Для соблюдения подобия необходимо равенство осредненных определяющих критериев.

Получив значения определяющих критериев подобия для объекта – оригинала, например  $\overline{Re}$ ,  $\overline{S}$ ,  $\overline{S}_0$  (тогда  $\overline{Eu}$  следует рассматривать в качестве определяемого критерия и его значение будет жестко связано с  $\overline{Re}$ ,  $\overline{S}$ ,  $\overline{S}_0$ ), а также возможную область их варьирования в целях оптимизации объекта, следует приступить к выбору модели.

**Выбор оптимальной физической модели.** Для подобия модели оригиналу необходимо соблюдение подобия условий однозначности, включающих в себя для рассматриваемого примера геометрическое подобие, подобие физических величин и граничных условий (разд. 3.2.1), т.е. модель должна иметь те же пропорции, что и оригинал  $L/d=idem$ ,  $d_0/d=idem$ . Кроме того, необходимо подобие поля скоростей во входящих потоках. Равенство скоростей нулю на границе с твердой стенкой будет обеспечиваться автоматически. Размеры модели, выбор модельных сред и их расходы могут определяться из критерия  $Re$ . Допустим, что оригинал имеет или ориентировочно будет иметь следующие характеристики:  $d_0^0=0,1\text{ м}$ ,  $d^0=2\text{ м}$ ,  $L^0=5\text{ м}$ ,  $W^0=0,1\text{ м/с}$ ,  $\rho^0=2\cdot 10^3\text{ кг/м}^3$ ,  $\mu^0=4\cdot 10^{-3}\text{ Па}\cdot\text{с}$ . Если мы хотим использовать в качестве модельной среды воду ( $\rho^M=10^3\text{ кг/м}^3$ ,  $\mu^M=10^{-3}\text{ Па}\cdot\text{с}$ ), то для соблюдения подобия в модели, уменьшенной в 10 раз по сравнению с оригиналом, средняя расходная скорость должна быть ( $Re^0=Re^M$ ):

$$Re^0 = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-3}} = 10^5; \quad \overline{W}^m = \frac{10^5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^3} = 0,5\text{ м/с}.$$

Уменьшение размеров модели приводит к возрастанию скорости и потерь давления ( $\Delta p$ ), что обуславливает необходимость оптимизации модели путем минимизации суммарных затрат (капитальных и эксплуатационных). Если это возможно, то необходимо предусмотреть диапазон изменений критерия  $Re^0$ , а также  $d_0^0$ ,  $d^0$ ,  $L^0$  с целью оптимизации объекта-оригинала. Это потребует проведения экспериментальных исследований в соответствующем диапазоне  $Re^M$ ,  $L^M/d_0^M$ ,  $L^M/d^M$ , для чего следует предусмотреть возможности модельной установки (мощность и производительность насосов, потребности электроэнергии, изготовление моделей различных размеров и т.д.).

**Проведение эксперимента и его обработка.** Изучение структуры потока будет заключаться в измерении полей скоростей на модели. Обеспечив подобие с оригиналом, результаты могут быть представлены в виде

$$\frac{W_x^m}{W_0^m} = f'_x\left(\frac{x}{d^m}, \frac{r}{d^m}\right), \quad \frac{W_r^m}{W_0^m} = f'_r\left(\frac{x}{d^m}, \frac{r}{d^m}\right). \quad (3.48)$$

Это позволяет предсказать поля скоростей в оригинале по измерениям скоростей на модели:

$$\frac{W_x^0}{W_0^0} = f'_x\left(\frac{x}{d^0}, \frac{r}{d^0}\right), \quad \frac{W_r^0}{W_0^0} = f'_r\left(\frac{x}{d^0}, \frac{r}{d^0}\right). \quad (3.49)$$

Для обеспечения возможности оптимизации объекта-оригинала проводятся несколько серий экспериментов при различных  $Re^m$ ,  $L^m/d_0^m$ ,  $L^m/d^m$ . Это позволяет представить результаты совокупности измерений как частное решение системы уравнений (3.34) – (3.36) с соответствующими условиями однозначности:

$$\Phi'\left(\frac{x}{d}, \frac{r}{d}, \frac{W_x}{W_0}, \frac{W_r}{W_0}, \frac{p}{p_0}, \overline{Re}, \overline{Eu}, \frac{L}{d}, \frac{d_0}{d}\right) = 0, \quad (3.50)$$

где выделены различные виды обобщенных переменных: независимые (две первые), зависимые (три последующие), постоянные (четыре последние). В дальнейшем определяющие критерии подобия (составленные из величин, входящих в условия однозначности) будем использовать, как правило, без индексов в отличие от локальных. Или в явном виде вместо (3.50)

$$\frac{W_x}{W_0} = f_x''\left(\frac{x}{d}, \frac{r}{d}, \overline{Re}, \frac{L}{d}, \frac{d_0}{d}\right), \quad \frac{W_r}{W_0} = f_r''\left(\frac{x}{d}, \frac{r}{d}, \overline{Re}, \frac{L}{d}, \frac{d_0}{d}\right). \quad (3.51)$$

Соотношения (3.51) являются экспериментально найденным частным решением уравнений (3.34) – (3.36), т.е. критериальным аналогом (3.37). Они справедливы как для модели, так и для оригинала при соблюдении подобия условий однозначности в исследованном диапазоне изменения параметров  $\overline{Re}, \frac{L}{d}, \frac{d_0}{d}$ .

**Использование результатов.** Основная цель изучения гидродинамической структуры потоков состоит в учете ее влияния на тепло- и массообменные процессы. Полученные соотношения (3.51) являются решением уравнений Навье-Стокса и неразрывности. Это позволяет заменить данные дифференциальные уравнения в теоретическом описании найденными соотношениями, определяющими поле скоростей. В зависимости от поставленной задачи соотношения (3.51) решаются совместно с уравнением нестационарной конвективной теплопроводности или диффузии. Это существенно упрощает задачу.

Кроме того, измерение на модели не только поля скоростей, но и поля давления позволяет получить критериальные уравнения, которые можно использовать для расчета гидравлического сопротивления аппарата (потери давления  $\Delta p$ ):

$$\overline{Eu} = f_p''\left(\overline{Re}, \frac{L}{d}, \frac{d_0}{d}\right) \quad (3.52)$$

Совокупность этих результатов позволяет оптимизировать форму и размеры оригинала, а также условия проведения в нем процесса.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое моделирование, модель, объект-оригинал?
2. Классификация моделей и методов моделирования.
3. Какие способы построения математических моделей Вам известны?
4. Сформулируйте основные этапы математического моделирования, его достоинства и недостатки.
5. В чем состоит суть теории подобия?
6. В чем заключается подобие условий однозначности?
7. Что такое константы, инварианты, симплексы, комплексы и критерии подобия?
8. Сформулируйте теоремы подобия, чем отличается первая от третьей?
9. Что дает  $\pi$ -теорема Бэкингема, какие величины обладают независимыми размерностями?
10. Что такое критериальное уравнение, определяющие и определяемые критерии подобия?
11. Сформулируйте основные этапы физического моделирования, его достоинства и недостатки.
12. В чем заключается проблема масштабного перехода, как она решается?
13. Что называется гидродинамической структурой потоков, чем ее можно охарактеризовать?
14. Какой смысл имеет функция распределения времени пребывания элементов потока в аппарате?
15. Что называется средним и наиболее вероятным временем пребывания?
16. Какие допущения предполагает каждая из моделей структуры потока (МИВ, МИС, МЯ, МД), какой математической моделью

она описывается, какой вид функции распределения ей соответствует?

17. Что называется кривой отклика? Как проводится идентификация математической модели?
18. Где и как используются модели структуры потоков в аппаратах?
19. Разберитесь с алгоритмами упрощения теоретического описания и получения критериев подобия на примере цилиндрического горизонтального аппарата.
20. В чем заключается выбор оптимальной физической модели?

### **Вопросы для обсуждения**

1. Как обычно получают конкретный вид критериального уравнения? Чем может ограничиваться область его применения?
2. Что характеризует дисперсия времени пребывания элементов потока в аппарате  $\sigma_0^2$ ? В каком диапазоне она может изменяться для рассмотренных моделей структуры потоков в аппаратах?

## Глава 4. МЕЖФАЗНЫЙ ПЕРЕНОС СУБСТАНЦИЙ

Проведение основных процессов химической технологии сопровождается переносом субстанций из ядра одной фазы через границу раздела фаз в другую. В зависимости от вида переносимой субстанции можно выделить *массо-, тепло-, импульсопередачу*. Возможен одновременный межфазный перенос нескольких субстанций. Например, при прохождении струи газа сквозь слой жидкости, не находящейся в условиях концентрационного равновесия с ним и обладающей различной температурой, будет одновременно осуществляться *массо-, тепло- и импульсопередача*.

В процессе межфазного переноса субстанции можно выделить три стадии: перенос субстанции от ядра первой фазы к границе раздела фаз, перенос непосредственно через границу раздела фаз и перенос от границы раздела фаз к ядру второй фазы. Перенос от границы раздела фаз к ядру фазы или от ядра к границе в зависимости от вида субстанции называют *массо-, тепло- или импульсоотдачей*.

При решении инженерных задач зачастую не требуются знания полей скорости, давления, температуры, концентраций, а также потоков субстанций во всем объеме аппарата. Достаточно получить осредненные по сечению значения этих величин в каждой из фаз на выходе из аппарата при заданных, как правило, входных величинах. Это можно сделать с помощью законов сохранения массы, импульса и энергии в интегральной форме, зная количество субстанций, перенесенных из одной фазы в другую. Для определения последних применяются уравнения межфазного переноса субстанций, рассматриваемые в данной главе в локальной и интегральной формах.

Таким образом, в инженерной практике решение системы дифференциальных уравнений с частными производными, составляющих теоретическое описание процессов переноса, заменяется решением системы линейных алгебраических уравнений баланса субстанций и межфазного переноса, что является существенным упрощением. Однако теоретическое определение коэффициентов в уравнениях межфазного переноса субстанций, вывод самих уравнений и их грамотное применение возможны лишь на основе теоретического описания процессов переноса.

Нетрудно спрогнозировать тенденцию все более широкого использования вычислительных комплексов для моделирования и

проектирования промышленных аппаратов. Тем не менее, и в будущем инженеру потребуются понимание сути происходящих процессов, умение их анализировать, находить качественно новые решения, что невозможно без усвоения теоретических основ.

## 4.1. Уравнения массо-, тепло- и импульсоотдачи

### 4.1.1. Локальная форма уравнений

Рассмотрим элементарный, бесконечно малый участок межфазной поверхности  $dF$ . Прямоугольную систему координат расположим так (рис. 4.1), чтобы плоскость  $x - z$  совмещалась с поверхностью раздела фаз, а ось  $x$  – с направлением движения рассматриваемой фазы (поскольку участок межфазной поверхности выбран бесконечно малым, его можно считать плоским).

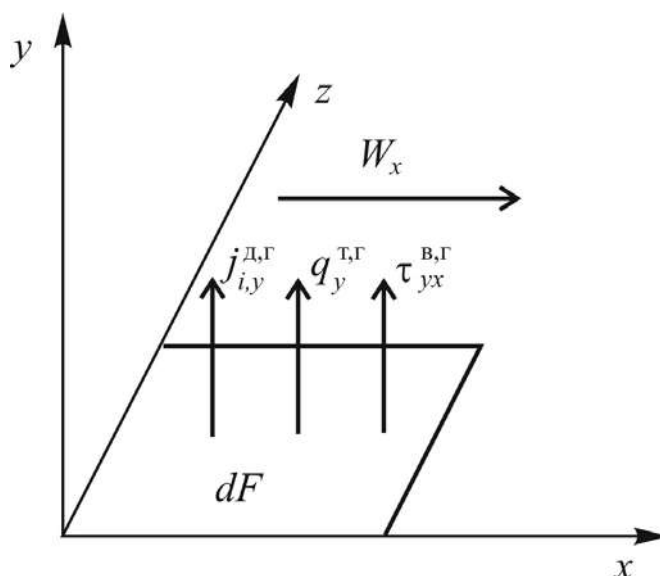


Рис. 4.1. Перенос субстанций через элементарный участок межфазной поверхности  $dF$

Поток субстанции через границу раздела фаз будет осуществляться по нормали к ней, т.е. вдоль оси  $y$ . Рассмотрим потоки субстанций за счет молекулярного и турбулентного механизмов переноса, которые будем называть в зависимости от вида соответствующих коэффициентов переноса диффузионным потоком массы  $\vec{j}_i^д$ , вязким потоком импульса  $\tilde{\tau}^в$  (тензор вязких напряжений), тепловым потоком за счет теплопроводности  $\vec{q}^т$ . В отличие от полных

потоков данные величины не учитывают конвективный механизм переноса субстанций, несмотря на то, что он может присутствовать. Продемонстрируем вывод уравнений на примере теплоотдачи. Проекцию теплового потока за счет теплопроводности на ось  $y$  в соответствии с (1.42) можно записать, рассматривая изменение этой величины только в направлении  $y$ , в виде

$$q_y^T = -(\lambda + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x,z=\text{const}} = -(\lambda + \lambda_T) \frac{dT}{dy}. \quad (4.1)$$

Введем величину  $q^*(y)$ , характеризующую отношение потока на расстоянии  $y$  от межфазной границы к граничному значению:

$$q^*(y) = q^* = \frac{q_y^T(y)}{q_y^T(0)} = \frac{q_y^T}{q_y^{T,\Gamma}}. \quad (4.2)$$

С использованием величины  $q^*$  перепишем уравнение (4.1), решим его относительно  $dT$  и проинтегрируем, используя модель пограничного слоя, от границы раздела фаз до внешней границы слоя ( $\delta_T$ ). Температура при этом изменится от значения на межфазной поверхности ( $T^\Gamma$ ) до значения в ядре фазы ( $T^Я$ ). Следует иметь в виду, что коэффициент турбулентной теплопроводности является функцией расстояния от границы раздела фаз  $\lambda_T(y)$  и не может быть вынесен из под интеграла

$$\int_{T^\Gamma}^{T^Я} dT = -q_y^{T,\Gamma} \int_0^{\delta_T} \frac{q^* dy}{(\lambda + \lambda_T)}. \quad (4.3)$$

Решив уравнение (4.3) относительно  $q_y^{T,\Gamma}$ , получим уравнение теплоотдачи. Выражение в его правой части, стоящее перед разностью температур, носит название коэффициента теплоотдачи:

$$q_y^{T,\Gamma} = \left( \int_0^{\delta_T} \frac{q^* dy}{\lambda + \lambda_T} \right)^{-1} (T^\Gamma - T^Я). \quad (4.4)$$

Аналогичным образом могут быть получены уравнения массо- и импульсоотдачи, что позволяет использовать единую форму их представления и определить соответствующие коэффициенты:

$$j_{i,y}^{Д,\Gamma} = \hat{\beta}_i (\mu_i^\Gamma - \mu_i^Я) = \beta_i (c_i^\Gamma - c_i^Я), \quad (4.5)$$

$$q_y^{T,\Gamma} = \alpha (T^\Gamma - T^Я), \quad (4.6)$$

$$\tau_{yx}^{B,\Gamma} = \gamma(W_x^\Gamma - W_x^Я), \quad (4.7)$$

$$\beta_i = \frac{1}{\int_0^{\delta_d} \frac{j_i^* dy}{({}^\Gamma D_{ij} + D_\Gamma)}}, \quad (4.8)$$

$$\alpha = \frac{1}{\int_0^{\delta_T} \frac{q^* dy}{(\lambda + \lambda_\Gamma)}}, \quad (4.9)$$

$$\gamma = \frac{1}{\int_0^{\delta_\Gamma} \frac{\tau^* dy}{(\mu + \mu_\Gamma)}}. \quad (4.10)$$

Здесь  $j_{iy}^{д,\Gamma}$ ,  $q_y^{т,\Gamma}$ ,  $\tau_{yx}^{в,\Gamma}$  – потоки вещества компонента  $i$ , тепла и импульса через границу раздела фаз в системе отсчета, связанной с этой границей, без учета конвективных составляющих;  $\beta_i$  или  $\hat{\beta}_i$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  – коэффициенты массо-, тепло- и импульсоотдачи соответственно;  $\mu_i^Я$ ,  $c_i^Я$ ,  $T^Я$ ,  $W_x^Я$  – значения химического потенциала, концентрации компонента  $i$ , температуры, скорости в ядре фазы;  $\mu_i^\Gamma$ ,  $c_i^\Gamma$ ,  $T^\Gamma$ ,  $W_x^\Gamma$  – значения этих величин для данной фазы в непосредственной близости от границы раздела фаз;  $\delta_d$ ,  $\delta_T$ ,  $\delta_\Gamma$  – толщины диффузионного, теплового и гидродинамического пограничных слоев.

Конвективный перенос субстанций в пограничном слое как в продольном, так и в поперечном направлениях оказывает влияние на величину коэффициентов массо-, тепло- и импульсоотдачи. В полученных соотношениях (4.8) – (4.10) оно учитывается через зависимость  $j^*(y)$ ,  $q^*(y)$  и  $\tau^*(y)$ .

Как правило, конвективный перенос субстанций через границу раздела фаз отсутствует, и  $j_{i,y}^{д,\Gamma}$ ,  $q_y^{т,\Gamma}$ ,  $\tau_{yx}^{в,\Gamma}$  представляют собой полные потоки. Однако и в этом случае внутри пограничного слоя может осуществляться конвективный перенос в направлении оси  $y$ . Для нахождения полного потока при  $y \neq 0$  к соотношениям типа (4.1) необходимо добавлять конвективную составляющую, например,  $\rho c_p T W_y$ .

При наличии конвективного переноса субстанций через границу раздела фаз его необходимо учитывать дважды, во-первых, добавляя



конвективные члены при определении полного потока к уравнениям (4.5) – (4.7), и, во-вторых, вводя поправки к коэффициентам массо-, тепло-, и импульсоотдачи, найденным в отсутствие конвективного переноса через межфазную границу (учет так называемых эффектов «вдува» или «отсоса»).

Разница значений химических потенциалов или концентраций, температур, скоростей у границы раздела фаз и в ядре фазы носит название *движущей силы* массо-, тепло- и импульсоотдачи. Отличие ее от нуля является необходимым условием протекания соответствующего процесса. Смысл коэффициентов в уравнениях (4.5) – (4.7) легко понять, решив относительно их эти уравнения:

$$\hat{\beta}_i = \frac{j_{i,y}^{д,г}}{(\mu_i^г - \mu_i^я)} = \frac{dM_i^г}{dFdt(\mu_i^г - \mu_i^я)}, \text{ моль}^2/\text{Дж м}^2\text{с}; \quad (4.11)$$

$$\beta_i = \frac{j_{iy}^{д,г}}{(c_i^г - c_i^я)} = \frac{dM_i^г}{dFdt(c_i^г - c_i^я)}, \text{ м/с}; \quad (4.12)$$

$$\alpha = \frac{q_y^{т,г}}{(T^г - T^я)} = \frac{dQ^г}{dFdt(T^г - T^я)}, \text{ Вт/м}^2\text{К}; \quad (4.13)$$

$$\gamma = \frac{\tau_{yx}^{в,г}}{(W_x^г - W_x^я)} = \frac{dP_x^г}{dFdt(W_x^г - W_x^я)}, \text{ кг/м}^2\text{с}. \quad (4.14)$$

*Коэффициент массоотдачи* – количество вещества компонента  $i$ , переносимое от границы раздела фаз в ядро фазы или в обратном направлении за единицу времени, через единицу межфазной поверхности в расчете на единицу движущей силы. В зависимости от использования в качестве движущей силы процесса массоотдачи разности химических потенциалов или концентраций уравнениями (4.11) и (4.12) определяются коэффициенты  $\hat{\beta}_i$  и  $\beta_i$ . В дальнейшем мы будем использовать в основном коэффициенты  $\beta_i$  как наиболее часто применяемые на практике. Уравнения (4.5), (4.8), (4.11) и (4.12) справедливы для двухкомпонентных сред. В случае многокомпонентных систем должны использоваться матрицы коэффициентов массоотдачи (см. разд. 12.8).

*Коэффициент теплоотдачи*  $\alpha$  характеризует количество тепла, переносимое от границы раздела фаз к ядру фазы или в обратном направлении за единицу времени, через единицу межфазной поверхности в расчете на единицу движущей силы.

*Коэффициент импульсоотдачи*  $\gamma$  характеризует количество импульса  $P_x$ , переносимое от границы раздела фаз к ядру фазы или в обратном направлении за единицу времени, через единицу межфазной поверхности в расчете на единицу движущей силы.

При межфазном переносе субстанций не всегда можно воспользоваться моделью пограничных слоев. Так, например, при ламинарном течении в трубе профиль продольной скорости  $W_x$  имеет параболическую зависимость; в случае пленочной конденсации пара профиль температуры в пленке изменяется линейно по всей толщине, что делает бессмысленным выделение ядра потока, в котором происходит лишь 1% изменения соответствующей величины. В этом случае, как правило, вместо значения переменной в ядре потока в уравнениях (4.5) – (4.7) и (4.11) – (4.14) используют ее значение, усредненное по поперечному сечению. При этом будут изменяться и величины кинетических коэффициентов, условимся обозначать их  $\beta'_i$ ,  $\alpha'$ ,  $\gamma'$ . Поэтому при применении уравнений массо-, тепло- и импульсоотдачи необходимо убедиться, что кинетические коэффициенты определены при использовании соответствующих движущих сил.

#### 4.1.2. Интегральная форма уравнений

На практике чаще используют уравнения межфазного переноса субстанций в интегральной форме, получающиеся осреднением локальных уравнений по отдельному участку или по всей межфазной поверхности  $F$ :

$$\dot{M}_i^r = \frac{dM_i^r}{dt} = \int_0^F j_{i,y}^{D,r} dF = \int_0^F \beta_i (c_i^r - c_i^a) dF = \bar{\beta}_i F \overline{(c_i^r - c_i^a)}, \quad (4.15)$$

$$\dot{Q}^r = \frac{dQ^r}{dt} = \int_0^F q_y^{T,r} dF = \int_0^F \alpha (T^r - T^a) dF = \bar{\alpha} F \overline{(T^r - T^a)}, \quad (4.16)$$

$$\dot{P}_x^\Gamma = \frac{dP_x^\Gamma}{dt} = \int_0^F \tau_{yx}^{\text{B},\Gamma} dF = \int_0^F \gamma(W_x^\Gamma - W_x^\text{Я}) dF = \overline{\gamma F(W_x^\Gamma - W_x^\text{Я})}. \quad (4.17)$$

В общем случае при одновременном изменении кинетического коэффициента и движущей силы по межфазной поверхности такая запись является условной, так как невозможно разделить осреднение кинетического коэффициента и движущей силы (интеграл от произведения не равен произведению интегралов). В крайнем случае можно провести независимое осреднение одной величины, но тогда осредненное значение второй будет зависеть от характера изменения и способа осреднения первой. Покажем это на примере теплоотдачи.

Осредним независимым образом коэффициент теплоотдачи, тогда средняя разность температур будет включать зависимость  $\alpha(F)$  из (4.16):

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{F} \int_0^F \alpha dF, \quad (4.18)$$

$$\overline{(T^\Gamma - T^\text{Я})} = \frac{\int_0^F \alpha(T^\Gamma - T^\text{Я}) dF}{\overline{\alpha F}} = \frac{\dot{Q}^\Gamma}{\overline{\alpha F}}, \quad (4.19)$$

если же независимо усредним движущую силу

$$\overline{(T^\Gamma - T^\text{Я})} = \frac{1}{F} \int_0^F (T^\Gamma - T^\text{Я}) dF, \quad (4.20)$$

$$\text{то} \quad \overline{\alpha} = \frac{\int_0^F \alpha(T^\Gamma - T^\text{Я}) dF}{\overline{(T^\Gamma - T^\text{Я}) F}} = \frac{\dot{Q}^\Gamma}{\overline{(T^\Gamma - T^\text{Я}) F}}. \quad (4.21)$$

Таким образом, при использовании уравнений массо-, тепло- и импульсоотдачи в интегральной форме необходимо следить за корректным использованием осредненных кинетических коэффициентов и движущих сил, совокупность которых не должна противоречить исходным уравнениям (4.15) – (4.17). Так, например, средние коэффициенты теплоотдачи обычно определяются из опыта по соотношению (4.21), в котором в качестве средней движущей силы используется не истинное ее значение из (4.20), а среднеарифметическая или среднелогарифмическая величина разности

температур на входе в аппарат и на выходе из него. При этом могут получаться два различных значения осредненного коэффициента теплоотдачи. Каждое из них необходимо применять в (4.16) с соответствующим образом найденной средней движущей силой. Кроме того, следует помнить, что величина  $\alpha$ , найденная по (4.21), зависит от характера изменения движущей силы.

Положение упрощается, если одна из величин не меняется по межфазной поверхности. В этом случае ее можно вынести из под знака интегрирования в уравнениях (4.15) – (4.17) и усреднить лишь вторую. Так, если коэффициент теплоотдачи не меняется вдоль границы раздела фаз, то  $\alpha = \bar{\alpha} = \text{const}$ , а  $(T^\Gamma - T^Я)$  однозначно находится из (4.20). Если же  $(T^\Gamma - T^Я) = \overline{(T^\Gamma - T^Я)} = \text{const}$ , то  $\bar{\alpha}$  определяется по (4.18). Соотношения, аналогичные (4.18) – (4.21), можно получить и для процессов массо- и импульсоотдачи.

#### 4.1.3. Влияние структуры потока в аппарате на движущую силу процесса

На характер изменения движущей силы вдоль границы раздела фаз и соответственно величину средней движущей силы большое влияние оказывает структура потока. Рассмотрим это влияние на примере процесса стационарной теплоотдачи. Допустим, что температура  $T^\Gamma$  и коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  не меняются вдоль поверхности раздела фаз, тепловой пограничный слой достаточно тонкий и содержит малое количество вещества по сравнению с ядром потока, вещество не меняет свое фазовое состояние.

Для аппарата, структура потока в котором близка к модели идеального смешения (аппарат с мешалкой), температура в ядре потока вдоль всей поверхности теплообмена будет одинакова и равна температуре выхода  $T^Я = T_{\text{вых}}^Я$ , которую можно найти из совместного решения уравнений теплового баланса и теплоотдачи. Движущая сила процесса теплоотдачи не будет изменяться вдоль межфазной поверхности:

$$\dot{Q}^\Gamma = Gc_p (T_{\text{вых}}^Я - T_{\text{вх}}^Я) = \alpha F (T^\Gamma - T_{\text{вых}}^Я), \quad (4.22)$$

$$T_{\text{вых}}^Я = \frac{F\alpha T^\Gamma + Gc_p T_{\text{вх}}^Я}{Gc_p + \alpha F}, \quad (4.23)$$

$$\overline{(T^\Gamma - T^я)} = (T^\Gamma - T_{\text{ВЫХ}}^я) = \text{const}, \quad (4.24)$$

где  $G$  – массовый расход фазы,  $c_p$  – удельная теплоемкость;  $T_{\text{ВХ}}^я$ ,  $T_{\text{ВЫХ}}^я$  – температура ядра фазы на входе в аппарат и выходе из него.

Рассмотрим аппарат, структура потока в котором близка к модели идеального вытеснения (турбулентный поток в трубе с большим отношением  $L/d$ ). Движущая сила теплоотдачи будет изменяться вдоль поверхности теплообмена. Запишем уравнение теплового баланса для элементарного участка поверхности  $dF$ , а затем проинтегрируем его при  $G, c_p, \alpha = \text{const}$ :

$$d\dot{Q}^\Gamma = Gc_p dT^я = \alpha(T^\Gamma - T^я)dF, \quad (4.25)$$

$$\int_{T_{\text{ВХ}}^я}^{T^я} \frac{dT^я}{(T^\Gamma - T^я)} = \int_0^F \frac{\alpha}{Gc_p} dF, \quad (4.26)$$

$$T^я = T^\Gamma - (T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я) \exp\left(-\frac{\alpha F}{Gc_p}\right), \quad (4.27)$$

$$T^\Gamma - T^я = (T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я) \exp\left(-\frac{\alpha F}{Gc_p}\right). \quad (4.28)$$

Среднее значение движущей силы находится в соответствии с (4.20)

$$\overline{(T^\Gamma - T^я)} = \frac{(T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я)}{F} \int_0^F \exp\left(-\frac{\alpha F}{Gc_p}\right) dF = (T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я) \left( \frac{Gc_p}{\alpha F} \left( 1 - \exp\left(-\frac{\alpha F}{Gc_p}\right) \right) \right). \quad (4.29)$$

Проделав ряд математических преобразований, можно привести соотношение (4.29) к виду

$$\overline{(T^\Gamma - T^я)} = \frac{(T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я) - (T^\Gamma - T_{\text{ВЫХ}}^я)}{\ln \frac{(T^\Gamma - T_{\text{ВХ}}^я)}{(T^\Gamma - T_{\text{ВЫХ}}^я)}} \quad (4.30)$$

$$\text{или} \quad \Delta T_{\text{cp}} = \frac{\Delta T_{\text{ВХ}} - \Delta T_{\text{ВЫХ}}}{\ln \frac{\Delta T_{\text{ВХ}}}{\Delta T_{\text{ВЫХ}}}}. \quad (4.31)$$

Последнее выражение носит название среднелогарифмической разности температур и часто применяется на практике. Однако необходимо помнить, что справедливо оно лишь для модели

идеального вытеснения при неизменных теплофизических свойствах среды и коэффициенте теплоотдачи по межфазной поверхности. Можно показать, что при  $G, c_p, T^r = \text{const}$  для модели идеального вытеснения использование среднелогарифмической разности температур в (4.21) дает одинаковые значения  $T^я$  по (4.21) и (4.18) вне зависимости от характера изменения  $\alpha$  и  $T^я$  по межфазной поверхности. Однако  $\Delta T_{\text{ср}}$ , найденная при этом по (4.20), не будет совпадать со среднелогарифмической величиной, если  $\alpha \neq \text{const}$ .

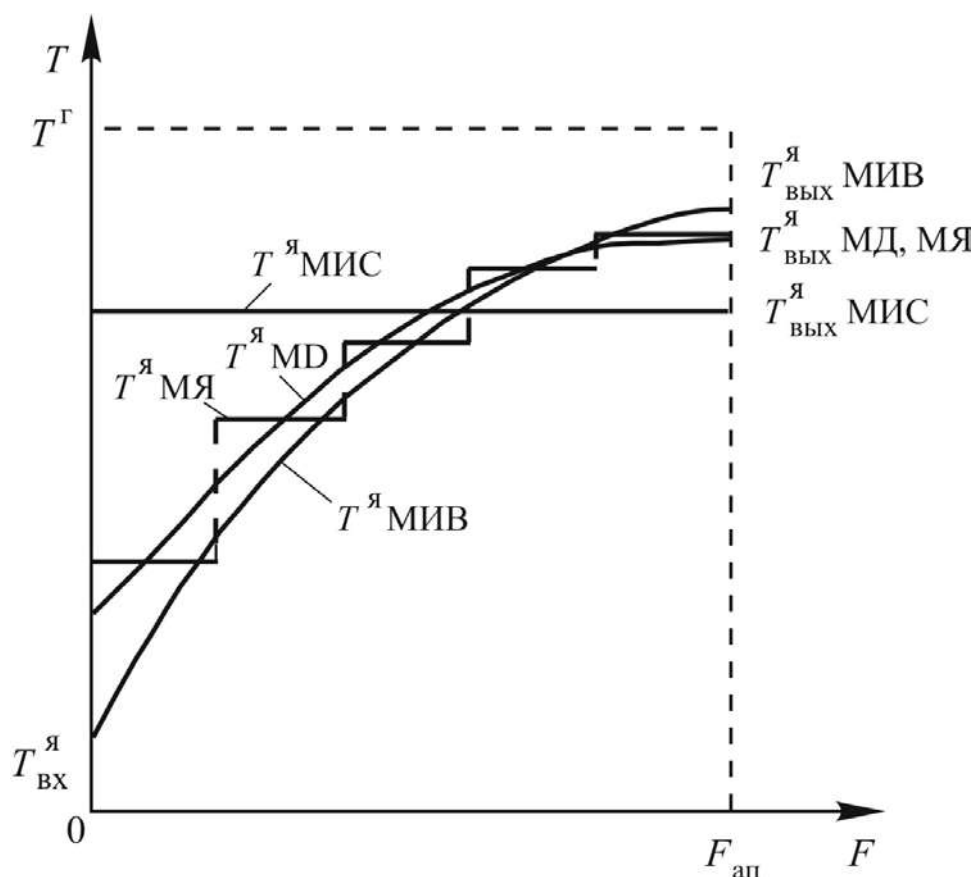


Рис. 4.2. Профили температуры в ядре потока вдоль поверхности теплоотдачи для различных моделей структуры потока в аппарате

Использование диффузионной или ячеечной модели структуры потока приводит к более сложным соотношениям для  $T^я(F)$  и  $(T^r - T^я)$ . Из рис. 4.2 видно, что максимальную среднюю движущую силу и, соответственно, эффективность работы теплообменного аппарата обеспечит структура потока, соответствующая МИБ, а

минимальную – соответствующая МИС. Диффузионная и ячеечная модели дают промежуточные результаты.

#### 4.2. Нахождение коэффициентов массо-, тепло- и импульсоотдачи, подобие соответствующих процессов

Вблизи границы раздела фаз даже при турбулентном режиме течения турбулентные пульсации затухают. Поэтому потоки субстанций через границу раздела фаз в отсутствие конвективного механизма переноса можно записать лишь с учетом молекулярного:

$$j_{i,y}^{Д,Г} = -^r D_{ij} \left. \frac{\partial c_i}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (4.32)$$

$$q_y^{Т,Г} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}, \quad (4.33)$$

$$\tau_{yx}^{В,Г} = -\mu \left. \frac{\partial W_x}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (4.34)$$

Приравняв эти выражения уравнениям массо-, тепло- импульсоотдачи (4.5) – (4.7), получим

$$\beta_i = \frac{^r D_{ij} \left. \frac{\partial c_i}{\partial y} \right|_{y=0}}{(c_i^я - c_i^Г)}, \quad (4.35)$$

$$\alpha = \frac{\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T^я - T^Г)}, \quad (4.36)$$

$$\gamma = \frac{\mu \left. \frac{\partial W_x}{\partial y} \right|_{y=0}}{(W_x^я - W_x^Г)}. \quad (4.37)$$

Таким образом, для нахождения коэффициентов массо-, тепло- и импульсоотдачи нужно знать соответственно поля концентраций, температуры или скорости в непосредственной близости от границы раздела фаз, чтобы получить производные от них по координате  $y$ .

Теоретически это можно сделать, решив систему дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса в данной фазе. Другой способ, основанный на соотношениях (4.8) – (4.10), требует знания зависимости относительных потоков  $j_i^*$ ,  $q^*$ ,  $\tau^*$  от координаты  $y$ , для нахождения которой также необходимо воспользоваться теоретическим описанием. Оба эти способа равноценны и могут выбираться из соображений удобства при решении конкретных задач. Начнем рассмотрение с процесса импульсоотдачи.

Допустим, что теплофизические характеристики фазы постоянны, движение ламинарное, в направлении оси  $z$  отсутствует конвективное перемещение среды  $W_z = 0$ , а также изменение скорости  $W_x$ , температуры, концентрации и давления  $\partial W_x / \partial z = \partial T / \partial z = \partial c / \partial z = \partial p / \partial z = 0$ . Таким образом, трехмерная задача упрощается до двухмерной. Запишем систему уравнений Навье-Стокса (2.56) для такого случая, опустив верхние индексы « $m - \wedge$ » для упрощения записи:

$$\rho \frac{\partial W_x}{\partial t} + \rho W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + \rho W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} = \mu \left( \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x, \quad (4.38)$$

$$\rho \frac{\partial W_y}{\partial t} + \rho W_y \frac{\partial W_y}{\partial y} + \rho W_x \frac{\partial W_y}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y. \quad (4.39)$$

Дополним ее уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости (2.23):

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \quad (4.40)$$

Сформулировав граничные условия, содержащие, как правило, значение скорости в ядре потока  $W_x^я$  и ряд линейных размеров  $\ell_i$ , необходимо решить эту систему дифференциальных уравнений для пограничного слоя, а если его выделить не удастся, то для всего объема фазы. Однако даже с проделанными упрощениями получить точное решение не представляется возможным. Воспользуемся методом физического моделирования, позволяющим устанавливать связь между критериями подобия. Получим критерии гидродинамического подобия. Для этого поделим второй член



уравнения (4.38) поочередно на остальные, отбрасывая операцию дифференцирования:

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{\rho W_x^2 t}{x \rho W_x} = \frac{W_x t}{x} = \pi_1 = \text{Ho}_x \quad (\text{критерий гомохронности}), (4.41)$$

$$\frac{(2)}{(3)} = \frac{\rho W_x^2 y}{x \rho W_x W_y} = \frac{W_x y}{W_y x} = \pi_2, \quad (4.42)$$

$$\frac{(2)}{(4)} = \frac{\rho W_x^2 x^2}{x \mu W_x} = \frac{\rho W_x x}{\mu} = \pi_3 = \text{Re}_x \quad (\text{критерий Рейнольдса}), (4.43)$$

$$\frac{(2)}{(5)} = \frac{\rho W_x^2 y^2}{x \mu W_x} = \frac{\rho W_x y^2}{\mu x} = \pi_4 = \text{Re}_x \left( \frac{y}{x} \right)^2, \quad (4.44)$$

$$\frac{(2)}{(6)} = \frac{\rho W_x^2 x}{x p} = \frac{\rho W_x^2}{p} = \pi_5,$$

$$\pi_5^{-1} = \frac{p}{\rho W_x^2} = \text{Eu}_x \quad (\text{критерий Эйлера}), \quad (4.45)$$

$$\frac{(2)}{(7)} = \frac{\rho W_x^2}{x \rho g_x} = \frac{W_x^2}{g_x x} = \pi_6 = \text{Fr}_x \quad (\text{критерий Фруда}). \quad (4.46)$$

Проделав аналогичную процедуру с уравнением (4.39), можно получить еще шесть критериев гидродинамического подобия  $\pi_7 - \pi_{12}$ . Последний критерий  $\pi_{13} = \pi_2$  найдем преобразованием уравнения (4.40). Для определения количества независимых критериев воспользуемся  $\pi$ -теоремой Бэкингема (разд. 3.2.1). Число величин, между которыми необходимо установить зависимость,  $N=10(t, x, y, W_x, W_y, \rho, \mu, p, g_x, g_y)$ . Количество величин, обладающих независимыми размерностями  $n = 3$ , допустим  $(\ell, W, \rho)$ . Количество величин, обладающих неодинаковой размерностью  $N_n=7(t, \ell, W, \rho, \mu, p, g)$ . В этом случае минимальное количество критериев  $N_k = N - n = 10 - 3 = 7$ , из них  $N_s = N - N_n = 10 - 7 = 3$  могут быть симплексами подобия. Выберем четыре наиболее употребительных комплекса и три симплекса подобия, комбинацией из которых могут быть получены и остальные шесть. Тогда общее и частное решения системы дифференциальных уравнений (4.38) – (4.40) могут быть представлены в виде

$$\varphi\left(\text{Re}_x, \text{Ho}_x, \text{Eu}_x, \text{Fr}_x, \frac{g_x}{g_y}, \frac{W_x}{W_y}, \frac{x}{y}\right) = 0, \quad (4.47)$$

$$\frac{W_x}{W_y} = \varphi_{W_x}\left(t^*, x^*, y^*, \text{Re}, \text{Ho}, \text{Fr}, \frac{g_x}{g_y}, \ell_i^*\right),$$

$$t^* = \frac{t}{t_0}; \quad x^* = \frac{x}{\ell_0}; \quad y^* = \frac{y}{\ell_0}; \quad \ell_i^* = \frac{\ell_i}{\ell_0}, \quad (4.48)$$

где  $\ell_0$  – характерный линейный размер;  $t_0$  – характерный отрезок времени; критерии подобия без индексов – определяющие (составлены из величин, входящих в условия однозначности, например,  $\text{Re} = W_x^y \rho \ell_0 / \mu$ ).

Однако нас интересует коэффициент импульсоотдачи  $\gamma$ , который выражен посредством (4.37) через величины, входящие в уравнения

(4.38) – (4.40) и, соответственно, (4.47), (4.48). Поделив левую часть уравнения (4.37) на правую, можно привести его к безразмерному виду, получив гидродинамический аналог критерия Нуссельта:

$$\frac{\gamma W_x y}{\mu W_x} = \frac{\gamma \ell_0}{\mu} = \text{Nu}_{\Gamma, \ell_0}. \quad (4.49)$$

Поскольку поле скорости  $W_x$  по (4.37) однозначно определяет коэффициент  $\gamma$ , можно установить связь симплекса  $W_x/W_x^y$  с критерием  $\text{Nu}_{\Gamma}$  и представить решение следующим образом:

$$\text{Nu}_{\Gamma, \ell_0} = f\left(t^*, x^*, \text{Re}, \text{Ho}, \text{Fr}, \frac{g_x}{g_y}, \ell_i^*\right). \quad (4.50)$$

Конкретный вид критериальной зависимости находится из опытных данных. Зная  $\text{Nu}_{\Gamma, \ell_0}$ , по (4.49) можно определить  $\gamma$ . Поскольку на практике зачастую интерес представляет лишь средний поток импульса через границу раздела фаз, появляется возможность использования осредненных критериев, не замеряя значения величин во всех точках межфазной поверхности, что значительно упрощает экспериментальные исследования.

Если нас интересует осредненный по участку межфазной поверхности длиной  $L$  коэффициент импульсоотдачи  $\bar{\gamma}^L$ , то для

рассматриваемого случая интегрирование по  $dF$  от 0 до  $F$  по аналогии с (4.18) равносильно интегрированию по  $dx$  от 0 до  $L$ :

$$\overline{\text{Nu}}_{\Gamma, \ell_0}^L = f_2 \left( t^*, L^*, \text{Re}, \text{Ho}, \text{Fr}, \frac{g_x}{g_y}, \ell_i^* \right), \quad (4.51)$$

$$\overline{\text{Nu}}_{\Gamma, \ell_0}^L = \frac{\overline{\gamma}^L \ell_0}{\mu}. \quad (4.52)$$

Остановимся на физическом смысле критериев гидродинамического подобия, который становится понятным из анализа отношений членов дифференциальных уравнений. Критерий *Рейнольдса* (Re) является мерой соотношения сил инерции и вязкого трения, критерий *Эйлера* (Eu) – сил давления и инерции, критерий *Фруда* (Fr) – сил инерции и тяжести. Критерий *гомохронности* (Ho) характеризует нестационарность процесса переноса импульса. *Гидродинамический критерий Нуссельта* ( $\text{Nu}_\Gamma$ ) является безразмерной формой коэффициента импульсоотдачи, смысл же его определяется выбором характерного линейного размера. Так, например,  $\text{Nu}_{\Gamma, \delta_\Gamma}$  характеризует вид зависимости  $W_x(y)$  в пограничном слое и при её линейной зависимости  $\text{Nu}_{\Gamma, \delta_\Gamma} = 1$  (в качестве характерного линейного размера использована толщина гидродинамического пограничного слоя).

Таким образом, определение коэффициентов импульсоотдачи с помощью метода физического моделирования состоит в экспериментальном установлении вида зависимости  $\text{Nu}_\Gamma$  от определяющих критериев на модельной установке и использовании этой зависимости для различных объектов при выполнении условий подобия. Для многих практически важных случаев число определяющих критериев в соотношениях (4.50) – (4.52) может быть сокращено. Так, при расположении границы раздела фаз перпендикулярно направлению действия силы тяжести,  $g_x/g_y = 0$ , а влиянием  $g_y$  на  $W_x$  зачастую можно пренебречь и исключить критерий Фруда. Для стационарных процессов исключаются безразмерное время  $t^*$  и критерий гомохронности. Процесс импульсоотдачи может стать автомодельным и по отношению к критерию Рейнольдса.

Перейдем к рассмотрению процесса теплоотдачи. Для этого в дополнение к уравнениям (4.38) – (4.40) необходимо записать

уравнение Фурье - Кирхгофа (2.46). С учетом принятых допущений оно будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (4.53)$$

Вследствие наличия в нем составляющих скорости  $W_x$ ,  $W_y$  необходимым условием теоретического нахождения коэффициента теплоотдачи является предварительное решение системы уравнений (4.38) – (4.40). Если же учитывать влияние температуры на плотность и вязкость среды, то требуется совместное решение системы уравнений (4.38) – (4.40), (4.53). Поэтому в большинстве практических случаев для нахождения коэффициента теплоотдачи пользуются методом физического моделирования.

Из анализа системы уравнений (4.38) – (4.40), (4.53) следует, что поля скоростей, давления и температуры могут быть описаны совокупностью 17 критериев подобия, четыре из которых в дополнение к уже имеющимся  $\pi_1 - \pi_{13}$  можно получить преобразованием (4.53). Для этого поделим 4-й член уравнения на остальные:

$$\frac{(4)}{(1)} = \frac{aTt}{x^2T} = \frac{at}{x^2} = \pi_{14} = \text{Fo}_x \text{ (критерий Фурье)}, \quad (4.54)$$

$$\frac{(4)}{(2)} = \frac{aTx}{x^2W_xT} = \frac{a}{xW_x} = \pi_{15},$$

$$\pi_{15}^{-1} = \frac{xW_x}{a} = \text{Pe}_x \text{ (критерий Пекле)}, \quad (4.55)$$

$$\frac{(4)}{(3)} = \frac{aTy}{x^2W_yT} = \frac{ay}{x^2W_y} = \pi_{16},$$

$$\pi_{16}^{-1} = \frac{x^2W_y}{ay} = \text{Pe}_y \left( \frac{x}{y} \right)^2, \quad (4.56)$$

$$\frac{(4)}{(5)} = \frac{aTy^2}{x^2aT} = \left( \frac{y}{x} \right)^2 = \pi_{17}. \quad (4.57)$$

Поскольку искомой величиной при решении (4.53) является поле температуры, имеет смысл ввести определяемый симплекс подобия  $T^* = T/T_0$ , в котором в качестве  $T_0$  может использоваться

начальная или граничная температура. Частное решение по аналогии с (4.48) может быть представлено в виде

$$T^* = \varphi_T(t^*, x^*, y^*, Fo, Re, Fr, Pe, \frac{g_x}{g_y}, \ell_i^*). \quad (4.58)$$

Входящий в (4.47), (4.48) критерий гомохронности выражается через произведение критериев теплового подобия:

$$No = FoPe. \quad (4.59)$$

Взяв отношение критериев Пекле и Рейнольдса, можно получить критерий Прандтля:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\mu}{\rho a} = \frac{\nu}{a}. \quad (4.60)$$

Проанализируем смысл критериев теплового подобия. Критерий *Пекле* (Pe) показывает соотношение конвективного и молекулярного механизмов в переносе тепла. Критерий *Фурье* (Fo) характеризует нестационарность процесса теплообмена. Критерий *Прандтля* является симплексом теплофизического подобия и при идентичности уравнений (4.38), (4.53) и граничных условий характеризует подобие полей температуры и скорости.

Поделив левую часть уравнения (4.36) на правую, найдем выражение для *теплового критерия Нуссельта*, являющегося безразмерной формой коэффициента теплоотдачи:

$$\frac{\alpha T y}{\lambda T} \Rightarrow \frac{\alpha \ell_0}{\lambda} = Nu_{T, \ell_0}. \quad (4.61)$$

Поскольку поле температуры по (4.36) однозначно определяет коэффициент теплоотдачи, можно установить связь симплекса  $T^*$  с критерием  $Nu_T$  и представить ее в виде

$$Nu_{T, \ell_0} = f_1(t^*, x^*, Fo, Re, Fr, Pr, \frac{g_x}{g_y}, \ell_i^*). \quad (4.62)$$

Как и в случае импульсоотдачи, возможно использование зависимости между осредненными критериями, а также ее упрощение при автомодельности процесса теплоотдачи по отношению к различным критериям.

Процесс массоотдачи в бинарных системах описывается соотношениями, аналогичными (4.53) – (4.62). Отличие заключается в

замене температуры концентрацией ( $T \rightarrow c_i$ ), а коэффициента температуропроводности коэффициентом бинарной диффузии ( $a \rightarrow {}^rD_{ij}$ ). Это обуславливается аналогией уравнений Фурье-Кирхгофа и нестационарной конвективной диффузии. Для отличия критериев подобия массообменных процессов от теплообменных к названию критерия добавляется прилагательное «диффузионный». Например, диффузионный критерий Фурье ( $Fo_d$ ), диффузионный критерий Пекле ( $Pe_d$ ), диффузионный критерий Прандтля, еще называемый критерием Шмидта ( $Pr_d \equiv Sc$ ), диффузионный критерий Нуссельта или критерий Шервуда ( $Nu_d \equiv Sh$ ). Для теплообменных процессов прилагательное «тепловой», как правило, опускается. Смысл диффузионных критериев подобия аналогичен тепловым:

$$Fo_d = \frac{{}^rD_{ij}t}{\ell_0^2}, \quad (4.63)$$

$$Pe_d = \frac{\ell_0 W_x^a}{{}^rD_{ij}}, \quad (4.64)$$

$$Pr_d \equiv Sc = \frac{\nu}{{}^rD_{ij}}, \quad (4.65)$$

$$Nu_{d,\ell_0} \equiv Sh = \frac{\beta_i \ell_0}{{}^rD_{ij}}. \quad (4.66)$$

Рассмотрение подобия процессов импульсо-, тепло- и массоотдачи проводилось нами на примере ламинарного движения среды с постоянными теплофизическими свойствами. Наличие турбулентного механизма переноса, как уже отмечалось в разд. 3.5.3, не приводит к появлению новых критериев подобия, а лишь изменяет вид зависимости между ними.

Изменение теплофизических свойств среды, например,  $\rho(p, T, c_i)$  в газах,  $\rho(T, c_i)$ ,  $\nu(T, c_i)$ ,  $a(T, c_i)$  в жидкостях, накладывает дополнительное ограничение на метод физического моделирования. Для подобия в этом случае необходима идентичная зависимость каждого из свойств от соответствующих величин у модели и оригинала, только это позволит обеспечить подобие условий однозначности. Усложняется и вид критериальных соотношений. Так, например, при зависимости теплофизических свойств от температуры коэффициент теплоотдачи будет зависеть от разности температур

$(T^r - T^s)$ , а коэффициент импульсоотдачи – от критериев теплового подобия и  $(T^r - T^s)$ .

В условиях неоднородной плотности среды действие силы тяжести приводит к естественной конвекции. Возникающую скорость движения определить бывает сложно, что затрудняет использование критериев Рейнольдса и Фруда. Для решения этой проблемы используют модифицированные критерии. Делением критерия Рейнольдса в квадрате на критерий Фруда может быть получен критерий *Галилея*:

$$Ga = \frac{Re^2}{Fr} = \frac{\ell_0^3 \rho^2 g}{\mu^2}. \quad (4.67)$$

Умножение его на относительную разность плотностей среды в различных точках дает критерий *Архимеда*:

$$Ar = Ga \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \frac{\ell_0^3 \rho^2 g (\rho_0 - \rho)}{\mu^2 \rho_0} = \frac{\ell_0^3 g (\rho_0 - \rho)}{\nu^2 \rho_0}. \quad (4.68)$$

Если разность плотностей вызвана неоднородностью температурного поля, то, связав их посредством коэффициента объемного расширения  $\beta$ , критерий Архимеда можно преобразовать в критерий *Грасгофа*:

$$\rho_0 - \rho = \rho_0 - \rho_0(1 - \beta \Delta T) = \rho_0 \beta \Delta T, \quad (4.69)$$

$$Gr = \frac{g \ell_0^3 \beta \Delta T}{\nu^2}. \quad (4.70)$$

Таким образом, метод физического моделирования позволяет определить коэффициенты массо-, тепло- и импульсоотдачи с использованием критериальных уравнений, полученных обобщением опытных данных и приводимых в справочной литературе для различных условий проведения процессов.

### 4.3. Аналогия процессов массо-, тепло- и импульсоотдачи

Аналогия рассматриваемых процессов в широком смысле (см. разд. 2.4.3) обуславливается аналогией уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса (2.27), (2.45), (2.55), а также аналогией уравнений массо-, тепло- и импульсоотдачи

(4.5) – (4.7), что позволяет упростить изучение этих процессов. Аналогия в узком смысле предоставляет возможность использовать результаты исследований процесса переноса одной субстанции для описания других. Однако при этом необходимо помнить об отсутствии полной аналогии процесса переноса импульса с переносом массы и тепла, вследствие векторной природы первой субстанции и скалярной двух других, а также наличия в уравнении движения (2.55) двух дополнительных членов, учитывающих влияние на перенос импульса массовых сил и внешнего давления. Аналогия может нарушаться при молекулярном массопереносе в многокомпонентных смесях за счет появления матрицы коэффициентов диффузии. Кроме того, для возможности использования уравнений подобия необходима идентичность не только дифференциальных уравнений, но и граничных условий. Применяя аналогию, также следует одинаковым образом выбирать характерные величины при определении движущих сил процессов массо-, тепло- и импульсоотдачи (разность граничных значений  $c_i^r$ ,  $T^r$ ,  $W_x^r$  и значений этих величин в ядре фазы (пограничный слой), средних по сечению (труба) или на внешней границе фазы (пленка) и т.д.).

Рассмотрим вначале аналогию процессов тепло- и массоотдачи. Поделив тепловой критерий Нуссельта на диффузионный (в данном разделе прилагательное «тепловой» во избежание путаницы будет использоваться) можно получить критерий, характеризующий это явление:

$$\pi_{т-д} = \frac{Nu_t}{Nu_d}. \quad (4.71)$$

В дальнейшем будем рассматривать аналогию в узком смысле слова. Она позволяет использовать результаты исследования одного из процессов для описания других и соблюдается при идентичности дифференциальных уравнений, граничных условий и движущих сил. В этом случае единственной причиной отличия полей температуры и концентраций, как это следует из уравнений Фурье-Кирхгофа и нестационарной конвективной диффузии, будет различие коэффициентов температуропроводности и диффузии. Учитывая однозначную связь полей температуры и концентраций с безразмерными коэффициентами тепло- и массоотдачи ( $Nu_t$ ,  $Nu_d$ ),



можно сделать вывод, что и их отличие будет обусловлено той же причиной, тогда

$$\pi_{\tau-d} = f\left(\frac{{}^r D_{ij}}{a}\right) = f(Le), \quad (4.72)$$

$$Le = \frac{Pr_{\tau}}{Pr_d} = \frac{v {}^r D_{ij}}{av} = \frac{{}^r D_{ij}}{a} \quad (\text{критерий Льюиса}). \quad (4.73)$$

Имея в виду применяемую обычно степенную форму критериальных уравнений, можно представить зависимость (4.72) в виде

$$\pi_{\tau-d} = Le^n, \quad n = n(Re, Pr_{\tau}, Pr_d). \quad (4.74)$$

Для ламинарного движения показатель степени  $n$  зависит лишь от граничных условий. При турбулентном режиме к молекулярным коэффициентам теплопроводности и диффузии добавляются их турбулентные аналоги, что приводит к дополнительной зависимости  $n$  от критерия Рейнольдса и симплексов теплофизического подобия. При  $Re \rightarrow \infty$ ,  $n \rightarrow 1$ , что понятно, так как  $\beta_i \sim {}^r D_{ij}^{1-n}$ ,  $\alpha \sim a^{1-n}$ . При больших  $Re$ , когда преобладает турбулентный механизм переноса, зависимость от коэффициентов молекулярного переноса уменьшается.

Таким же образом можно представить гидродинамическую аналогию процессов тепло- и массоотдачи

$$\pi_{\tau-\tau} = \frac{Nu_{\tau}}{Nu_{\tau}} = f_1\left(\frac{v}{a}\right) = f_1(Pr_{\tau}) = Pr_{\tau}^n, \quad n = n(Re, Pr_{\tau}), \quad (4.75)$$

$$\pi_{d-\tau} = \frac{Nu_d}{Nu_{\tau}} = f_2\left(\frac{v}{D}\right) = f_2(Pr_d) = Pr_d^n, \quad n = n(Re, Pr_d). \quad (4.76)$$

Нетрудно увидеть, что при равенстве, например,  $Pr_{\tau} = 1$ , достигается полная аналогия (аналогия Рейнольдса) процессов тепло- и импульсоотдачи, обусловленная идентичностью полей скорости и температуры  $\pi_{\tau-\tau} = 1$ . Связь (4.74) – (4.76) при наличии аналогии позволяет по известным уравнениям гидродинамического подобия и значениям показателя степени  $n$  определить коэффициенты тепло- и массоотдачи.

Так, для ламинарного пограничного слоя на плоской пластине с помощью известного из аналогии Чилтона-Кольборна, применимой в большом количестве случаев, значения  $n = 1/3$ , а также уравнения для  $Nu_\Gamma$  можно получить выражения для  $Nu_\Gamma$  и  $Nu_d$ :

$$Nu_{\Gamma,x} = 0,343 Re_x^{1/2}, \quad (4.77)$$

тогда 
$$Nu_{\Gamma,x} = Nu_{\Gamma,x} \pi_{\Gamma-\Gamma} = 0,343 Re_x^{1/2} Pr_\Gamma^{1/3}, \quad (4.78)$$

$$Nu_{d,x} = Nu_{\Gamma,x} \pi_{d-\Gamma} = 0,343 Re_x^{1/2} Pr_d^{1/3},$$

или 
$$Nu_{d,x} = Nu_{\Gamma,x} \pi_{\Gamma-d}^{-1} = Nu_{\Gamma,x} Pr_\Gamma^{1/3} Le^{-1/3} = 0,343 Re_x^{1/2} Pr_d^{1/3}. \quad (4.79)$$

Однако следует еще раз напомнить, что использование соотношений (4.74)–(4.76) возможно лишь при наличии аналогии в узком смысле слова. Так, например, для ламинарного стабилизированного течения в трубе отсутствует аналогия тепло- и импульсоотдачи. Это объясняется существенным влиянием градиента давления на поле скорости. Аналогичного члена в уравнении Фурье-Кирхгофа нет, что при идентичных граничных условиях  $W_x^\Gamma = \text{const}$ ,  $T^\Gamma = \text{const}$  дает  $Nu_\Gamma = 8$ ,  $Nu_\Gamma = 3,66$  и не соответствует (4.75). Может нарушить аналогию и отличие граничных условий. Так, если рассмотреть теплоотдачу в трубе при  $T^\Gamma = \text{const}$ , а массоотдачу при  $j_i^\Gamma = \text{const}$ , то  $Nu_\Gamma = 3,66$ , а  $Nu_d = 4,36$ , что не соответствует (4.74).

Изложенный выше подход к рассмотрению гидродинамической аналогии на основе соотношений (4.75), (4.76) является новым [18] и не отражен в учебной литературе. Его особенностями являются использование уравнения импульсоотдачи (4.7) и гидродинамического аналога критерия Нуссельта (4.49). На наш взгляд, он более удобен и прост для понимания. Тем не менее, по-видимому, необходимо изложить и традиционный подход.

Обычно поток импульса на границе раздела фаз (на стенке) записывают с использованием *коэффициента трения Фаннинга*, имея в виду, что  $W_x^\Gamma = 0$  за счет эффекта прилипания:

$$\tau_c = c_f \rho \frac{(W_x^y)^2}{2}; \quad \tau_c = -\tau_{yx}^{вг}. \quad (4.80)$$

Нетрудно убедиться, что при  $W_x^\Gamma = 0$  коэффициенты уравнений (4.7) и (4.80) связаны простым соотношением

$$\gamma = \frac{\rho W_x^y c_f}{2}. \quad (4.81)$$

Преимущества применяемого нами уравнения импульсоотдачи (4.7) состоят в следующем: единая форма уравнений массо-, тепло- и импульсоотдачи; линейная связь потока импульса с движущей силой; удобство анализа зависимости коэффициентов тепло- и массоотдачи от скорости движения, так как  $\beta, \alpha \propto \gamma$ .

В традиционном подходе отсутствует аналогия описания переноса импульса с тепло- и массоотдачей, поэтому вводится критерий *Стэнтона*, характеризующий отношение потока субстанции на межфазной границе и конвективного потока в ядре фазы:

$$St_T = \frac{q_y^{T,\Gamma} T^y}{q_x^{K,y} (T^\Gamma - T^y)} = \frac{\alpha}{c_p \rho W_x^y} = \frac{Nu_T}{Pe_T} = \frac{Nu_T}{RePr_T}, \quad (4.82)$$

$$St_d = \frac{j_{i,y}^{T,\Gamma} c_i^y}{j_x^{K,y} (c_i^\Gamma - c_i^y)} = \frac{\beta_i}{W_x^y} = \frac{Nu_d}{Pe_d} = \frac{Nu_d}{RePr_d}, \quad (4.83)$$

$$St_\Gamma = \frac{\tau_{yx}^{B,\Gamma} W_x^y}{\tau_{xx}^{K,y} (W_x^\Gamma - W_x^y)} = \frac{c_f}{2} = \frac{\gamma}{\rho W_x} = \frac{Nu_\Gamma}{Re}. \quad (4.84)$$

Последнее соотношение (4.84) названия не получило и обозначено нами как гидродинамический критерий Стэнтона для лучшего выявления гидродинамической аналогии, которая может быть представлена в виде

$$St_T = St_\Gamma f'_1(Pr_T, Re) = \frac{c_f}{2} f'_1(Pr_T, Re), \quad (4.85)$$

$$St_d = St_\Gamma f'_2(Pr_d, Re) = \frac{c_f}{2} f'_2(Pr_d, Re). \quad (4.86)$$

Нетрудно установить связь использованных нами критериев  $\pi_{T-\Gamma}$  и  $\pi_{d-\Gamma}$  с соответствующими критериями Стэнтона, применяя (4.82)-(4.84):

$$\pi_{T-\Gamma} = \frac{Nu_T}{Nu_d} = \frac{St_T RePr_T}{Re c_f / 2} = \frac{2 Pr_T St_T}{c_f}, \quad (4.87)$$

$$\pi_{d-\Gamma} = \frac{Nu_d}{Nu_d} = \frac{St_d RePr_d}{Re c_f / 2} = \frac{2 Pr_d St_d}{c_f}. \quad (4.88)$$

## 4.4. Уравнения массо-, тепло- и импульсопередачи

### 4.4.1. Локальная форма уравнений

В данном разделе рассматривается перенос субстанций из фазы I через межфазную поверхность в фазу II за счет молекулярного и турбулентного механизмов. Примем допущение о том, что сопротивлением переносу субстанций со стороны межфазной поверхности можно пренебречь. Это равносильно предположению об установлении равновесия на границе раздела фаз, тогда в соответствии с (1.10) можно записать

$$\mu_{i,I}^r = \mu_{i,II}^r, \quad T_I^r = T_{II}^r, \quad W_I^r = W_{II}^r. \quad (4.89)$$

Используя обозначения разд. 4.1, осуществим вывод уравнения массопередачи. Поскольку мы условились обозначать индексом I фазу, из которой происходит перенос субстанции, то  $\mu_{i,I}^r > \mu_{i,II}^r$ . Ось  $y$  направим от фазы I к II. С учетом сказанного запишем уравнения массоотдачи каждой из фаз (4.5), поделив их на соответствующие коэффициенты:

$$\frac{j_{i,y}^{д,г}}{\hat{\beta}_{i,I}} = \mu_{i,I}^я - \mu_{i,I}^r, \quad (4.90)$$

$$\frac{j_{i,y}^{д,г}}{\hat{\beta}_{i,II}} = \mu_{i,II}^r - \mu_{i,II}^я. \quad (4.91)$$

Сложим эти два уравнения, имея в виду допущение (4.89), и решим относительно потока вещества компонента  $i$  через межфазную поверхность:

$$j_{i,y}^{д,г} \left( \frac{1}{\hat{\beta}_{i,I}} + \frac{1}{\hat{\beta}_{i,II}} \right) = \mu_{i,I}^я - \mu_{i,II}^я, \quad (4.92)$$

$$j_{i,y}^{д,г} = \left( \frac{1}{\hat{\beta}_{i,I}} + \frac{1}{\hat{\beta}_{i,II}} \right)^{-1} (\mu_{i,I}^я - \mu_{i,II}^я). \quad (4.93)$$

Уравнение (4.93) носит название уравнения массопередачи, а величина, стоящая перед разностью химических потенциалов в его правой части, называется коэффициентом массопередачи. Аналогичным образом могут быть получены уравнения тепло- и импульсопередачи, что позволяет использовать единую форму их записи:

$$j_{i,y}^{д,г} = \hat{K}_{i,д}(\mu_{i,I}^я - \mu_{i,II}^я), \quad (4.94)$$

$$\hat{K}_{i,д} = \frac{1}{\frac{1}{\hat{\beta}_{i,I}} + \frac{1}{\hat{\beta}_{i,II}}}, \quad (4.97)$$

$$q_y^{т,г} = K_t(T_I^я - T_{II}^я), \quad (4.95)$$

$$K_t = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_I} + \frac{1}{\alpha_{II}}}, \quad (4.98)$$

$$\tau_{yx}^{в,г} = K_\gamma(W_{x,I}^я - W_{x,II}^я), \quad (4.96)$$

$$K_\gamma = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_I} + \frac{1}{\gamma_{II}}}, \quad (4.99)$$

где  $\hat{K}_{i,д}$ ,  $K_t$ ,  $K_\gamma$  – коэффициенты массо-, тепло- и импульсопередачи, их смысл отличается от соответствующих коэффициентов (4.11) – (4.14) лишь тем, что они характеризуют перенос субстанций из одной фазы в другую, а не внутри фаз. Движущими силами в данном случае являются разности соответствующих величин в ядрах двух фаз (или средних по поперечному сечению значений величин в фазах). Таким образом, уравнения (4.94) – (4.96) имеют чрезвычайно простое содержание, что свидетельствует о пропорциональности межфазного потока субстанции отклонению системы от состояния равновесия. Для уравнения массопередачи в качестве движущей силы использована разность химических потенциалов компонента в фазах, позволяющая сохранить аналогию уравнений (4.94) – (4.96). Подставить вместо  $\mu_i$  в (4.94) концентрации  $c_i$  было бы ошибкой, так как равенство концентраций компонента в фазах не является условием равновесия, возможны процесс массопередачи при равенстве  $c_{i,I}^я = c_{i,II}^я$  и равновесие, т.е. отсутствие межфазного переноса, при  $c_{i,I}^я \neq c_{i,II}^я$ . Существует возможность представления движущей силы массопередачи через разность концентраций, однако это будет разность рабочей и равновесной концентраций компонента в одной из фаз (см. разд. 12.2).

Соотношения (4.97) – (4.99) можно переписать иначе:

$$\frac{1}{\hat{K}_{i,d}} = \frac{1}{\hat{\beta}_{i,I}} + \frac{1}{\hat{\beta}_{i,II}}, \quad (4.100)$$

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{\alpha_I} + \frac{1}{\alpha_{II}}, \quad (4.101)$$

$$\frac{1}{K_r} = \frac{1}{\gamma_I} + \frac{1}{\gamma_{II}}. \quad (4.102)$$

Величины, обратные рассмотренным кинетическим коэффициентам, носят название сопротивлений:  $1/\hat{K}_{i,d}$ ,  $1/K_T$ ,  $1/K_r$  – сопротивления массо-, тепло- и импульсопередачи (межфазные сопротивления), а  $1/\hat{\beta}_i$ ,  $1/\alpha$ ,  $1/\gamma$  – сопротивления массо-, тепло- и импульсоотдачи (фазовые сопротивления). Нетрудно видеть, что соотношения (4.100) – (4.102) выражают аддитивность фазовых сопротивлений. Если не пренебрегать сопротивлением переносу субстанции со стороны межфазной поверхности, то к правым частям уравнений (4.100) – (4.102) необходимо добавить соответствующие сопротивления. Например, если процесс теплопередачи осуществляется не при непосредственном контакте двух фаз, а через разделяющую их стенку, обладающую термическим сопротивлением  $r_{ст}$ , то

$$\frac{1}{K_T} = \frac{1}{\alpha_I} + \frac{1}{\alpha_{II}} + r_{ст}. \quad (4.103)$$

Вид уравнений (4.100) – (4.102) свидетельствует, что больший вклад в межфазное сопротивление дает максимальное фазовое сопротивление. Если сопротивление первой фазы гораздо больше второй, то последним можно пренебречь, и в этом случае

$$\frac{1}{\hat{K}_{i,d}} \approx \frac{1}{\hat{\beta}_{i,I}}; \quad \frac{1}{K_T} \approx \frac{1}{\alpha_I}; \quad \frac{1}{K_r} \approx \frac{1}{\gamma_I}, \quad (4.104)$$

следовательно

$$\hat{K}_{i,d} \approx \hat{\beta}_{i,I}; K_T \approx \alpha_I; K_r \approx \gamma_I, \quad (4.105)$$

при  $\hat{\beta}_{i,I} \ll \hat{\beta}_{i,II}, \alpha_I \ll \alpha_{II}, \gamma_I \ll \gamma_{II}$ .

Интенсификация процессов химической технологии требует увеличения коэффициентов тепло- и массопередачи, т.е. уменьшения соответствующих сопротивлений. Исходя из вышесказанного для этого в первую очередь необходимо уменьшать наибольшее фазовое сопротивление, т.е. увеличивать наименьший коэффициент массо- или теплоотдачи.

Отношения движущих сил массо-, тепло- и импульсоотдачи в первой и второй фазах прямо пропорциональны отношению соответствующих фазовых сопротивлений, т.е. обратно пропорциональны отношению коэффициентов переноса в фазах. Докажем это на примере теплопередачи. Запишем уравнения теплоотдачи для каждой из фаз и поделим их на соответствующий коэффициент теплоотдачи:

$$T_I^y - T_I^r = \frac{q_y^{T,r}}{\alpha_I}, \quad (4.106)$$

$$T_{II}^r - T_{II}^y = \frac{q_y^{T,r}}{\alpha_{II}}. \quad (4.107)$$

Поделим уравнение (4.106) на (4.107):

$$\frac{T_I^y - T_I^r}{T_{II}^r - T_{II}^y} = \frac{\alpha_{II}}{\alpha_I}. \quad (4.108)$$

Профили химических потенциалов, температуры и скорости в процессах переноса субстанций через границу раздела фаз, не обладающую сопротивлением, приведены на рис. 4.3, а профиль температуры для процесса теплопередачи через стенку толщиной  $\delta$  – на рис. 4.4. В обоих случаях сопротивление в первой фазе больше, чем во второй.

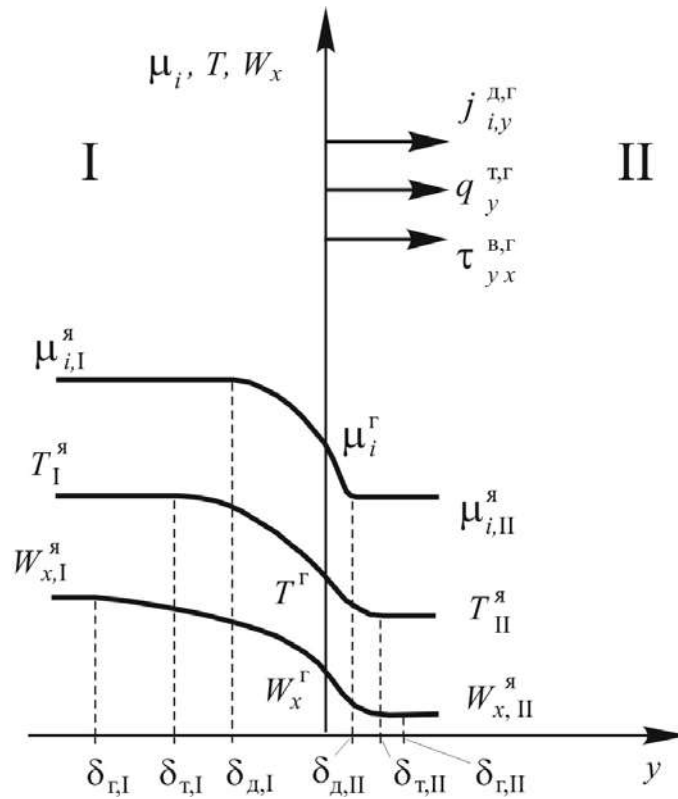


Рис. 4.3. Профили химических потенциалов, температуры и скорости в процессах переноса субстанций через границу раздела фаз не обладающую сопротивлением:  $\delta_{г}$ ,  $\delta_{т}$ ,  $\delta_{д}$  – толщина гидродинамического, теплового и диффузионного пограничных слоев

#### 4.4.2. Интегральная форма уравнений

Осреднив локальные уравнения межфазного переноса субстанций по участку поверхности  $F$ , можно получить интегральную форму уравнений:

$$\dot{M}_i^{\Gamma} = \int_0^F j_{i,y}^{д,г} dF = \int_0^F \hat{K}_{i,д} (\mu_{i,I}^{\text{я}} - \mu_{i,II}^{\text{я}}) dF = \overline{\hat{K}_{i,д}} F (\mu_{i,I}^{\text{я}} - \mu_{i,II}^{\text{я}}), \quad (4.109)$$

$$\dot{Q}^{\Gamma} = \int_0^F q_y^{т,г} dF = \int_0^F K_{т} (T_I^{\text{я}} - T_{II}^{\text{я}}) dF = \overline{K_{т}} F (T_I^{\text{я}} - T_{II}^{\text{я}}), \quad (4.110)$$

$$\dot{P}_x^{\Gamma} = \int_0^F \tau_{yx}^{в,г} dF = \int_0^F K_{г} (W_{x,I}^{\text{я}} - W_{x,II}^{\text{я}}) dF = \overline{K_{г}} F (W_{x,I}^{\text{я}} - W_{x,II}^{\text{я}}). \quad (4.111)$$



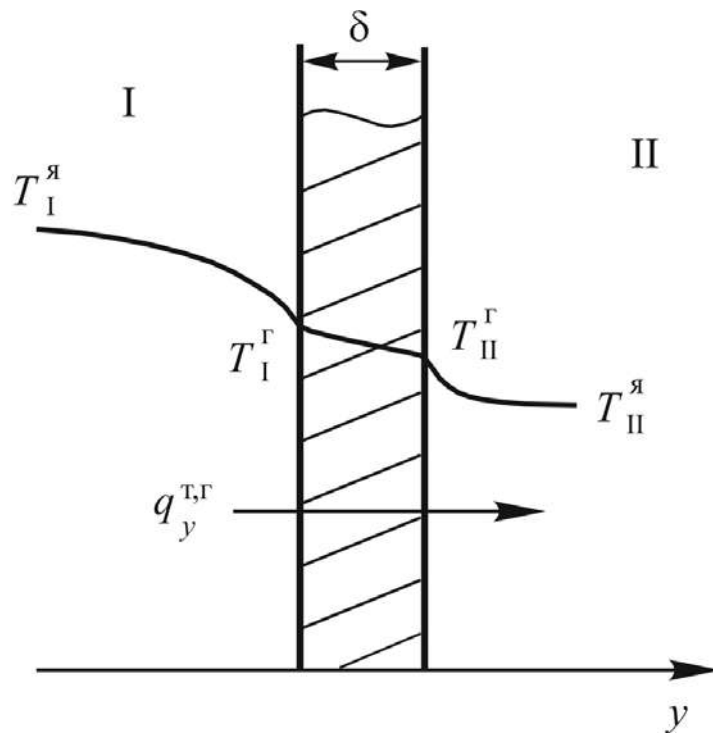


Рис. 4.4. Профиль температуры для процесса теплопередачи через стенку толщиной  $\delta$  ( $T_I^г \neq T_{II}^г$ )

Как и для уравнений (4.15) – (4.17), в общем случае при одновременном изменении кинетического коэффициента и движущей силы по межфазной поверхности такая запись является условной, так как невозможно разделить осреднение кинетического коэффициента и движущей силы. Аналогично (4.18) – (4.21) можно независимым образом осреднить одну из величин, но тогда значение второй будет зависеть от характера изменения первой.

Более того, использование уравнений (4.109) – (4.111) усложняется по сравнению с (4.15) – (4.17) возможностью различного относительного движения фаз. Выделяют следующие схемы (рис. 4.5.):

- а) прямоток или параллельный ток (движение фаз в одном направлении);
- б) противоток (движение фаз в противоположных направлениях);
- в) перекрестный ток (движение фаз во взаимно перпендикулярных направлениях);
- г) смешанный ток (движение одной из фаз в одном направлении, а другой как в одном, так и в противоположном направлениях).

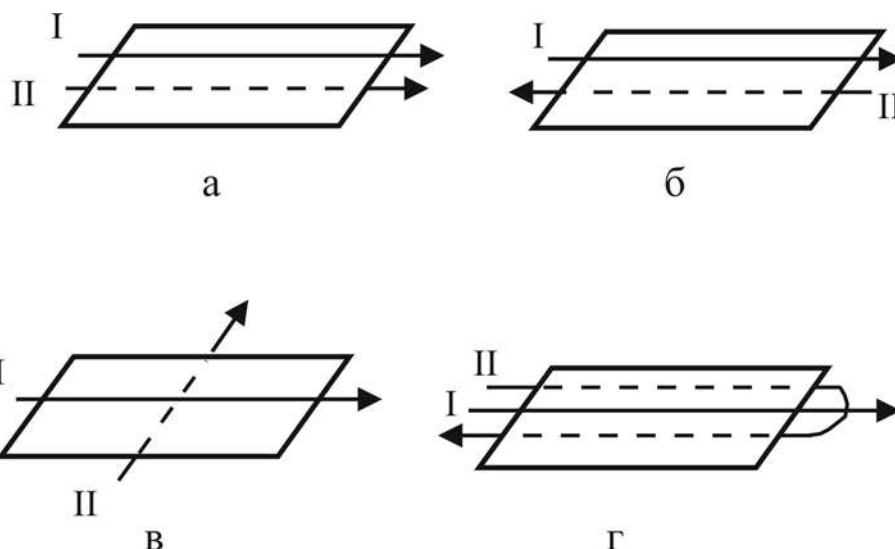


Рис. 4.5. Схемы относительного движения фаз:  
а) – прямоток, б) – противоток, в) – перекрестный ток,  
г) – смешанный ток

Если для вариантов а) и б) при осреднении по  $F$  достаточно интегрирования по одной координате  $x$ , то для вариантов в) и г) необходимо интегрировать по координатам  $x$  и  $z$ . Кроме того, найденный по соотношению, аналогичному (4.18), осредненный кинетический коэффициент межфазного переноса не будет тождествен полученному по (4.97) – (4.99) с использованием предварительно осредненных по (4.18) коэффициентов массо-, тепло- или импульсоотдачи. Строгий подход предполагает непосредственное интегрирование в уравнениях (4.109) – (4.111).

Рассмотрим, например, стационарный процесс теплопередачи при прямоточном движении фаз вдоль плоской поверхности шириной  $Z$  в направлении оси  $x$  при толщине слоев  $Y_I$  и  $Y_{II}$ , соответственно. Термическим сопротивлением межфазной поверхности можно пренебречь. Используем диффузионную модель структуры потока в каждой из фаз с коэффициентами обратного перемешивания  $D_{L,I}$  и  $D_{L,II}$ , дополнив соответствующие уравнения источниками (стоками) тепла за счет теплопередачи.

Математическая модель будет иметь вид

$$W_{x,I} \frac{dT_I^я}{dx} = D_{L,I} \frac{d^2 T_I^я}{dx^2} - \frac{K_\tau (T_I^я - T_{II}^я)}{c_{p,I} \rho_I Y_I}, \quad (4.112)$$

$$W_{x,\Pi} \frac{dT_{\Pi}^{\text{я}}}{dx} = D_{L,\Pi} \frac{d^2 T_{\Pi}^{\text{я}}}{dx^2} + \frac{K_{\text{т}}(T_{\text{I}}^{\text{я}} - T_{\Pi}^{\text{я}})}{c_{p,\Pi} \rho_{\Pi} Y_{\Pi}}, \quad (4.113)$$

$$T^{\Gamma} = T_{\text{I}}^{\text{я}} - \frac{K_{\text{т}}}{\alpha_{\text{I}}}(T_{\text{I}}^{\text{я}} - T_{\Pi}^{\text{я}}), \quad (4.114)$$

$$K_{\text{т}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{\text{I}}} + \frac{1}{\alpha_{\Pi}}}, \quad (4.115)$$

$$\alpha_{\text{I}} = \alpha_{\text{I}}(x, T_{\text{I}}^{\text{я}}, T^{\Gamma}), \quad (4.116)$$

$$\alpha_{\Pi} = \alpha_{\Pi}(x, T_{\Pi}^{\text{я}}, T^{\Gamma}), \quad (4.117)$$

$$\begin{aligned} x=0, \quad W_{x,i} \rho_i c_{p,i} T_{i,\text{BX}}^{\text{я}} &= W_{x,i} \rho_i c_{p,i} T_i^{\text{я}} - D_{L,i} \rho_i c_{p,i} \frac{dT_i^{\text{я}}}{dx}; \\ x=L, \quad T_i^{\text{я}} &= T_{i,\text{ВЫХ}}^{\text{я}}, \quad i = \text{I}, \Pi. \end{aligned} \quad (4.118)$$

В данном случае предполагается известной зависимость коэффициентов теплоотдачи как от расстояния от начала поверхности (через толщину пограничного слоя), так и от температур ядра фазы и ее границы (через зависимость от теплофизических свойств). Решение системы уравнений (4.112) – (4.117) с граничными условиями (4.118), по-видимому, с помощью численных методов позволяет получить явную зависимость от  $x$  величин  $T_{\text{I}}^{\text{я}}, T_{\Pi}^{\text{я}}, T^{\Gamma}, K_{\text{т}}, \alpha_{\text{I}}, \alpha_{\Pi}$ . Тогда можно воспользоваться уравнением (4.119) и найти количество передаваемого тепла за единицу времени на участке длиной  $L$ :

$$\dot{Q}^{\Gamma} = Z \int_0^L K_{\text{т}}(T_{\text{I}}^{\text{я}} - T_{\Pi}^{\text{я}}) dx. \quad (4.119)$$

На практике при расчете промышленных аппаратов, как правило, пренебрегают изменением кинетических коэффициентов межфазного переноса, используют их значения, найденные через осредненные коэффициенты массо-, тепло- и импульсоотдачи, а среднюю движущую силу для прямоточного и противоточного движения считают как среднелогарифмическую (соотношение типа (4.31) будет выполняться и для межфазного переноса при постоянных теплофизических свойствах фаз и модели идеального вытеснения). Для перекрестного и смешанного тока вводится поправочный

коэффициент, уменьшающий величину средней движущей силы. Однако, прежде чем воспользоваться этими упрощениями, следует оценить ошибку, которую они могут дать в условиях рассматриваемой задачи.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется массо-, тепло- и импульсоотдачей? Запишите уравнения соответствующих процессов в локальной форме.
2. Получите уравнения массо- и импульсоотдачи.
3. Что характеризуют локальные коэффициенты массо-, тепло- и импульсоотдачи?
4. Запишите уравнения массо-, тепло- и импульсоотдачи в интегральной форме.
5. Проанализируйте различные способы определения средних коэффициентов массо-, тепло- и импульсоотдачи и средних движущих сил соответствующих процессов, а также влияние структуры потоков на величину средних движущих сил.
6. Получите критерии гидродинамического, теплового и диффузионного подобия, уясните их смысл.
7. В чем заключается аналогия процессов массо-, тепло- и импульсоотдачи, как она может быть использована, какими критериями охарактеризована?
8. Что называется массо-, тепло- и импульсопередачей? Запишите уравнения соответствующих процессов в локальной форме.
9. Получите уравнения тепло- и импульсопередачи. Установите связь коэффициентов массо-, тепло- и импульсопередачи с коэффициентами массо-, тепло- и импульсоотдачи.
10. Что называется сопротивлениями массо-, тепло- и импульсопередачи, как наилучшим способом их уменьшить?
11. Запишите интегральную форму уравнений массо-, тепло- и импульсопередачи. От чего зависят величины средних движущих сил соответствующих процессов?

### **Вопросы для обсуждения**

1. От каких величин и каким образом зависят коэффициенты массо-, тепло- и импульсоотдачи?

2. Почему в соотношении (4.50) в отличие от (4.48) отсутствует зависимость от  $y^*$ ?
3. Всегда ли соблюдается аналогия процессов массо-, тепло- и импульсоотдачи в узком смысле слова? Сформулируйте условия соблюдения аналогии, приведите примеры наличия и отсутствия аналогии.

## Часть II. ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ

### Глава 5. ГИДРОМЕХАНИКА

Объектами изучения гидромеханики являются жидкости и газы, рассматривающиеся как сплошные среды, обладающие свойством неограниченной деформируемости – текучести. Зачастую, для краткости говорят лишь о жидкости, подразумевая, что газ, с точки зрения гидромеханики обладает точно такими же свойствами, за исключением сжимаемости, которой можно пренебречь при скоростях значительно меньше скорости звука.

Гидромеханику можно подразделить на *гидростатику* и *гидродинамику*. Гидростатика рассматривает равновесие среды, находящейся в состоянии покоя, относительно стенок аппарата, а гидродинамика – движение среды с учетом приложенных к ней сил. С другой стороны гидростатику можно рассматривать как частный случай гидродинамики покоящейся среды. И если основным уравнением гидродинамики является уравнение движения (2.55), то гидростатика описывается его частным случаем – уравнением равновесия Эйлера (2.60). Наука, изучающая применение законов гидромеханики в инженерной практике, называется гидравликой. Данная глава не претендует на полное и детальное изложение гидромеханики. Рассматриваться будут лишь разделы, наиболее важные для понимания и описания процессов и аппаратов химической технологии.

Основная задача гидродинамики состоит в определении полей скорости, давления, потока импульса (тензора напряжений), а также коэффициентов импульсоотдачи и коэффициентов трения на основе совместного решения уравнений движения (2.55) и неразрывности (2.16). Вначале будут рассмотрены простейшие случаи, позволяющие получить строгое решение вышеуказанных дифференциальных уравнений. Для более сложных случаев будет использован метод физического моделирования. В основном рассматриваются ньютоновские жидкости, движению неньютоновских жидкостей посвящен разд. 5.7.

#### 5.1. Гидростатика

Как уже отмечалось, гидростатику можно рассматривать в качестве частного случая гидродинамики покоящейся среды. В этом

случае задача упрощается – требуется отыскать лишь поле давления, т.к. для покоящейся среды скорость, поток импульса (тензор напряжений) и коэффициенты импульсоотдачи равны нулю.

В гидростатике в состояние покоя вкладываются два понятия: *абсолютный покой*, когда жидкость находится в состоянии покоя относительно земли, и *относительный покой*, когда жидкость находится в покое относительно движущегося сосуда.

### 5.1.1. Абсолютный покой

**Уравнение равновесия Эйлера.** Запишем проекции уравнения равновесия Эйлера (2.60) на оси декартовой системы координат:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho a_y; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho a_z, \quad (5.1)$$

где  $a_x, a_y, a_z$  – проекции ускорения массовых сил на оси координат.

Уравнения (5.1) представляют собой общие условия равновесия жидкого тела, находящегося в состоянии покоя.

Умножая уравнения (5.1) соответственно на  $dx, dy, dz$  и складывая их, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz). \quad (5.2)$$

Так как левая часть уравнения представляет собой полный дифференциал гидростатического давления, имеем

$$dp = \rho(a_x dx + a_y dy + a_z dz). \quad (5.3)$$

**Поверхность равного давления.** Поверхностью равного давления в жидкости называется поверхность, все точки которой испытывают одинаковое давление.

Уравнение такой поверхности получается из уравнения (5.3), полагая

$p = \text{const}$ , или  $dp = 0$ . При этом из (5.3)

$$a_x dx + a_y dy + a_z dz = 0. \quad (5.4)$$

**Основное уравнение гидростатики.** Рассмотрим случай, когда из массовых сил действует только сила тяжести. Принимая положительное направление оси  $z$  вертикально вверх, имеем

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g. \quad (5.5)$$

Тогда, согласно уравнению (5.1) или (5.3),

$$dp = -\rho g dz . \quad (5.6)$$

Интегрируя последнее уравнение, имеем

$$p = -\rho g z + C . \quad (5.7)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования.

Полученное уравнение можно, поделив на  $\rho g$ , привести к виду

$$z + \frac{p}{\rho g} = \text{const} . \quad (5.8)$$

Для двух любых точек одного и того же объема одной и той же жидкости уравнение (5.8) получает вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} . \quad (5.9)$$

Уравнение (5.9) называется основным уравнением гидростатики и выражает гидростатический закон распределения давления.

Уравнение поверхности равного давления в интегральной форме можно получить интегрированием (5.4) при условии (5.5) или из (5.9), полагая  $p = \text{const}$ . Тогда имеем:  $z = \text{const}$ . Следовательно, поверхности равных давлений в покоящейся однородной жидкости в случае действия из массовых сил одной силы тяжести представляют собой горизонтальные плоскости. Горизонтальной плоскостью в этом случае является и свободная поверхность жидкости, то есть поверхность контакта жидкости с газом.

**Закон Паскаля.** Возьмем внутри однородной жидкости две произвольные точки с отметками  $z_1$  и  $z_2$  относительно некоторой произвольно выбранной горизонтальной плоскости отсчета, давления в которых соответственно равны  $p_1$  и  $p_2$ . Пусть в точке  $z_1$  давление  $p_1$  увеличилось на величину  $\Delta p$ . Тогда, чтобы сохранить равновесие, характеризуемое уравнением (5.9), необходимо и в правой части к давлению  $p$  прибавить ту же величину  $\Delta p$ :

$$z_1 + \frac{p_1 + \Delta p}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2 + \Delta p}{\rho g} .$$

Отсюда следует закон Паскаля, что всякое изменение давления в какой - либо одной точке покоящейся жидкости, не нарушающее ее равновесия, передается в остальные точки без изменения.

**Определение давления в точке.** Пусть  $z$  – координата точки внутри покоящейся жидкости, в которой необходимо определить



давление  $p$ ;  $z_0$  – координата другой точки того же объема, давление в которой известно и равно  $p_0$ .

По основному уравнению гидростатики (5.9)

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}$$

откуда

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z) \text{ или } p = p_0 + \rho gh, \quad (5.10)$$

где  $(z_0 - z)$  – глубина погружения одной точки над другой, а если точка  $z_0$  взята на свободной поверхности, то есть поверхности контакта жидкости с газом, то  $z_0 - z = h$  есть глубина погружения точки.

Давление (5.10) иногда называют абсолютным или полным гидростатическим давлением, определяемым как сила, действующая со стороны жидкости на единицу поверхности. В случае, если абсолютное давление больше атмосферного, часто используется понятие избыточного давления

$$p_{\text{изб}} = p_{\text{абс}} - p_{\text{атм}}. \quad (5.11)$$

Если же абсолютное давление ниже атмосферного, то вводится понятие вакуума

$$p_{\text{вак}} = p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}}. \quad (5.12)$$

**Сила давления на дно и стенки сосуда.** Пусть  $H$  – высота слоя жидкости в сосуде,  $p_0$  – внешнее давление. Полное давление в точке  $B$ :  $p_B = p_0 + \rho gH$ . Сила давления на дно сосуда  $P_d = p_B S_d = (p_0 + \rho gH)S_d$ , где  $S_d$  – площадь плоского горизонтального дна сосуда.

Примем, что сосуд имеет постоянное горизонтальное сечение в форме квадрата со стороной  $\ell$ . Ранее показано, что давление в зависимости от глубины погружения рассматриваемой точки изменяется по линейному закону (5.10). Следовательно, среднее по высоте  $p_{\text{ср}}$  давление на стенку будет

$$p_{\text{ср}} = p_0 + \rho g \frac{H}{2}. \quad (5.13)$$

Среднее давление от столба жидкости будет равно  $\rho g \frac{H}{2}$ . Сила давления на прямоугольную стенку (от полного давления):

$$P_c = \int_0^{S_c} p dS_c = \int_0^{S_c} p d(h\ell) = \ell \int_0^H (p_0 + \rho gh) dh = \ell H \left( p_0 + \rho g \frac{H}{2} \right) = S_c p_{\text{ср}}. \quad (5.14)$$

Сила давления на стенку только от столба жидкости:

$$P_c = S_c \rho g \frac{H}{2}, \quad (5.15)$$

где  $S_c$  – площадь поверхности стенки, соприкасающейся с жидкостью.

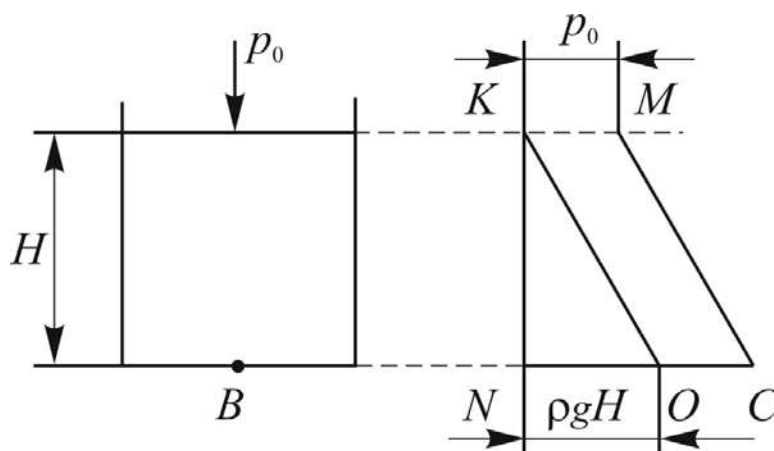


Рис. 5.1. Эпюра гидростатического давления

На рис. 5.1 площадь  $K-M-C-N$  представляет собой эпюру полного давления на стенку, а площадь  $K-O-N$  – эпюру давления столба жидкости.

### 5.1.2. Относительный покой

Пусть жидкость находится в открытом сосуде и вращается с угловой скоростью  $\omega$  около своей вертикальной оси (рис. 5.2).

Когда движение установится, жидкость будет вращаться вместе с сосудом и будет относительно последнего находиться в покое. Лабораторную систему отсчёта свяжем с вращающимся сосудом.

Из массовых сил на каждую частицу жидкости, например  $M$ , будут действовать сила тяжести и центробежная сила инерции, вызванная вращательным движением сосуда:

$$\text{для силы тяжести: } a_x = a_y = 0; \quad a_z = -g, \quad (5.16)$$

$$\text{для центробежной силы инерции: } a_x = \omega^2 x; \quad a_y = \omega^2 y; \quad a_z = 0,$$

где  $x, y, z$  – координаты точки  $M$  (рис. 5.2).

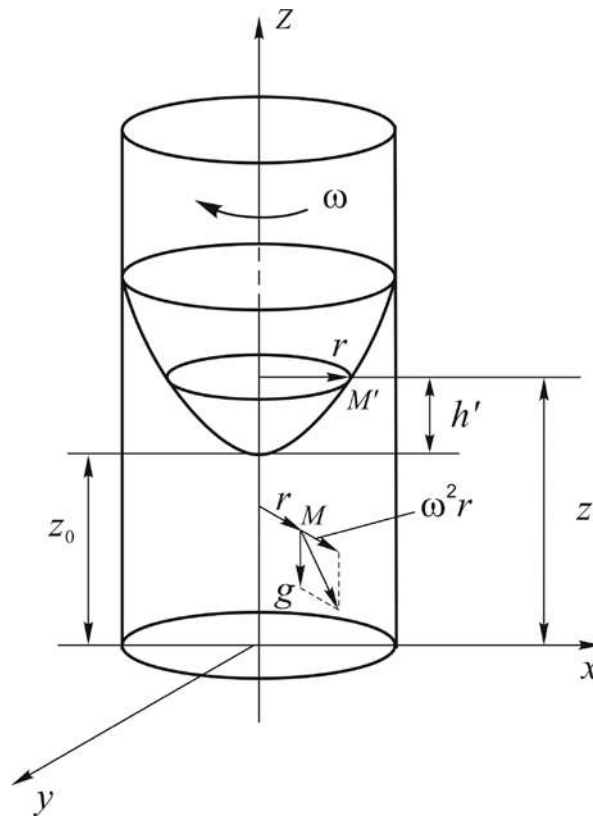


Рис. 5.2. Относительный покой жидкости во вращающемся сосуде

Для определения поверхности равного давления во вращающемся сосуде воспользуемся дифференциальным уравнением (5.4). Получаем:

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz = 0, \quad (5.17)$$

откуда после интегрирования находим:

$$\frac{1}{2} \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} \omega^2 y^2 - g z = C_0. \quad (5.18)$$

Уравнение (5.18) показывает, что поверхности равного давления представляют параболоиды вращения.

Для определения свободной поверхности, то есть поверхности соприкосновения жидкости с газом, можно сделать предположение, что она также будет являться поверхностью равного давления, а именно давления газа над ней  $p_0$ . Для получения соответствующего уравнения надо найти значение  $C_0$ . Учитывая, что при  $z = z_0$ , где  $z_0$  расстояние от вершины параболоида до дна сосуда,  $x = 0$ ,  $y = 0$ , получим:

$$C_0 = -g z_0.$$

Окончательно, с учетом, что  $r^2 = x^2 + y^2$ , получим:

$$\frac{\omega^2 r^2}{2g} = (z - z_0), \quad z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}. \quad (5.19)$$

По этому уравнению можно найти любую точку, например,  $M'$  (радиус  $r$ ) на свободной поверхности.

Точка  $M'$  находится над уровнем  $z_0$  на высоте  $h'$ , равной

$$h' = \frac{\omega^2 r^2}{2g} = \frac{W^2}{2g}, \quad (5.20)$$

где  $W = \omega r$  – линейная скорость точки  $M'$ .

Приведенные ранее уравнения позволяют найти закон распределения давлений. Используя формулу (5.3) и, учитывая преобразования, сделанные при выводе уравнения (5.17), получаем:

$$dp = \rho(-gdz + \omega^2(xdx + ydy)). \quad (5.21)$$

Интегрируя, получаем:

$$p = \rho \left( -gz + \omega^2 \frac{(x^2 + y^2)}{2} \right) + C_1. \quad (5.22)$$

Учитывая, что  $r^2 = x^2 + y^2$ , полученное уравнение приводим к виду:

$$p = \rho \left( -gz + \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) + C_1. \quad (5.23)$$

Постоянную  $C_1$  находим по давлению  $p_0$  в точке свободной поверхности, расположенной на оси  $z$  ( $r = 0$ ) и координата которой  $z = z_0$ . Тогда

$$C_1 = p_0 + \rho g z_0, \\ p = p_0 + \rho g(z_0 - z) + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2}. \quad (5.24)$$

## 5.2. Характеристики движения сред

**Поток жидкости.** Под *потоком жидкости* подразумевают движение жидкости, ограниченной поверхностями раздела фаз.

Можно указать следующие примеры потоков:

- поток в реке, который ограничен неподвижным ложем реки и свободной поверхностью жидкости, соприкасающейся с воздухом;
- поток в трубе, полностью заполненной жидкостью, ограничен твердыми стенками трубы;
- струя, вытекающая из отверстия в стенке сосуда, представляет

собой пример потока, ограниченного лишь свободной поверхностью жидкости, соприкасающейся с газом,

***Установившееся и неуставившееся движение.***

*Установившимся (стационарным)* движением является такое, когда скорости частиц потока, а также все другие, влияющие на его движение величины (плотность, температура, давление и др.) не изменяются во времени в каждой фиксированной точке пространства. При таком движении любая из указанных величин, например, скорость  $W_x$  в некотором направлении  $x$  может иметь различное значение в разных точках  $W_x = f(x, y, z)$ , но в любой точке скорость не изменяется со временем, т.е.  $\partial W_x / \partial t = 0$ .

При *неуставившемся (нестационарном)* движении, величины, характеризующие поток, изменяются во времени в фиксированной точке пространства. Так скорость среды в направлении  $x$  в любой точке является не только функцией пространственных координат  $x, y, z$  данной точки, но также времени  $t$ , т.е.  $W_x = f(x, y, z, t)$ , при этом  $\partial W_x / \partial t$  не равна нулю.

***Равномерное и неравномерное движение*** – это два вида установившегося движения потока.

*Равномерное* – это такое движение, когда форма и площадь поперечного сечения, а также средняя скорость по длине прямолинейного потока жидкости являются постоянными.

При *неравномерном* движении, площадь поперечного сечения и средняя скорость меняются по длине потока.

***Напорное и безнапорное движение.*** *Напорным движением* называется такое движение, когда поток ограничен твердыми поверхностями и не имеет свободной поверхности, т.е. поперечное сечение канала полностью заполнено жидкостью. Напорное движение происходит вследствие наличия разности давлений по длине потока, создаваемой, например, насосом, водонапорной башней и т.д.

*Безнапорным движением* называется такое, когда поток не со всех сторон ограничен твердыми стенками, а имеет свободную поверхность. В этом случае движение, в частности, может быть вызвано уклоном канала, по которому движется жидкость и происходит при неизменном по длине канала давлении.

***Линия тока.*** *Линия тока* представляет собой линию, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости жидкости касателен к этой линии (рис. 5.3).

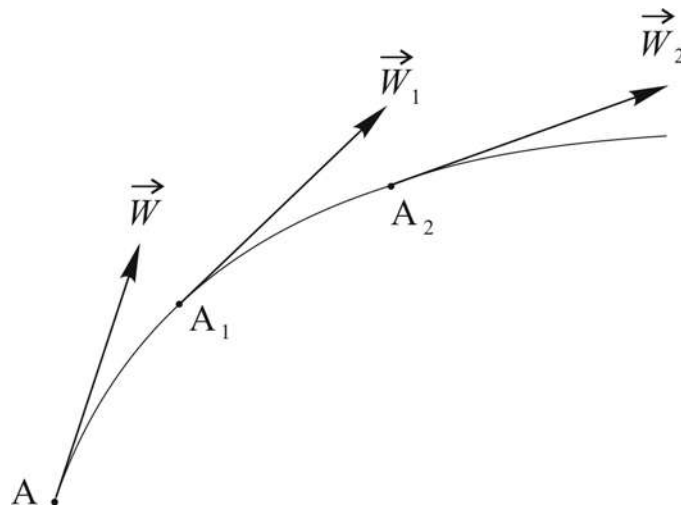


Рис. 5.3. Линия тока A-A<sub>1</sub>-A<sub>2</sub>

При установившемся движении жидкости линии тока и траектория движения частиц жидкости, на них расположенных, совпадают. При неустановившемся движении линии тока и траектории различны между собой, т.к. каждая частица находится на данной линии тока лишь одно мгновение, да и сама линия тока в общем случае существует одно мгновение.

**Средняя скорость, поперечное и живое сечения потока.** Поле конвективной скорости потока может иметь сложный характер. Даже в простейшем случае ламинарного стабилизированного течения среды в прямой цилиндрической трубе, когда все слои движутся параллельно в одном направлении, как будет показано ниже, скорости в различных точках потока имеют различные значения (рис. 5.7). Выбрав произвольное плоское сечение можно найти *среднюю по площади данного сечения S скорость*  $\bar{W}$

$$\bar{W} = \frac{1}{S} \int_S \vec{W} dS. \quad (5.25)$$

Если вектор средней скорости окажется перпендикулярен выбранному плоскому сечению, то такое сечение называют *поперечным сечением* потока. Понятно, что для случая течения в прямой трубе поперечное сечение будет перпендикулярно оси трубы. В более сложных случаях, например, в случае изогнутой трубы определение площади поперечного сечения и средней скорости представляет значительно большую сложность.

*Живым сечением потока* называют поверхность, нормаль к которой в каждой точке совпадает с направлением локальной конвективной скорости. В простейшем случае однонаправленного

движения живое сечение идентично плоскому поперечному сечению. В общем случае живое сечение может представлять собой поверхность сложной формы.

**Массовый и объемный расходы потока. Уравнение постоянства расхода.** Масса жидкости, протекающей через поперечное сечение потока  $S$  в единицу времени, называется *массовым расходом*. Объем жидкости, протекающей через поперечное сечение потока  $S$  в единицу времени, называется *объемным расходом*:

$$\bar{W} = \dot{V} / S, \quad (5.26)$$

$$G = \rho \dot{V} = \rho \bar{W} S, \quad (5.27)$$

где  $G$  – массовый расход, кг/с;  $\bar{W}$  – средняя по поперечному сечению  $S$  скорость;  $\dot{V}$  – объемный расход, м<sup>3</sup>/с.

Из уравнения неразрывности для установившегося движения (2.22) или закона сохранения массы в интегральной форме (2.3) следует уравнение постоянства расхода (2.24):

$$G = \rho \bar{W} S = \text{const}. \quad (5.28)$$

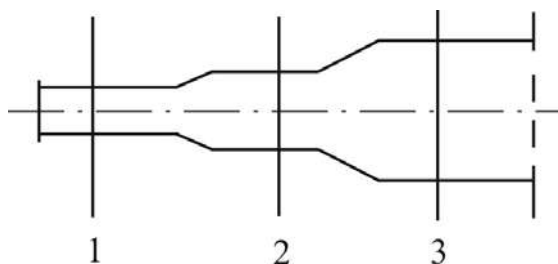


Рис. 5.4. Трубопровод переменного сечения

Для трех различных сечений трубопровода на рис. 5.4 (1,2,3) имеем

$$\rho_1 \bar{W}_1 S_1 = \rho_2 \bar{W}_2 S_2 = \rho_3 \bar{W}_3 S_3$$

или

$$G_1 = G_2 = G_3.$$

Отсюда следует, что для установившегося движения при увеличении площади поперечного сечения потока его средняя скорость уменьшается, и наоборот.

**Геометрические элементы потока.** Основными геометрическими элементами потока являются *площадь поперечного сечения* потока  $S$ , *смоченный периметр*  $\Pi_c$ , *гидравлический радиус*  $r_r$ , *эквивалентный диаметр*  $d_3$ .

Смоченным периметром  $\Pi_c$  называется длина контура поперечного сечения, по которому жидкость соприкасается со

стенкой. Гидравлический радиус  $r_r$  представляет собой отношение площади поперечного сечения потока к смоченному периметру:

$$r_r = \frac{S}{\Pi_c}. \quad (5.29)$$

Эквивалентный диаметр связан с  $r_r$  и равен

$$d_э = 4r_r = \frac{4S}{\Pi_c}. \quad (5.30)$$

**Идеальная жидкость, виды напора.** Идеальной жидкостью называется несжимаемая среда, движущаяся без трения. Для установившегося прямолинейного потока идеальной жидкости в любом поперечном сечении поле скорости будет однородным, т.е. локальные скорости будут совпадать со средней. В этом случае для всего потока выполняется уравнение Бернулли (2.38), являющееся законом сохранения механической энергии. Поделив уравнение (2.38) на ускорение свободного падения  $g$ , его можно представить в виде

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{W^2}{2g} + h = H = \text{const}. \quad (5.31)$$

Величину  $H$  называют *полным* или *гидродинамическим напором*. Из (5.31) следует, что гидродинамический напор для любых поперечных сечений потока идеальной жидкости, например 1 и 2, должен оставаться неизменным

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} + h_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g} + h_2. \quad (5.32)$$

Составляющие полного гидродинамического напора носят следующие названия:  $h = h_r$  – *геометрический напор* (нивелирная высота);  $p/(\rho g) = h_{пз}$  – *пьезометрический напор*;  $h_r + h_{пз} = h_{г.с.}$  – *полный гидростатический напор*, или, просто, *гидростатический напор* (иногда его называют *статическим напором*);  $W^2/(2g) = h_{ск}$  – *скоростной (динамический напор)*. Все члены уравнения (5.32) имеют размерность длины и выражают удельную энергию, отнесенную к единице веса среды. Физический смысл их следующий:  $h_r$  – удельная потенциальная энергия положения относительно некоторой горизонтальной плоскости сравнения;  $h_{пз}$  – удельная потенциальная энергия давления;  $h_{г.с.}$  – полная удельная потенциальная энергия;  $h_{ск}$  – удельная кинетическая энергия;  $H$  – удельная механическая энергия.

Уравнение Бернулли можно переписать в ином виде, умножив члены уравнения (5.31) на  $\rho g$ :



$$p + \frac{\rho W^2}{2} + \rho gh = \text{const.} \quad (5.33)$$

Каждый член этого уравнения имеет размерность давления и характеризует энергию единичного объема среды.

**Реальная жидкость, потерянный напор, гидравлическое сопротивление, коэффициенты гидравлического сопротивления.** При движении *реальной жидкости* часть энергии затрачивается на работу по преодолению сил вязкого трения  $\delta A_{\text{тр}}$ , в результате чего механическая энергия переходит во внутреннюю. Этот процесс необратим и носит название диссипации энергии. Потери механической энергии называются *гидравлическим сопротивлением*. Уменьшение механической энергии за счет гидравлического сопротивления, отнесенное в весу среды, носит название *потерянного напора*  $h_{\text{п}}$ . С учетом этого, уравнение (5.32) можно записать для реальной жидкости в виде

$$\frac{\bar{p}_1}{\rho g} + \frac{\bar{W}_1^2}{2g} + \bar{h}_1 = \frac{\bar{p}_2}{\rho g} + \frac{\bar{W}_2^2}{2g} + \bar{h}_2 + h_{\text{п},1-2}, \quad (5.34)$$

где  $h_{\text{п},1-2}$  – потерянный напор на участке между сечениями 1 и 2. Учитывая, что в реальной жидкости поле скоростей неоднородно, в уравнении (5.34) использованы пьезометрический, скоростной и геометрический напоры осредненные по поперечным сечениям 1 и 2.

Для реальной вязкой жидкости можно записать аналог уравнения (5.33):

$$\bar{p}_1 + \frac{\rho \bar{W}_1^2}{2} + \rho g \bar{h}_1 = \bar{p}_2 + \frac{\rho \bar{W}_2^2}{2} + \rho g \bar{h}_2 + \Delta p_{\text{п},1-2}. \quad (5.35)$$

В этом случае гидравлическое сопротивление на участке 1 – 2 характеризуется *потерянным давлением*  $\Delta p_{\text{п},1-2}$ . Нетрудно убедиться, что потерянный напор и давление связаны простым соотношением

$$\Delta p_{\text{п},1-2} = \rho g h_{\text{п},1-2}. \quad (5.36)$$

Следует отличать потерянное давление  $\Delta p_{\text{п},1-2}$  от перепада давлений в сечениях 1 и 2  $\Delta p_{1-2} = p_1 - p_2$ . В частном случае горизонтального движения потока с постоянной средней скоростью эти величины будут совпадать, как это следует из (5.35). Однако в общем случае, как видно из того же соотношения, они отличны. Так, например, при стабилизированном течении пленки жидкости по твердой вертикальной поверхности под действием силы тяжести

(безнапорное течение) перепад давлений  $\Delta p_{1-2} = 0$ , а потерянное давление, равное  $\Delta p_{п,1-2} = \rho g(h_1 - h_2)$ , отлично от нуля, так как при этом присутствует гидравлическое сопротивление.

Отношение потерянного напора  $h_{п}$  к скоростному  $h_{ск}$  носит название *коэффициента гидравлического сопротивления*  $\zeta$ , а (5.38) – уравнения Дарси:

$$h_{п} = \zeta h_{ск} = \zeta \frac{\overline{W}^2}{2g} \quad \text{или} \quad (5.37)$$

$$\Delta p_{п} = \zeta \frac{\rho \overline{W}^2}{2}. \quad (5.38)$$

Потерянный напор можно представить в виде суммы потерь механической энергии на трение по длине прямолинейного участка потока  $h_{тр}$ , на котором движение происходит с постоянной по величине и направлению средней скоростью, и участках потока, на которых происходит изменение средней скорости по величине или направлению  $h_{м.с.}$  (местные сопротивления):

$$h_{п} = h_{тр} + h_{м.с.} \quad \text{или} \quad (5.39)$$

$$\Delta p_{п} = \Delta p_{тр} + \Delta p_{м.с.}. \quad (5.40)$$

В соответствии с этим выделяют и *коэффициенты гидравлического сопротивления трению*  $\zeta_{тр}$  и *коэффициенты местных сопротивлений*  $\zeta_{м.с.}$ . В свою очередь,  $\zeta_{тр}$  и уравнение (5.38) представляют в виде

$$\zeta_{тр} = \lambda_{г} \frac{\ell}{d_{э}}, \quad \Delta p_{п} = \lambda_{г} \frac{\ell}{d_{э}} \frac{\rho \overline{W}^2}{2} \quad (5.41)$$

где  $\lambda_{г}$  – *коэффициент гидравлического трения*,  $\ell$  – длина прямолинейного участка,  $d_{э}$  – эквивалентный диаметр, (5.41) – уравнение Дарси-Вейсбаха.

Потерянное на трение давление  $\Delta p_{тр}$  можно выразить через поток импульса на границах  $\tau_{yx}^{в,г}$  или коэффициент импульсоотдачи  $\gamma'$ . Потерянное давление или уменьшение механической энергии единичного объема есть работа против сил вязкого трения, отнесенная к единице объема:

$$\Delta p_{тр} = \frac{\delta A_{тр}}{V}. \quad (5.42)$$

Работа есть произведение силы на длину пути  $\ell$  в направлении действия силы, а  $\tau_{yx}^{B,\Gamma}$  есть сила трения, действующая на единицу поверхности  $F$ , ограничивающую поток. С учетом вышесказанного для прямолинейного равномерного течения в направлении оси  $x$  можно записать

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{\delta A_{\text{тр}}}{V} = \frac{-\tau_{yx}^{B,\Gamma} F \ell}{V} = \frac{-\tau_{yx}^{B,\Gamma} \Pi_c \ell^2}{S \ell} = -\frac{4\ell}{d_3} \tau_{yx}^{B,\Gamma} = \frac{4\ell}{d_3} \gamma' \overline{W}_x. \quad (5.43)$$

На рис. 5.5 дана геометрическая интерпретация уравнения (5.34).

Благодаря тому, что все члены уравнения Бернулли в записи (5.34) имеют размерность длины, зависимость между отдельными членами уравнения наглядно изображается графически (рис. 5.5).

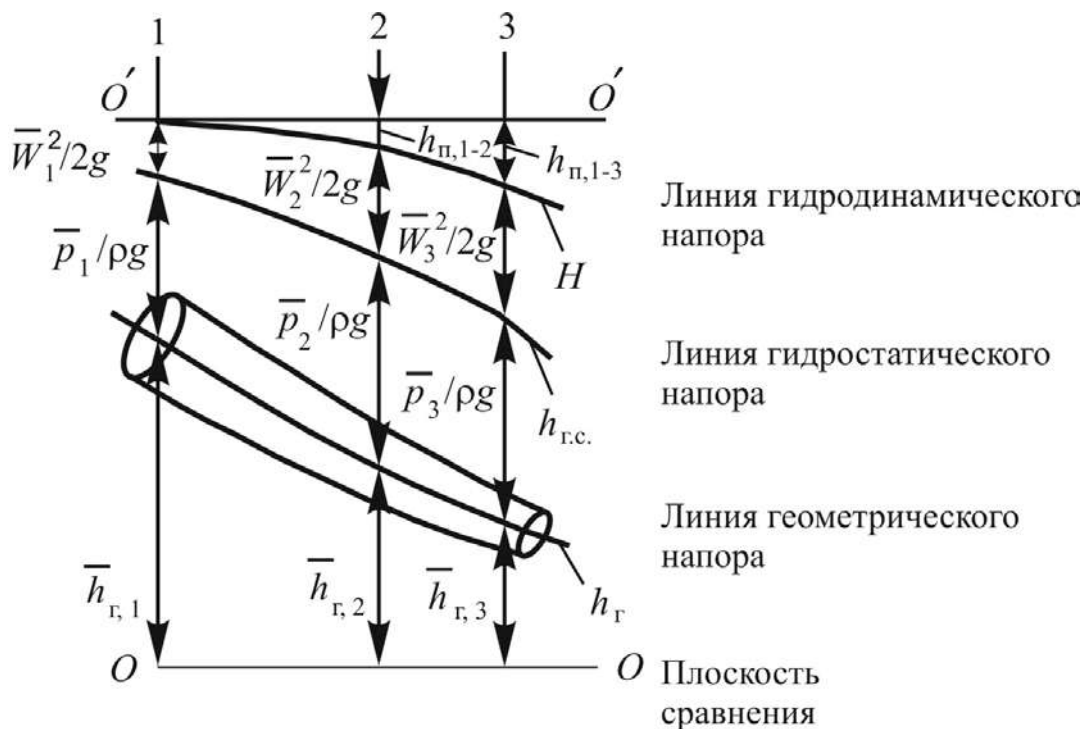


Рис. 5.5. Изменение различных видов напора при течении реальной жидкости

На рисунке обозначены средние величины:

$\bar{h}_{г,1}, \bar{h}_{г,2}, \bar{h}_{г,3}$  – геометрические напоры (нивелирные высоты) для сечений 1, 2, 3;

$\frac{\overline{p_1}}{\rho g}, \frac{\overline{p_2}}{\rho g}, \frac{\overline{p_3}}{\rho g}$  – пьезометрические напоры для тех же сечений;

$\frac{\overline{W_1^2}}{2g}, \frac{\overline{W_2^2}}{2g}, \frac{\overline{W_3^2}}{2g}$  – скоростные (динамические) напоры;

$h_{п,1-2}, h_{п,1-3}$  – потери напора между сечениями 1-2 и 1-3 соответственно.

Линия  $O' - O'$  является линией гидродинамического напора для случая движения идеальной жидкости; в данном случае она дает возможность наглядно показать величины потеряннного напора между сечениями 1-2 и 1-3.

### 5.3. Течение в цилиндрической трубе

Рассмотрим напорное установившееся равномерное стабилизированное движение несжимаемой жидкости в горизонтальной прямой трубе круглого сечения. На определенном расстоянии от входа в трубу происходит формирование поля скорости – *участок гидродинамической стабилизации* длиной  $\ell_{н.г.}$ . При дальнейшем продвижении потока вдоль трубы поле скорости остается неизменным, такое течение называется *стабилизированным* (более подробно см. разд. 9.2.2) Напомним, что задача гидродинамики заключается в определении полей скорости, давления, потока импульса (тензора напряжений), а также коэффициентов импульсоотдачи или трения.

Решение данной задачи для течения в прямой трубе круглого сечения удобнее получить с использованием цилиндрических координат. Совместим ось  $x$  с осью трубы, а начало координат с концом участка гидродинамической стабилизации (рис.5.6). Связь прямоугольной и цилиндрической системы координат осуществляется следующим образом:

$$x = x, \quad y = r \cos \theta, \quad z = r \sin \theta, \quad r = \sqrt{z^2 + y^2}, \quad (5.44)$$

где  $\theta$  – угол, между осями  $r$  и  $y$ .

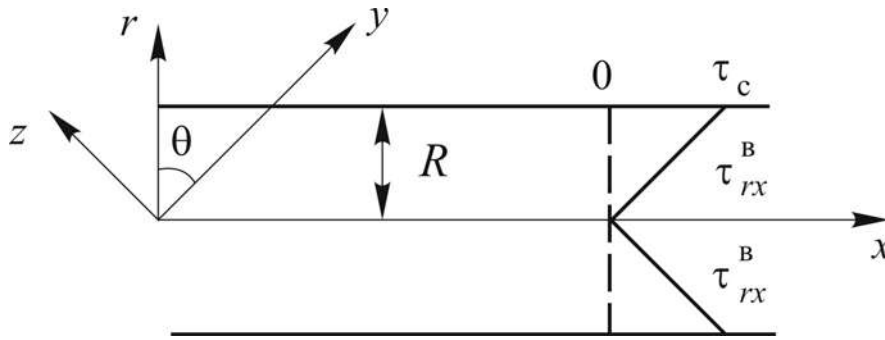


Рис. 5.6. Профиль потока импульса  $\tau_{rx}^B$  при установившемся стабилизированном течении в цилиндрической трубе

Запишем уравнения движения и неразрывности в цилиндрических координатах для рассматриваемого случая. Для этого упростим общий вид данных уравнений (см. приложение П.2.2) с учетом принятых допущений. При стабилизированном осесимметричном течении составляющие скорости  $W_r$  и  $W_\theta = 0$ , следовательно, равны нулю и производные от них по любым переменным. Установившееся (стационарное) движение предполагает неизменность величин во времени, следовательно,  $\partial W_x / \partial t = 0$ . Предполагая, что длина горизонтальной трубы  $\ell$  значительно превышает ее диаметр  $d$ , пренебрегаем изменением давления за счет гидростатического эффекта  $\partial p / \partial r = \partial p / \partial \theta = 0$ . Несжимаемость жидкости дает  $\rho = \text{const}$ . С учетом вышесказанного уравнения движения и неразрывности приобретают вид

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tau_{rx}^B), \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} = 0. \quad (5.46)$$

Решив уравнение движения, можно получить зависимость потока импульса (элемента тензора вязких напряжений  $\tau_{rx}^B$ ) от гидравлического сопротивления трубопровода (как уже отмечалось для горизонтального равномерного движения потерянное давление  $\Delta p_n$  совпадает с перепадом давлений  $\Delta p$ ). Проинтегрируем уравнение (5.45) по  $dr$

$$\int \frac{dp}{dx} r dr = - \int d(r \tau_{rx}^B) + C. \quad (5.47)$$

Учитывая, что для равномерного стабилизированного движения  $\frac{dp}{dx} = \text{const}$ , получим

$$\frac{dp}{dx} \frac{r^2}{2} = -r\tau_{rx}^B + C \text{ или } \tau_{rx}^B = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{C}{r}. \quad (5.48)$$

Поскольку  $\tau_{rx}^B$  пропорционален  $\partial W_x / \partial r$  (1.50), а величина данной производной вследствие осесимметричности равна нулю при  $r = 0$ , то и  $\tau_{rx}^B = 0$ ,  $r = 0$ . Из этого граничного условия находим, что постоянная интегрирования  $C = 0$ . Знак «минус» в решении (5.48) объясняется отрицательным значением производной  $\frac{dp}{dx}$  (давление падает в направлении движения). Поток импульса направлен от оси трубы к стенкам, линейно возрастаю (5.48) от 0 до  $\tau_c$  при  $r = R$  (рис. 5.7)

$$\tau_c = -\frac{R}{2} \frac{dp}{dx}, \quad (5.49)$$

$$\frac{\tau_{rx}^B}{\tau_c} = \tau^* = \frac{r}{R}. \quad (5.50)$$

Для равномерного стабилизированного движения можно представить

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{\ell}, \quad (5.51)$$

$$\tau_c = \frac{d\Delta p}{4\ell}, \quad (5.52)$$

где  $\ell$  – длина участка стабилизированного течения, на котором происходит падение давления  $\Delta p$ . Мы нашли зависимость потока импульса  $\tau_{rx}^B(r)$ , связав её с потерей давления в трубопроводе (5.48). Для определения потери давления (гидравлического сопротивления), а также поля скорости  $W_x(r)$ , коэффициентов импульсоотдачи  $\gamma'$  и трения  $c_f$ ,  $\lambda_r$  необходимо учитывать режим течения среды, о котором можно судить по величине критерия Рейнольдса:

$$\text{Re}_d = \frac{\overline{W_x} d}{\nu}. \quad (5.53)$$

### 5.3.1. Ламинарный режим движения

Ламинарный режим течения в трубах соблюдается при  $\text{Re}_d \leq 2300$ . В отсутствие турбулентных пульсаций элемент тензора вязких напряжений выражает поток импульса за счет лишь молекулярного механизма переноса (1.46)

$$\tau_{rx}^B = -\mu \frac{\partial W_x}{\partial r} = -\mu \frac{dW_x}{dr}. \quad (5.54)$$

В рассматриваемом случае частная производная может быть заменена обыкновенной, т.к. скорость  $W_x$  от других переменных не зависит ( $\frac{\partial W_x}{\partial t} = 0$  – стационарность,  $\frac{\partial W_x}{\partial x} = 0$  – (5.46),  $\frac{\partial W_x}{\partial \theta} = 0$  – осесимметричность). Подставим (5.54) в (5.48), разделим переменные и проинтегрируем, предполагая, что  $\mu, dp/dx = \text{const}$ :

$$-\mu \frac{dW_x}{dr} = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dx}, \quad (5.55)$$

$$\int dW_x = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} \int r dr + C', \quad (5.56)$$

$$W_x = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} r^2 + C'. \quad (5.57)$$

Константу интегрирования  $C'$  определим из граничного условия равенства нулю скорости жидкости  $W_x$  на стенке трубы  $r = R, W_x = 0$

$$\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} R^2 + C' = 0, \quad C' = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} R^2, \quad (5.58)$$

$$W_x = -\frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} (R^2 - r^2) \quad (5.59)$$

или для равномерного движения с учетом (5.51)

$$W_x = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{\ell} (R^2 - r^2). \quad (5.60)$$

В соответствии с (5.60) максимальная скорость достигается на оси потока при  $r = 0$

$$W_{x,\max} = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{\ell} R^2, \quad (5.61) \quad W_x = W_{x,\max} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right). \quad (5.62)$$

Таким образом, зависимость  $W_x(r)$  имеет параболический характер (рис. 5.7). Следует, однако, напомнить, что полученное решение справедливо лишь в области стабилизированного течения. Решения, полученные в приближении пограничного слоя, определяют длину участка гидродинамической стабилизации при ламинарном режиме течения:

$$\ell_{\text{н.г.}} \approx 0,05 \text{Re}_d d. \quad (5.63)$$

Таким образом, для  $\text{Re}_d = 2 \cdot 10^3$  длина участка

гидродинамической стабилизации может достигать 100 диаметров.

Определим среднюю по поперечному сечению трубы скорость потока  $\overline{W}_x$  как

$$\overline{W}_x = \frac{1}{S} \int_0^S W_x dS = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R W_x 2\pi r dr = \frac{2}{R^2} \int_0^R W_x r dr. \quad (5.64)$$

Тогда для ламинарного режима

$$\begin{aligned} \overline{W}_x &= \frac{2}{R^2} \int_0^R W_{x,\max} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right) r dr = \frac{2W_{x,\max}}{R^2} \left( \int_0^R r dr - \int_0^R \frac{r^3}{R^2} dr \right) = \\ &= \frac{2W_{x,\max}}{R^2} \left( \frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4R^2} \right) = \frac{W_{x,\max}}{2}, \end{aligned} \quad (5.65)$$

т.е. средняя по сечению скорость соответствует половине максимальной (рис. 5.7). Используя (5.61), можно связать среднюю скорость с разностью давлений  $\Delta p$ :

$$\overline{W}_x = \frac{R^2 \Delta p}{8\mu \ell}. \quad (5.66)$$

Учитывая выражение для объемного расхода  $\dot{V} = \overline{W}_x S = \overline{W}_x \pi R^2$ , можно получить уравнение, которое носит название Гагена-Пуазейля:

$$\dot{V} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\mu \ell}. \quad (5.67)$$

По этому уравнению можно найти объёмный расход жидкости, зная перепад давлений на стабилизированном участке трубы длиной  $\ell$  и, наоборот, потерю давления по известному расходу.

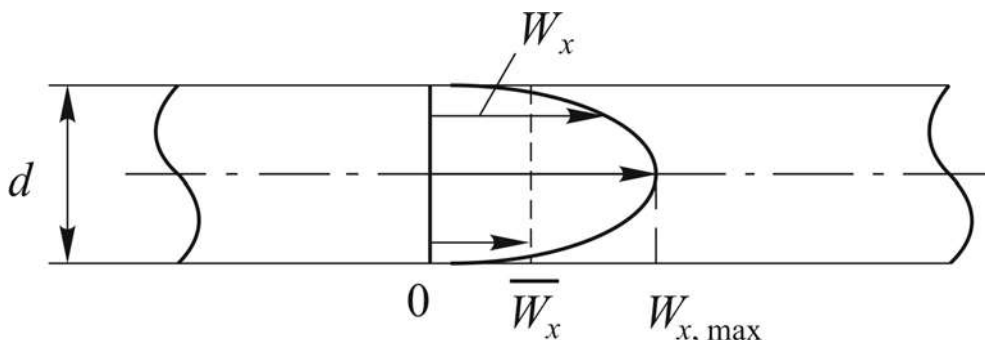


Рис. 5.7. Профиль скорости при ламинарном стабилизированном течении в цилиндрической трубе

Решив уравнение (5.66) относительно  $\Delta p$ , можно найти потерю



давления трубопровода по известной средней скорости:

$$\Delta p = 8\mu\ell\overline{W}_x/R^2, \quad (5.68)$$

или умножив числитель и знаменатель на  $\rho\overline{W}_x$  и заменив  $R$  на  $d/2$

$$\Delta p = \frac{64\mu\ell\rho\overline{W}_x^2}{\overline{W}_x d \rho d 2} = \frac{64}{Re_d} \frac{\ell\rho\overline{W}_x^2}{d 2} = \lambda_r \frac{\ell}{d} \frac{\rho\overline{W}_x^2}{2}, \quad (5.69)$$

где  $\lambda_r = \frac{64}{Re_d}$  – коэффициент гидравлического трения при ламинарном движении для круглой трубы в уравнении (5.41). Или в критериальном виде

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho\overline{W}_x^2} = \frac{32\ell}{d} Re_d^{-1}. \quad (5.70)$$

Перенос импульса от оси потока к стенкам трубы можно рассматривать как процесс импульсоотдачи (4.7). В качестве движущей силы процесса будем рассматривать разность средней и граничной скорости, последняя из которых равна нулю из условия прилипания на стенке:

$$\tau_c = \tau_{rx}^{B,\Gamma} = -\tau_{yx}^{B,\Gamma} = \gamma(W_x^y - W_x^r) = \gamma'(\overline{W}_x - W_x^r) = \gamma'\overline{W}_x. \quad (5.71)$$

Коэффициент импульсоотдачи  $\gamma'$  и гидродинамический критерий Нуссельта  $Nu'_r$  легко найти из совместного решения (5.71), (5.68) и (5.52):

$$\gamma' = \frac{\tau_c}{\overline{W}_x} = \frac{d\Delta p}{4\ell\overline{W}_x} = \frac{8\mu}{d}, \quad (5.72)$$

$$Nu'_{r,d} = \frac{\gamma'd}{\mu} = 8. \quad (5.73)$$

Таким образом, задача гидродинамики по определению полей скорости, давления, потока импульса, а также коэффициентов импульсоотдачи и трения в цилиндрической трубе решена аналитически исходя из теоретического описания процессов переноса, т.е. уравнений Навье-Стокса и неразрывности.

Следует отметить, что соотношение (5.69) в отличие от (5.43) может давать неправильное представление о квадратичной зависимости  $\Delta p$  от скорости. В то время как, например, для ламинарного течения в трубе эта зависимость линейная  $\Delta p \sim \overline{W}_x$  т.к.  $\lambda_r \sim \overline{W}_x^{-1}$ . Коэффициент же импульсоотдачи  $\gamma'$  в отличие от  $\lambda_r$  в этом

случае от скорости не зависит;  $Nu'_{r,d}$  является константой, в то время как критерий  $Eu \sim Re_d^{-1}$ . Таким образом, использование  $\gamma'$  и  $Nu'_r$  позволяет получить более простые и наглядные зависимости (рис 5.9).

### 5.3.2. Турбулентный режим течения

Для труб круглого сечения переход от ламинарного режима к турбулентному начинается при  $Re_d > 2300$ , а для  $Re_d > 10^4$  реализуется развитое турбулентное течение. Результаты, которые будут получены в данном разделе, могут применяться при  $Re_d > 4 \cdot 10^3$ , т.е. справедливы для большей части переходной области и диапазона развитой турбулентности. Решим задачу определения полей скорости, давления и тензора напряжений (потока импульса), как и в случае ламинарного движения. Используя координату  $y = R - r$ , элемент тензора вязких напряжений  $\tau_{rx}^B$  (поток импульса  $\rho W_x$  в направлении  $r$  за счет молекулярного и турбулентного механизмов переноса), можно записать

$$\tau_{rx}^B = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial W_x}{\partial r} = \rho(v + v_T) \frac{dW_x}{dy}. \quad (5.74)$$

Далее в данном разделе не будут указываться индексы при обозначении  $\tau_{rx}^B \equiv \tau$ . Основная сложность описания турбулентного движения заключается в отсутствии строгих теоретических соотношений для коэффициента турбулентной вязкости  $v_T$ , который к тому же является функцией поля скорости. По аналогии с длиной свободного пробега молекул газа Прандтлем введено понятие пути смещения  $\ell_c$ , характеризующее расстояние, на котором турбулентный вихрь, перемещаясь, сохраняет свою индивидуальность. С учетом этого

$$v_T = \ell_c^2 \left| \frac{\partial W_x}{\partial y} \right|. \quad (5.75)$$

Воспользуемся наиболее простой двухслойной моделью пристенной турбулентности Прандтля. Учитывая, что интенсивность турбулентных пульсаций от ядра потока к стенке снижается до нуля и в непосредственной близости от стенки преобладающим механизмом переноса импульса является молекулярный ( $v > v_T$ ), можно подразделить пристенную область ( $y/R < 0,1$ ) на две подобласти. В

первой из них, называемой *вязким (ламинарным) подслоем* ( $y < \delta_{1,\Gamma}$ ), учитывается только молекулярный механизм переноса импульса, а во второй ( $y > \delta_{1,\Gamma}$ ) – только турбулентный (рис.5.8). Поток импульса во всей пристенной области считается постоянным и равным потоку импульса на стенке  $\tau = \text{const} = \tau_c$ . Для удобства записи вводится понятие динамической скорости  $W_*$ , связанной простым соотношением с  $\tau_c$

$$\tau_c = \rho \nu \left. \frac{dW_x}{dy} \right|_{y=0} = \rho W_*^2. \quad (5.76)$$

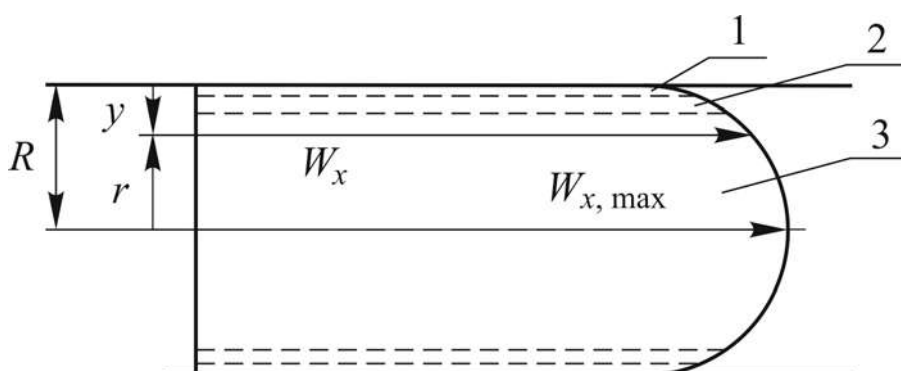


Рис. 5.8. Профиль скорости при турбулентном стабилизированном течении в цилиндрической трубе: 1 – вязкий подслой; 1+2 – пристенная область; 2+3 – турбулентная область

В вязком подслое толщиной  $\delta_{1,\Gamma}$  можно интегрированием уравнения потока импульса (5.76) найти поле скорости, определив константу интегрирования  $C_1$  из граничного условия  $W_x = 0$  при  $y = 0$

$$\int dW_x = \frac{\tau_c}{\rho \nu} \int dy + C_1, \quad (5.77)$$

$$W_x = \frac{\tau_c}{\rho \nu} y + C_1, \quad C_1 = 0, \quad (5.78)$$

$$\frac{W_x}{W_*} = \frac{W_* y}{\nu} = y^*, \quad y \leq \delta_{1,\Gamma}, \quad (5.79)$$

где  $y^*$  – безразмерная поперечная координата.

Для пристенной области вне вязкого подслоя ( $y > \delta_{1,\Gamma}$ ) длина

пути смещения  $\ell_c$  полагается прямо пропорциональной расстоянию от стенки. Тогда

$$\ell_c = \chi y, \quad (5.80)$$

$$\tau = \tau_c = \rho v_\tau \frac{dW_x}{dy} = \rho(\chi y)^2 \left( \frac{dW_x}{dy} \right)^2 = \rho W_*^2, \quad (5.81)$$

$$\int dW_x = \frac{W_*}{\chi} \int \frac{1}{y^*} dy^* + C_2, \quad (5.82)$$

$$\frac{W_x}{W_*} = \frac{1}{\chi} \ln y^* + C_2. \quad (5.83)$$

Постоянную  $C_2$  можно определить из условия сопряжения выражений (5.83) и (5.79) для поля скорости на границе вязкого подслоя при  $y^* = \delta_{1,\Gamma}^*$ :

$$\delta_{1,\Gamma}^* = \frac{W_* \delta_{1,\Gamma}}{v}, \quad (5.84)$$

$$C_2 = \delta_{1,\Gamma}^* - \frac{1}{\chi} \ln \delta_{1,\Gamma}^*. \quad (5.85)$$

Для получения явного вида поля скорости необходимо знание двух параметров  $\chi$ ,  $\delta_{1,\Gamma}^*$ . Они могут быть определены непосредственно из эксперимента. Как следует из многочисленных опытных данных, найденный логарифмический профиль скорости (5.83), (5.85) является универсальным, т.е. справедлив для любых  $Re_d > 4 \cdot 10^3$  с постоянными значениями параметров  $\chi = 0,4$ ;  $\delta_{1,\Gamma}^* = 11,6$ . Тогда окончательно для пристенной области имеем

$$\frac{W_x}{W_*} = 2,5 \ln y^* + 5,5; \quad y^* > 11,6. \quad (5.86)$$

Существуют и более сложные зависимости для поля скорости: трех- и четырехслойные модели. Мы же ограничимся рассмотрением простейшей. Экспериментальные данные свидетельствуют, что несмотря на зависимость потока импульса от радиуса трубы ( $\tau \neq \text{const}$ ) и невыполнение соотношения (5.80) для турбулентного потока вне пристенной области ( $r/R < 0,9$ ), логарифмический профиль скорости (5.86) соблюдается вплоть до оси трубы ( $r = 0$ ), где скорость  $W_x = W_{x,\text{max}}$ .

Можно связать локальную скорость  $W_x(r)$  с  $W_{x,\max}$ :

$$\frac{W_{x,\max} - W_x}{W_*} = 2,5 \left( \ln \frac{RW_*}{\nu} - \ln \frac{yW_*}{\nu} \right) = 2,5 \ln \frac{R}{y}, \quad (5.87)$$

$$W_x = W_{x,\max} - 2,5W_* \ln \frac{R}{y}, \quad y > \delta_{1,\Gamma}. \quad (5.88)$$

Используя соотношения (5.88) и (5.64), можно найти среднюю скорость турбулентного потока, пренебрегая отличием зависимости скорости в тонком вязком подслое от (5.88):

$$\overline{W}_x = \frac{2}{R^2} \left( \int_0^R W_{x,\max} r dr - \int_0^R 2,5W_* \ln \left( \frac{R}{R-r} \right) r dr \right) = W_{x,\max} - 3,75W_*. \quad (5.89)$$

Экспериментальным данным лучше, чем коэффициент 3,75, удовлетворяет коэффициент 4,08. Во все выражения для скорости входит динамическая скорость  $W_*$  или поток импульса на стенке  $\tau_c$ , с учетом (5.76). Для замыкания решения необходимо выразить  $\tau_c$  через среднерасходную скорость  $\overline{W}_x$ . Это можно сделать двумя способами: с использованием коэффициента трения Фаннинга  $c'_f$  и коэффициента импульсоотдачи  $\gamma'$  (5.71):

$$\tau_c = c'_f \rho \frac{\overline{W}_x^2}{2}. \quad (5.90)$$

Проинтегрируем выражение для потока импульса (5.74) по поперечной координате от стенки до оси трубы:

$$\int_0^R \frac{\tau dy}{\rho(\nu + \nu_T)} = \int_0^{W_{x,\max}} dW_x, \quad (5.91)$$

$$W_{x,\max} = \frac{1}{\rho} \int_0^R \frac{\tau dy}{(\nu + \nu_T)}. \quad (5.92)$$

Используя соотношения (5.89) и (5.50), перепишем

$$\overline{W}_x + 3,75W_* = \frac{\tau_c}{\rho} \int_0^R \frac{\tau^* dy}{\nu + \nu_T}. \quad (5.93)$$

Решим относительно  $\overline{W}_x$ , поделим на  $\tau_c$  и разделим интеграл на две части, учитывая, что в вязком подслое  $\tau^* = 1$  и перенос осуществляется только за счёт молекулярного механизма

$$\frac{\overline{W_x}}{\tau_c} = \frac{1}{\gamma'} = \int_0^{\delta_{1,r}} \frac{dy}{\rho v} + \int_{\delta_{1,r}}^R \frac{\tau^* dy}{\rho v_T} - \frac{3,75}{\rho W_*}. \quad (5.94)$$

Величина, обратная  $\gamma'$ , является сопротивлением переносу импульса. Из соотношения (5.94) видно, что оно аддитивно складывается из сопротивлений переносу импульса в вязком подслое и в турбулентной области. Последний член в (5.94) возникает вследствие использования в уравнении импульсоотдачи (5.71) средней, а не максимальной скорости. С использованием соотношений (5.81) и (5.50), а также учитывая распространение выражения (5.86) на всю турбулентную область, можно записать

$$\frac{\tau^*}{\rho v_T} = \frac{dW_x}{\tau_c dy} = \frac{2,5}{\rho W_* y}, \quad \delta_{1,r} \leq y \leq R, \quad (5.95)$$

$$\frac{1}{\gamma'} = \frac{11,6}{\rho W_*} + \frac{2,5}{\rho W_*} \ln \left( \frac{R}{\delta_{1,r}} \right) - \frac{3,75}{\rho W_*}, \quad (5.96)$$

$$\ln \left( \frac{R}{\delta_{1,r}} \right) = \ln \left( \frac{RW_*}{11,6v} \right) = \ln(\text{Re}_*) - \ln(23,2), \quad (5.97)$$

$$\text{Re}_* = \frac{W_* d}{v}, \quad (5.98)$$

$$\frac{1}{\gamma'} = \frac{2,5}{\rho W_*} \ln(\text{Re}_*). \quad (5.99)$$

Выразив  $\gamma'$  через  $c'_f$  из (5.71), (5.90) и подставив в (5.99), а также связав с помощью (5.76), (5.90) среднюю и динамическую скорости получим уравнение для определения коэффициента трения Фаннинга  $c'_f$  или коэффициента гидравлического сопротивления трению  $\lambda_r$ , учитывая, что для равномерного стабилизированного течения в трубе  $\lambda_r = 4 c'_f$

$$W_* = \overline{W_x} \sqrt{c'_f / 2}, \quad (5.100)$$

$$\gamma' = \frac{\tau_c}{W_x} = \rho \overline{W_x} \frac{c'_f}{2} = \rho W_* \sqrt{c'_f / 2}, \quad (5.101)$$

$$\frac{1}{\sqrt{c'_f / 2}} = 2,5 \ln \text{Re}_* = 2,5 \ln \left( \text{Re}_d \sqrt{c'_f / 2} \right), \quad (5.102)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = 0,884 \ln \left( \text{Re}_d \sqrt{\lambda_r} \right) - 0,91 = 2,0 \lg \left( \text{Re}_d \sqrt{\lambda_r} \right) - 0,91. \quad (5.103)$$

Многочисленные опытные данные подтверждают возможность использования формулы (5.103) в диапазоне  $4 \cdot 10^3 < Re < 10^7$  и говорят о лучшем согласии с экспериментом при замене коэффициента 0,91 на 0,8, что дает поправку для  $\lambda_r$  менее 4%. Некоторое неудобство соотношений (5.102) и (5.103) заключается в неявном виде зависимостей  $c'_f(Re_d)$  и  $\lambda_r(Re_d)$ . Поэтому на практике часто используются эмпирические явные выражения для  $c'_f$  и  $\lambda_r$ , работоспособные в более узких интервалах чисел  $Re_d$ . Так заменив логарифмический профиль скорости (5.88) степенным с показателем 1/7, приемлемым для интервала  $4 \cdot 10^3 < Re_d < 10^5$ , можно получить соотношение, аналогичное эмпирической формуле Блазиуса (5.105), отличающейся лишь коэффициентом 0,343. Для лучшей сходимости с экспериментом результатов, найденных с использованием профиля скорости (5.104) вместо (5.88), необходимо несколько увеличить толщину вязкого подслоя ( $\delta_{1,r} > 11,6$ )

$$\frac{W_x}{W_{x,\max}} = \left( \frac{y}{R} \right)^{1/7}, \quad (5.104) \quad \lambda_r = 4c'_f = 0,316 Re^{-0,25}. \quad (5.105)$$

или в критериальном виде

$$Eu = 0,158 Re_d^{-0,25} \frac{\ell}{d}. \quad (5.106)$$

Из (5.105) можно получить явное выражение для коэффициента импульсоотдачи и гидродинамического критерия Нуссельта

$$\gamma' = 0,0395 \frac{\mu}{d} Re_d^{0,75}, \quad (5.107) \quad Nu'_{r,d} = 0,0395 Re_d^{0,75}, \quad (5.108)$$

Принципиально вопрос решен и в рамках двухслойной модели пристенной турбулентности Прандтля, справедливой и при  $Re_d > 10^5$ . Задавшись значением средней скорости  $\overline{W}_x$ , можно, зная лишь диаметр трубы, кинематическую вязкость и плотность среды, определить поля скорости, давления и потока импульса, а также коэффициенты импульсоотдачи и трения:  $\overline{W}_x, d, \ell, \nu, \rho \rightarrow Re_d$  (5.53),  $c'_f$  (5.102) или  $\lambda_r$  (5.103),  $W_*$  (5.100),  $Re_*$  (5.98),  $\gamma'$  (5.99),  $\tau_c$  (5.76) или (5.90) или (5.71),  $W_x$  (5.79), (5.86) или (5.79), (5.88),  $\tau$  (5.50),  $\Delta p$  (5.52).

На практике зачастую приходится решать и обратную задачу – по перепаду давлений  $\Delta p$  определять среднюю скорость  $\overline{W}_x$  или расход, как по уравнению Гагена-Пуазейля (5.67) для ламинарного движения. В этом случае алгоритм может быть следующим:  $\Delta p, d, \ell, \rho, \nu \rightarrow \tau_c$  (5.52),  $W_*$  (5.76),  $Re_*$  (5.98),  $c'_f$  (5.102),  $\overline{W}_x$  (5.90). Конечное выражение можно представить в следующем виде:

$$\overline{W}_x = \frac{2,5\nu}{d} \text{Re}_* \ln \text{Re}_*, \quad \text{Re}_* = \frac{\sqrt{\Delta p} d^{3/2}}{2\sqrt{\rho} \ell \nu}. \quad (5.109)$$

Найдем толщину вязкого подслоя:

$$\delta_{1,r} = 11,6 \frac{\nu}{W_*} = \frac{11,6\nu}{W_x \sqrt{c'_f / 2}} = \frac{11,6d}{\text{Re}_d \sqrt{c'_f / 2}} = \frac{32,8d}{\text{Re}_d \sqrt{\lambda_r}}. \quad (5.110)$$

При увеличении критерия  $\text{Re}_d$  от  $4 \cdot 10^3$  до  $10^7$  уменьшается отношение следующих величин: толщины вязкого подслоя и радиуса трубы  $\delta_{1,r}/R$  от 0,08 до  $6 \cdot 10^{-5}$  по (5.110); сопротивлений переносу импульса в вязком подслое и в турбулентной области от 2 до 0,5 по (5.96); максимальной и средней скорости в трубе  $W_{x,\max}/\overline{W}_x$  от 1,3 до 1,15 по (5.89). Напомним, что для ламинарного течения  $W_{x,\max}/\overline{W}_x = 2$ . Участок гидродинамической стабилизации для турбулентного режима движения составляет  $\ell_{\text{н.г.}} \approx 15d$ .

Таким образом, решена задача гидродинамики и для турбулентного стабилизированного движения в цилиндрической гладкой трубе. Однако при этом уравнения движения (5.45) и неразрывности (5.46) пришлось дополнить соотношениями для  $\nu_T$  в рамках модели пристенной турбулентности Прандтля.

На практике дело приходится иметь не только с гладкими, но и с шероховатыми трубами. Под шероховатостью понимают неоднородность поверхности, вид которой зависит от материала труб, способа их изготовления и эксплуатации. Степень шероховатости  $\varepsilon$  (*относительная шероховатость*) характеризуют отношением средней высоты бугорков  $\Delta$  (*абсолютная шероховатость*) к внутреннему диаметру трубы  $d$ . Для новых стальных труб  $\Delta \approx 0,1 \text{ мм}$ , чугунных  $\Delta \approx 0,25 \text{ мм}$ , у старых загрязненных труб значения  $\Delta$  достигают 2 мм.

При ламинарном режиме движения шероховатость труб практически не влияет на коэффициент трения  $\lambda_r$ . Для турбулентного режима можно выделить три области влияния шероховатости на гидравлическое сопротивление трубопровода. В *области гладкого трения* высота бугорков значительно меньше толщины вязкого подслоя  $\Delta \ll \delta_{1,r}$ , они плавно обтекаются потоком, и шероховатость не влияет на коэффициент трения  $\lambda_r$ . При увеличении  $\text{Re}_d$  в соответствии с (5.110) толщина вязкого подслоя уменьшается и



становится соизмеримой с величиной абсолютной шероховатости  $\Delta \approx \delta_{1,\Gamma}$  (область смешанного трения). Вокруг бугорков начинается вихреобразование, что приводит к потерям энергии потока и дополнительному увеличению коэффициента трения  $\lambda_\Gamma$ , величина которого в области смешанного трения зависит от  $Re_d$  и  $\varepsilon$ . При дальнейшем увеличении критерия Рейнольдса толщина вязкого подслоя становится значительно меньше высоты бугорков  $\Delta \gg \delta_{1,\Gamma}$  коэффициент трения  $\lambda_\Gamma$  практически перестает зависеть от критерия  $Re_d$  и определяется лишь шероховатостью труб (автомодельная область). На рис. 5.9 показана зависимость  $\lambda_\Gamma$  и  $Nu_{\Gamma,d}$  от  $Re_d$  для гладких труб, а также зависимость  $\lambda_\Gamma(Re_d, \varepsilon)$  для шероховатых труб при трех значениях  $\varepsilon$  в трубах с зернистой шероховатостью.

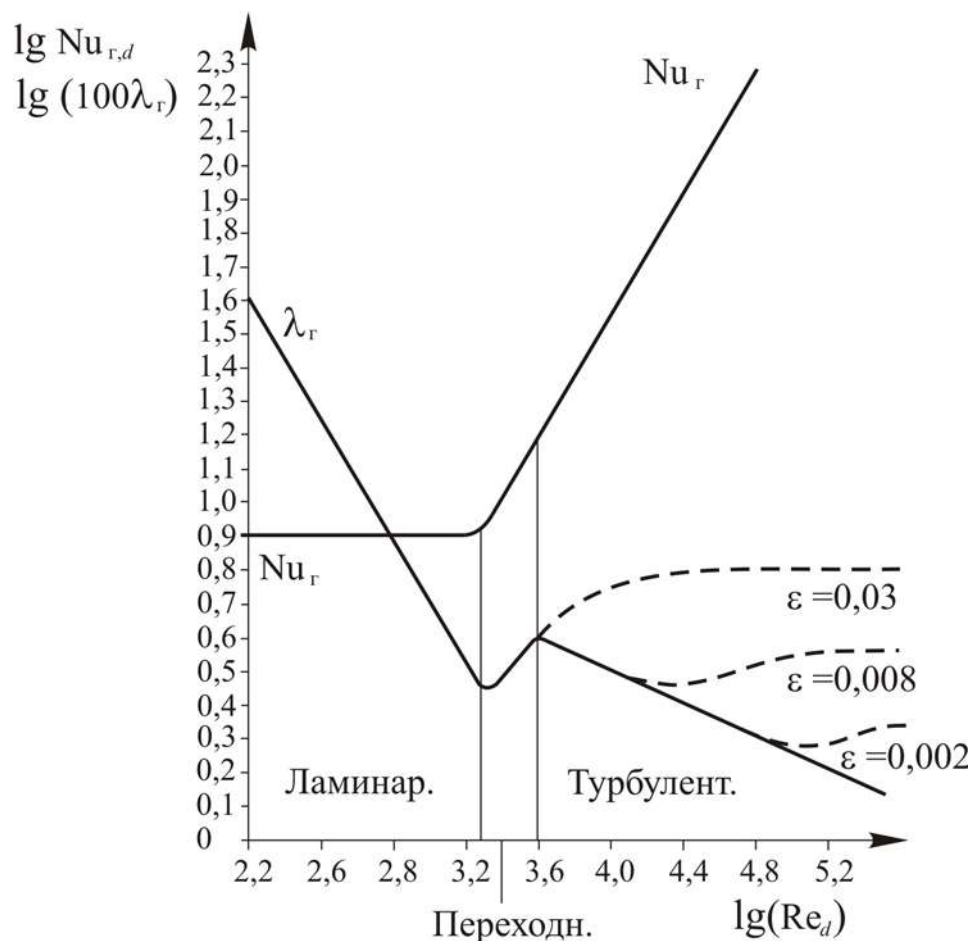


Рис. 5.9. Зависимость  $\lambda_\Gamma(Re_d)$  и  $Nu_\Gamma(Re_d)$  для гладких труб ( — ) и  $\lambda_\Gamma(Re_d, \varepsilon)$  для шероховатых труб ( - - -)

Все результаты получены в данном разделе при допущении о постоянстве теплофизических характеристик среды:  $\rho, \mu = \text{const.}$

Однако если движение сопровождается тепло- или массоотдачей, то такие допущения неправомерны, так как  $\rho$  и  $\mu$  становятся зависимыми от температуры или концентрации среды. В этом случае, во-первых, нельзя выносить их из-под дифференциального оператора в уравнении движения (2.55) и, во-вторых, необходимо решать его совместно с уравнением нестационарной конвективной теплопроводности (2.45) или диффузии (2.27), так как поля скорости, температуры и концентраций оказываются взаимозависимы. Аналитическое решение получить, как правило, не удастся, и учет влияния тепло-массообмена на гидродинамику производится с помощью эмпирических поправочных множителей, приводимых в справочной литературе. Более подробно этот вопрос рассматривается в разделе 9.2.3.

#### **5.4. Пленочное течение жидкости**

Движение тонкой пленки жидкости по твердой поверхности встречается во многих гидромеханических, тепло- и массообменных аппаратах. При этом с внешней стороны пленка взаимодействует с газовой фазой, обеспечивая большую поверхность их контакта. Взаимодействие пленки с газовой фазой подразделяют на слабое, при котором поток импульса через границу раздела фаз газ – жидкость значительно меньше потока импульса от пленки к твердой поверхности, и сильное, при котором эти потоки соизмеримы. В случае слабого взаимодействия влиянием газового потока ( $\bar{W}_r \leq 3 \text{ м/с}$ ) пренебрегают и рассматривают движение пленки лишь под действием силы тяжести (свободное течение пленки). В случае сильного взаимодействия необходимо решать сопряженную задачу движения жидкой и газовой фаз, т.е. учитывать импульсопередачу из газовой фазы в жидкую. Вначале рассмотрим движение пленки жидкости в условиях слабого взаимодействия с газом, а затем сильного (разд. 5.4.3).

Поскольку толщина пленки  $\delta$ , как правило, значительно меньше радиуса кривизны твердой поверхности, по которой она стекает, то поверхность обычно рассматривают как плоскую, что позволяет использовать прямоугольную систему координат. Совместим плоскость  $x - z$  с твердой поверхностью, а ось  $x$  – с направлением течения пленки. При этом поверхность может быть расположена под углом  $\alpha$  к горизонтальной плоскости (рис. 5.10)

Проекцию вектора ускорения свободного падения  $\vec{g}$  на ось  $x$  обозначим  $g_x = g \sin \alpha$ . Гравитационное течение пленки будет осуществляться при  $g_x \neq 0$ , т.е. при любом расположении поверхности, отличном от горизонтальной. При вертикальном расположении поверхности  $\alpha = 90^\circ$  и  $g_x = g$ . Рассмотрим гравитационное стабилизированное установившееся движение несжимаемой жидкости вдоль плоской поверхности. Начальный участок гидродинамической стабилизации, на котором формируются неизменные в дальнейшем поле скорости и толщина пленки, описывается более сложным образом с использованием модели пограничного слоя.

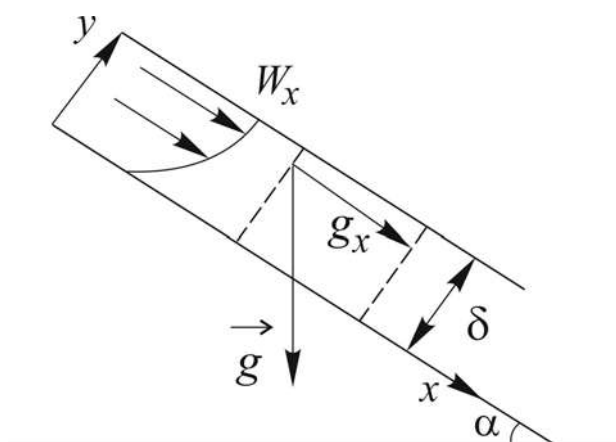


Рис.5.10. Свободное течение плёнки по плоской поверхности  $x - z$

Запишем уравнения движения и неразрывности, упрощенные для рассматриваемого случая. Проекции скорости  $W_y = W_z = 0$ , следовательно, равны нулю и все производные от этих величин. Пренебрегая гидростатическим эффектом в газовой фазе с малой плотностью и в тонком слое пленки можно считать давление  $p = \text{const}$ , значит,  $\vec{\nabla} p = 0$ . Для несжимаемой жидкости  $\rho = \text{const}$  или  $\vec{\nabla} \rho = 0, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ .

Для стационарных условий  $\frac{\partial W_x}{\partial t} = 0$ . С учетом этого из (2.55) и (2.16) получим

$$\frac{d\tau_{yx}^B}{dy} = \rho g_x, \quad (5.111)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} = 0. \quad (5.112)$$

Проинтегрировав уравнение движения (5.111) с граничными

условиями, соответствующими слабому взаимодействию  $\tau_{yx} = 0$ ,  $y = \delta$ , получим поле потока импульса (тензора вязких напряжений):

$$\int d\tau_{yx}^B = \int \rho g_x dy + C, \quad (5.113)$$

$$\tau_{yx}^B = \rho g_x y + C, \quad (5.114)$$

$$0 = \rho g_x \delta + C, \quad C = -\rho g_x \delta, \quad (5.115)$$

$$\tau_{yx}^B = \rho g_x (y - \delta), \quad (5.116) \quad -\tau_{yx}^B (y = 0) = \tau_c = \rho g_x \delta. \quad (5.117)$$

Таким образом, поток импульса изменяется по толщине пленки, линейно увеличиваясь по абсолютной величине от нуля на внешней границе ( $y = \delta$ ) до  $\tau_c$  на границе с твердой поверхностью. В рассматриваемой системе координат  $\tau_{yx}^B$  имеет отрицательное значение, т.к. поток импульса направлен от пленки жидкости к твердой поверхности, т.е. противоположно направлению оси  $y$ . Поскольку поток на стенке удобнее рассматривать положительным, введем для его обозначения величину  $\tau_c$ , противоположную по знаку  $\tau_{yx}^{B,\Gamma} (y = 0)$ . Дальнейшее решение задачи гидродинамики, состоящее в нахождении поля скорости и толщины пленки, зависит от режима ее движения, о котором можно судить по величине критерия Рейнольдса. В качестве характерного размера выберем толщину пленки  $\delta$ , тогда

$$\text{Re}_\delta = \overline{W}_x \delta / \nu. \quad (5.118)$$

Практическое нахождение критерия Рейнольдса по (5.118) вызывает затруднение, т.к. средняя скорость движения  $\overline{W}_x$  и толщина пленки  $\delta$ , как правило, неизвестны. Обычно легче поддаются определению массовый  $G$  и объемный  $\dot{V}$  расходы жидкости и смоченный периметр поверхности  $\Pi_c$ , по которой она стекает:

$$\overline{W}_x = \dot{V} / S = \dot{V} / (\Pi_c \delta) = G / (\rho \Pi_c \delta), \quad (5.119)$$

$$\text{Re}_\delta = \frac{\overline{W}_x \delta}{\nu} = \frac{\dot{V}}{\Pi_c \nu} = \frac{G}{\Pi_c \mu}. \quad (5.120)$$

Введем понятие линейной плотности орошения  $\Gamma$ , характеризующей массовый расход жидкости, приходящийся на единицу смоченного периметра, тогда

$$\Gamma = \frac{G}{\Pi_c} = \frac{\dot{V}\rho}{\Pi_c}, \quad (5.121)$$

$$\text{Re}_\delta = \frac{\Gamma}{\mu}. \quad (5.122)$$

Следует иметь в виду, что часто при описании пленочного течения используют другой характерный размер – эквивалентный диаметр  $d_\delta = 4\delta$ , соответственно  $\text{Re}_{d_\delta} = 4\text{Re}_\delta$ . Обычно выделяют четыре режима свободного течения пленки: 1) ламинарный безволновой  $\text{Re}_\delta < 3$ ; 2) ламинарный волновой  $3 < \text{Re}_\delta < 300$ ; 3) режим развития турбулентности  $300 < \text{Re}_\delta < 600$ ; 4) развитый турбулентный  $\text{Re}_\delta > 600$ . Вначале рассмотрим простейший ламинарный безволновой режим свободного течения пленки.

#### 5.4.1 Ламинарный безволновой режим движения

Для определения поля скорости  $W_x(y)$  запишем выражение для потока импульса (1.46) с учетом уравнения неразрывности (5.112) и подставим его в решение уравнения движения (5.116):

$$\tau_{yx}^B = -\mu \frac{\partial W_x}{\partial y} = -\mu \frac{dW_x}{dy}. \quad (5.123)$$

Приравняем (5.123) и (5.116)

$$-\mu \frac{dW_x}{dy} = \rho g_x (y - \delta) \quad \text{или} \quad dW_x = \frac{\rho g_x (\delta - y) dy}{\mu}. \quad (5.124)$$

Проинтегрируем уравнение (5.124) с граничным условием прилипания жидкости к твердой поверхности (5.126):

$$W_x = \frac{\rho g_x (\delta y - y^2/2)}{\mu} + C', \quad (5.125)$$

$$y = 0, W_x = 0 \Rightarrow C' = 0, \quad (5.126)$$

$$W_x = \frac{g_x (\delta y - y^2/2)}{\nu}. \quad (5.127)$$

Из решения (5.127) следует, что скорость течения пленки возрастает от нуля на твердой поверхности до максимальной на внешней границе пленки ( $y = \delta$ ):

$$W_{x,\max} = \frac{g_x \delta^2}{2\nu}. \quad (5.128)$$

Найдем среднюю по поперечному сечению скорость  $\overline{W}_x$ :

$$\overline{W}_x = \frac{1}{S} \int_0^{\delta} W_x dS = \frac{1}{\Pi_c \delta} \int_0^{\delta} W_x d(\Pi_c y) = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} W_x dy, \quad (5.129)$$

$$\overline{W}_x = \frac{1}{\delta} \frac{g_x}{\nu} \left( \int_0^{\delta} \delta y dy - \int_0^{\delta} \frac{y^2}{2} dy \right) = \frac{g_x}{\delta \nu} \left( \frac{\delta^3}{2} - \frac{\delta^3}{6} \right) = \frac{g_x \delta^2}{3\nu}. \quad (5.130)$$

Отношение максимальной скорости к средней при ламинарном свободном течении пленки составляет, как следует из (5.130) и (5.128),  $W_{x,\max}/\overline{W}_x = 1,5$ . Используя выражения для средней скорости (5.130) и критерия Рейнольдса (5.118), (5.122), можно получить соотношение для определения толщины пленки  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\text{Re}_{\delta} \nu}{\overline{W}_x} = \sqrt[3]{\frac{3\nu^2}{g_x} \text{Re}_{\delta}} = \sqrt[3]{\frac{3\nu \Gamma}{\rho g_x}}. \quad (5.131)$$

С уменьшением линейной плотности орошения, как это следует из (5.131), толщина пленки уменьшается. При достижении некоторой минимальной величины  $\Gamma_{\min}$  сплошная пленка разрушается и образуются не смоченные участки твердой поверхности.

Совместное решение (5.131), (5.119) и (5.71) позволяет найти коэффициент импульсоотдачи  $\gamma'$  и гидродинамический критерий Нуссельта:

$$\gamma' = \frac{\tau_c}{W_x} = \frac{3\mu}{\delta}, \quad (5.132) \quad \text{Nu}'_{r,\delta} = \frac{\gamma' \delta}{\mu} = 3, \quad (5.133)$$

$$\gamma = \frac{\tau_c}{W_{x,\max}} = \frac{2\mu}{\delta}, \quad (5.134) \quad \text{Nu}_{r,\delta} = \frac{\gamma \delta}{\mu} = 2. \quad (5.135)$$

Соотношения (5.131) – (5.135) с приемлемой для инженерных расчетов точностью можно использовать и для ламинарного волнового режима, т.е. при  $3 < \text{Re}_{\delta} < 300$ .

#### 5.4.2 Турбулентный режим движения

Для определения поля скорости в турбулентной пленке воспользуемся моделью пристенной турбулентности Прандтля и ходом решения, изложенным в разделе 5.3.2, посвященном течению в трубе. В вязком подслое пренебрегают турбулентным механизмом

переноса, поток импульса считается равным потоку импульса на стенке, что приводит к линейной зависимости скорости  $W_x$  от поперечной координаты  $y$ :

$$y^* = \frac{yW_*}{\nu} \leq \delta_{1,\Gamma}^* = 11,6, \quad v_T = 0, \quad W_x = W_* y^*. \quad (5.136)$$

Динамическая скорость для пленочного свободного течения может быть найдена из (5.78) и (5.119):

$$W_* = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} = \sqrt{g_x \delta}. \quad (5.137)$$

В турбулентной области течения пренебрегают молекулярным механизмом переноса импульса ( $\nu=0$ ), а скорость изменяется по логарифмическому закону:

$$y^* > \delta_{1,\Gamma}^* = 11,6, \quad \nu = 0, \quad W_x = 2,5W_* \ln y^* + 5,5W_*, \quad (5.138)$$

$$v_T = 0,4W_* y \tau^*. \quad (5.139)$$

Относительная величина потока импульса  $\tau^*$  для свободно движущейся пленки с учетом (5.118) и (5.119) будет иметь вид

$$\tau^* = -\frac{\tau_{yx}}{\tau_c} = 1 - \frac{y}{\delta}. \quad (5.140)$$

Предполагая приближенно логарифмический профиль скорости  $W_x$  во всей пленке (5.138), можно представить аналогично (5.88):

$$W_x = W_{x,\max} - 2,5W_* \ln \frac{\delta}{y}. \quad (5.141)$$

Найдем среднюю по поперечному сечению пленки скорость  $\overline{W_x}$ , используя (5.141) и (5.129):

$$\begin{aligned} \overline{W_x} &= \frac{1}{\delta} \left( \int_0^\delta W_{x,\max} dy - 2,5W_* \int_0^\delta \ln \frac{\delta}{y} dy \right) = W_{x,\max} - \frac{2,5W_*}{\delta} \left( \int_0^\delta \ln \delta dy - \int_0^\delta \ln y dy \right) = \\ &= W_{x,\max} - \frac{2,5W_*}{\delta} (\delta \ln \delta - (\delta \ln \delta - \delta)) = W_{x,\max} - 2,5W_*. \end{aligned} \quad (5.142)$$

Запишем выражение для потока импульса с учетом уравнения неразрывности (5.114) и проинтегрируем его по толщине пленки:

$$\tau_{yx}^B = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial W_x}{\partial y} = -\rho(\nu + \nu_T) \frac{dW_x}{dy}, \quad (5.143)$$

$$\int_0^{W_{x,\max}} dW_x = - \int_0^\delta \frac{\tau_{yx}^B dy}{\rho(v + v_T)}. \quad (5.144)$$

Выразим  $W_{x,\max}$  через  $\overline{W}_x$  из (5.142),  $\tau_{yx}^B$  – через  $\tau^*$  и  $\tau_c$  из (5.140), а интеграл (5.144) разобьем на две части: вязкий подслои ( $0 \leq y \leq \delta_{1,r}$ ) и турбулентная область ( $\delta_{1,r} \leq y \leq \delta$ ):

$$\overline{W}_x + 2,5W_* = \frac{\tau_c}{\rho} \left( \int_0^{\delta_{1,r}} \frac{dy}{v} + \int_{\delta_{1,r}}^\delta \frac{\tau^* dy}{v_T} \right). \quad (5.145)$$

Подставив  $v_T$  из (5.139),  $\delta_{1,r}$  из (5.85) с учетом  $\delta_{1,r}^*$ ,  $W_*$  из (5.102)  $Re_\delta$  из (5.118), получим

$$\frac{\overline{W}_x}{\tau_c} = \frac{1}{\gamma'} = \frac{1}{\rho W_*} (11,6 + 2,5 \ln \frac{\delta}{\delta_{1,r}} - 2,5), \quad (5.146)$$

$$\ln \left( \frac{\delta}{\delta_{1,r}} \right) = \ln \left( \frac{\delta W_*}{11,6v} \right) = \ln \left( \frac{\delta \overline{W}_x \sqrt{c'_f/2}}{11,6v} \right) = \ln (Re_\delta \sqrt{c'_f/2}) - 2,45, \quad (5.147)$$

$$\frac{1}{\sqrt{c'_f/2}} = 2,5 \ln (Re_\delta \sqrt{c'_f/2}) + 2,98. \quad (5.148)$$

Решение уравнения (5.148) позволяет определить коэффициент трения Фаннинга при турбулентном течении пленки. Следующая задача – найти толщину пленки  $\delta$ . Выразим среднюю скорость  $\overline{W}_x$ , используя (5.90) и (5.117), подставим в (5.118), а затем разрешим относительно  $\delta$ :

$$\overline{W}_x = \sqrt{\frac{2\tau_c}{\rho c'_f}} = \sqrt{\frac{2g_x \delta}{c'_f}}, \quad (5.149)$$

$$Re_\delta = \frac{\overline{W}_x \delta}{v} = \sqrt{\frac{2g_x}{c'_f}} \frac{\delta^{3/2}}{v}, \quad (5.150)$$

$$\delta = \left( \frac{v^2}{g_x} \right)^{1/3} (Re_\delta \sqrt{c'_f/2})^{2/3} = \left( \frac{v^2}{g_x} \right)^{1/3} \left( \frac{\Gamma}{\mu} \sqrt{c'_f/2} \right)^{2/3}. \quad (5.151)$$

Зная  $c'_f$  и  $\delta$ , можно по соотношению (5.149) найти  $\overline{W}_x$ , а по (5.142) и (5.137) –  $W_{x,\max}$  и их отношение:

$$\frac{W_{x,\max}}{\overline{W}_x} = 1 + \frac{2,5W_*}{\overline{W}_x} = 1 + 2,5 \sqrt{c'_f/2}. \quad (5.152)$$



Как показывают расчеты, это отношение уменьшается с увеличением  $Re_\delta$ , так при  $Re_\delta = 600$ ,  $\frac{W_{x,\max}}{\bar{W}_x} = 1,2$ , а при  $Re_\delta = 6000$ ,  $\frac{W_{x,\max}}{\bar{W}_x} = 1,14$ . Используя соотношение (5.101), можно найти коэффициент импульсоотдачи  $\gamma'$ , а затем и гидродинамический критерий Нуссельта:

$$\gamma' = \rho W_* \sqrt{c'_f / 2} = \rho \bar{W}_x c'_f / 2, \quad (5.153)$$

$$Nu'_{r,\delta} = \frac{\gamma' \delta}{\mu} = Re_\delta c'_f / 2. \quad (5.154)$$

Таким образом, алгоритм расчета гидродинамических характеристик турбулентной пленки может состоять в следующем: по известным массовому  $G$  или объемному  $\dot{V}$  расходам и смоченному периметру  $\Pi_c$  определяются:  $Re_\delta$  (5.120),  $c'_f$  (5.148),  $\delta$  (5.151),  $W_*$  (5.137),  $\tau_{yx}^B$  (5.116),  $\tau_c$  (5.117),  $\gamma'$  (5.153),  $Nu'_{r,\delta}$  (5.154),  $\bar{W}_x$  (5.149),  $W_{x,\max}$  (5.152),  $W_x(y)$  (5.136), (5.138) или (5.141).

Данный замкнутый алгоритм получен решением уравнений движения и неразрывности с использованием модели пристенной турбулентности Прандтля. Его единственным недостатком является необходимость численного решения уравнения (5.148), устранение которого возможно при замене логарифмического профиля скорости (5.138) степенным с показателем  $1/7$  и величины безразмерной толщины вязкого подслоя  $\delta_{1,r}^*$  на 12,54:

$$y^* > \delta_{1,r}^* = 12,54, \quad W_x / W_{x,\max} = (y / \delta)^{1/7}. \quad (5.155)$$

Это позволяет получить выражения для всех величин в явном виде, проделав процедуру, аналогичную (5.142) – (5.154):

$$\bar{W}_x = \frac{7}{8} W_{x,\max}, \quad (5.156)$$

$$c'_f = 5,69 \cdot 10^{-2} Re_\delta^{-1/4}, \quad (5.157)$$

$$\delta = 0,305 \left( \frac{v^2}{g_x} \right)^{1/3} Re_\delta^{7/12}, \quad (5.158)$$

$$\bar{W}_x = 3,28 (v g_x)^{1/3} Re_\delta^{5/12}, \quad (5.159)$$

$$\gamma' = 9,32 \cdot 10^{-2} \rho (v g_x)^{1/3} Re_\delta^{1/6}, \quad (5.160)$$

$$Nu'_{r,\delta} = Re_\delta c'_f / 2 = 2,84 \cdot 10^{-2} Re_\delta^{0,75}. \quad (5.161)$$

### 5.4.3. Движение пленки жидкости, взаимодействующей с газовым потоком

В данном разделе рассмотрим влияние газовой фазы на течение жидкой пленки в условиях сильного взаимодействия между ними ( $\overline{W}_r \geq 3 \text{ м/с}$ ). При увеличении скорости газа возрастает поток импульса  $\tau_{yx}$ , переносимый через границу раздела фаз от газа к жидкости, пренебрегать им становится невозможно, так как он оказывается соизмеримым с потоком импульса, отдаваемым пленкой твердой поверхности. Возможны четыре варианта относительного движения фаз в вертикальном направлении: 1) нисходящий прямоток; 2) противоток (жидкость движется вниз, а газ – вверх); 3) захлебывание; 4) восходящий прямоток.

В случае нисходящего прямотока средняя скорость жидкой пленки возрастает за счет увлечения газовым потоком, следовательно, ее толщина  $\delta$  уменьшается по сравнению со свободным гравитационным течением.

В случае противотока движение жидкой пленки, наоборот, замедляется за счет взаимодействия с газовой фазой, а толщина  $\delta$  увеличивается. При достижении определенной средней скорости газа скорость границы раздела фаз газ – жидкость относительно твердой поверхности становится равной нулю, а затем меняет свой знак – внешние слои жидкости начинают двигаться вверх. При дальнейшем увеличении скорости газа средняя скорость пленки стремится к нулю, а ее толщина – к бесконечности. Нарушается регулярность движения, жидкость выбрасывается вверх в виде фонтана брызг – происходит захлебывание. При ещё большей скорости газа регулярность движения восстанавливается и наблюдается восходящий прямоток.

В качестве примера рассмотрим стационарное ламинарное безволновое стабилизированное течение жидкой пленки по внутренним стенкам вертикальной цилиндрической трубы при сильном взаимодействии с газовым потоком. Ось  $x$  совместим с осью трубы и направим вниз (рис. 5.11). Для описания газовой фазы воспользуемся цилиндрическими координатами.

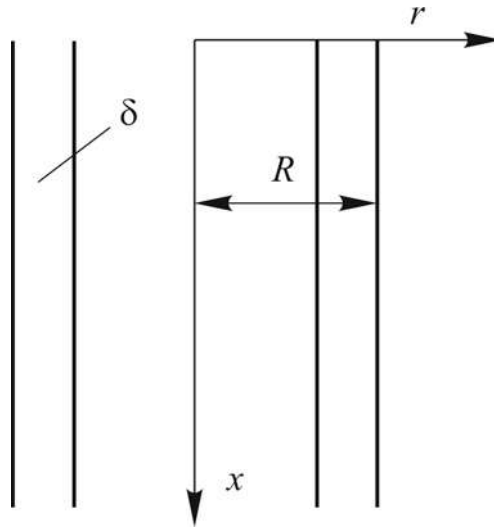


Рис. 5.11. Течение пленки жидкости по внутренним стенкам вертикальной цилиндрической трубы

Уравнение движения в отличие от течения среды в горизонтальной трубе (5.45) будет содержать источник импульса за счет силы тяжести. Уравнение неразрывности (5.46) не изменится.

$$\frac{1}{r} \left( \frac{d}{dr} (r \tau_{rx}^B) \right) = \rho_r g - \frac{dp}{dx}, \quad (5.162)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} = 0. \quad (5.163)$$

Соответственно и решение для  $\tau_{rx}^B$  будет отличаться от (5.48) лишь членом, обусловленным наличием ускорения свободного падения:

$$\tau_{rx}^B = \frac{r}{2} \left( \rho_r g - \frac{dp}{dx} \right). \quad (5.164)$$

Поток импульса через границу раздела фаз газ - жидкость  $\tau^{\Gamma P}$  найдем из условия  $r^{\Gamma P} = R - \delta$

$$\tau^{\Gamma P} = -\tau_{rx}^{B, \Gamma P} = \frac{R - \delta}{2} \left( \frac{dp}{dx} - \rho_r g \right). \quad (5.165)$$

Решив (5.165) относительно  $dp/dx$ , можно найти градиент давления в трубе:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2\tau^{\Gamma P}}{R - \delta} + \rho_r g. \quad (5.166)$$

Для определения поля скорости  $W_{x,r}(r)$  и коэффициента импульсоотдачи  $\gamma'_r$  газовой фазы удобнее перейти к системе отсчета, движущейся вместе с границей раздела фаз газ - жидкость, тогда

$$W'_{x,\Gamma} = W_{x,\Gamma} - W_x^{\Gamma\Gamma}, \quad (5.167)$$

где  $W_{x,\Gamma}$  – скорость движения газа относительно стенок трубы,  $W_x^{\Gamma\Gamma}$  – скорость движения границы раздела фаз относительно стенок трубы. Введем радиус сечения, свободного для прохода газовой фазы  $R'$ :

$$R' = R - \delta, \quad (5.168)$$

$$\bar{W}'_{x,\Gamma} = \frac{G_\Gamma}{\pi \rho_\Gamma (R - \delta)^2} - W_x^{\Gamma\Gamma}, \quad (5.169) \quad \text{Re}'_\Gamma = \frac{2R' \bar{W}'_{x,\Gamma}}{\nu_\Gamma}. \quad (5.170)$$

Использование новых штрихованных величин позволяет описать течение газового потока в трубе при наличии пленки жидкости соотношениями, приведенными в разделах 5.3.1, 5.3.2, полученными при ее отсутствии. По величине  $\text{Re}'_\Gamma$  судят о режиме течения газового потока, соответственно используя соотношения для  $W_{x,\Gamma}(r)$  и  $\gamma'_\Gamma$  при ламинарном (5.59), (5.72) или турбулентном (5.98), (5.104), (5.103) режимах.

Для описания жидкой фазы удобнее воспользоваться прямоугольными координатами, допуская, что толщина ламинарной пленки  $\delta$ , составляющая доли миллиметра, значительно меньше радиуса трубы  $R$ . Уравнение движения пленки в условиях сильного взаимодействия с газовым потоком будет отличаться от (5.111) членом, содержащим градиент давления:

$$\frac{d\tau_{yx}^B}{dy} = \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx}. \quad (5.171)$$

Этим же слагаемым будет отличаться и общее решение:

$$\tau_{yx}^B = \left( \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx} \right) y + C. \quad (5.172)$$

Еще одно отличие сильного взаимодействия появляется в граничном условии. Если для свободного течения пленки поток импульса на внешней ее границе полагался равным нулю (5.115), то при сильном взаимодействии он равен  $\tau^{\Gamma\Gamma}$ , так как пренебрегать им уже нельзя:

$$y = \delta, \quad \tau_{yx}^B = \tau^{\Gamma\Gamma} = \left( \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx} \right) \delta + C, \quad (5.173)$$

$$\tau_{yx}^B = \tau^{\Gamma\Gamma} - \left( \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx} \right) (\delta - y) \quad (5.174)$$

или подставив  $dp/dx$  из (5.166)

$$\tau_{yx}^B = \tau^{\Gamma\Gamma} \left( 1 + \frac{2(\delta - y)}{R - \delta} \right) - (\rho_{\text{ж}} - \rho_\Gamma) g (\delta - y). \quad (5.175)$$

Введем коэффициент импульсоотдачи в жидкой пленке  $\gamma_{\text{ж}}$ ,

характеризующий перенос импульса от ее внешней границы к стенке трубы:

$$\tau^{\text{ГР}} = -\gamma_{\text{ж}}(W_x^{\text{ГР}} - W_{\text{СТ}}) = -\gamma_{\text{ж}} W_x^{\text{ГР}}. \quad (5.176)$$

В соответствии с (5.10) определим  $\gamma_{\text{ж}}$ , подставив (5.176) в (5.175):

$$\gamma_{\text{ж}} = \left( \int_0^\delta \frac{\tau^*}{\mu} dy \right)^{-1} = \frac{\mu}{\delta} \left( 1 + \frac{\delta}{R - \delta} - \frac{\delta g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{Г}})}{2\tau^{\text{ГР}}} \right)^{-1}. \quad (5.177)$$

$$\tau^* = \frac{\tau_{yx}^{\text{В}}}{\tau^{\text{ГР}}}. \quad (5.178)$$

Для нахождения поля скорости в пленке подставим (5.123) в (5.174) и проинтегрируем:

$$W_{x,\text{ж}} = -\frac{\tau^{\text{ГР}}}{\mu} y + \frac{1}{\mu} \left( \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx} \right) \left( \delta y - \frac{y^2}{2} \right). \quad (5.179)$$

Подставив (5.179) в (5.129), определим среднюю по сечению пленки скорость:

$$\bar{W}_{x,\text{ж}} = \frac{\delta}{\mu} \left( -\frac{\tau^{\text{ГР}}}{2} + \left( \rho_{\text{ж}} g - \frac{dp}{dx} \right) \frac{\delta}{3} \right). \quad (5.180)$$

Используя соотношение для критерия Рейнольдса пленки (5.118) и (5.122), можно связать среднюю скорость и линейную плотность орошения  $\Gamma$  с толщиной пленки:

$$\delta = \frac{\Gamma}{\rho \bar{W}_{x,\text{ж}}}. \quad (5.181)$$

Для замыкания описания при сильном взаимодействии необходимо приравнять потоки импульса через границу раздела фаз в газовой и жидкой фазах:

$$\tau^{\text{ГР}} = -\gamma_{\text{ж}} W_x^{\text{ГР}} = -\gamma'_{\text{Г}} (\bar{W}_{x,\text{Г}} - W_x^{\text{ГР}}), \quad (5.182)$$

$$W_x^{\text{ГР}} = \frac{\gamma'_{\text{Г}} \bar{W}_{x,\text{Г}}}{\gamma_{\text{ж}} + \gamma'_{\text{Г}}}. \quad (5.183)$$

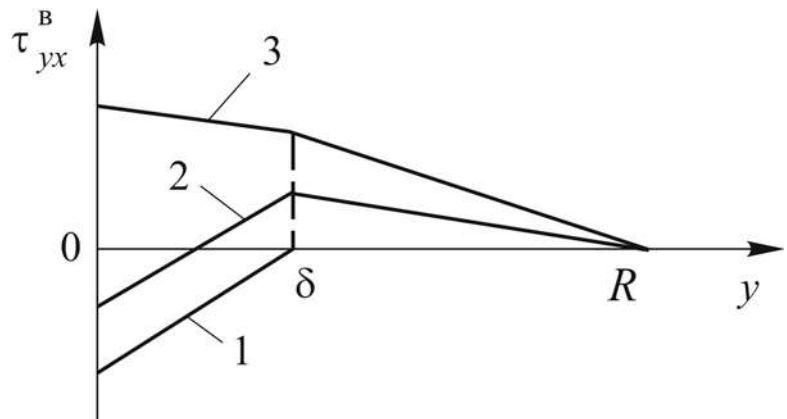
Это равнозначно использованию уравнения импульсопередачи (4.96), (4.102), при выводе которого используется равенство (5.182):

$$\tau^{\text{ГР}} = -K_{\text{Г}} \bar{W}_{x,\text{ж}}, \quad (5.184) \quad K_{\text{Г}} = \left( \frac{1}{\gamma'_{\text{Г}}} + \frac{1}{\gamma_{\text{ж}}} \right)^{-1}. \quad (5.185)$$

Для получения сопряженного решения необходимо решать совместно систему нелинейных алгебраических уравнений, описывающих перенос импульса в газовой и жидкой фазах, дополненных соотношением (5.183) либо (5.184), (5.185). Наиболее простой путь – численное решение этой системы уравнений для отыскания граничной скорости  $W_x^{\text{ГР}}$  и толщины пленки  $\delta$ , через которые все остальные величины выражаются явным образом.

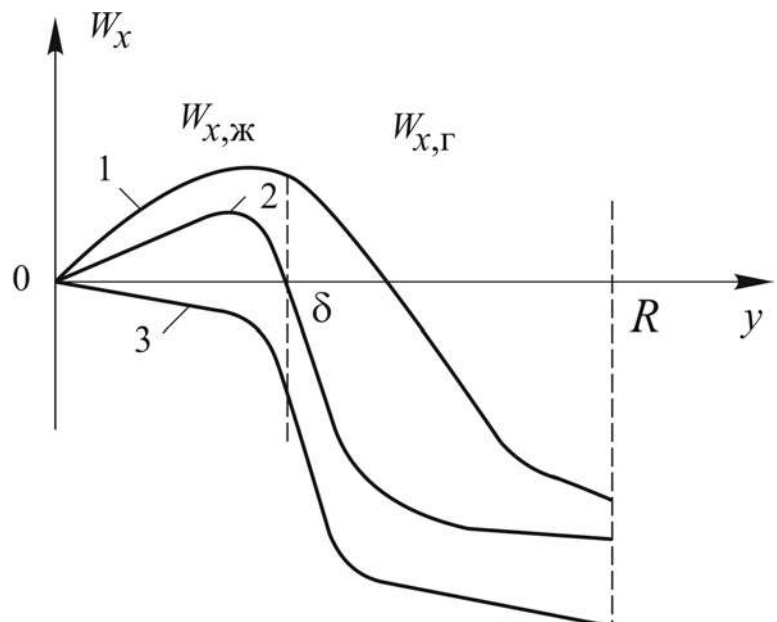
Проанализируем полученное решение для наиболее распространенного и сложного случая восходящего движения газа. Рассмотрим три характерных случая: 1) свободное течение пленки; 2) начало захлебывания ( $W_x^{\text{гп}} = 0$ ) при противотоке; 3) восходящий прямоток. Профили потока импульса  $\tau_{yx}^{\text{в}}$  и скорости  $W_x$  будут иметь вид, изображенный на рис. 5.12 и 5.13.

Рис. 5.12. Профили потока импульса для сильного взаимодействия жидкой плёнки с восходящим газовым потоком в вертикальной цилиндрической трубе: 1 – свободное течение плёнки; 2 – начало захлёбывания; 3 – восходящий прямоток



Для рассматриваемого случая, как это следует из соотношений (5.174) и (5.179), в пленке поток импульса и скорость меняют знаки при увеличении скорости движения газа.

Рис. 5.13. Профили скорости для сильного взаимодействия жидкой плёнки с восходящим газовым потоком в вертикальной цилиндрической трубе: 1 – свободное течение пленки; 2 – начало захлёбывания; 3 – восходящий прямоток



## 5.5. Физическое моделирование импульсообмена

К сожалению, не для всех практически важных случаев возможно строгое решение уравнений движения и неразрывности. В

этих случаях результат получают, используя метод физического моделирования.

### 5.5.1. Истечение жидкости из отверстий

**Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой плоской стенке при постоянном напоре.** Отверстием в тонкой стенке называется такое отверстие, когда толщина стенки не влияет на форму струи и условия истечения жидкости. Отверстие может располагаться как в вертикальной стенке, так и в горизонтальном днище аппарата.

При протекании жидкости через отверстие в тонкой стенке, площадь сечения которого  $S$ , возникают только местные потери напора. На достаточно близком расстоянии от стенки образуется сжатое сечение  $C-C$ , площадь сечения струи в котором  $S_c$ . В этом сечении заканчивается сжатие струи. Для оценки степени сжатия струи вводится понятие коэффициента сжатия  $\varepsilon$ , который равен:  $\varepsilon = S_c/S$  (рис. 5.14а).

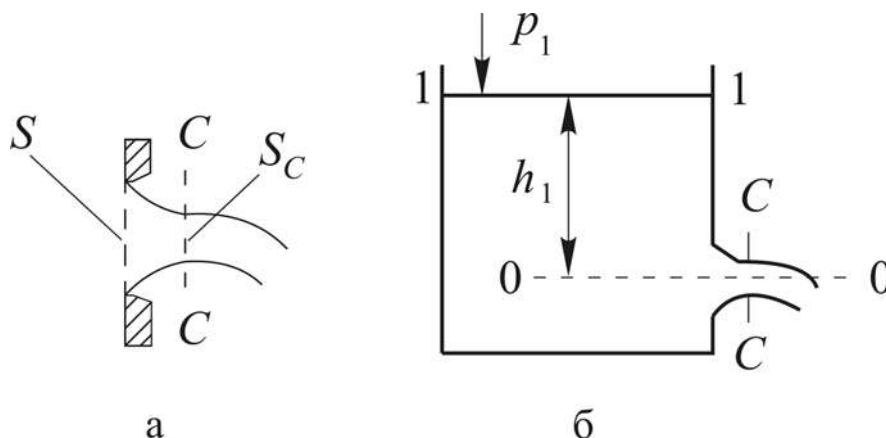


Рис. 5.14. Истечение жидкости в газ через малое отверстие в тонкой плоской стенке

Проведем плоскость сравнения 0–0 через центр сжатого сечения (рис. 5.14б). Обозначим через  $h_1$  геометрический напор в сечении 1–1. Уравнение Бернулли для сечений 1–1 и  $C-C$  запишется в виде

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\overline{W}_1^2}{2g} = \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\overline{W}_c^2}{2g} + \zeta \frac{\overline{W}_c^2}{2g}, \quad (5.186)$$

где  $\overline{W}_1, \overline{W}_c$  – средние скорости в соответствующих сечениях;  $\zeta$  –

коэффициент сопротивления, учитывающий потери напора от сечения 1–1 до сечения C–C (поскольку потери вызваны в основном прохождением через отверстие, то можно считать  $\zeta$  коэффициентом местного сопротивления). Обозначим через  $H_0$ :

$$H_0 = h_1 + \frac{\overline{W}_1^2}{2g} + \frac{(p_1 - p_c)}{\rho g} . \quad (5.187)$$

Тогда уравнение (5.186) примет вид

$$H_0 = (1 + \zeta) \frac{\overline{W}_c^2}{2g} , \quad (5.188)$$

а средняя скорость в сжатом сечении струи будет

$$\overline{W}_c = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}} \sqrt{2gH_0} = \varphi_c \sqrt{2gH_0} , \quad (5.189)$$

где  $\varphi_c = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta}}$  – коэффициент скорости (при истечении из отверстий).

Объемный расход жидкости, проходящей через отверстие, будет

$$\dot{V} = \overline{W}_c S_c = S \varepsilon \varphi_c \sqrt{2gH_0} , \quad \text{или} \quad \dot{V} = \alpha_c S \sqrt{2gH_0} , \quad (5.190)$$

где  $\alpha_c = \varepsilon \varphi_c$  – коэффициент расхода отверстия.

Коэффициенты местного сопротивления  $\zeta$ , скорости  $\varphi_c$ , расхода  $\alpha_c$  определяются опытным путем. Коэффициент  $\varphi_c$  обычно изменяется в диапазоне 0,95 – 0,99. Величина  $\alpha_c$  для круглых отверстий при истечении жидкостей по свойствам, близким к воде, равна  $\approx 0,62$ . При истечении через короткий цилиндрический патрубок длиной в несколько диаметров отверстия (насадок) коэффициент расхода  $\alpha_c$  возрастает до 0,82, т.к. струя успевает в нем расшириться, заполняя все сечение патрубка ( $\varepsilon$  становится равным единице, но возрастает коэффициент сопротивления и соответственно уменьшается коэффициент скорости).

Если истечение происходит из резервуара под атмосферным давлением в газовую среду, то давление в сечениях 1–1 и C–C можно считать атмосферным ( $p_c = p_1 = p_a$ ), кроме того, поскольку площадь  $S_1$  сечения 1–1 резервуара гораздо больше площади  $S_c$ , то  $\overline{W}_1 \ll \overline{W}_c$  и



величиной  $\frac{\overline{W}_1^2}{2g}$  в выражении для  $H_0$  (5.186) можно пренебречь, тогда  $H_0 = h_1$ .

Если истечение происходит из резервуара под атмосферным давлением в жидкую среду (истечение из затопленного отверстия), то необходимо учесть отличие давления  $p_c$  от атмосферного за счет давления столба жидкости высотой  $h_2$  (рис.5.15). В этом случае

$$p_c - p_1 = h_2 \rho g . \quad (5.191)$$

Подставив (5.191) в (5.187) и пренебрегая также  $\frac{\overline{W}_1^2}{2g}$ , получим

$$H_0 = h_1 - h_2 . \quad (5.192)$$

Это выражение для  $H_0$  подставляется в (5.189) и (5.190) для определения скорости истечения и расхода из затопленного отверстия.

**Истечение жидкости при изменяющемся ее уровне в резервуаре.** На практике часто приходится сталкиваться с задачей опорожнения резервуара. В этом случае высота уровня жидкости в нем уменьшается ( $h_1 \neq \text{const}$ ), что приводит к изменению во времени скорости и расхода истечения жидкости из отверстия. Процесс становится нестационарным. Как правило, задача сводится к отысканию времени опорожнения резервуара  $t$ .

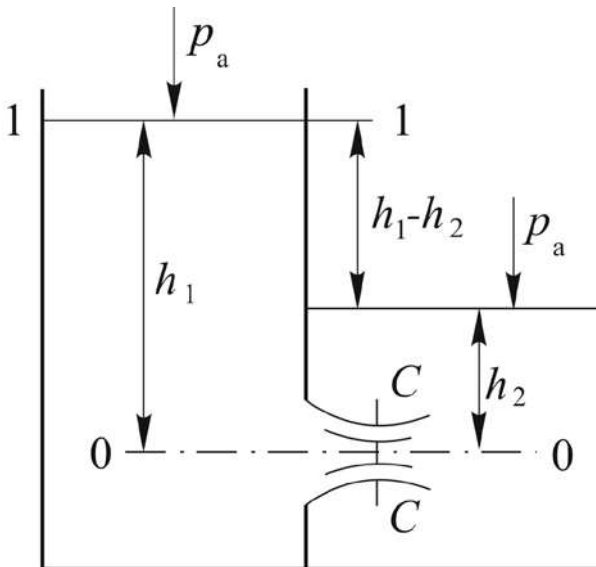


Рис. 5.15. Истечение жидкости в жидкую среду (истечение из затопленного отверстия)

Рассмотрим истечение жидкости из незатопленного отверстия, полагая в начальный момент времени  $h = h_1$ . За бесконечно малый промежуток времени  $dt$  резервуар покинет объем

жидкости  $dV = -S_p dh$ . Тогда учитывая, что  $\dot{V} = dV/dt$ , а  $H_0 = h$ , из (5.190) получим

$$-S_p dh = \alpha_c S \sqrt{2gh} dt . \quad (5.193)$$

Решив это уравнение относительно  $dt$  и проинтегрировав от  $h_1$  до  $h_2$ , можем найти время опорожнения резервуара при изменении уровня жидкости в нем от  $h_1$  до  $h_2$ :

$$\int_0^t dt = -\frac{1}{\alpha_c S \sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} S_p h^{-1/2} dh, \quad (5.194)$$

$$t_{1-2} = \frac{1}{\alpha_c S \sqrt{2g}} \int_{h_2}^{h_1} S_p h^{-1/2} dh. \quad (5.195)$$

Время полного опорожнения резервуара будет равно

$$t_{1-0} = \frac{1}{\alpha_c S \sqrt{2g}} \int_0^{h_1} S_p h^{-1/2} dh. \quad (5.196)$$

В том случае, если площадь поперечного сечения резервуара является постоянной величиной  $S_p = \text{const}$ , например, для вертикального цилиндрического резервуара, ее можно вынести из под знака интеграла, тогда

$$t_{1-2} = \frac{2S_p (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})}{\alpha_c S \sqrt{2g}}, \quad (5.197)$$

$$t_{1-0} = \frac{2S_p \sqrt{h_1}}{\alpha_c S \sqrt{2g}}. \quad (5.198)$$

### 5.5.2. Обтекание твердых тел

Под обтеканием понимается движение твердых тел относительно жидкой или газовой среды. При этом возникает сила сопротивления  $R$ , приложенная к телу и направленная в сторону, противоположную его движению относительно среды, которую можно выразить по аналогии с потерянными давлением с использованием коэффициента гидравлического сопротивления  $\zeta$ :

$$\frac{R}{S} = \zeta \frac{\rho W_\infty^2}{2}, \quad (5.199)$$

где  $S$  – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную скорости относительного движения,  $W_\infty$  – скорость движения среды относительно тела на бесконечном удалении от него. Сила

сопротивления  $R$  складывается из двух составляющих – *сопротивления трения* и *сопротивления давления* (формы). Первая из этих составляющих обусловлена силами вязкого трения, а вторая – разностью силы давления среды на переднюю (лобовую) и заднюю (кормовую) части тела:

$$R = R_{\text{тр}} + R_{\text{д}} , \quad \zeta = \zeta_{\text{тр}} + \zeta_{\text{д}} . \quad (5.200)$$

При плавном ламинарном обтекании тела («ползущее течение»)  $R_{\text{тр}} > R_{\text{д}}$  (рис. 5.16а). Такое течение соответствует малым значениям критерия  $Re$  (например, для шара при  $Re_d = \frac{W_{\infty} d}{\nu} < 0,1$  может быть получено теоретическое решение, позволяющее найти силу сопротивления (закон Стокса), из которого следует  $R_{\text{тр}}/R_{\text{д}}=2$ ). При увеличении значения  $Re$  происходит отрыв гидродинамического пограничного слоя от поверхности тела, вызванный обратным потоком среды за счет положительного градиента давления. За кормовой частью тела образуются завихрения потока (рис. 5.16б). Возрастает доля сопротивления давления, и при  $Re_d > 10^3$  для шара оно становится преобладающим, что приводит к автомодельности коэффициента сопротивления по критерию Рейнольдса.

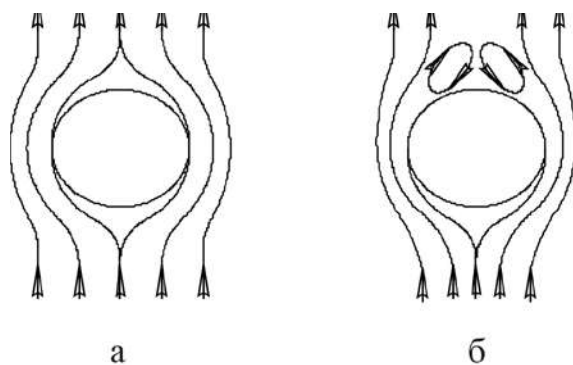


Рис. 5.16. Обтекание потоком твёрдого тела:  
а – ползущее течение; б – отрыв гидродинамического пограничного слоя

При достижении  $Re_d = 2 \cdot 10^5$  пограничный слой турбулизируется, зона отрыва смещается в кормовую часть шара, что приводит к уменьшению доли сопротивления давления и резкому падению коэффициента сопротивления  $\zeta$  (так называемый кризис сопротивления). Аналогичная картина наблюдается и при поперечном обтекании цилиндра.

Коэффициент сопротивления для сферических частиц в области существования ламинарного пограничного слоя может быть найден из следующих эмпирических соотношений:

$Re_d \leq 2$  – (в области  $0,1 < Re_d < 2$  закона Стокса (5.201) действует приближенно)

$$\zeta = \frac{24}{Re_d}; \quad (5.201)$$

$2 < Re_d \leq 500$

$$\zeta = \frac{18,5}{Re_d^{0,6}}; \quad (5.202)$$

$500 < Re_d < 2 \cdot 10^5$  – (автомодельный режим относительно  $Re$ ) или область квадратичного сопротивления

$$\zeta = 0,44. \quad (5.203)$$

Для тел, форма которых отличается от сферы, при расчете в качестве определяющего размера принимают *диаметр эквивалентного шара*, т.е. шара того же объема, что и рассматриваемое тело. В расчет вводится так называемый *фактор формы*  $\Phi$ , определяемый как отношение поверхности эквивалентного шара к поверхности тела. Зависимость  $\zeta = f(Re, \Phi)$  находится экспериментально. В справочной литературе имеются соответствующие данные.

#### ***Осаждение частиц под действием силы тяжести.***

Рассмотрим движение частицы в неподвижной среде с меньшей плотностью. В этом случае различают три стадии движения:

1) начальный момент падения тела (переход тела от неподвижного состояния в состояние движения);

2) падение тела с увеличением скорости;

3) падение тела с постоянной скоростью.

Увеличение скорости движения тела от  $W = 0$  до  $W = \text{const}$  происходит за весьма короткий промежуток времени, в течение которого сила сопротивления среды, пропорциональная скорости, возрастает и уравнивает вес тела, являющийся равнодействующей сил тяжести и Архимеда. Поэтому для технических расчетов представляет интерес движения тела с постоянной скоростью. Скорость такого равномерного движения частицы в среде называется *скоростью свободного осаждения*  $W_{\text{ос}}$ . Примем, что частица имеет форму шара с диаметром  $d$ . При движении частицы с постоянной скоростью на нее действуют следующие силы:

вес тела:

$$A = \frac{\pi d^3}{6} g(\rho_1 - \rho_2). \quad (5.204)$$

сила сопротивления среды:

$$R = \zeta S \frac{\rho_2 W_{oc}^2}{2} = \zeta \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_2 W_{oc}^2}{2}, \quad (5.205)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотность тела и среды соответственно.

Уравнение равновесия сил запишется в виде

$$A = R, \quad \text{или} \quad \frac{\pi d^3}{6} g(\rho_1 - \rho_2) = \zeta \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_2 W_{oc}^2}{2}, \quad (5.206)$$

откуда скорость осаждения будет:

$$W_{oc} = \sqrt{\frac{4gd(\rho_1 - \rho_2)}{3\zeta\rho_2}}. \quad (5.207)$$

Значения коэффициентов сопротивления можно определить по зависимостям (5.201) – (5.203), однако какой из них воспользоваться, заранее неизвестно, так как для нахождения  $Re_d$  необходимо знать  $W_{oc}$ . Метод последовательных приближений для решения этой задачи довольно трудоемкий.

В.П. Лященко предложил другой метод для определения  $W_{oc}$ . Из формулы (5.207) можно получить

$$\zeta W_{oc}^2 = \frac{4gd(\rho_1 - \rho_2)}{3\rho_2}, \quad (5.208)$$

подставляя в это выражение вместо  $W_{oc}$  ее значение из числа Рейнольдса

$$W_{oc} = \frac{Re_d \mu}{d\rho_2}, \quad \text{имеем} \quad \zeta Re^2 = \frac{4}{3} \frac{gd^3 \rho_2^2 (\rho_1 - \rho_2)}{\mu^2 \rho_2}, \quad (5.209)$$

$$\frac{gd^3 \rho_2^2 (\rho_1 - \rho_2)}{\mu^2 \rho_2} = Ar, \quad (5.210)$$

где  $Ar$  – критерий Архимеда. Таким образом,

$$\zeta Re_d^2 = \frac{4}{3} Ar. \quad (5.211)$$

Подставляя в уравнение (5.211) критические (граничные) значения критерия  $Re_d$  и соответствующие коэффициенты сопротивления, можно найти критические значения числа Архимеда для каждой области.

Область  $Re_d \leq 2$ :

$$\zeta = \frac{24}{Re_d},$$

$$Ar_{кр.1} = \frac{3}{4} \frac{24 Re_d^2}{Re_d} = 18 \cdot 2 = 36. \quad (5.212)$$

Существование этой области осаждения соответствует условию  $Ar \leq 36$ .

Область  $2 < Re_d < 500$ :

$$\zeta = \frac{18,5}{Re_d^{0,6}},$$

$$Ar_{кр.2} = \frac{3}{4} \frac{18,5 Re_d^2}{Re_d^{0,6}} = \frac{3}{4} 18,5 \cdot 500^{1,4} \approx 83000 \quad (5.213)$$

Данная область осаждения соответствует изменению критерия  $Ar$  в пределах  $36 < Ar < 83000$ .

Для автомодельного режима осаждения при  $Re_d > 500$   $Ar > 83000$ .

Рассчитав критерий Архимеда (5.210), определив по его значению режим обтекания и выбрав соответствующую зависимость для  $\zeta$ , по соотношению (5.207) можно найти скорость осаждения, например, при  $Ar < 36$  ( $Re_d < 2$ )

$$W_{oc} = \frac{d^2 g (\rho_1 - \rho_2)}{18\mu}. \quad (5.214)$$

Скорость осаждения частиц нешарообразной формы  $W'_{oc}$  меньше, чем шарообразных частиц. Ее вычисляют по зависимости

$$W'_{oc} = \varphi W_{oc}, \quad (5.215)$$

где  $\varphi < 1$  – коэффициент, зависящий от формы частиц, определяющийся из опыта.

### 5.5.3. Образование и движение газовых пузырей и капель

Диспергирование газов и жидкостей, т.е. образование газовых пузырей и жидких капель в сплошной фазе, широко используется в процессах физического и химического взаимодействия между этими средами (газ-жидкость, жидкость-жидкость) в основном для увеличения поверхности контакта фаз. Во всех случаях необходимо знать размеры, частоту образования и закономерности движения пузырей и капель.

**Диспергирование газов в жидких средах.** Диспергирование происходит при истечении газов из сопел или отверстий в плоских или криволинейных стенках газораспределительных устройств. Различают два режима истечения: свободный и цепочный. Первый наблюдается при малых расходах газа и характеризуется определенным расстоянием между всплывающими пузырями, т.е. каждый новый пузырь образуется после того, как предыдущий уже прошел некоторый путь. Второй режим проявляется при больших расходах газа. В этом случае происходит быстрое образование пузырей так, что вблизи отверстия они касаются друг друга, образуя как бы цепочку. При дальнейшем увеличении расхода газа из отверстия (сопла) в жидкость истекает уже струя, которая в последующем распадается на отдельные пузыри. При этом в струе газа при воздействии ее на жидкость могут появляться и капли жидкости.

**Диспергирование капельных жидкостей в газовых средах и в объемах других несмешивающихся жидкостей.** Возможны два режима диспергирования при истечении жидкости из отверстий: капельный и струйный. В первом случае капли образуются непосредственно при истечении жидкости из отверстия или сопла. Во втором случае струя распадается на капли на некотором расстоянии от выходного сечения диспергирующего устройства.

Другим способом диспергирования жидкостей, обеспечивающим большую однородность размера капель, является отрыв пленки жидкости от вращающихся дисков или цилиндров под действием центробежной силы. Ещё один способ диспергирования одной жидкости в другой при их взаимной нерастворимости заключается в перемешивании с помощью механических мешалок.

**Размеры пузыря, отрывающегося от отверстия.** При небольших скоростях истечения легкая фаза вытекает в виде последовательно отрывающихся пузырей (капель). В общем случае на образующийся пузырь воздействуют подъемная сила и конвекционные токи жидкости, стремящиеся оторвать пузырь от кромки отверстия. Сила, прижимающая пузырь к кромке отверстия, пропорциональна коэффициенту поверхностного натяжения  $\sigma$  и периметру отверстия.

При слабых конвекционных токах в момент отрыва имеем равенство двух сил – подъемной и поверхностного натяжения:

$$\frac{1}{6}\pi d_0^3 g(\rho' - \rho'') = \pi d_1 \sigma, \quad (5.216)$$

где  $d_0$  – диаметр пузыря в момент отрыва;  $d_1$  – диаметр отверстия;  $\rho', \rho''$  – плотности тяжелой и легкой фазы соответственно;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Из уравнения (5.216) определяем  $d_0$ :

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{6d_1\sigma}{g(\rho' - \rho'')}} \quad (5.217)$$

или в безразмерной форме

$$\frac{d_0}{d_1} = 1,82 \sqrt[3]{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')d_1^2}}. \quad (5.218)$$

В общем случае при учёте конвективных токов множитель пропорциональности в формуле (5.218) является функцией критериев, определяющих гидродинамический режим двухфазной системы в целом.

При увеличении объемного расхода газа  $\dot{V}$  через отверстие частота отрыва единичных пузырей возрастает и достигает критического значения, при котором начинается цепочное движение пузырей. Критическое значение расхода  $\dot{V}_{кр}$  может быть найдено из следующих соображений. Всплывающие со скоростью  $W_{п}$  пузыри выстраиваются в вертикальную цепочку, среднее сечение которой соответствует гипотетическому цилиндру эквивалентного объема:

$$V_{п} = \frac{\pi d_0^3}{6} = V_{ц} = S_{ц} d_0, \quad S_{ц} = \frac{\pi d_0^2}{6}. \quad (5.219)$$

Тогда критический расход с учетом (5.217) равен

$$\dot{V}_{кр} = S_{ц} W_{п} = \frac{\pi d_0^2 W_{п}}{6} = \frac{\pi W_{п}}{6} \left( \frac{6\sigma d_1}{g(\rho' - \rho'')} \right)^{2/3}. \quad (5.220)$$

При цепочном движении размер пузырей увеличивается с возрастанием расхода газа из (5.220)

$$d_0 = \sqrt{\frac{6\dot{V}}{\pi W_{п}}}. \quad (5.221)$$

**Характер движения капель и пузырей.** Движению капель и пузырей, в отличие от движения твердых сфер, присущ ряд



характерных особенностей. На жидкой границе раздела фаз касательная составляющая скорости отлична от нуля, вследствие чего внутри движущейся капли (пузыря) возникает циркуляция среды, способствующая лучшему обтеканию капли по сравнению с обтеканием твердой сферы. Это означает, что для капли отрыв пограничного слоя наблюдается при более высоких значениях  $Re$ , чем для твердой сферы, и скорость осаждения капли (пузыря) выше скорости осаждения твердой сферы того же диаметра. Вместе с тем, ввиду подвижности границы раздела фаз, капли (пузыри) могут деформироваться и колебаться при своем движении.

Скорости движения малых капель и пузырей при  $Re < 1$  могут находиться в приближении сферичности их формы. Для капли, движущейся в жидкости под действием подъемной силы, скорость ее установившегося движения (падение или всплытие) определяется по формуле

$$W_k = \frac{d_0^2 g (\rho' - \rho'')}{18\mu''} \frac{3\mu' + 3\mu''}{3\mu' + 2\mu''}. \quad (5.222)$$

Эта формула отличается от формулы (5.214), характеризующей движение твердой сферы, множителем, учитывающим влияние динамической вязкости сплошной фазы ( $\mu''$ ) и динамической вязкости дисперсной фазы ( $\mu'$ ). При движении газовых пузырьков в жидкости  $\mu' \ll \mu''$ , так что

$$W_n = \frac{d_0^2 g (\rho' - \rho'')}{12\mu''}. \quad (5.223)$$

Увеличение диаметра пузырей и капель приводит к их деформации, они уже не могут считаться сферическими, траектории движений отличаются от вертикалей, и соотношения для определения скорости их движения не удастся получить теоретически. При достаточно больших скоростях движения капель относительно сплошной фазы они могут разделяться (дробление), а при соударениях сливаться (коалесценция).

**Массовый барботаж.** Выше рассматривалось образование и всплытие пузырей от единичного отверстия. На практике широко используется массовый барботаж – прохождение газа в жидкость через множество отверстий, например, в тарельчатых колоннах (см. разд. 12.6, рис. 12.7). При малых расходах газа в режиме всплытия отдельных пузырей к ним применимы закономерности, полученные

ранее. Однако при увеличении расхода газа, когда происходит стесненное движение пузырей, данные закономерности нарушаются. При дальнейшем увеличении расхода газа образуется слой пены. Еще большее увеличение расхода газа приводит к разрушению слоя пены, и газ проходит сквозь жидкость в виде струй.

Для характеристики газожидкостного слоя при массовом барботаже используются такие величины, как газосодержание  $\varphi$ , высота слоя  $h_c$ , высота светлого слоя жидкости  $h_0$ . Газосодержание характеризует объемную долю газа в газожидкостном слое. Высота светлого слоя жидкости характеризует количество жидкости в газожидкостном слое и представляет собой гипотетическую высоту слоя при его нулевом газосодержании:

$$\varphi = 1 - \frac{h_0}{h_c}. \quad (5.224)$$

Расчет величин  $\varphi$  и  $h_0$  производится, как правило, по эмпирическим соотношениям.

#### 5.5.4. Движение сред через слои зернистых материалов и насадок

Слои зернистых материалов могут состоять из частиц одинакового (*монодисперсный* слой) и различных (*полидисперсный* слой) размеров. Зернистый слой, в частности, характеризуется размером его частиц, удельной поверхностью и долей свободного объема.

Удельная поверхность  $a$  ( $\text{м}^2/\text{м}^3$ ) представляет собой поверхность частиц, находящихся в единице объема, занятого слоем.

Доля свободного объема, или *порозность*  $\varepsilon$ , выражает объем свободного пространства между частицами в единице объема, занятого слоем.

Обозначим:  $V$  – общий объем, занимаемый зернистым слоем,  $V_0$  – объем, занимаемый самими частицами, образующими слой, тогда

$$\varepsilon = \frac{V - V_0}{V}. \quad (5.225)$$

Пусть в объеме слоя  $V$  имеется  $N$  частиц. Объем самих частиц  $V_0$  равен  $V(1 - \varepsilon)$ , а их поверхность  $Va$ . Средний объем одной частицы

$$V_{\text{ч}} = \frac{V(1 - \varepsilon)}{N} = \frac{\pi d^3}{6}, \quad (5.226)$$

$$a \text{ ее поверхность} \quad F_q = \frac{Va}{N} = \frac{\pi d^2}{\Phi}, \quad (5.227)$$

где  $d$  – диаметр эквивалентного шара, имеющего тот же объем, что и частица;  $\Phi = F_{ш}/F_q$  – фактор формы;  $F_{ш}$  – поверхность шара, имеющая тот же объем, что и рассматриваемая частица с поверхностью  $F_q$ . Для сферических частиц  $\Phi = 1$ .

Отношение поверхности частицы к ее объему будет

$$\frac{F_q}{V_q} = \frac{a}{(1-\varepsilon)} = \frac{6}{\Phi d},$$

$$\text{откуда} \quad a = \frac{6(1-\varepsilon)}{\Phi d}. \quad (5.228)$$

Среда в зернистом слое движется по каналам, образованным твердыми частицами. Эквивалентный диаметр  $d_э$ , соответствующий суммарному поперечному сечению каналов в зернистом слое, можно определить следующим образом. Если площадь поперечного сечения аппарата, заполненного зернистым слоем, составляет  $S$ , а высота равна  $H$  (рис. 5.17), то объем слоя  $V = SH$ , объем самих частиц  $V_0 = SH(1-\varepsilon)$ , а свободный объем слоя  $V_{св} = SH\varepsilon$ . Поверхность частиц, равная поверхности образуемых ими каналов, составляет  $SHa$ .

Для того чтобы определить суммарное сечение каналов слоя, или свободное сечение слоя, надо разделить свободный объем слоя  $V_{св}$  на длину каналов. Однако длина их неодинакова и должна быть усреднена. Если средняя длина каналов превышает высоту слоя в  $\alpha_k$  раз, то средняя длина каналов равна  $L = \alpha_k H$ , а свободное сечение слоя  $S_{св}$  составляет  $S_{св} = SH\varepsilon/\alpha_k H = S\varepsilon/\alpha_k$ , где  $\alpha_k$  – коэффициент кривизны каналов. Смоченный периметр свободного сечения слоя  $\Pi_c$  может быть вычислен делением общей поверхности на их среднюю длину, т.е.

$$\Pi_c = SHa/\alpha_k H = Sa/\alpha_k. \quad (5.229)$$

Следовательно, эквивалентный диаметр каналов зернистого слоя выразится отношением

$$d_э = \frac{4S_{св}}{\Pi_c} = \frac{4(S\varepsilon/\alpha_k)}{Sa/\alpha_k} = \frac{4\varepsilon}{a}. \quad (5.230)$$

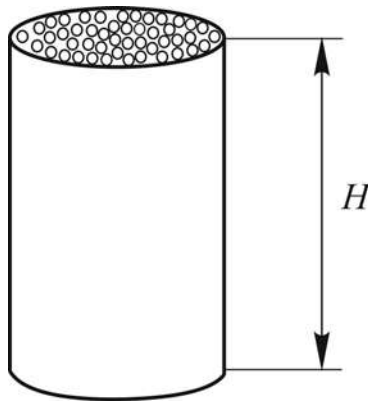


Рис. 5.17. Вертикальный цилиндрический аппарат, заполненный зернистым слоем.

Подставляя величину  $a$  из выражения (5.228) в уравнение (5.230), получим зависимость  $d_3$  от размера частиц:

$$d_3 = \frac{2\Phi\epsilon d}{3(1-\epsilon)}. \quad (5.231)$$

Для полидисперсных зернистых слоев средний диаметр частиц  $d_{\text{ср}}$  вычисляют из соотношения

$$d_{\text{ср}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i/d_i)}, \quad (5.232)$$

где  $x_i$  – объемная или, при одинаковой плотности, массовая доля частиц диаметром  $d_i$ .

Гидравлическое сопротивление слоя (потерянное давление) можно определить по уравнению, аналогичному для прямолинейного участка трубы (5.69):

$$\Delta p_{\text{п}} = \lambda_{\text{г.с.}} \frac{\rho \bar{W}^2}{2} \frac{L}{d_3}, \quad (5.233)$$

где  $\lambda_{\text{г.с.}}$  – фиктивный коэффициент трения, обычно называемый в случае зернистого слоя *коэффициентом гидравлического сопротивления*, учитывающий как потери энергии на трение, так и все местные сопротивления (изгиб каналов, обтекание частиц, изменение формы сечения каналов и т.д.);  $\bar{W}$  – действительная средняя скорость движения жидкости в каналах.

Для определения действительной скорости  $\bar{W}$  вначале находят фиктивную скорость жидкости  $\bar{W}_0$ , равную отношению объемного расхода жидкости к площади поперечного сечения аппарата, а далее

на основании уравнения неразрывности  $S\overline{W}_0 = S_{\text{св}}\overline{W} = S\varepsilon\overline{W}/\alpha_k$  определяют значение действительной скорости:

$$\overline{W} = \frac{\overline{W}_0\alpha_k}{\varepsilon} \approx \frac{\overline{W}_0}{\varepsilon}, \quad (5.234)$$

при этом считают, что  $\alpha_k = 1$ , т.е. длина каналов  $L$  равняется высоте слоя  $H$ . На самом деле величина  $\overline{W}$  по (5.234) меньше скорости жидкости в каналах, так как  $\alpha_k > 1$ . Поскольку  $\lambda_{\text{г.с}}$  определяется опытным путем, то допущение  $L = H$  мало влияет на величину  $\Delta p_{\text{п}}$ , поэтому в уравнение (5.233) подставляют  $\overline{W}$  согласно выражению (3.234), а вместо длины каналов  $L$  – высоту слоя  $H$ .

Значение  $d_3$  подставляется из формулы (5.231), тогда

$$\Delta p_{\text{п}} = \lambda_{\text{г.с.}} \frac{\rho(\overline{W}_0/\varepsilon)^2}{2} \frac{H}{2\Phi\varepsilon d/(3(1-\varepsilon))} = \lambda_{\text{г.с.}} \frac{\rho\overline{W}_0^2}{2} \frac{H}{d} \frac{3(1-\varepsilon)}{2\varepsilon^3\Phi}. \quad (5.235)$$

Коэффициент сопротивления  $\lambda_{\text{г.с.}}$  зависит от гидродинамического режима движения среды в слое, определяемого по величине числа Рейнольдса. В данном случае после подстановки  $\overline{W}$  из выражения (5.234) и  $d_3$  из зависимости (5.230) в (5.236) выражение числа Рейнольдса принимает вид

$$\text{Re} = \frac{\overline{W}d_3\rho}{\mu}; \quad (5.236)$$

$$\text{Re} = \frac{4\overline{W}_0\rho}{a\mu}. \quad (5.237)$$

При замене в выражении (5.237)  $a$  ее значением из зависимости (5.231) и  $d_3$  по уравнению (5.231) получаем

$$\text{Re} = \frac{2}{3} \frac{\Phi}{(1-\varepsilon)} \frac{\overline{W}_0 d \rho}{\mu} = \frac{2}{3} \frac{\Phi}{(1-\varepsilon)} \text{Re}_0, \quad (5.238)$$

где 
$$\text{Re}_0 = \frac{\overline{W}_0 d \rho}{\mu} \quad (5.239)$$

представляет собой модифицированный критерий Рейнольдса, выраженный через фиктивную скорость жидкости  $\overline{W}_0$  и размер частиц слоя ( $d$  – диаметр шара, имеющего тот же объем, что и частица). Для определения  $\lambda_{\text{г.с}}$  для всех режимов движения рекомендуется уравнение

$$\lambda_{\text{г.с.}} = \frac{133}{\text{Re}} + 2,34. \quad (5.240)$$

В этом уравнении критерий  $\text{Re}$  определяется зависимостью (5.236) или (5.238). При движении жидкости (газа) в зернистом слое турбулентность потока развивается значительно раньше, чем при течении по трубам, причем между

ламинарным и турбулентным режимами нет резкого перехода. Ламинарный режим практически существует примерно при  $Re < 50$ .

При  $Re < 1$  вторым слагаемым в уравнении (5.240) можно пренебречь, тогда

$$\lambda_{г.с.} = \frac{133}{Re}. \quad (5.241)$$

Подставив  $\lambda_{г.с.}$  из (5.241) и (5.238) для  $Re$  в уравнение (5.237), после преобразований получаем

$$\Delta p_n = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2 \mu H}{\Phi^2 \varepsilon^3 d^2} \overline{W}_0 = 150 \frac{\Phi_\Phi (1-\varepsilon)^2 \mu H}{\varepsilon^3 d^2} \overline{W}_0, \quad (5.242)$$

где  $\Phi_\Phi$  – коэффициент формы, связанный с фактором формы соотношением

$$\Phi_\Phi = \frac{1}{\Phi^2}. \quad (5.243)$$

При  $Re > 7000$  наступает автомодельная область турбулентного режима движения, и  $\lambda_{г.с.} = \text{const}$ :

$$\lambda_{г.с.} \approx 2,34. \quad (5.244)$$

Значения  $\varepsilon$ ,  $a$ ,  $\Phi$  (или  $\Phi_\Phi$ ) для различных материалов при разных способах их загрузки находятся опытным путем и приводятся в справочной литературе. Порозность и удельная поверхность контакта фаз зернистых материалов, как правило, невелики. Для увеличения поверхности контакта газовой и жидкой фаз в аппарат загружают специально изготовленную насадку, элементы которой представляют собой твердые, достаточно крупные тела сложной формы.

Величина порозности  $\varepsilon$  зависит от соотношения между диаметром частиц  $d$  и диаметром аппарата  $D$ , в котором находится зернистый слой. Это связано с так называемым пристеночным эффектом: порозность слоя у стенок всегда выше, чем в центральной части слоя. Указанное различие порозности тем значительнее, чем больше отношение  $d/D$ .

Движение среды через неподвижный зернистый слой называется *фильтрацией*.

### 5.5.5. Псевдооживленные слои

Слой зернистого твердого материала, пронизываемый восходящим потоком жидкости или газа, может находиться в трех качественно различных состояниях. При фиктивной скорости потока  $\overline{W}_0$  ниже некоторой критической величины  $\overline{W}'_0$  твердые частицы

неподвижны (рис. 5.18а), порозность слоя  $\varepsilon$  неизменна, а его гидравлическое сопротивление  $\Delta p_{\text{п}}$ , как ранее показано, возрастает с увеличением скорости  $\bar{W}_0$  (*фильтрация*). По достижении скорости  $\bar{W}'_0$  потерянное давление  $\Delta p_{\text{п}}$  становится равным весу слоя, отнесенному к площади его поперечного сечения, слой взвешивается, твердые частицы теряют прежний взаимный контакт, получают возможность перемещаться и перемешиваться; слой расширяется, на его свободной поверхности видны волны и всплески. В этом состоянии (рис. 5.18б) слой напоминает кипящую жидкость, благодаря чему он назван *псевдоожигженным* или *кипящим*. С дальнейшим ростом скорости потока до некоторой величины  $\bar{W}''_0$  слой продолжает расширяться, и интенсивность движения частиц увеличивается. При  $\bar{W}_0 = \bar{W}''_0$  слой настолько разрыхляется, что частицы движутся независимо друг от друга, и сила сопротивления отдельной частицы становится равной ее весу. Численное значение скорости  $\bar{W}''_0$  совпадает со скоростью осаждения  $W_{\text{ос}}$  и может быть найдено из уравнения (5.207). При дальнейшем увеличении скорости  $\bar{W}_0$  частицы начинают уноситься из слоя со скоростью  $\bar{W}_0 - \bar{W}''_0$  (*унос*). Скорость  $\bar{W}'_0$  называется *скоростью начала псевдоожигжения*, а скорость  $\bar{W}''_0$  – *скоростью начала уноса*.

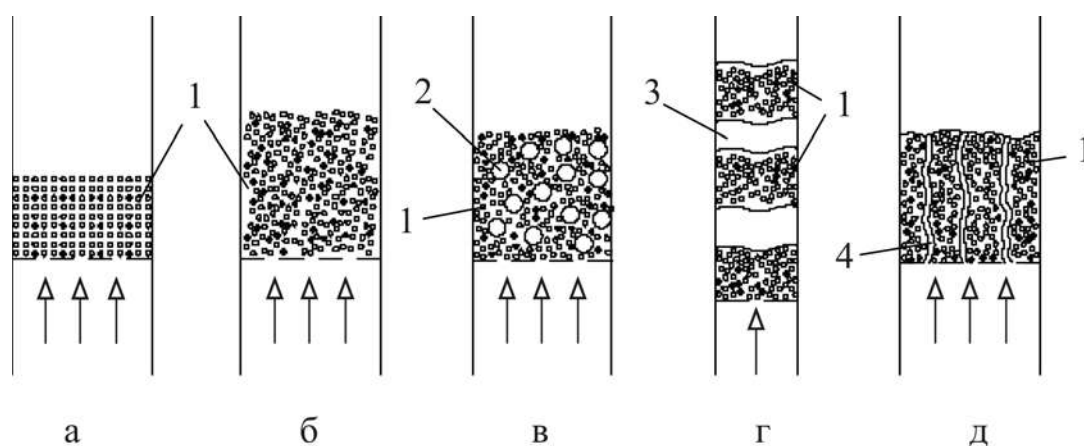


Рис. 5.18. Различные состояния зернистого слоя:  
а – неподвижный слой; б – д – псевдоожигженный слой;  
1 – твердые частицы, 2 – газовые пузыри, 3 – газовые пробки,  
4 – сквозные каналы

Структура псевдоожигженного слоя зависит от того, жидким или газовым потоком достигается псевдоожигжение. В случае жидкого потока структура слоя сохраняется достаточно однородной, что

объясняется малой разницей плотностей твердой и жидкой фаз. Однако на практике чаще всего для псевдоожигения используется поток газа. В этом случае непосредственно после перехода в псевдоожигенное состояние слой несколько расширяется, он однороден; его свободная поверхность практически неподвижна, перемещение частиц выражено слабо. С ростом скорости газа и расширения слоя в его объеме появляются газовые пузыри (нарушается однородность), повышающие интенсивность перемешивания частиц и вызывающие колебания свободной поверхности слоя. При этом возрастает порозность слоя, увеличиваются размеры и количество всплывающих газовых пузырей (рис. 5.18в). При выходе из слоя пузыри, прорывая его свободную поверхность, вызывают ее колебания и появление всплесков твердых частиц. В узких и высоких слоях восходящие пузыри сливаются и могут занять все поперечное сечение, образуя газовые «пробки», которые чередуются с движущимися «поршнями» твердых частиц (рис. 5.18г). В таком поршнеобразном псевдоожигенном слое перемешивание твердых частиц затруднено. В слое твердых частиц, склонных к агрегированию, при скоростях газа, незначительно превышающих  $\bar{W}_0'$ , образуются сквозные каналы (рис. 5.18д), через которые газ проходит без полного контакта с твердыми частицами. Эти каналы часто либо полностью исчезают при увеличении скорости газа, либо сохраняются лишь в основании слоя.

Псевдоожигение слоя графически изображается кривой псевдоожигения, выражающей зависимость потерянного давления  $\Delta p_{\Pi}$  в слое от фиктивной скорости ожигающего агента (газа, жидкости). На рис. 5.19а показана кривая идеального псевдоожигения монодисперсного слоя твердых частиц в аппарате постоянного поперечного сечения. Восходящая ветвь  $O-A$  (прямая при ламинарном движении и  $Re < 1$  (5.242) и кривая при других условиях) соответствует движению ожигающего агента через неподвижный зернистый слой. Абсцисса точки  $A$  ( $\bar{W}_0 = \bar{W}_0'$ ) выражает скорость начала псевдоожигения. Горизонтальный участок  $A-B$  изображает псевдоожигенное состояние, здесь сохраняется  $\Delta p_{\Pi} = \text{const}$ . Абсцисса точки  $B$  выражает скорость начала уноса  $\bar{W}_0''$ . Скорость  $\bar{W}_0''$  называют *скоростью уноса* или *скоростью свободного витания частиц*, ее обозначают  $W_{\text{вит}}$ .



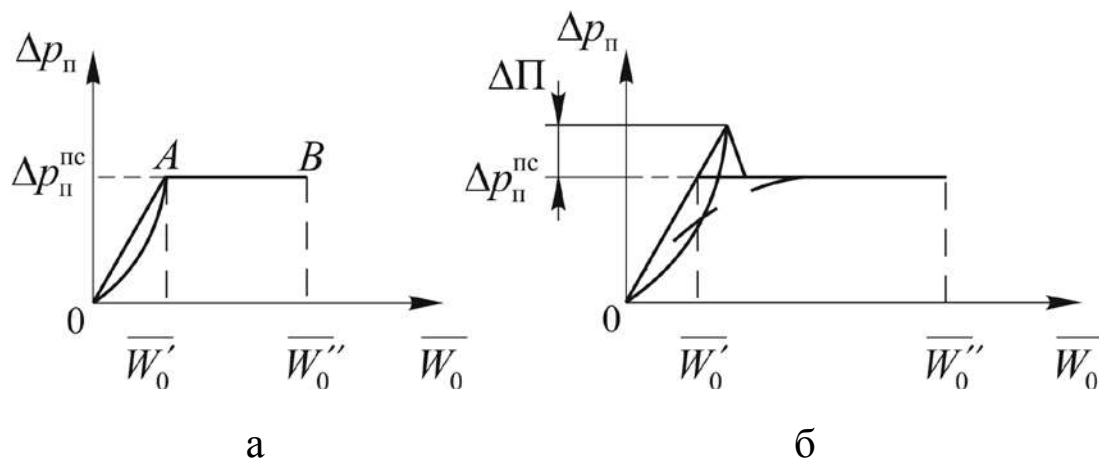


Рис. 5.19. Кривые псевдоожижения: а – идеального; б – реального

В реальных условиях кривая псевдоожижения (рис. 5.19б) отличается от изображенных на рис. 5.19а. Дело в том, что за пределами  $\bar{W}'_0$  величина  $\Delta p_{\text{п}}$  продолжает некоторое время расти в связи с затратами энергии на преодоление сил сцепления твердых частиц, а также на их трение со стенкой и между собой. После перехода слоя в псевдоожиженное состояние сопротивление его падает до характерного уровня  $\Delta p_{\text{п}}^{\text{пс}}$ . Значение пика давления  $\Delta \Pi$  зависит от свойств твердых частиц.

Кривая псевдоожижения, показанная сплошными линиями на рис. 5.19б, строится по сопряженным значениям  $\Delta p_{\text{п}}$  и  $\bar{W}_0$ , непосредственно измеренным при постепенном увеличении скорости потока ожижающего агента, в этом случае получается кривая прямого хода. Если же строить кривую псевдоожижения по сопряженным значениям  $\Delta p_{\text{п}}$  и  $\bar{W}_0$ , измеренным при постепенном уменьшении скорости от  $\bar{W}''_0$  до нуля, то кривая, показанная пунктирной линией на рис. 5.19б, носит название кривой обратного хода. Обе кривые совпадают в области развитого псевдоожижения, но расходятся вблизи начала псевдоожижения и в области  $\bar{W}_0 < \bar{W}'_0$ , причем отсутствует пик давления для кривой обратного хода. Меньшие значения  $\Delta p_{\text{п}}$  для неподвижного слоя по кривой обратного хода обусловлены более рыхлой упаковкой слоя в результате понижения скорости  $\bar{W}_0$ .

Отношение рабочей скорости  $\bar{W}_0$ , значение которой должно находиться в пределах между  $\bar{W}'_0$  и  $\bar{W}''_0$ , к скорости начала

псевдоожижения называется *числом псевдоожижения* и обозначается  $K_w$ :

$$K_w = \frac{\overline{W}_0}{W'_0}. \quad (5.245)$$

Расчетным путем величины  $\Delta p_{\pi}^{nc}$  и  $\overline{W}_0'$  могут быть определены исходя из условия равенства потерянному давлению в слое весу твердой фазы, отнесенному к площади поперечного сечения аппарата:

$$\Delta p_{\pi}^{nc} = \frac{(\rho_{\tau} - \rho)gSH}{S}(1 - \varepsilon) = g(\rho_{\tau} - \rho)(1 - \varepsilon)H. \quad (5.246)$$

При подстановке выражения (5.240) для коэффициента сопротивления  $\lambda_{г.с}$  в уравнение (5.235) находится зависимость гидравлического сопротивления неподвижного слоя от различных факторов:

$$\Delta p_{\pi} = \frac{3(1 - \varepsilon)}{2\Phi\varepsilon^3} \left( \frac{133}{Re} + 2,34 \right) \frac{H}{d} \frac{\rho \overline{W}_0^2}{2} \quad (5.247)$$

или после подстановки значения  $Re$  из выражения (5.238):

$$\begin{aligned} \Delta p_{\pi} &= \frac{3(1 - \varepsilon)}{2\Phi\varepsilon^3} \left( \frac{133\mu(1 - \varepsilon)}{\Phi W_0 d \rho} + 2,34 \right) \frac{H}{d} \frac{\rho \overline{W}_0^2}{2} = \\ &= 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2 \mu H \overline{W}_0}{\Phi^2 \varepsilon^3 d^2} + 1,75 \frac{(1 - \varepsilon)}{\Phi \varepsilon^3} H \frac{\rho \overline{W}_0^2}{d}. \end{aligned} \quad (5.248)$$

Подставляя  $\Delta p_{\pi}$  из (5.248) для неподвижного слоя в (5.246) для псевдоожиженного слоя, получим уравнение для скорости начала псевдоожижения

$$150 \frac{(1 - \varepsilon) \mu \overline{W}_0'}{\Phi^2 \varepsilon^3 d^2} + 1,75 \frac{\rho \overline{W}_0'^2}{\Phi \varepsilon^3 d} = g(\rho_{\tau} - \rho). \quad (5.249)$$

Умножим обе части этого уравнения на  $d^3 \rho / \mu^2$ , тогда

$$150 \frac{(1 - \varepsilon) d \rho \overline{W}_0'}{\Phi^2 \varepsilon^3 \mu} + 1,75 \frac{d^2 \rho^2 \overline{W}_0'^2}{\Phi \varepsilon^3 \mu^2} = \frac{d^3 \rho^2 g (\rho_{\tau} - \rho)}{\mu^2 \rho}$$

или

$$150 \frac{(1 - \varepsilon)}{\Phi^2 \varepsilon^3} Re_{0,nc} + \frac{1,75}{\Phi \varepsilon^3} Re_{0,nc}^2 = Ar, \quad (5.250)$$

где  $Ar$  – критерий Архимеда;  $Re_{0,nc}$  – критическое значение модифицированного критерия Рейнольдса (см. выражение 5.238), соответствующее началу псевдоожижения.

Для частиц формы, близкой к шарообразной, значение фактора  $\Phi$ , определяемого уравнением  $\Phi = F_{ш}/F_{ч}$ , близко к единице, а средняя порозность

неподвижного слоя  $\varepsilon_{ш,н}$  может быть принята равной  $\approx 0,4$ . В данном случае путем приближенного решения уравнения (5.250) получают следующее выражение критического значения числа Рейнольдса, при котором начинается псевдооживление :

$$Re_{0,пс} = \frac{Ar}{1400 + 5,2\sqrt{Ar}}. \quad (5.251)$$

При расчете скорости начала псевдооживления  $\overline{W}'_0$  с помощью этого уравнения вычисляют сначала значение критерия Архимеда:

$$Ar = \frac{d^3 \rho^2 g (\rho_t - \rho)}{\mu^2 \rho}, \quad (5.252)$$

затем находят величину  $Re_{0,пс}$  из уравнения (5.251) и по ней, пользуясь выражением (5.239), – величину  $\overline{W}'_0$ . В случае  $\overline{W}_0 > \overline{W}'_0$  с увеличением скорости слой расширяется и доля его свободного объема возрастает. При этом высота псевдооживленного слоя  $H_{пс}$  и первоначальная высота неподвижного слоя  $H_n$  связаны зависимостью

$$H_{пс}(1 - \varepsilon_{пс}) = H_n(1 - \varepsilon_n), \quad (5.253)$$

так как количество твердой фазы в слое постоянно (материальный баланс по твёрдой фазе).

Расчет скорости начала уноса  $\overline{W}''_0$ , при которой происходит разрушение слоя и унос частиц, производят аналогично расчету скорости свободного осаждения частиц  $W_{ос}$  (5.207).

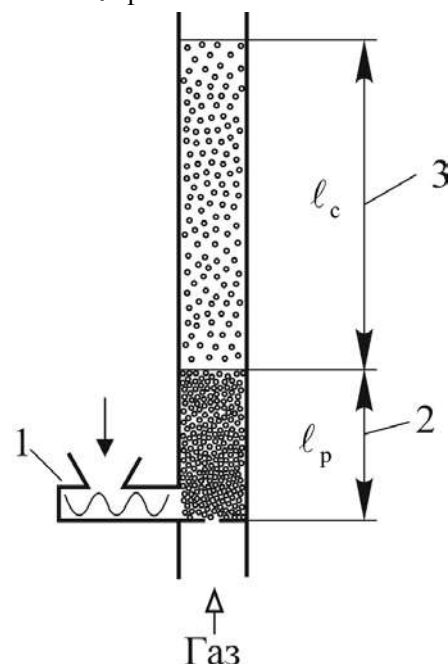
### 5.5.6. Пневмотранспорт и гидротранспорт

Потоки газа и жидкости используются в ряде химических производств для перемещения зернистых материалов с целью их транспортировки на различные расстояния, а также для осуществления физических и химических процессов между фазами. Перемещение зернистых материалов газовым потоком называется *пневмотранспортом*, а жидкостным – *гидротранспортом*. Оба вида транспорта могут осуществляться в горизонтальных и вертикальных трубопроводах. Наиболее простым по механизму действия и в эксплуатации является вертикальный пневмотранспорт (рис. 5.20). Зернистый материал, подаваемый питателем, разгоняется на участке длиной  $\ell_p$  и достигает постоянной характерной скорости  $u$ , с которой

перемещается по трубе вверх. На выходе из трубы зернистый материал отделяется от газа в сепарирующем устройстве, а очищенный от твердой фазы газ выбрасывается из системы. Пневмотранспортный трубопровод делится на два участка: в первом длиной  $\ell_p$  происходит разгон твердых частиц до постоянной скорости  $u$  (разгонный участок), их концентрация на этом участке уменьшается снизу вверх; на втором (стабилизированном) участке длиной  $\ell_c$  скорость и концентрация зернистого материала в потоке постоянны.

Объемная доля твердых частиц  $\beta_T$  в потоке, называемая *объемной концентрацией*, колеблется на практике от 0,01 до 0,04 (от 1 до 4%). Если порозность этого потока равна  $\varepsilon$ , то и  $\beta_T = 1 - \varepsilon$ .

Рис. 5.20. Установка для вертикального пневмотранспорта: 1 – питатель; 2 – разгонный участок; 3 – стабилизированный участок



Допустим, что в вертикальной трубе газовый поток движется со средней фиктивной скоростью  $\overline{W}_0$ . Скорость движения твердых частиц относительно потока легко оценить, так как при вертикальном пневмотранспорте она близка к скорости витания  $W_{\text{вит}}$ . Под скоростью витания понимают скорость свободного осаждения  $W_{\text{ос}}$  под действием силы тяжести. Название «скорость витания» обусловлено тем, что если частицу, движущуюся со скоростью свободного осаждения  $W_{\text{ос}}$  в неподвижном газе, поместить в трубу, в которой газ движется со скоростью  $W_{\text{ос}}$ , то частица будет витать, т.е. ее скорость относительно стенок трубы будет равна нулю. Отсюда следует, что  $W_{\text{вит}} = W_{\text{ос}}$ . Если скорость потока газа больше скорости витания находящихся в нем твердых частиц, то частицы будут уноситься потоком; если же скорость потока меньше скорости витания, то твердые частицы будут падать вниз. Следовательно, при вертикальном пневмотранспорте скорость движения частиц относительно трубопровода  $u = \overline{W}_0 - W_{\text{вит}}$ . Скорость витания определяется по формуле (5.207). Для частиц, отличающихся от сферических, пользуются этими же формулами с учетом коэффициента формы  $\phi_\phi$  по (5.215).

Для устойчивой работы пневмотранспорта рекомендуется скорость газа  $\overline{W}_0$ , превышающая в 1,5-2 раза скорость витания  $W_{\text{вит}}$  самой крупной частицы транспортируемого материала. При гидротранспорте допустимо отношение  $\overline{W}_0 / W_{\text{вит}} \geq 5$ .

Отличительной особенностью гидротранспорта от пневмотранспорта является значительно меньшее отношение плотностей транспортируемых материалов и транспортирующей среды (около 2 вместо  $\approx 2000$ ). Вследствие этого гидротранспорт требует значительно меньших скоростей потока, чем пневмотранспорт.

Перепад давления  $\Delta p$  в вертикальном трубопроводе высотой  $\ell$  для пневмо- и гидротранспорта складывается из статического давления столба жидкости и твердых частиц ( $\Delta p_{\text{ст}}$ ), гидравлических потерь на трение потока транспортирующего агента о стенки ( $\Delta p_{\text{г}}$ ), на трение между твердыми частицами и транспортирующими агентами ( $\Delta p_{\text{т}}$ ), создание ускорения частиц на разгонном участке ( $\Delta p_{\text{р}}$ ), т.е.

$$\Delta p = \Delta p_{\text{ст}} + \Delta p_{\text{г}} + \Delta p_{\text{т}} + \Delta p_{\text{р}}, \quad (5.254)$$

$$\Delta p_{\text{ст}} = \frac{S\ell(1-\varepsilon)\rho_{\text{т}}g}{S} + \frac{S\ell\varepsilon\rho g}{S} = \ell(\beta_{\text{т}}\rho_{\text{т}} + (1-\beta_{\text{т}})\rho)g, \quad (5.255)$$

где  $\rho_{\text{т}}, \rho$  – плотности твердых частиц и транспортирующего агента,  $S$  – площадь поперечного сечения трубы.

Величина  $\Delta p_{\text{т}}$  мала в случае гидротранспорта из-за близости скоростей твердых частиц и жидкости, но может оказаться существенной при пневмотранспорте. Метод теоретического расчета величины  $\Delta p_{\text{т}}$  пока отсутствует и в инженерных расчетах используют эмпирические формулы для определения суммы  $\Delta p_{\text{г}} + \Delta p_{\text{т}}$ , а также  $\Delta p_{\text{р}}$ .

В частности, для стабилизированного участка используют зависимость

$$\Delta p_{\text{т}} + \Delta p_{\text{г}} = \lambda_{\text{с}} \frac{\ell_{\text{с}} (G + G_{\text{т}}) \overline{W}_0}{d 2S}, \quad (5.256)$$

$$\lambda_{\text{с}} = (0,2 + 0,88\beta_{\text{п}} / (1 + \beta_{\text{п}})^2) \text{Re}_{\text{тр}}^{-2}. \quad (5.257)$$

где  $\ell_{\text{с}}$  и  $d$  – длина и диаметр стабилизированного участка трубопровода;  $G$  и

$G_T$  – массовые расходы транспортирующей среды и твердого материала;  $\bar{W}_0$  – фиктивная скорость потока;  $Re_{тр} = \bar{W}_0 d / \nu$ ;  $\beta_p = G_T / S \bar{W}_0 \rho$  – расходная концентрация.

Для расчета потери давления на разгонном участке пользуются эмпирической формулой:

$$\Delta p_p = 3,1 Fr^{0,22} \beta_p \frac{\bar{W}_0^2}{2}, \quad (5.258)$$

где  $Fr = gd / W_{вит}^2$ .

## 5.6. Расчет гидравлического сопротивления аппаратов и оптимизация движения в них

Определение гидравлического сопротивления аппаратов необходимо для нахождения затрат энергии на транспорт сред через них, а также движущей силы – перепада гидродинамического напора.

Простейшим и наиболее часто встречающимся на практике случаем является транспорт сред по трубопроводам. В этом случае гидравлическое сопротивление, характеризующееся потерянными напором  $h_{п}$  или потерянными давлением  $\Delta p_{п}$ , может быть рассчитано в соответствии с соотношениями (5.37) – (5.41):

$$\Delta p_{п} = \rho g h_{п} = \zeta \frac{\rho \bar{W}_x^2}{2} = (\zeta_{тр} + \zeta_{м.с.}) \frac{\rho \bar{W}_x^2}{2} = \left( \lambda_r \frac{\ell}{d_s} + \sum_{k=1}^n \zeta_{м.с.,k} \right) \frac{\rho \bar{W}_x^2}{2}. \quad (5.259)$$

Коэффициенты гидравлического трения  $\lambda_r$  в зависимости от режима движения находятся из (5.69) или (5.103), (5.105), а при неизотермическом течении или турбулентном течении в трубопроводах с шероховатой поверхностью используются соответствующие эмпирические поправки и соотношения. Коэффициенты для всех  $n$  местных сопротивлений  $\zeta_{м.с.,k}$ , возникающих при последовательном прохождении потока через вентили, краны, задвижки, колена, врезанные расширения или сужения поперечного сечения и т.д., находятся из справочных таблиц. При изменении поперечного сечения трубопровода коэффициенты местного сопротивления относятся, как правило, к наибольшей скорости, то есть к скорости  $\bar{W}_x$  в наименьшем сечении.

Определение гидравлического сопротивления аппаратов, заполненных зернистым материалом или насадкой, производится по соотношениям (5.233), (5.235), (5.240). Расчет гидравлического

сопротивления для ряда других аппаратов будет представлен ниже при рассмотрении соответствующих процессов.

Оптимизация движения в аппаратах заключается в минимизации экономических затрат на транспорт сред через них. Рассмотрим данную задачу на примере движения среды с заданным расходом по трубопроводу заданной длины. Затраты на транспорт  $Z$  (критерий оптимальности) можно в этом случае представить в виде двух слагаемых, одно из которых пропорционально гидравлическому сопротивлению трубопровода  $\Delta p_{\text{п}}$ , а другое – количеству материала, пошедшего на его изготовление. Последнее слагаемое при фиксированной толщине стенки будет пропорционально диаметру трубопровода, тогда

$$Z = Z_1 + Z_2 = b\Delta p_{\text{п}} + ad. \quad (5.260)$$

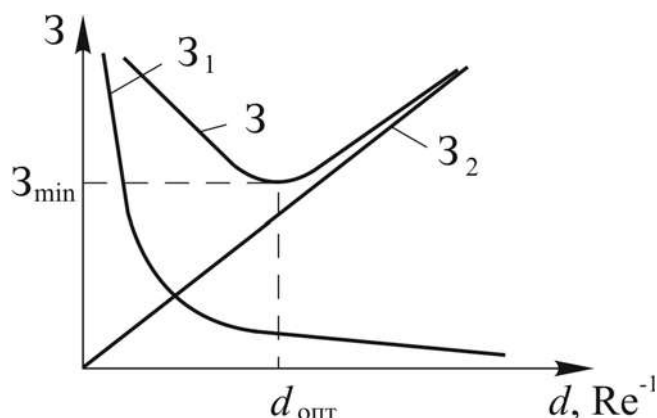


Рис. 5.21. Зависимость затрат на транспортировку среды от диаметра трубопровода

Величина коэффициента  $a$  будет зависеть от толщины и длины трубопровода, срока его службы, стоимости материала;  $b$  – от расхода среды, стоимости электроэнергии и нагнетателей, создающих избыточное давление для преодоления гидравлического сопротивления. Анализ соотношений (5.68), (5.105) показывает, что потерянное давление при фиксированных расходе и свойствах среды, а также длине трубопровода зависит лишь от его диаметра. Таким образом, единственным параметром оптимизации будет являться диаметр трубопровода. Из (5.68) следует, что при ламинарном режиме движения  $\Delta p_{\text{п}} \sim d^{-4}$ , а для турбулентного из (5.105)  $\Delta p_{\text{п}} \sim d^{-4,75}$ . Тогда график зависимости затрат от диаметра будет иметь вид,

изображенный на рис. 5.21, где  $d_{\text{опт}}$  – оптимальный диаметр трубопровода, соответствующий минимуму затрат.

Поскольку при фиксированном расходе среды ее скорость однозначно связана с внутренним диаметром трубопровода, то можно говорить об оптимальной скорости движения среды в трубопроводе.

Выбор оптимальной скорости (диаметра) аппаратов для проведения импульсо-, тепло- и массообменных процессов является более сложной задачей, так как скорость течения, как правило, влияет на кинетику соответствующего процесса и, следовательно, размер аппарата. Более подробно эти задачи будут решаться при рассмотрении соответствующих процессов.

### 5.7. Движение неньютоновских жидкостей

Закон Ньютона (1.46)  $\tau_{yx}^B = -\mu \frac{\partial W_x}{\partial y}$  при  $\mu \neq \mu \left( \frac{\partial W_x}{\partial y} \right)$  справедлив для жидкостей с небольшой молекулярной массой, вязкость которых является функцией температуры и давления, но не зависит от градиента скорости (*скорости сдвига*)  $\frac{\partial W_x}{\partial y}$ . У таких жидкостей, носящих название *ньютоновских*, зависимость  $\tau_{yx}^B$  от  $\frac{\partial W_x}{\partial y}$  (*кривая течения*) является линейной (рис. 5.22, линия 1).

Жидкости, обнаруживающие зависимость коэффициента вязкости от скорости сдвига (высокомолекулярные соединения, суспензии и др.), называются *неньютоновскими*, их кривая течения отличается от линии 1. Неньютоновские жидкости в зависимости от их свойств, разделяют на три группы: 1) *реологически стационарные* жидкости – скорость сдвига в данной точке зависит только от напряжения в этой точке; 2) *реологически нестационарные* жидкости – скорость сдвига зависит от продолжительности действия напряжения; 3) *вязкоупругие* жидкости – сочетание свойств твердого тела и жидкости, проявляющееся в виде упругого восстановления формы после снятия напряжения.



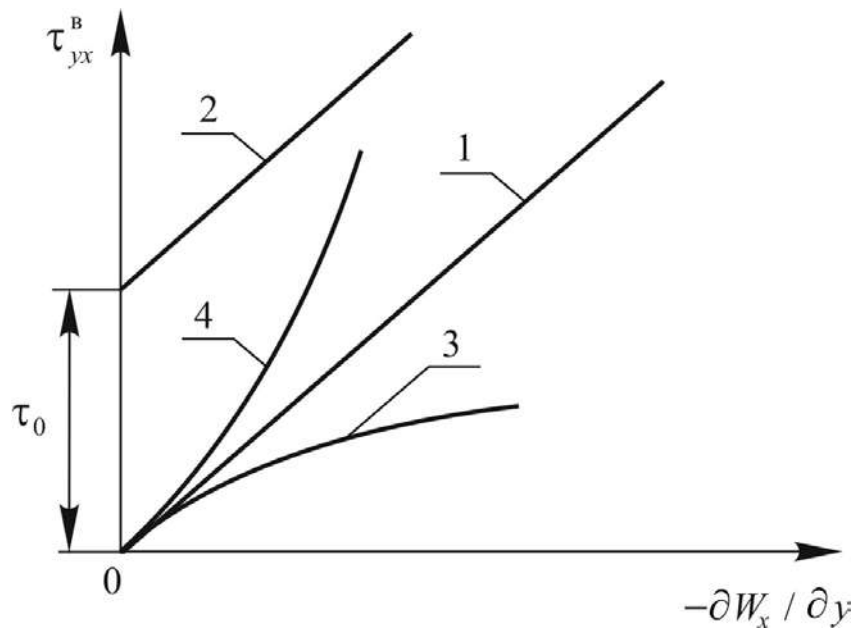


Рис. 5.22. Кривые течения для различных жидкостей:  
1 – ньютоновских; 2 – бингамовских; 3 –  
псевдопластичных; 4 – дилатантных

Жидкости первой группы подразделяются на три типа по характеру функциональной зависимости  $\tau_{yx}^B = f\left(\frac{\partial W_x}{\partial y}\right)$ : *бингамовские* (рис. 5.22, линия 2), *псевдопластичные* (рис. 5.22, линия 3), *дилатантные* (рис. 5.22, линия 4).

Для **бингамовских жидкостей** справедлива следующая зависимость:

$$\tau_{yx}^B = \tau_0 - \mu_{\pi} \frac{\partial W_x}{\partial y}, \quad \text{при } \tau_{yx}^B > \tau_0. \quad (5.261)$$

Величина  $\tau_0$  выражает предел напряжения (предел текучести), превышение которого приводит к вязкому течению;  $\mu_{\pi}$  называется пластической вязкостью. Поведение бингамовских жидкостей объясняется их жесткой пространственной структурой. При  $\tau_{yx}^B > \tau_0$  последняя разрушается и жидкость приобретает свойство текучести (линия 2 на рис. 5.22). При  $\tau_{yx}^B < \tau_0$  свойство текучести не проявляется  $\frac{\partial W_x}{\partial y} = 0$ , и среда ведёт себя как твёрдое тело (густые суспензии).

**Псевдопластичные жидкости** не имеют предела текучести и отличаются падением кажущейся вязкости  $\mu_k$  с ростом скорости

сдвига:  $\tau_{yx}^B = -\mu_k \frac{\partial W_x}{\partial y}$  или  $\tau_{yx}^B = -k \left( \frac{\partial W_x}{\partial y} \right)^m$ , причем  $m < 1$  ( $m$  можно

рассматривать как меру отклонения от ньютоновской жидкости, для которой  $m=1$ ). Величина  $k$  является постоянной, совпадающей с  $\mu$  для ньютоновских жидкостей ( $k = \mu$  при  $m = 1$ ). К псевдопластичным жидкостям относятся суспензии, содержащие асимметричные частицы, и растворы полимеров. С возрастанием скорости сдвига асимметричные частицы или молекулы постепенно ориентируются своими большими осями вдоль направления потока, и при этом их кажущаяся вязкость падает (линия 3 на рис. 5.22).

**Дилатантные жидкости** подобно псевдопластичным не имеют предела текучести (суспензии крахмала, клеи), но их кажущаяся вязкость растет с увеличением скорости сдвига ( $m > 1$  линия 4 на рис. 5.22.).

Ко второй группе **реологически нестационарных** относятся неньютоновские жидкости, у которых зависимость  $\frac{\partial W_x}{\partial y}$  от  $\tau_{yx}^B$  изменяется от времени. Для этих жидкостей кажущаяся вязкость  $\mu_k$  определяется не только скоростью сдвига, но и продолжительностью сдвига, т.е. предысторией жидкости. Такие жидкости делятся на два класса: *тиксотропные* и *реопектические*. У первых кажущаяся вязкость падает, а у вторых растет со временем при постоянной скорости сдвига. Такое поведение тиксотропных жидкостей объясняется постепенным разрушением структуры при деформации в условиях постоянной скорости сдвига (краски, кисломолочные продукты). Тиксотропия является обратимым свойством: после снятия напряжения структура жидкости постепенно восстанавливается. В отличие от тиксотропных реопектическим жидкостям свойственно постепенное структурообразование при сдвиге (некоторые коллоидные растворы).

К третьей группе относятся **вязкоупругие**, или **максвеловские**, жидкости, которые текут под воздействием напряжения, но после снятия напряжения частично восстанавливают свою форму подобно упругим твердым телам (некоторые смолы и пасты).

Рассмотрим в качестве примера ламинарное стационарное стабилизированное движение неньютоновских жидкостей первой группы (реологических стационарных) в цилиндрической трубе. Уравнения движения и неразрывности (5.45), (5.46), а также решение для  $\tau_{yx}^B$  (5.48) сохраняют вид,

полученный для течения ньютоновской жидкости в трубе. Для определения поля скорости необходимо в уравнение (5.48) подставлять конкретный вид связи  $\tau_{yx}^B$  с  $\frac{\partial W_x}{\partial r}$ .

**Движение псевдопластических и дилатантных жидкостей.** Как уже отмечалось, поток импульса за счет молекулярного механизма переноса для данного вида жидкостей может быть представлен

$$\tau_{rx}^B = -k \left( \frac{\partial W_x}{\partial r} \right)^m \quad k, m = \text{const}. \quad (5.262)$$

Учитывая, что в рассматриваемом случае стабилизированного течения в трубе  $W_x$  является функцией только одной переменной  $r$  (см. 5.3), частную производную в (5.262) можно заменить обыкновенной. Тогда приравняв (5.262) и (5.48), получим

$$-k \left( \frac{dW_x}{dr} \right)^m = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dx}. \quad (5.263)$$

Разделив переменные и проинтегрировав, найдем выражение для поля скорости  $W_x(r)$

$$\int_{W_x}^0 dW_x = \left( \frac{1}{2k} \frac{dp}{dx} \right)^{1/m} \int_r^R r^{1/m} dr, \quad (5.264)$$

$$W_x = - \left( \frac{1}{2k} \frac{dp}{dx} \right)^{1/m} \frac{m}{m+1} \left( R^{\frac{m+1}{m}} - r^{\frac{m+1}{m}} \right). \quad (5.265)$$

Или с учетом (5.51) для равномерного движения

$$W_x = \frac{m}{m+1} \left( \frac{\Delta p}{2\ell k} \right)^{1/m} \left( R^{\frac{m+1}{m}} - r^{\frac{m+1}{m}} \right). \quad (5.266)$$

Максимальная скорость будет достигаться на оси трубы при  $r = 0$ :

$$W_{x,\max} = \frac{m}{m+1} \left( \frac{\Delta p}{2\ell k} \right)^{1/m} R^{\frac{m+1}{m}}. \quad (5.267)$$

Решив совместно (5.266) и (5.267), получим

$$W_x = W_{x,\max} \left( 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{m+1}{m}} \right). \quad (5.268)$$

В соответствии с (5.64) можно найти среднюю по сечению трубы  $S$  скорость потока:

$$\begin{aligned}\overline{W}_x &= \frac{2W_{x,\max}}{R^2} \left[ \int_0^R r dr - \int_0^R \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{m+1}{m}} r dr \right] = \frac{2W_{x,\max}}{R^2} \left( \frac{R^2}{2} - \frac{mR^2}{3m+1} \right) = \\ &= \frac{m+1}{3m+1} W_{x,\max} = \frac{m}{3m+1} \left( \frac{\Delta p}{2\ell k} \right)^{1/m} R^{\frac{m+1}{m}}.\end{aligned}\quad (5.269)$$

Решив данное уравнение относительно гидравлического сопротивления, можно представить его в виде (5.69), где коэффициент  $\lambda_r$  будет иметь вид

$$\lambda_r = \frac{8k}{\left( \frac{m}{2(3+1)} \right)^m \overline{W}_x^{2-m} \rho d^m}.\quad (5.270)$$

Нетрудно убедиться, что при  $m = 1$  выражение (5.270) совпадает с  $\lambda_r$  для ньютоновских жидкостей. На рис. 5.23 представлены профили скорости  $W_x(r)$  при ламинарном движении в трубе ньютоновских ( $m = 1$ ), псевдопластичных ( $m < 1$ ) и дилатантных ( $m > 1$ ) жидкостей.

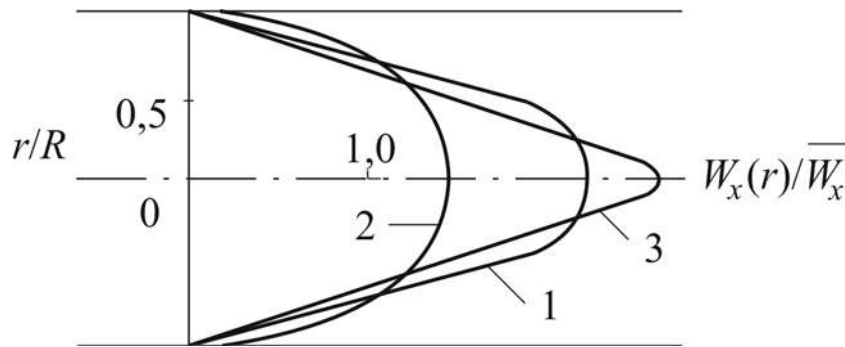


Рис. 5.23. Профили скорости различных жидкостей при ламинарном течении в цилиндрической трубе: 1 — ньютоновских; 2 — псевдопластичных; 3 — дилатантных

**Движение бингамовской жидкости.** Бингамовская жидкость не обладает текучестью при  $\tau_{rx}^B < \tau_0$  и характеризуется уравнением

$$\frac{\partial W_x}{\partial r} = 0, \quad \tau_{rx}^B < \tau_0; \quad \frac{\partial W_x}{\partial r} \mu_{\Pi} = \tau_0 - \tau_{rx}^B, \quad \tau_{rx}^B \geq \tau_0.\quad (5.271)$$

Из соотношения для  $\tau_{rx}^B$  (5.48) следует, что вблизи оси трубы  $\tau_{rx}^B < \tau_0$  вплоть до некоторого  $r = r_0$ , при котором  $\tau_{rx}^B = \tau_0$ . Для этой части потока, как видно из (5.271),  $\frac{\partial W_x}{\partial r} = 0$ , т.е.  $W_x = \text{const} = W_x^0$ , т.е. центральная часть потока будет двигаться как твердый стержень с постоянной скоростью  $W_x^0$  (МИВ). Определим  $r_0$  из соотношения (5.48), напомним, что  $dp/dx < 0$ , так как в направлении

движения давление падает.

$$\tau_0 = -\frac{r_0}{2} \frac{dp}{dx}, \quad r_0 = \frac{2\tau_0}{dp/dx}. \quad (5.272)$$

При  $r > r_0$ ,  $\frac{\partial W_x}{\partial r} \neq 0$ , определим  $W_x(r)$  в этой области, решив совместно (5.48) и (5.271):

$$\int dW_x = \int \left( \frac{\tau_0}{\mu_n} + \frac{r}{2\mu_n} \frac{dp}{dx} \right) dr + C, \quad (5.273)$$

$$W_x = \frac{\tau_0}{\mu_n} r + \frac{r^2}{4\mu_n} \frac{dp}{dx} + C. \quad (5.274)$$

Константу интегрирования  $C$  определим из условия прилипания жидкости к стенке трубы:  $W_x = 0$ ,  $r = R$ .

$$C = -\frac{\tau_0 R}{\mu_n} - \frac{R^2}{4\mu_n} \frac{dp}{dx}, \quad (5.275)$$

$$W_x = \frac{\tau_0}{\mu_n} (r - R) + \frac{1}{4\mu_n} \frac{dp}{dx} (r^2 - R^2) \quad (5.276)$$

или с учетом (5.51)

$$W_x = \frac{1}{\mu_n} \left( \frac{\Delta p}{4\ell} (R^2 - r^2) - \tau_0 (R - r) \right). \quad (5.277)$$

Соотношение (5.277) позволяет найти и скорость центральной стержнеобразной части потока  $W_x^0$  при подстановке  $r = r_0$  из (5.272):

$$W_x^0 = \frac{1}{\mu_n} \left( \frac{\Delta p}{4\ell} (R^2 - r_0^2) - \tau_0 (R - r_0) \right). \quad (5.278)$$

В соответствии с (5.64) определим среднюю по сечению скорость потока:

$$\begin{aligned} \overline{W_x} &= \frac{2}{R^2} \left[ \int_0^{r_0} W_x^0 r dr + \int_{r_0}^R \frac{1}{\mu_n} \left( \frac{\Delta p}{4\ell} (R^2 - r^2) - \tau_0 (R - r) \right) r dr \right] = \\ &= \frac{\Delta p R^2}{8\mu_n \ell} \left[ 1 - \frac{8}{3} \frac{\ell \tau_0}{\Delta p R} + \frac{1}{3} \left( \frac{2\ell \tau_0}{\Delta p R} \right)^4 \right]. \end{aligned} \quad (5.279)$$

Нетрудно видеть, что при  $\tau_0 = 0$  выражение (5.279) совпадает с (5.66), справедливым для ньютоновских жидкостей. Решив (5.279) относительно  $\Delta p$ , можно представить его в виде (5.69), где  $\lambda_r$  будет определяться из уравнения

$$\frac{\lambda_r}{64} + \frac{64\tau_0^4}{3\lambda_r^3 W_x^8 \rho^2} = \frac{\mu_{\Pi}}{W_x d \rho} + \frac{\tau_0^2}{W_x^2 \rho}. \quad (5.280)$$

При  $\tau_0 = 0$  (5.280) преобразуется в известное соотношение для ньютоновских жидкостей  $\lambda_r = \frac{64}{Re_d}$ . На рис. 5.24 представлен профиль скорости  $W_x(r)$  для бингамовской жидкости.

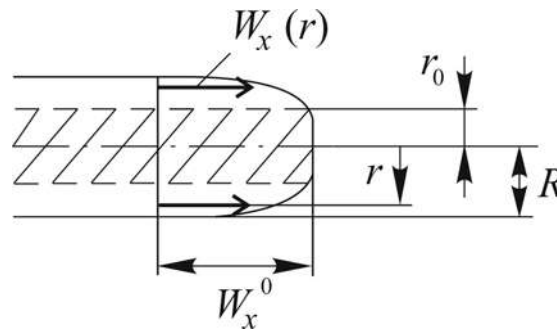


Рис. 5.24. Профиль скорости для бингамовской жидкости при ламинарном течении в трубе

### Контрольные вопросы

1. Что является предметом изучения гидродинамики и гидростатики?
2. Получите основное уравнение гидростатики, поверхности равного давления при абсолютном покое.
3. Найдите поле давления при относительном покое во вращающемся сосуде.
4. Дайте определение основным характеристикам движущихся сред: поток жидкости, установившееся и неуставившееся движение, линия тока, средняя скорость потока, поперечное и живое сечение потока, массовый и объемный расходы, равномерное и неравномерное движение, напорное и безнапорное движение, идеальная жидкость, геометрический, пьезометрический, скоростной, гидростатический и гидродинамический напоры, потерянный напор и потерянное давление, коэффициент гидравлического сопротивления, коэффициенты гидравлического сопротивления трению и местных сопротивлений, коэффициент трения.
5. Запишите уравнение постоянства расхода.
6. Запишите уравнение Бернулли для идеальной и реальной (вязкой) жидкости.

7. Запишите уравнения движения и неразрывности для установившегося равномерного стабилизированного течения в цилиндрической трубе, сформулируйте граничные условия, найдите решение для поля потока импульса  $\tau_{rx}^B(r)$ .
8. Найдите поле скорости  $W_x(r)$  при ламинарном движении в трубе, а также среднюю скорость  $\overline{W_x}$ , коэффициенты трения и импульсоотдачи, гидродинамические критерии Нуссельта и Эйлера.
9. Сформулируйте модель пристенной турбулентности Прантдля, запишите поле скорости  $W_x(r)$  для турбулентного течения в трубе.
10. Найдите среднюю скорость  $\overline{W_x}$ , коэффициенты трения и импульсоотдачи, а также гидродинамические критерии Эйлера и Нуссельта для турбулентного течения в трубе.
11. Запишите уравнение движения и неразрывности при гравитационном пленочном течении жидкости, сформулируйте граничные условия, найдите решение для поля потока импульса  $\tau_{yx}^B(y)$ .
12. Найдите решение для поля скорости  $W_x(y)$  при ламинарном безволновом течении пленки, а также средней скорости  $\overline{W_x}$ , толщины пленки, коэффициента импульсоотдачи и гидродинамического критерия Нуссельта.
13. Найдите решение для аналогичных величин при турбулентном течении пленки.
14. Охарактеризуйте движение жидкой пленки, взаимодействующей с газовым потоком.
15. Запишите уравнения, характеризующие истечение жидкости через малое отверстие в тонкой плоской стенке при постоянном напоре.
16. Получите соотношения для определения времени истечения жидкости при изменяющемся уровне жидкости в резервуаре.
17. Опишите обтекание твердых тел потоком и их осаждение под действием силы тяжести.
18. Как осуществляется образование и движение газовых пузырей и капель; какими величинами характеризуется газожидкостный слой?
19. Опишите движение сред через слои зернистых материалов и

насадок, характеристики этих слоев.

20. Псевдооживленный слой и его характеристики.
21. Опишите явления пневмо - и гидротранспорта.
22. Изложите методику расчета гидравлического сопротивления аппаратов и трубопроводов.
23. Сформулируйте постановку задачи оптимизации движения в аппаратах и трубопроводах, выделите критерий оптимальности и параметры оптимизации, проведите качественный анализ.
24. Классификация и особенности движения неньютоновских жидкостей.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Будет ли меняться средняя скорость установившегося движения газа по длине трубопровода постоянного сечения?
2. При движении среды через зернистый слой, какая скорость будет больше фиктивная или истинная и почему?
3. В каком случае скорость, расход в струе при истечении жидкости через отверстие в тонкой стенке или короткий патрубок будут больше и почему?



## **Глава 6. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ. СЖАТИЕ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ГАЗОВ**

Жидкости и газы в химических производствах часто необходимо перемещать через аппараты, а также по трубопроводам между аппаратами, установками, цехами, складами и т.д. Энергия, необходимая для перемещения жидкости, сообщается ей гидравлическими машинами, носящими название насосов.

Многие технологические процессы протекают в газовой фазе при высоких и низких давлениях. В этом случае приходится осуществлять как сжатие или разрежение газа, так и его транспортирование. Машины, предназначенные для осуществления таких процессов, называются компрессорными.

### **6.1. Насосы**

Насосами называются гидравлические машины, в которых энергия двигателя передается перемещаемой жидкости с целью повышения ее механической энергии (гидродинамического напора, давления).

#### **6.1.1. Классификация насосов и их основные характеристики**

Различают насосы двух основных типов: *динамические и объемные*.

В *динамических насосах* жидкость перемещается при воздействии сил на незамкнутый объем жидкости, который непрерывно сообщается со входом в насос и выходом из него.

В *объемных насосах* жидкость перемещается (вытесняется) при периодическом изменении замкнутого объема жидкости, который периодически сообщается со входом и выходом из него.

Динамические насосы по виду сил, действующих на жидкость, подразделяются на лопастные насосы и насосы трения.

К *лопастным* относятся насосы, в которых энергия передается жидкости при обтекании лопастей вращающегося рабочего колеса (или нескольких колес) насоса. Лопастные насосы, в свою очередь, делятся на *центробежные* и *осевые*, причем в центробежных насосах жидкость движется через рабочее колесо от его центра к периферии, а в осевых – в направлении оси колеса.

*Насосы трения* представляют собой насосы, в которых жидкость перемещается преимущественно под воздействием сил трения. К ним относятся, в частности, вихревые и струйные насосы.

*Объемные насосы* – это такие, в которых жидкость, вытесняется из замкнутого пространства телом, движущимся возвратно-поступательно (*поршневые, плунжерные, диафрагмовые насосы*) или имеющим вращательные движения (*шестеренные, пластинчатые, винтовые насосы*).

**Основные параметры насосов.** Основными параметрами насоса любого типа являются производительность, напор и мощность. *Производительность* или *подача*  $\dot{V}$  (м<sup>3</sup>/сек) определяется объемом жидкости, подаваемой насосом в нагнетательный трубопровод в единицу времени. *Напор*  $H$  (м) характеризует удельную механическую энергию, которая сообщается насосом единице веса перекачиваемой жидкости. Этот параметр показывает, насколько возрастает энергия жидкости при прохождении ее через насос, и определяется с помощью уравнения Бернулли. Напор можно представить как высоту, на которую может быть поднят 1 кг перекачиваемой жидкости за счет энергии, сообщаемой ей насосом. Поэтому напор не зависит от плотности перекачиваемой жидкости. *Полезная мощность*  $N_{\pi}$  (Вт), затрачиваемая насосом на сообщение жидкости энергии, равна произведению удельной энергии  $H$  на весовой расход жидкости:

$$N_{\pi} = \rho g \dot{V} H. \quad (6.1)$$

*Мощность на валу*  $N_{\text{в}}$  больше полезной мощности в связи с потерями энергии в насосе, которые учитываются коэффициентом полезного действия (к.п.д.) насоса  $\eta_{\text{н}}$ :

$$N_{\text{в}} = \frac{N_{\pi}}{\eta_{\text{н}}} = \frac{\rho g \dot{V} H}{\eta_{\text{н}}}. \quad (6.2)$$

*Коэффициент полезного действия насоса*  $\eta_{\text{н}}$  характеризует совершенство конструкции и экономичность эксплуатации насоса. Величина  $\eta_{\text{н}}$  отражает относительные потери мощности в самом насосе и выражается произведением

$$\eta_{\text{н}} = \eta_{\text{в}} \eta_{\text{г}} \eta_{\text{мех}}. \quad (6.3)$$

В выражение (6.3) входят величины:  $\eta_{\text{в}} = \dot{V} / \dot{V}_{\text{т}}$  – *коэффициент подачи*, или *объемный к.п.д.*, представляющий собой отношение

действительной производительности насоса  $\dot{V}$  к теоретической  $\dot{V}_T$  (учитывает потери производительности при утечках жидкости через зазоры и сальники насоса, а также вследствие неодновременного перекрытия клапанов и выделения воздуха из перекачиваемой жидкости при давлении ниже атмосферного во время всасывания);  $\eta_r$  – гидравлический к.п.д. – отношение действительного напора насоса к теоретическому (учитывает потери напора при движении жидкости через насос);  $\eta_{\text{мех}}$  – механический к.п.д., характеризующий потери мощности на механическое трение в насосе (в подшипниках, сальниках и т.д.).

Значение  $\eta_n$  зависит от конструкции и степени износа насоса и в среднем составляет: для центробежных насосов 0,6 – 0,7; для поршневых насосов 0,8 – 0,9; для совершенных центробежных насосов большой производительности 0,93 – 0,95.

Мощность, потребляемая двигателем, или номинальная мощность двигателя  $N_{\text{дв}}$ , больше мощности на валу вследствие механических потерь в передаче от электродвигателя к насосу и в самом электродвигателе. Эти потери учитываются введением в уравнение (6.2) к.п.д. передачи  $\eta_{\text{пер}}$  и к.п.д. двигателя  $\eta_{\text{дв}}$ :

$$N_{\text{дв}} = \frac{N_{\text{в}}}{\eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}} = \frac{N_{\text{п}}}{\eta_n \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}}. \quad (6.4)$$

Произведение  $\eta_n \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}$  представляет собой полный к.п.д. насосной установки  $\eta$ , который определяется как отношение полезной мощности  $N_{\text{п}}$  к номинальной мощности двигателя  $N_{\text{дв}}$  и характеризует полные потери мощности насосной установки:

$$\eta = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{дв}}} = \eta_n \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}. \quad (6.5)$$

Из уравнений (6.3) и (6.5) следует, что полный к.п.д. насосной установки может быть выражен произведением пяти величин:

$$\eta = \eta_v \eta_r \eta_{\text{мех}} \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}. \quad (6.6)$$

Установочная мощность двигателя  $N_{\text{уст}}$  рассчитывается по величине  $N_{\text{дв}}$  с учетом возможных перегрузок в момент пуска насоса, возникающих в связи с необходимостью преодоления инерции покоящейся массы жидкости:

$$N_{\text{уст}} = \beta N_{\text{дв}}, \quad (6.7)$$

где  $\beta$  – коэффициент запаса мощности, значения которого определяют в зависимости от номинальной мощности двигателя  $N_{\text{дв}}$ :

$N_{\text{дв}}$ , кВт	менее 1	1 ÷ 5	5 ÷ 50	более 50
$\beta$	2 ÷ 1,5	1,5 ÷ 1,2	1,2 ÷ 1,15	1,1

Рассмотрим схему насосной установки, представленную на рис. 6.1. Введем обозначения:  $p_0$  – давление в емкости 1 (питательная емкость), из которой насосом 2 засасывается жидкость;  $p_2$  – давление в напорной емкости 3;  $p_{\text{вс}}$  – давление во всасывающем патрубке насоса;  $p_{\text{н}}$  – давление в нагнетательном патрубке насоса;  $H_{\text{вс}}$  – высота всасывания;  $H_{\text{н}}$  – высота нагнетания;  $H_{\text{г}}$  – геометрическая высота подачи жидкости;  $h$  – расстояние по вертикали между уровнями установки манометра М и вакуумметра В.

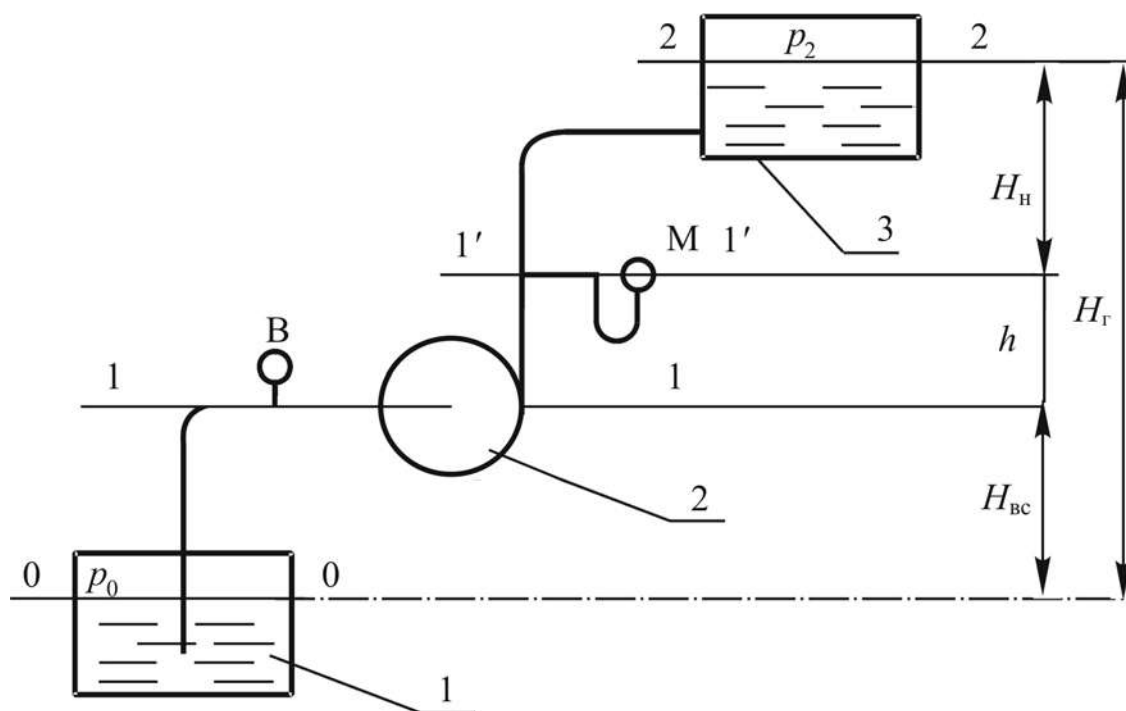


Рис. 6.1. Схема насосной установки: 1 – питательная емкость; 2 – насос; 3 – напорная емкость, М – манометр, В – вакуумметр

Используем для определения напора насоса уравнение Бернулли (5.34). Примем за плоскость сравнения уровень жидкости в питательной емкости (сечение 0 – 0). Запишем уравнение Бернулли для плоскостей 0 – 0 и 1 – 1:

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{\bar{W}_0^2}{2g} = H_{\text{вс}} + \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{вс}}^2}{2g} + h_{\text{п,вс}}. \quad (6.8)$$

Уравнение Бернулли для плоскостей 1'–1' и 2–2:

$$H_{\text{вс}} + h + \frac{p_{\text{н}}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{н}}^2}{2g} = H_{\text{вс}} + h + H_{\text{н}} + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\bar{W}_2^2}{2g} + h_{\text{п,н}}. \quad (6.9)$$

В этих условиях:  $\bar{W}_0$  и  $\bar{W}_2$  – средние скорости жидкости в питательной и напорной емкостях (в плоскостях 0–0 и 2–2 соответственно);  $\bar{W}_{\text{вс}}$ ,  $\bar{W}_{\text{н}}$  – средние скорости жидкости во всасывающем и нагнетательном патрубках насоса;  $h_{\text{п,вс}}$ ,  $h_{\text{п,н}}$  – потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах.

Скорость жидкости  $\bar{W}_0$  пренебрежимо мала по сравнению со скоростью во всасывающем трубопроводе и может быть исключена из уравнения (6.8). Тогда из этого уравнения удельная энергия  $E_{\text{вх}}$  жидкости на входе в насос

$$E_{\text{вх}} = H_{\text{вс}} + \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{вс}}^2}{2g} = \frac{p_0}{\rho g} - h_{\text{п,вс}}. \quad (6.8a)$$

Аналогично  $\bar{W}_2 \ll \bar{W}_{\text{н}}$ ; пренебрегая величиной  $\bar{W}_2$  и учитывая, что  $H_{\text{вс}} + h + H_{\text{н}} = H_{\text{г}}$ , определяем по уравнению (6.9) удельную энергию жидкости на выходе из насоса:

$$E_{\text{вых}} = H_{\text{вс}} + h + \frac{p_{\text{н}}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{н}}^2}{2g} = H_{\text{г}} + \frac{p_2}{\rho g} + h_{\text{п,н}}. \quad (6.9a)$$

Вычитая из левой части уравнения (6.9a) левую часть уравнения (6.8a), находим напор насоса:

$$H = E_{\text{вых}} - E_{\text{вх}} = h + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{н}}^2 - \bar{W}_{\text{вс}}^2}{2g}. \quad (6.10)$$

Если диаметры всасывающего и нагнетательного патрубков равны, то  $\bar{W}_{\text{вс}} = \bar{W}_{\text{н}}$  и уравнение (6.10) упрощается:

$$H = h + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{вс}}}{\rho g}. \quad (6.11)$$

Уравнения (6.10) и (6.11) применяют для расчета напора при проектировании насосов. Для определения напора действующего насоса пользуются показаниями манометра ( $p_{\text{м}}$ ) и вакуумметра ( $p_{\text{в}}$ ). Выразим абсолютные давления  $p_{\text{н}}$  и  $p_{\text{вс}}$  через показания манометра и вакуумметра:

$$p_{\text{н}} = p_{\text{м}} + p_{\text{а}}; \quad p_{\text{вс}} = p_{\text{а}} - p_{\text{в}},$$

где  $p_{\text{а}}$  – атмосферное давление.

Подставив полученные значения  $p_H$  и  $p_{BC}$  в уравнение (6.11), имеем

$$H = h + \frac{p_M + p_B}{\rho g}. \quad (6.12)$$

Иное выражение для напора насоса может быть получено, если из правой части уравнения (6.9а) вычесть правую часть уравнения (6.8а):

$$H = H_r + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + h_{\Pi}, \quad (6.13)$$

где  $h_{\Pi} = h_{\Pi,H} + h_{\Pi,BC}$  – суммарное гидравлическое сопротивление всасывающего и нагнетательного трубопроводов. Уравнение (6.13) используют при подборе насосов для технологических установок.

Всасывание жидкости насосом происходит под действием разности давлений в питательной емкости  $p_0$  и на входе в насос  $p_{BC}$  или под действием разности напоров  $\frac{p_0}{\rho g} - \frac{p_{BC}}{\rho g}$ . *Предельная высота всасывания* может быть определена из уравнения (6.8)

$$H_{BC} = \frac{p_0}{\rho g} - \left[ \frac{p_{BC}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{BC}^2 - \bar{W}_0^2}{2g} + h_{\Pi,BC} \right]. \quad (6.14)$$

Поскольку  $\bar{W}_0 \approx 0$ , то

$$H_{BC} = \frac{p_0}{\rho g} - \left[ \frac{p_{BC}}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{BC}^2}{2g} + h_{\Pi,BC} \right]. \quad (6.15)$$

Если жидкость перекачивается из открытой емкости, то  $p_0 = p_a$  ( $p_a$  – атмосферное давление). Давление на входе в насос  $p_{BC}$  должно быть больше давления насыщенного пара  $p^H$  перекачиваемой жидкости при температуре всасывания ( $p_{BC} > p^H$ ), в противном случае жидкость в насосе начнет кипеть. При интенсивном парообразовании возможно образование паровых пробок и разрыв потока, а наличие отдельных пузырьков пара приводит к явлению *кавитации*, заключающемуся в попадании их вместе с жидкостью в область более высоких давлений, где они мгновенно конденсируются (схлопываются), что сопровождается гидравлическими ударами, шумом и сотрясением насоса. Кавитация приводит к быстрому его разрушению, резкому снижению производительности и напора насоса. Поскольку при попадании в насос давление в жидкости может дополнительно снижаться, то для предотвращения ее закипания в уравнение (6.15) вводится величина  $h_K$ , называемая *кавитационным запасом*,

рассчитываемая по-разному для различных насосов [9, 30] и приводимая в каталогах по насосам

$$H_{\text{вс}} \leq \frac{p_a}{\rho g} - \left[ \frac{p^H}{\rho g} + \frac{\bar{W}_{\text{вс}}^2}{2g} + h_{\text{п,вс}} + h_{\text{к}} \right]. \quad (6.16)$$

### 6.1.2. Динамические насосы

**Центробежные насосы** относятся к динамическим насосам, в них всасывание и нагнетание жидкости происходит равномерно и непрерывно под действием центробежной силы, возникающей при вращении рабочего колеса с лопатками, заключенного в спиралеобразном корпусе.

В *одноступенчатом* центробежном насосе (рис. 6.2) жидкость из всасывающего трубопровода 5 поступает вдоль оси рабочего колеса 2 в корпус 1 насоса и, попадая на лопатки 3, приобретает вращательное движение.

Центробежная сила отбрасывает жидкость в спиралеобразный канал переменного сечения между корпусом и рабочим колесом, в котором скорость жидкости уменьшается до значения, равного скорости в нагнетательном трубопроводе 6. При этом, как следует из уравнения Бернулли, происходит преобразование кинетической энергии потока жидкости (динамического напора) в статический напор, что обеспечивает повышение давления жидкости. На входе в рабочее колесо создается пониженное давление, и жидкость из питательной емкости непрерывно поступает в насос. Давление, развиваемое центробежным насосом, зависит от вращения рабочего колеса. Вследствие значительных зазоров между колесом и корпусом насоса разрежение, возникающее при вращении колеса, недостаточно для подъема жидкости по всасывающему трубопроводу, если он и корпус насоса не залиты жидкостью. Поэтому перед пуском центробежный насос заливают перекачиваемой жидкостью. Чтобы жидкость не выливалась из насоса и всасывающего трубопровода при заливке насоса или при кратковременных остановках его, на конце всасывающей трубы, снабженной фильтром 7, погруженным в жидкость, устанавливают обратный клапан 6. Напор одноступенчатых центробежных насосов (с одним рабочим колесом) ограничен.

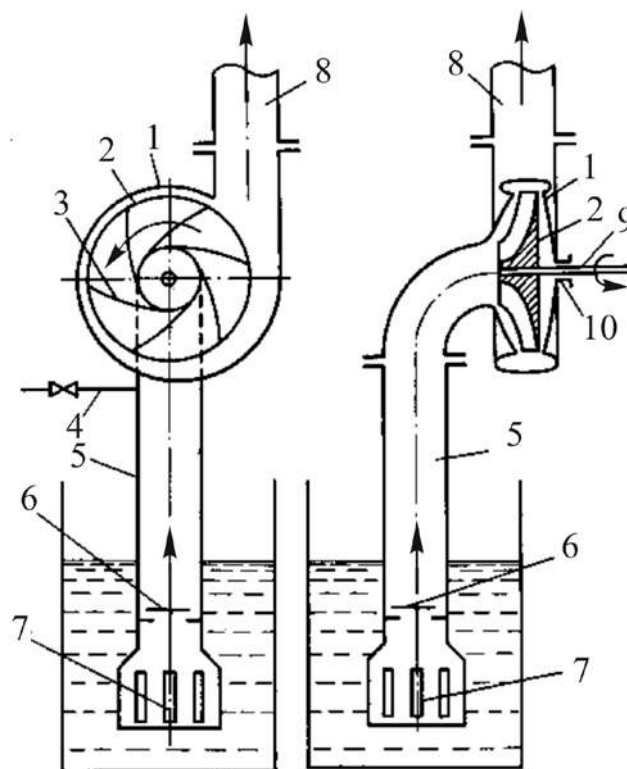


Рис. 6.2. Одноступенчатый центробежный насос: 1 – корпус; 2 – рабочее колесо; 3 – лопатки; 4 – линии для залива насоса перед пуском; 5 – всасывающий трубопровод; 6 – обратный клапан; 7 – фильтр; 8 – нагнетательный трубопровод; 9 – вал; 10 – сальник

Для создания более высоких напоров применяют *многоступенчатые* насосы, имеющие несколько рабочих колес в общем корпусе, расположенных последовательно на одном валу. Жидкость, выходящая из первого колеса, поступает по специальному отводному каналу в корпусе на второе колесо, где ей сообщается дополнительная энергия, из второго колеса через отводной канал – в третье колесо и т.д. Таким образом, ориентировочно (без учета потерь) можно считать, что напор многоступенчатого насоса равен напору одного колеса, умноженному на число колес. Число рабочих колес в многоступенчатом насосе обычно не превышает пяти.

**Основное уравнение центробежных машин.** (Теория рабочего колеса). При движении жидкости между лопастями вращающегося рабочего колеса, каждая частица совершает сложное движение,



перемещаясь вдоль лопастей с относительной скоростью  $\vec{W}$  и вращаясь вместе с колесом с окружной скоростью  $\vec{u} = \omega r$ , где  $\omega$  – угловая скорость.

Абсолютная скорость движения частицы  $\vec{c}$  определяется геометрическим сложением скоростей  $\vec{u}$  и  $\vec{W}$  (рис. 6.3)

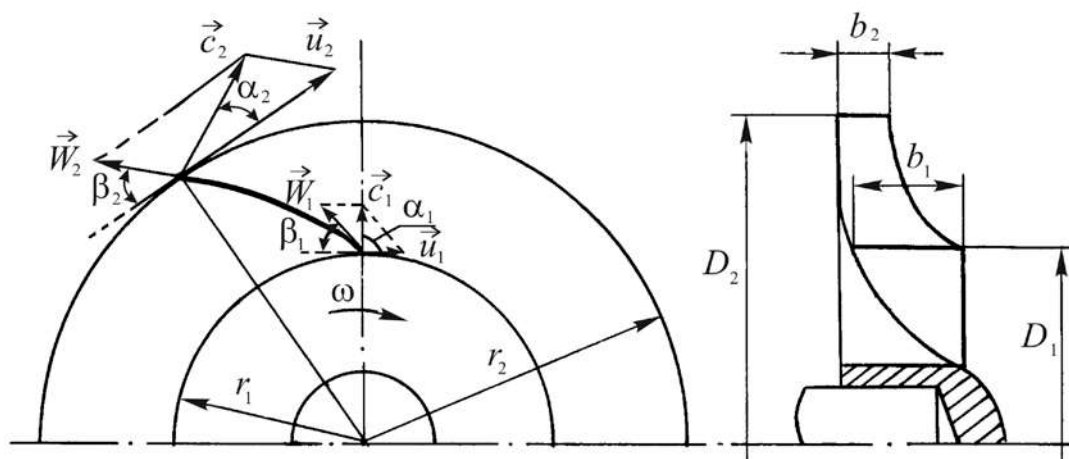


Рис. 6.3. Картина скоростей в центробежном насосе

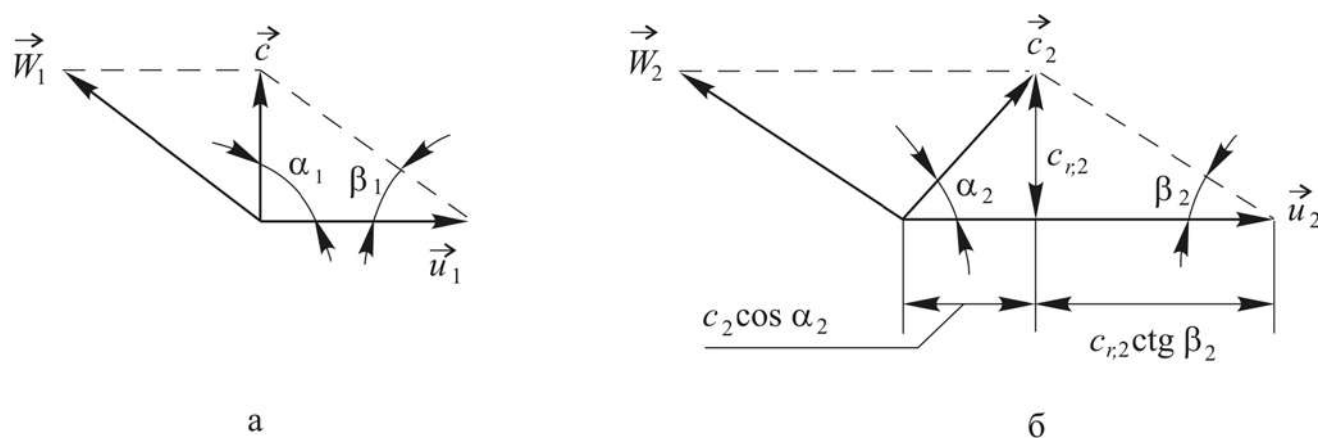


Рис. 6.4. Параллелограммы скоростей на входе (а) и выходе (б) из рабочего колеса

Графическая связь между указанными скоростями выразится двумя параллелограммами скоростей (рис. 6.3) и (рис. 6.4), где: а) – при входе, б) – при выходе жидкости из рабочего колеса.  $\beta$  – угол наклона лопатки и, следовательно, вектора скорости  $\vec{W}$  к вектору окружной скорости  $\vec{u}$ , взятому с противоположным знаком.

Допустим, что колесо неподвижно, а жидкость движется между

его лопастями с теми же относительными скоростями, как и при вращении колеса. Тогда энергия единицы веса жидкости будет:

$$\begin{array}{ll} \text{при входе} & \frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g}, \\ \text{при выходе} & \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g}, \end{array}$$

где  $p_1$  и  $p_2$  – давления при входе и выходе жидкости из колеса. Если не учитывать потери энергии при движении, то

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g}.$$

Когда же колесо вращается, то жидкость, двигаясь между лопастями и вращаясь вместе с ними, приобретает дополнительную энергию, равную работе центробежной силы, отнесенной к единице веса,  $A$ . Поэтому

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} + A = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{W_2^2}{2g}. \quad (6.17)$$

Величину  $A$  можно определить из следующих соображений: центробежная сила, действующая на единицу веса жидкости, равна  $\frac{1}{g}\omega^2 r$ , где  $r$  – радиус вращения,  $\omega^2 r$  – центробежное ускорение,  $\frac{1}{g}$  – масса жидкости, отнесенная к единице веса. При перемещении указанной массы жидкости на бесконечно малое расстояние  $dr$  элементарная работа центробежной силы будет:

$$dA = \frac{\omega^2 r}{g} dr,$$

а при перемещении с окружности радиусом  $r_1$  на окружность с радиусом  $r_2$  (см. рис. 6.3) –

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\omega^2}{g} r dr = \frac{\omega^2 r_2^2 - \omega^2 r_1^2}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}. \quad (6.18)$$

Введем это выражение для  $A$  в уравнение (6.17):

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}. \quad (6.19)$$

Из параллелограмма скоростей (рис. 6.4) следует

$$\begin{aligned} W_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 - 2c_1 u_1 \cos \alpha_1, \\ W_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 - 2c_2 u_2 \cos \alpha_2. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Подставляя значения  $W_1^2$  и  $W_2^2$  из уравнений (6.20) в уравнение (6.19), после преобразований получаем

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \frac{c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1}{g}. \quad (6.21)$$

Левая часть уравнения представляет собой полный теоретический напор  $H_T$ , развиваемый между лопастями рабочего колеса. Поэтому окончательно получим

$$H_T = \frac{c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1}{g}. \quad (6.22)$$

Уравнение (6.22), являющееся выражением для теоретического напора, развиваемого центробежным насосом с бесконечно большим числом лопастей, было выведено Л.Эйлером.

Радиальные составляющие абсолютных скоростей  $c_{r,1}$  и  $c_{r,2}$ , как видно из рис. 6.4, характеризуются уравнениями

$$c_{r,1} = c_1 \sin \alpha_1, \quad c_{r,2} = c_2 \sin \alpha_2.$$

По теореме синусов из рис. 6.4б следует, что

$$\frac{c_2}{\sin \beta_2} = \frac{u_2}{\sin[180 - (\alpha_2 + \beta_2)]} = \frac{u_2}{\sin(\alpha_2 + \beta_2)},$$

откуда  $c_2 = \frac{u_2 \sin \beta_2}{\sin(\alpha_2 + \beta_2)}$ , по аналогии  $c_1 = \frac{u_1 \sin \beta_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}$ .

В конструкциях центробежных насосов с целью уменьшения гидравлических сопротивлений жидкость входит в рабочее колесо в радиальном направлении; при этом угол между скоростями  $\vec{c}$  и  $\vec{u}$  близок к  $\alpha_1 = 90^\circ$ ,  $\cos \alpha_1 = 0$ . Тогда из уравнения (6.22) следует, что

$$H_T = \frac{c_2 u_2 \cos \alpha_2}{g}. \quad (6.22a)$$

В уравнении (6.22a) выразим  $\vec{c}_2$  через  $\vec{u}_2$ , тогда

$$H_T = \frac{u_2^2 \cos \alpha_2 \sin \beta_2}{g \sin(\alpha_2 + \beta_2)}. \quad (6.22б)$$

Производительность центробежного насоса  $\dot{V}$  соответствует расходу жидкости через каналы рабочего колеса между лопатками шириной  $b_1$  и  $b_2$  (рис. 6.3):

$$\dot{V} = b_1(\pi D_1 - \delta z) c_{r,1} = b_2(\pi D_2 - \delta z) c_{r,2}, \quad (6.23)$$

где  $\delta$  – толщина лопаток;  $z$  – число лопаток;  $c_{r,1}$  и  $c_{r,2}$  – радиальные составляющие абсолютных скоростей на входе в колесо и выходе из него.

Угол  $\alpha_2$  между векторами скоростей  $\vec{c}_2$  и  $\vec{u}_2$  определяется следующим образом. Из уравнения (6.23) следует

$$\dot{V} = b_2(\pi D_2 - \delta z) c_{r,2} = b_2(2\pi r_2 - \delta z) c_{r,2},$$

$$\text{откуда } c_{r,2} = \frac{\dot{V}}{b_2(2\pi r_2 - \delta z)}.$$

Из параллелограмма скоростей (рис. 6.4б) следует, что  $W_2 = \frac{c_{r,2}}{\sin \beta_2}$  и  $c_2 \cos \alpha_2 = u_2 - W_2 \cos \beta_2$ ; угол  $\alpha_2$  можно определить из соотношения  $\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{c_{r,2}}{u_2 - W_2 \cos \beta_2}$ . Уравнение (6.22а) можно преобразовать следующим образом. Из рис. 6.4б следует, что  $c_2 \cos \alpha_2 = u_2 - c_{r,2} \operatorname{ctg} \beta_2$ . Подставляя значение  $c_2 \cos \alpha_2$  в уравнение (6.22а), имеем  $H_T = \frac{u_2}{g}(u_2 - c_{r,2} \operatorname{ctg} \beta_2)$ . В свою очередь,  $c_{r,2} = c_2 \sin \alpha_2$  и уравнение для теоретического напора принимает вид

$$H_T = \frac{u_2}{g}(u_2 - c_2 \sin \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2). \quad (6.22в)$$

Уравнение для производительности насоса (6.23) можно представить в виде

$$\dot{V} = b_2(\pi D_2 - \delta z) c_{r,2} = b_2(\pi D_2 - \delta z) c_2 \sin \alpha_2, \quad (6.23а)$$

откуда  $c_2 \sin \alpha_2 = \frac{\dot{V}}{b_2(\pi D_2 - \delta z)}$ . Подставляя выражение для  $c_2 \sin \alpha_2$  в уравнение (6.22в), находим

$$H_T = \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \operatorname{ctg} \beta_2 \frac{\dot{V}}{b_2(\pi D_2 - \delta z)} \right) = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2}{g} \operatorname{ctg} \beta_2 \frac{\dot{V}}{b_2(\pi D_2 - \delta z)}. \quad (6.22г)$$

Уравнение (6.22г) характеризует зависимость теоретического напора, развиваемого насосом, от окружной скорости, подачи и геометрических характеристик насоса ( $\beta_2$ ,  $D_2$ ,  $b_2$ ,  $\delta$ ,  $z$ ). При  $\dot{V} = 0$  (при закрытой задвижке) теоретический напор максимален и равен  $u_2^2 / 2g$ , по мере увеличения подачи  $\dot{V}$  величина  $H_T$  уменьшается для лопаток, загнутых противоположно направлению вращения колеса ( $\beta \leq 90^\circ$ ), как это обычно и бывает в насосах, для уменьшения в них гидравлического сопротивления.

Действительный напор насоса меньше теоретического, так как часть энергии жидкости расходуется на преодоление гидравлических сопротивлений внутри насоса и жидкость в нем при конечном числе лопаток не движется по подобным траекториям. Действительный напор составляет  $H = H_T \eta_r \varepsilon$ , где  $\eta_r$  – гидравлический к.п.д. насоса, равный 0,8 – 0,95;  $\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий реальное число лопаток в насосе, равный 0,6 – 0,8.

**Законы пропорциональности.** Производительность и напор центробежного насоса зависят от числа оборотов рабочего колеса за единицу времени  $n$ . Из уравнения (6.23) следует, что

производительность насоса пропорциональна радиальной составляющей абсолютной скорости на выходе из колеса, т.е.  $\dot{V} \sim c_{r,2}$ . Если изменить число оборотов насоса от  $n'$ , до  $n''$ , что вызовет изменение производительности от  $\dot{V}'$  до  $\dot{V}''$ , то при условии сохранения подобия траектории движения частиц жидкости, параллелограммы скоростей в любых сходственных точках потоков будут геометрически подобны (рис. 6.5). Соответственно:

$$\frac{\dot{V}'}{\dot{V}''} = \frac{c'_{r,2}}{c''_{r,2}} = \frac{u'_2}{u''_2} = \frac{\pi D_2 n'}{\pi D_2 n''} = \frac{n'}{n''}. \quad (6.24)$$

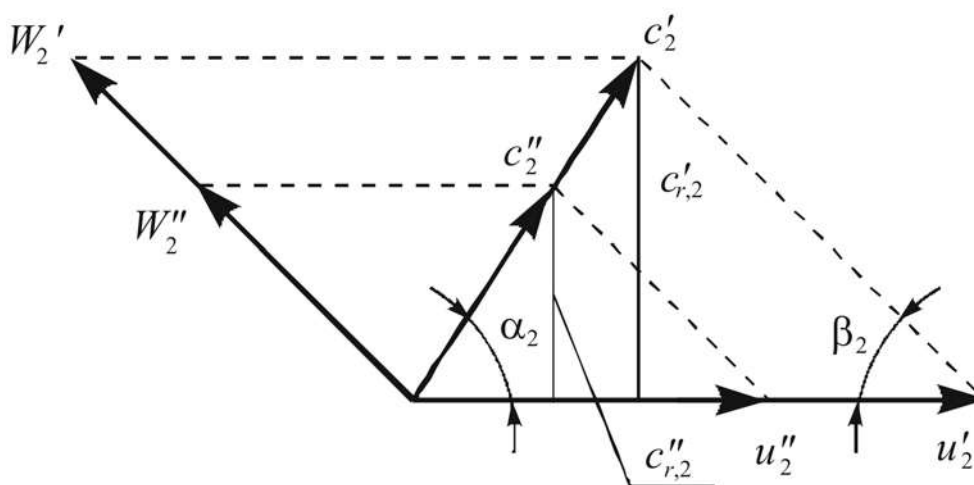


Рис. 6.5. Подобие параллелограммов скоростей при изменении числа оборотов рабочего колеса

Согласно уравнению (6.22б) напор центробежного насоса пропорционален квадрату окружной скорости:

$$\frac{H'}{H''} = \left( \frac{u'_2}{u''_2} \right)^2 = \left( \frac{n'}{n''} \right)^2. \quad (6.25)$$

Мощность, потребляемая насосом, пропорциональна произведению производительности  $\dot{V}$  насоса на его напор  $H$ . С учетом зависимостей (6.24) и (6.25) получим

$$\frac{N'}{N''} = \left( \frac{n'}{n''} \right)^3. \quad (6.26)$$

Уравнения (6.24) – (6.26) носят название законов пропорциональности. Практически такой строгой зависимости между параметрами насоса нет. Законы пропорциональности соблюдаются при изменении числа оборотов колеса не более чем в два раза.

**Характеристики насосов.** Графические зависимости напора  $H$ , мощности на валу  $N_B$  и к.п.д. насоса  $\eta_n$  от производительности  $\dot{V}$  называются характеристиками насоса (рис. 6.6). Эти зависимости получают при испытании центробежных насосов, изменяя степень открытия задвижки на нагнетательном трубопроводе; они приводятся в каталогах на насосы. Из рис. 6.6 следует, что с увеличением производительности при  $n = \text{const}$  напор насоса уменьшается, потребляемая мощность возрастает, а к.п.д. проходит через максимум.

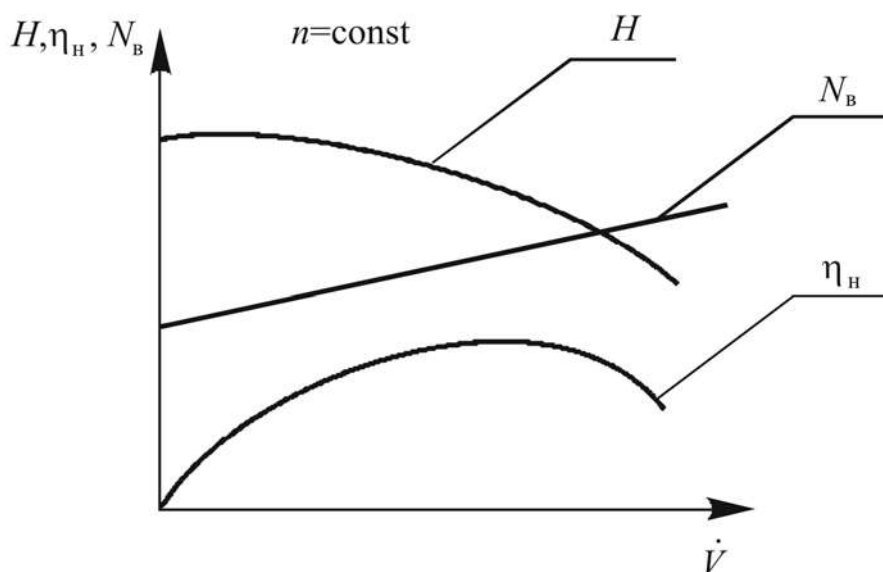


Рис. 6.6. Характеристики центробежного насоса:  $H$  — напор насоса,  $n$  — число оборотов рабочего колеса,  $N_B$  — мощность на валу,  $\eta_n$  — к.п.д. насоса,  $\dot{V}$  — производительность

Небольшой начальный участок  $H = f(\dot{V})$ , где напор может возрастать с увеличением производительности, соответствует неустойчивой работе насоса с лопатками загнутыми по направлению вращения рабочего колеса ( $\beta > 90^\circ$ ).

Насос потребляет наименьшую мощность при закрытой напорной задвижке (при  $\dot{V} = 0$ ). Поэтому пуск центробежных насосов во избежание перегрузки двигателя производят именно при закрытой задвижке. Наиболее благоприятный режим эксплуатации центробежного насоса при данном числе оборотов соответствует максимуму на кривой  $\eta_n = f(\dot{V})$ .

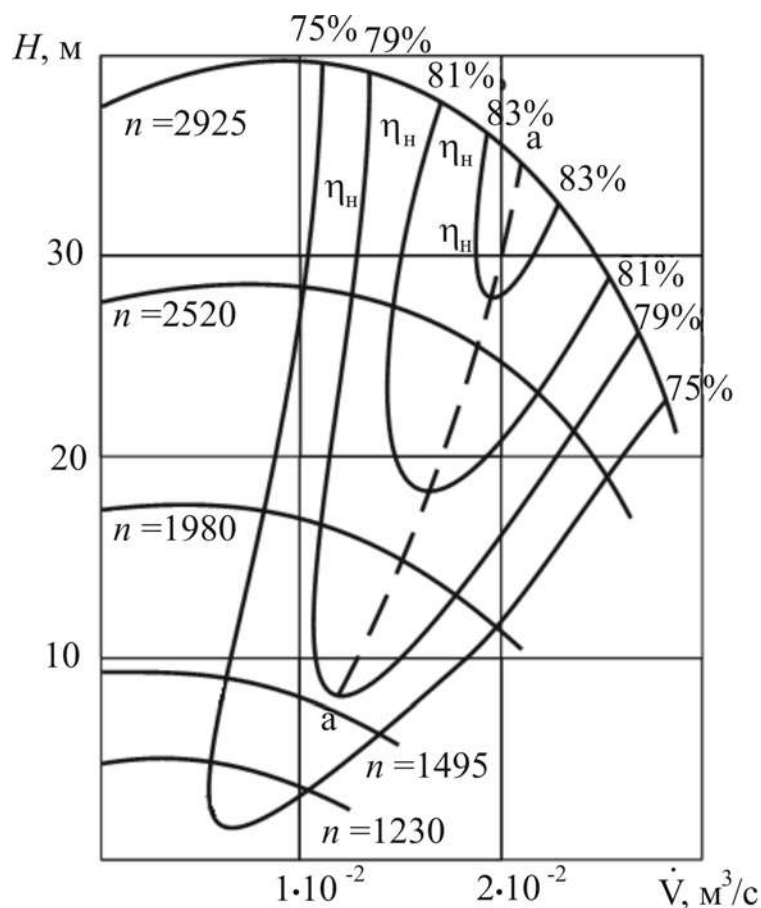


Рис. 6.7. Универсальная характеристика центробежного насоса

Для выбора рабочего режима насоса пользуются универсальными характеристиками, на которых в графической форме представлена связь между напором, производительностью, числом оборотов и к.п.д. Для построения универсальных характеристик требуются испытания насоса при разных числах оборотов и построение серии главных характеристик  $H = f(\dot{V})$  при  $n = \text{const}$ , а также кривых  $\eta_H = f(\dot{V})$ . Совокупность серии главных характеристик и линий равных к.п.д. составляет универсальную характеристику центробежного насоса (см. рис. 6.7). Линия  $a - a$  соответствует максимальным значениям к.п.д. при данном числе оборотов рабочего колеса.

**Работа насосов на сеть.** При выборе насоса необходимо учитывать характеристику сети, т.е. трубопровода и аппаратов, через которые транспортируется жидкость.

Характеристика сети выражает зависимость между объемным расходом жидкости  $\dot{V}$  и *потребным напором*  $H_{\text{п}}$ , необходимым для

перемещения жидкости по данной сети. Напор  $H_{\Pi}$  может быть определен как сумма геометрической высоты подачи  $H_{\Gamma}$  и потерь напора  $h_{\Pi}$  при одинаковых давлениях в напорной и приёмной ёмкостях  $p_2 = p_0$ . В общем случае потребный напор находится из (6.13). Потери напора определяют по зависимости

$$h_{\Pi} = k\dot{V}^2, \quad (6.27)$$

где  $k$  – коэффициент производительности, который учитывает полное гидравлическое сопротивление, как трубопровода, так и аппаратов, с которыми соединен трубопровод.

Допустим, что потери напора рассчитываются только для трубопровода. В этом случае из (5.259) они будут:

$$h_{\Pi} = \left( \lambda_{\Gamma} \frac{L}{d} + \sum \zeta_{\text{м.с.}} \right) \frac{\bar{W}^2}{2g}.$$

Площадь поперечного сечения трубопровода равна  $S$ , тогда при известной средней скорости жидкости в трубопроводе  $\bar{W}$  ее расход будет  $\dot{V} = \bar{W}S$ . Заменяя в уравнении для  $h_{\Pi}$  скорость через расход, получим зависимость для определения  $k$ , т.е.

$$k = \frac{\left( \lambda_{\Gamma} \frac{L}{d} + \sum \zeta_{\text{м.с.}} \right)}{S^2 2g}.$$

Характеристика сети выражается зависимостью, представляющей собой уравнение параболы в автомобильной области, где  $\lambda_{\Gamma}$  не зависит от  $Re$  (рис.5.9). При меньших значениях  $Re$  величина  $\lambda_{\Gamma}$  зависит от скорости и соответственно от расхода, следовательно,  $k$  также будет зависеть от  $\dot{V}$ .

$$H_{\Pi} = H_{\Gamma} + k\dot{V}^2. \quad (6.28)$$

Совмещение характеристик сети и насоса показано на рис. 6.8. Точка  $A$  пересечения этих характеристик называется рабочей точкой. Она отвечает наибольшей производительности насоса  $\dot{V}$  при его работе на данную сеть. Насос должен быть выбран так, чтобы рабочая точка соответствовала требуемым производительности и напору в области наибольших к.п.д.

**Регулирование производительности насоса.** При выборе насоса по его характеристике следует учесть возможность регулирования производительности насоса  $\dot{V}$ . Оно может



осуществляться путем большего или меньшего прикрытия нагнетательной задвижки. На рис.6.8 точка  $A$  соответствует предельной производительности насоса для данной сети, так как при дальнейшем увеличении производительности насоса напор, создаваемый насосом, уменьшается, а напор со стороны сети увеличивается. Точка  $A$  соответствует полному открытию нагнетательной задвижки. Прикрывая задвижку, мы увеличиваем гидравлическое сопротивление сети. Поэтому пересечение характеристик сети и насоса произойдет, например, в точке  $A'$  (левее), следовательно, производительность насоса уменьшится до  $\dot{V}_{A'}$ , а напор увеличится. Напор, развиваемый насосом, в этом случае характеризуется линией 1-3, причем часть его 2-3 идет на преодоление сопротивления сети с открытой задвижкой, а часть 1-2 напора поглощается сопротивлением прикрытой задвижки. При этом следует учитывать, что регулирование насоса задвижкой связано с бесполезным расходом энергии на преодоление сопротивления задвижки.

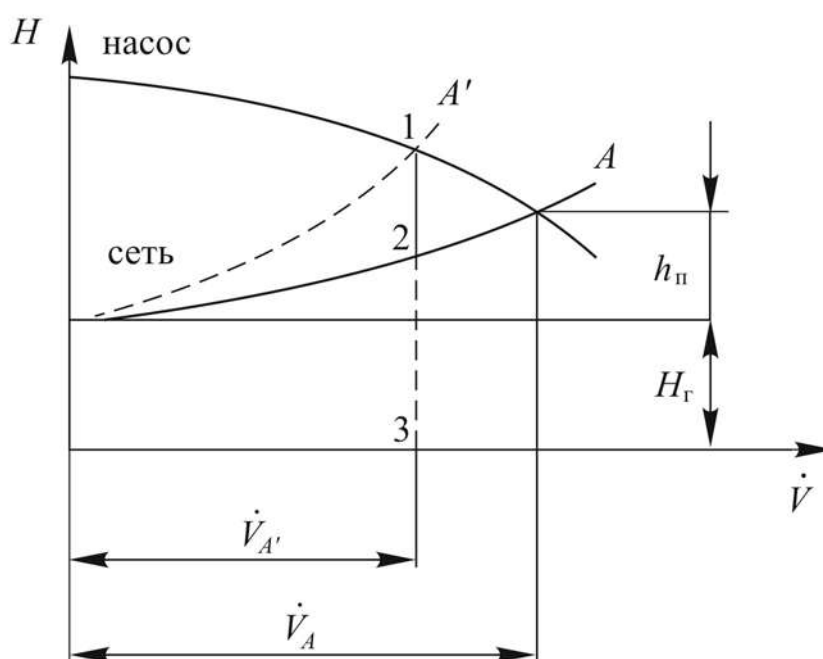


Рис. 6.8. Совмещение характеристик насоса и сети

Для существенного уменьшения производительности имеет смысл снизить число оборотов электродвигателя, если это не приведет к уменьшению напора насоса ниже потребного, или заменить насос. Аналогичным образом можно добиться увеличения

производительности насоса: повышение числа оборотов; замена насоса; снижение гидравлического сопротивления сети, например, путем увеличения диаметра трубопроводов.

**Совместная работа насосов.** Совместная работа насосов на общую нагнетательную линию применяется в тех случаях, когда требуемые значения  $\dot{V}$  или  $H_{\Pi}$  (либо оба) не могут быть обеспечены одним насосом. Соединение насосов может быть параллельным или последовательным.

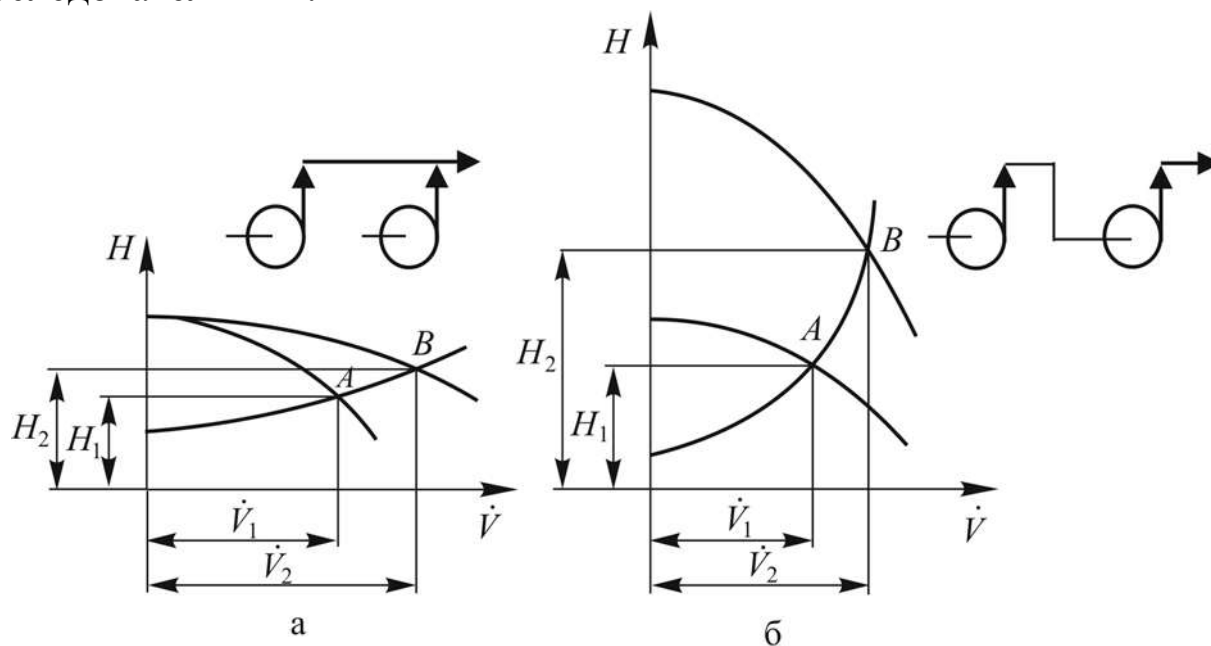


Рис. 6.9. Совместная работа насосов: а – параллельное соединение; б – последовательное соединение

При необходимости увеличения диапазона производительности насосы включаются на параллельную работу (рис. 6.9а). Обычно характеристику насосов (в данном примере одинаковых) получают сложением абсцисс характеристик каждого из насосов для данного напора. Совмещение характеристик сети с общей характеристикой насосов показывает, что рабочая точка  $B$  в этом случае соответствует производительности  $\dot{V}_2$  большей, чем производительность одного насоса  $\dot{V}_1$  (точка  $A$ ). Однако общая производительность всегда будет меньше суммы производительностей насосов, работающих отдельно друг от друга на данную сеть, что связано с параболической формой характеристики сети. Напор при этом также возрастает, но незначительно.

Последовательная работа насосов осуществляется тогда, когда

необходимо резкое увеличение напора при таком же диапазоне производительности (особенно в области малых значений  $\dot{V}$ ). В этом случае общую характеристику получают сложением напоров насосов для каждого значения производительности. На рис. 6.9б представлена общая характеристика двух одинаковых насосов, соединенных последовательно. Рабочая точка  $B$  соответствует суммарному напору и производительности ( $H_2$  и  $\dot{V}_2$ ). При таком соединении насосов удастся значительно увеличить напор, если характеристика сети является достаточно крутой.

**Осевые (пропеллерные) насосы.** Эти насосы применяют для перемещения больших количеств жидкости при небольших напорах, в частности, в оросительных и конденсационных установках, а также для создания циркуляции жидкости в различных аппаратах. На рис. 6.10 приведена схема пропеллерного насоса.

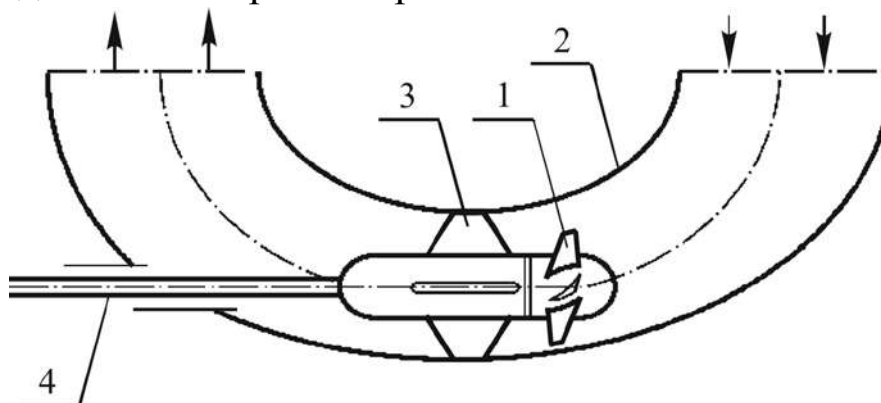


Рис. 6.10. Осевой насос: 1 – рабочее колесо с лопатками; 2 – корпус; 3 – направляющий аппарат; 4 – вал

Рабочее колесо 1 с лопатками винтового профиля, имеющими форму пропеллера, при вращении в корпусе 2 сообщает жидкости движение в осевом направлении. При этом поток несколько закручивается. Для гашения вращательного движения и преобразования его в поступательное вдоль оси после рабочего колеса устанавливается в корпусе насоса 2 направляющий аппарат 3. По расположению вала 4 осевые насосы бывают горизонтальные и вертикальные. Объемная производительность осевых насосов достигает  $30 \text{ м}^3/\text{с}$  при напоре 20 м, к.п.д. достигает 90%. Высота всасывания их мала и редко достигает 3 м.

**Вихревые насосы.** На рис. 6.11 показано устройство вихревого насоса. При вращении рабочего колеса 1 по стрелке (рис. 6.11) жидкость через всасывающий патрубок 5 поступает на лопасти рабочего колеса и перемещается к нагнетательному патрубку 6.

Движение жидкости на лопастях в этом насосе происходит как от центра к периферии, так и от периферии к центру. Это и является особенностью вихревых насосов. Однако работа вихревых насосов так же основана на действии центробежной силы.

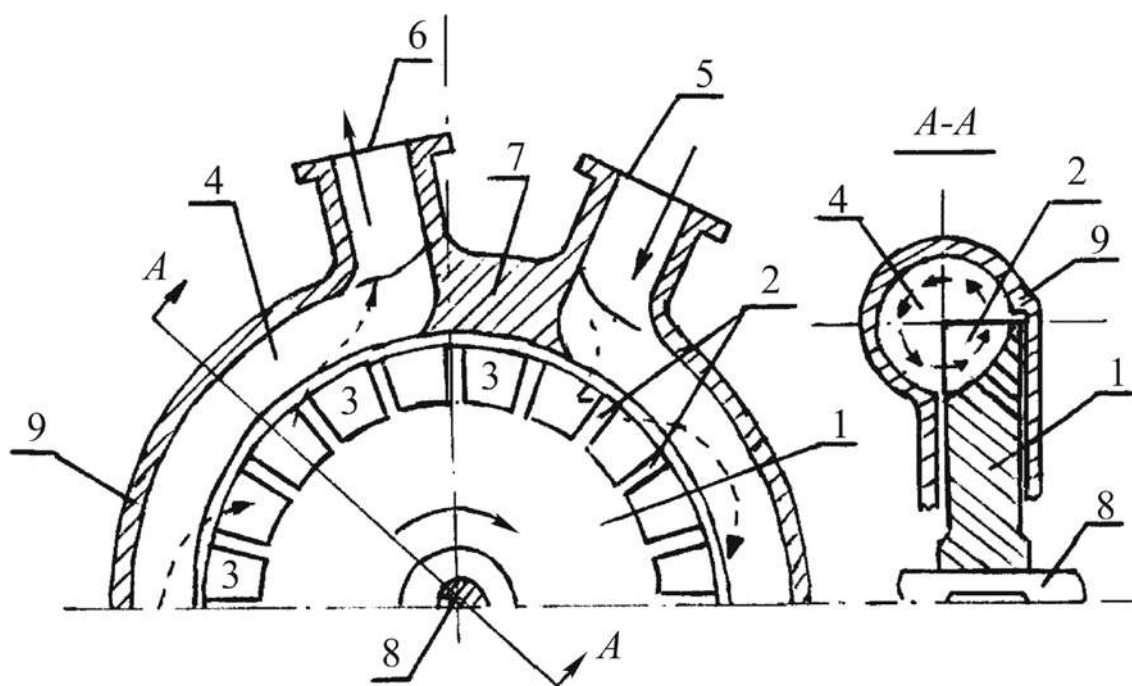


Рис. 6.11. Вихревой насос: 1 – рабочее колесо; 2 – радиальные лопатки; 3 – межлопаточное пространство; 4 – кольцевой канал; 5, 6 – всасывающий и нагнетательный патрубки; 7 – разделитель потоков; 8 – вал рабочего колеса; 9 – корпус

Попадая на лопатки рабочего колеса и вращаясь вместе с ним, жидкость под действием центробежной силы приобретает кинетическую энергию и выбрасывается в кольцевой канал 4 между кожухом и рабочим колесом. В канале 4 происходит обратное преобразование кинетической энергии или скоростного напора в энергию давления. Под этим увеличенным давлением жидкость снова попадает в другое смежное межлопаточное пространство, двигаясь от периферии к центру, а затем вновь из него выбрасывается под действием центробежной силы в кольцевой канал, и далее цикл перемещения жидкости повторяется.

Таким образом, за оборот рабочего колеса одно и то же количество жидкости несколько раз отбрасывается от центра к периферии за счет центробежной силы, от чего ее напор последовательно увеличивается. В результате такого действия напор, создаваемый вихревым насосом, в 4 – 5 раз больше напора, создаваемого центробежным насосом такого же размера при одинаковой окружной скорости рабочего колеса. Вихревые насосы могут всасывать и перекачивать жидкости и их смеси с газами и парами этих жидкостей.

Недостатком вихревых насосов, в отличие от центробежных, является значительно большая зависимость создаваемого напора от производительности насоса. С увеличением подачи напор резко падает, что приводит к уменьшению мощности. Поэтому пуск вихревых насосов производят при открытой задвижке.

**Струйные насосы.** Струйные насосы развивают низкий напор и применяются для нагнетания жидкостей (инжекторы) и всасывания их (эжекторы). Струйный насос изображен на рис. 6.12.

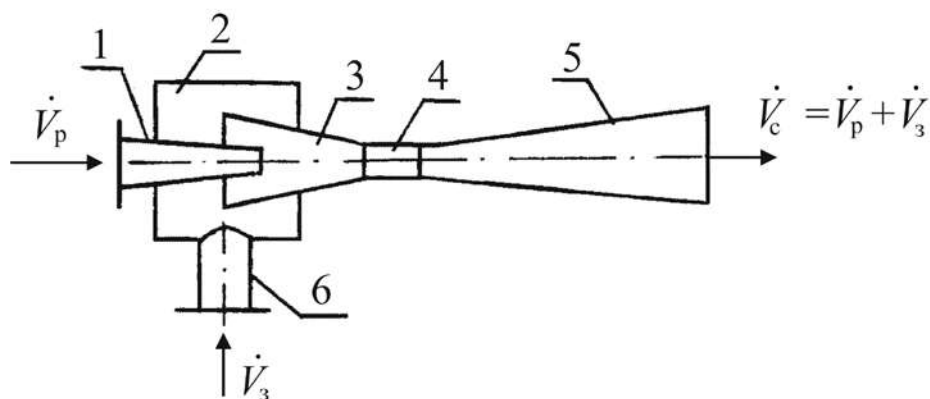


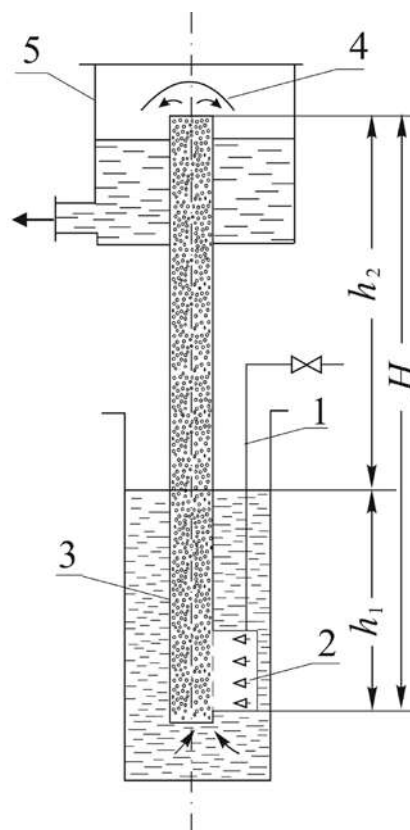
Рис. 6.12. Струйный насос: 1 – сопло; 2 – камера смешения; 3 – конфузор; 4 – горловина; 5 – диффузор; 6 – всасывающий патрубок;  $\dot{V}_p$  – расход рабочей (инжектирующей) жидкости  $\dot{V}_3$  – расход засасываемой (инжектируемой) жидкости;  $\dot{V}_c$  – суммарный расход жидкой смеси, уходящей из насоса

Принцип действия струйных насосов основан на использовании для отсасывания и подачи жидкости кинетической энергии рабочей

жидкости, которая с большой скоростью из сопла 1 поступает в конфузур 3 и создает разрежение в камере смешения 2. За счет разрежения в камеру смешения поступает засасываемая жидкость и в результате трения смешивается в конфузуре с рабочей жидкостью. Смесь жидкостей движется по конфузору 3 с увеличивающейся скоростью, при этом в соответствии с уравнением Бернулли уменьшается ее давление. При движении жидкости в диффузоре 5 скорость жидкости уменьшается, но увеличивается ее давление, жидкость поступает в нагнетательный трубопровод. В качестве рабочей жидкости в струйных насосах может использоваться газ или пар. Достоинством струйных насосов является простота их конструкции, а их недостатком – низкий коэффициент полезного действия (0,1 – 0,25).

**Газлифты (эрлифты).** Газлифты – это газовые (чаще воздушные) подъемники, действующие при помощи сжатого газа. Действие газлифта основано на создании разности плотностей жидкости и газожидкостной системы в двух сообщающихся сосудах. Схема газлифта показана на рис. 6.13.

Рис. 6.13. Схема газлифта: 1 – труба для подачи сжатого газа; 2 – распределитель газа; 3 – подъемная труба; 4 – отбойник (для отделения газа от жидкости); 5 – сборник жидкости;  $h_1$  – высота столба поднимаемой жидкости;  $h_2$  – высота барботажного слоя над уровнем чистой жидкости;  $H = h_1 + h_2$  – высота подъемной трубы



Условие равновесия сообщающихся сосудов для данного случая будет

$$\rho_{\text{ж}} h_1 = \rho_{\text{см}} H.$$

Из уравнения равновесия можно определить высоту подъема жидкости:

$$H = \frac{\rho_{\text{ж}} \cdot h_1}{\rho_{\text{см}}},$$

где  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность чистой жидкости,  $\rho_{\text{см}}$  – плотность газожидкостной системы в подъемной трубе. Достоинство газлифтов – простота устройства, а недостаток – низкий к.п.д.(20 – 30%).

### 6.1.3. Объемные насосы

**Принцип действия и типы поршневых насосов.** Поршневые насосы относятся к объемным насосам. На рис. 6.14 изображен поршневой насос простого (одинарного) действия.

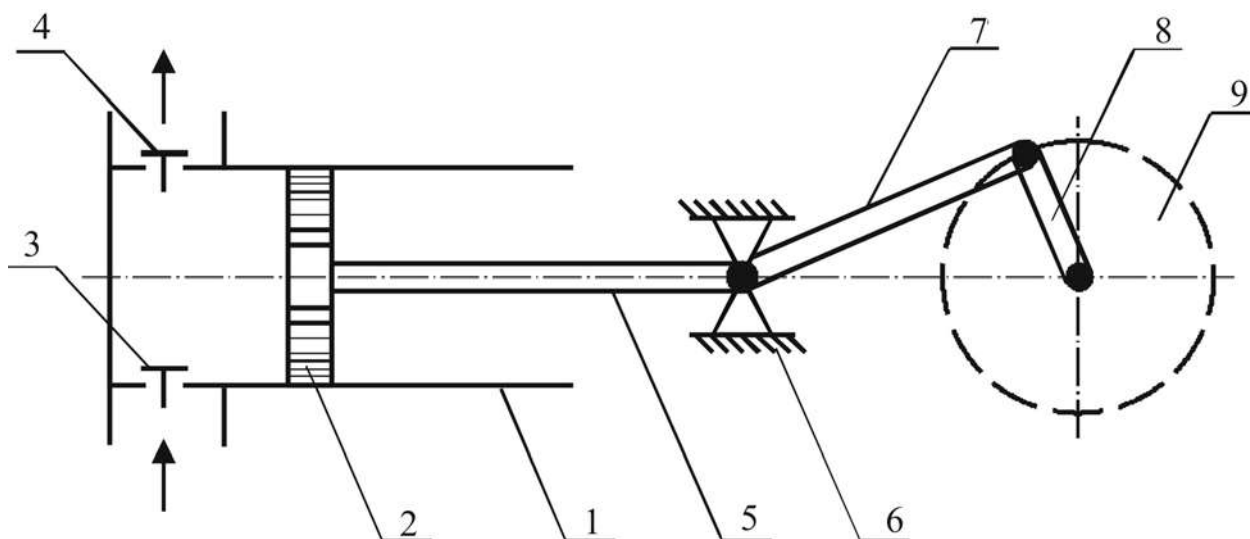


Рис. 6.14. Поршневой насос: 1 – цилиндр, 2 – поршень, 3 – всасывающий клапан, 4 – нагнетательный клапан, 5 – шток, 6 – ползун, 7 – шатун, 8 – кривошип, 9 – маховик

В поршневом насосе всасывание и нагнетание жидкости происходит при возвратно-поступательном движении поршня в цилиндре насоса. При движении поршня вправо в замкнутом пространстве цилиндра создается разрежение. Под действием разности давлений в питательной емкости и цилиндре жидкость поднимается по всасывающему трубопроводу и поступает в цилиндр через открывающийся при этом всасывающий клапан. Нагнетательный клапан при ходе поршня вправо закрыт, так как на него действует сила давления жидкости, находящейся в нагнетательном трубопроводе. При ходе поршня влево в цилиндре возникает давление, под действием которого закрывается всасывающий клапан и открывается

нагнетательный клапан. Жидкость через нагнетательный клапан поступает в напорный трубопровод. Всасывание и нагнетание жидкости поршневым насосом простого действия происходит неравномерно: всасывание – при движении поршня слева направо, нагнетание – при обратном направлении движения поршня. В данном случае за два хода поршня жидкость один раз всасывается и один раз нагнетается.

Поршень насоса приводится в движение кривошипно-шатунным механизмом, преобразующим вращательное движение вала, на котором установлен кривошип, в возвратно-поступательное движение поршня.

В зависимости от конструкции поршня различают собственно *поршневые* и *плунжерные* насосы. В поршневых насосах основным рабочим органом является поршень, снабженный уплотнительными кольцами, пришлифованными к внутренней поверхности цилиндра. Плунжер не имеет уплотнительных колец и отличается от поршня значительно большим отношением длины к диаметру.

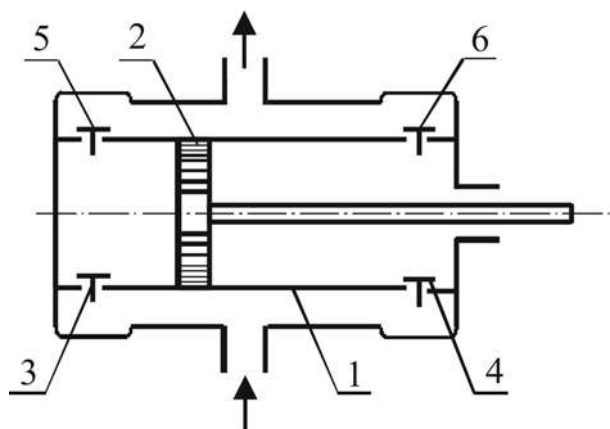


Рис. 6.15. Поршневой насос двойного действия:

1 – цилиндр; 2 – поршень;  
3, 4 – всасывающие клапаны;  
5, 6 – нагнетательные клапаны

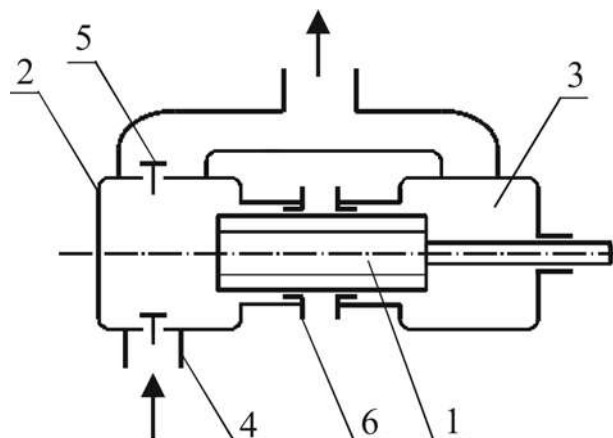


Рис. 6.16. Дифференциальный плунжерный насос: 1 – плунжер; 2, 3 – цилиндры; 4, 5 – всасывающий и нагнетательный клапаны; 6 – сальниковые уплотнители

По числу всасываний или нагнетаний, осуществляемых за один оборот кривошипа или за два хода поршня, насосы делятся на насосы *простого* (рис. 6.14) и *двойного* (рис. 6.15) действия. Более равномерной подачей, чем насосы простого действия, обладают



насосы двойного действия, которые имеют четыре клапана: два всасывающих и два нагнетательных. При ходе поршня 2 вправо жидкость всасывается в левую часть цилиндра 1 через всасывающий клапан 3 и одновременно через нагнетательный клапан 6 поступает из правой части цилиндра в напорный трубопровод; при обратном ходе поршня всасывание происходит в правой части цилиндра через всасывающий клапан 4, а нагнетание – в левой части цилиндра через клапан 5.

Таким образом, в насосах двойного действия всасывание и нагнетание происходят при каждом ходе поршня, вследствие чего производительность насосов этого типа больше и подача равномернее, чем у насосов простого действия.

На рис.6.16 изображен дифференциальный плунжерный насос. Работает насос следующим образом. При движении плунжера влево закрывается всасывающий клапан 4 и открывается нагнетательный клапан 5, через который часть жидкости проходит в нагнетательный трубопровод, а вторая часть – в правый цилиндр 3. При движении плунжера вправо закрывается нагнетательный 5 и открывается всасывающий клапан 4, при этом из всасывающего трубопровода жидкость поступает в цилиндр 2; в то же время жидкость плунжером вытесняется из цилиндра 3 и поступает в нагнетательный трубопровод. Таким образом, за один оборот кривошипа всасывается жидкость один раз (при ходе плунжера вправо). В нагнетательную трубу, этот объем жидкости подается за два приема (ход плунжера влево и ход вправо). Следовательно, дифференциальный насос работает на всасывающей стороне как насос одинарного действия, а на нагнетательной стороне – как насос двойного действия. По сравнению с насосом одинарного действия преимуществом дифференциального насоса является большая равномерность подачи. В отличие от поршневых насосов уплотнение в плунжерных достигается с помощью сальников, что является определенным преимуществом, так как не требует столь тщательной обработки поверхности цилиндра и позволяет перекачивать загрязненные жидкости.

**Средняя производительность насоса.** Обозначим через  $F$  – площадь поршня ( $\text{м}^2$ ),  $f$  – площадь штока ( $\text{м}^2$ ),  $S$  – ход поршня (м). В насосе простого действия за один оборот кривошипа происходит одно нагнетание жидкости, объем которой равен  $FS$ . При этом теоретическая производительность (средняя) равна

$$\dot{V}_{\text{т,ср}} = FS n, \quad (6.29)$$

где  $n$  – число оборотов в секунду.

В насосе двойного действия за один оборот кривошипа происходит два нагнетания жидкости, при этом сторона поршня без штока подает объем жидкости  $FS$ , а сторона поршня со штоком –  $(F - f)S$ . Всего за один оборот подается:

$$FS + (F - f)S = (2F - f)S,$$

а теоретическая производительность будет

$$\dot{V}_{\text{т,ср}} = (2F - f)Sn. \quad (6.30)$$

Дифференциальный насос при ходе вправо засасывает объем  $FS$ , а подает за этот же ход в нагнетательную трубу  $(F - f)S$ ; при ходе влево всасывания нет и в нагнетательную трубу подается объем (с левой стороны)  $FS - (F - f)S$ . Таким образом, за один оборот кривошипа в нагнетательную трубу поступит:

$$(F - f)S + FS - (F - f)S = FS.$$

Отсюда видно, что производительность дифференциального насоса такая же, как и насоса одинарного действия, т.е. (6.29).

Действительная производительность поршневых насосов меньше теоретической из-за утечек жидкости из-за негерметичности сальников, несвоевременной посадки клапанов и т.д. Все эти потери учитываются коэффициентом подачи или объемным к.п.д.  $\eta_v$ .

Действительная производительность насоса

$$\dot{V}_{\text{ср}} = \dot{V}_{\text{т,ср}} \eta_v. \quad (6.31)$$

Для современных больших насосов объемный к.п.д. может достигать 99%. Практически же для небольших насосов ( $D < 50$  мм)  $\eta_v = 0,8 - 0,90$ ; для средних ( $D = 50 - 150$  мм)  $\eta_v = 0,90 - 0,97$ ; для больших ( $D > 150$  мм)  $\eta_v = 0,94 - 0,99$ .

**Закономерности движения поршня у насосов с кривошипно-шатунным приводом.** Схема действия кривошипно-шатунного механизма показана на рис. 6.17. За один оборот вала поршень проходит путь  $2S$ , за  $n$  оборотов в секунду –  $2Sn$ , следовательно, средняя скорость поршня

$$W_{\text{п,ср}} = 2Sn. \quad (6.32)$$

Поскольку движение поршню передается кривошипным приводом, то скорость поршня непрерывно изменяется от 0 в мертвых точках его положения до максимума в среднем положении.

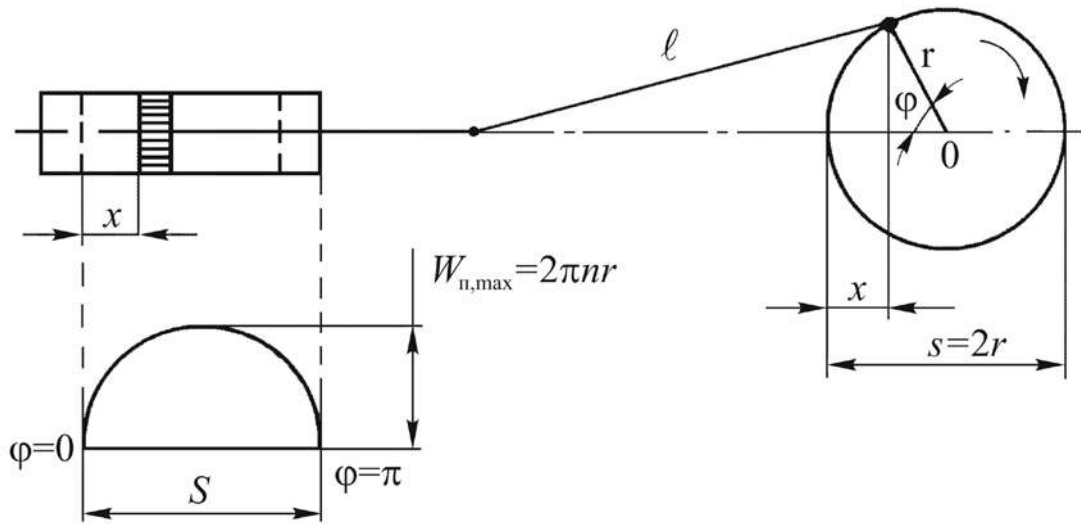


Рис. 6.17. Движение поршня у насосов с кривошипно-шатунным механизмом

Если учесть, что отношение  $r/\ell$  мало, то путь ( $x$ ), пройденный поршнем, равняется проекции дуги, описанной кривошипом, на ось насоса, т.е.

$$x = r - r \cos \varphi = r(1 - \cos \varphi). \quad (6.33)$$

Скорость поршня является первой производной от пути по времени

$$W_{\text{п}} = \frac{dx}{dt} = r \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Если угол  $\varphi$  выражен в радианах, то  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ , где  $\omega$  – угловая скорость, поэтому

$$W_{\text{п}} = \omega r \sin \varphi. \quad (6.34)$$

Из уравнения (6.34) видно, что в мертвых точках положения поршня при  $\varphi = 0$  или  $\varphi = \pi$  скорость равна нулю, а в среднем его положении максимальна, так как  $\sin(\pi/2) = 1$ . Максимальное значение скорости поршня будет

$$W_{\text{п, max}} = \omega r. \quad (6.35)$$

Поскольку  $W_{\text{п, ср}} = 2Sn = 4rn$  (по уравнению (6.32)), а  $\omega = 2\pi n$ , то

$$\frac{W_{\text{п, max}}}{W_{\text{п, ср}}} = \frac{2\pi nr}{4nr} = \frac{\pi}{2} = 1,57. \quad (6.36)$$

**Диаграмма подачи поршневого насоса.** В правильно работающем насосе жидкость непрерывно следует за поршнем. Секундный объем жидкости, подаваемый насосом в данный момент

(мгновенная производительность  $\dot{V}$ ), равен скорости поршня, умноженной на его площадь. Так как  $F = \text{const}$ , то изменение подаваемого объема зависит от изменении скорости.

$$\dot{V}_T = FW_{\Pi} = F\omega r \sin \varphi, \quad (6.37)$$

или 
$$\dot{V}_T = 2\pi Fnr \sin \varphi. \quad (6.38)$$

Таким образом, расход нагнетаемой жидкости изменяется по синусоиде. Необходимо, однако, помнить, что в насосах простого (однократного) действия при изменении  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  (рис. 6.17) происходит всасывание, а нагнетание идет в диапазоне  $\pi < \varphi < 2\pi$ . В насосах двойного действия нагнетание осуществляется в течение всего периода вращения маховика, что уменьшает неравномерность подачи нагнетаемой жидкости. Зависимости мгновенной производительности для насосов простого и двойного действия от угла поворота кривошипа  $\varphi$  приведены на рис. 6.18 и 6.19

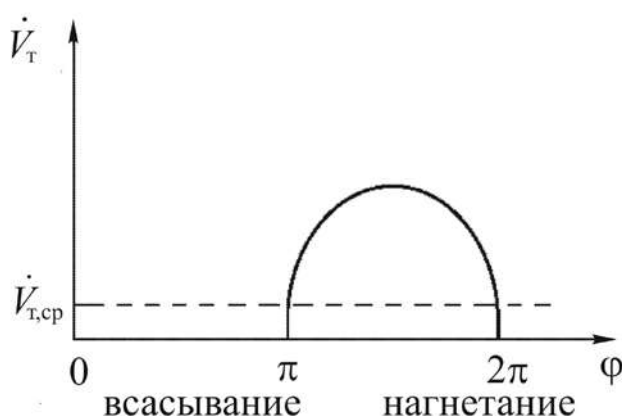


Рис 6.18. Диаграмма подачи поршневого насоса простого действия

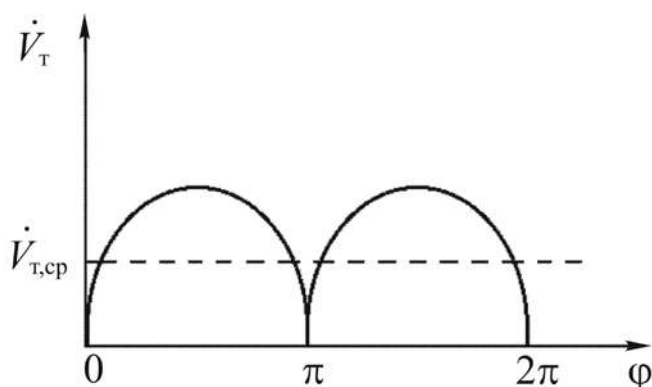


Рис. 6.19. Диаграмма подачи поршневого насоса двойного действия

Пользуясь соотношениями (6.29) и (6.30), а также (6.38), можно найти отношение максимальной производительности к средней, называемое степенью неравномерности. Максимальная производительность из (6.38) будет при  $\sin\varphi = 1$

$$\dot{V}_{\text{т, max}} = 2\pi Fnr = \pi FSn. \quad (6.39)$$

Тогда для насоса простого действия

$$\frac{\dot{V}_{\text{т, max}}}{\dot{V}_{\text{т, ср}}} = \frac{\pi FSn}{FSn} = \pi = 3,14, \quad (6.40)$$

а для насоса двойного действия в пренебрежении площади штока по сравнению с площадью цилиндра ( $f \ll F$ )

$$\frac{\dot{V}_{\text{т, max}}}{\dot{V}_{\text{т, ср}}} = \frac{\pi FSn}{(2F - f)Sn} \approx \frac{\pi}{2} \approx 1,57. \quad (6.41)$$

Для уменьшения неравномерности подачи и смягчения гидравлических ударов (например, при быстром закрытии задвижки на напорном трубопроводе) поршневые насосы снабжаются воздушными колпаками (рис. 6.20), которые устанавливают на входе жидкости в насос (всасывающий колпак) и выходе из насоса (нагнетательный колпак). Воздушный колпак представляет собой буферный

промежуточный сосуд, около 50% емкости которого занимает воздух.

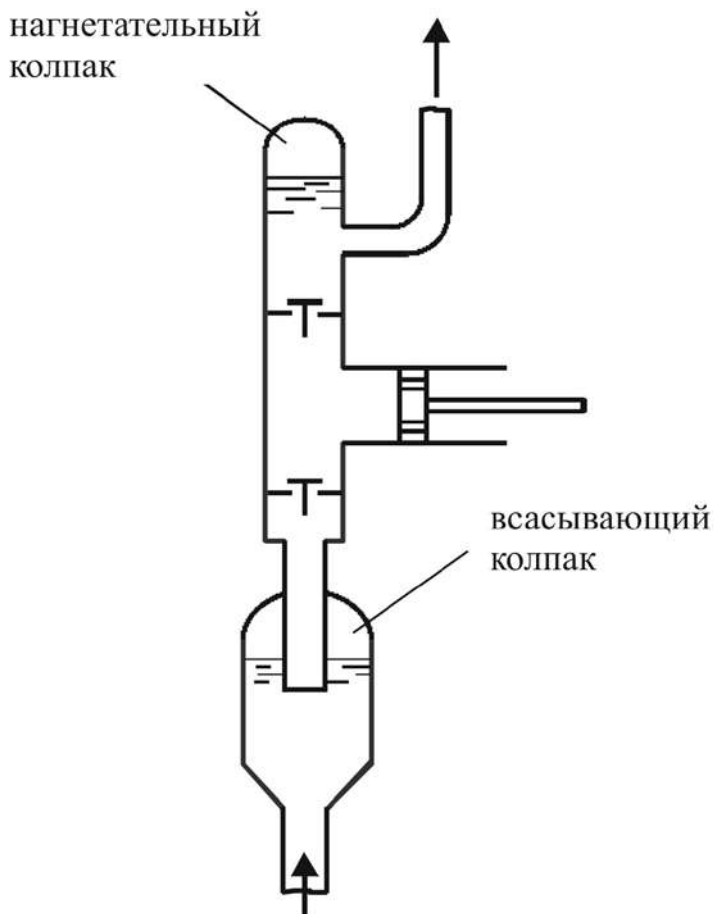


Рис. 6.20. Поршневой насос с воздушными колпаками

При ускорении движения поршня, т. е. когда в воздушный колпак поступает наибольшее количество жидкости, воздух, находящийся в колпаке, сжимается. Избыток жидкости поступает в колпак и удаляется из него, когда подача становится ниже средней. При этом давление воздуха, находящегося в

колпаке, изменяется незначительно (поскольку его объем гораздо больше поступающей жидкости) и движение жидкости в нагнетательном (или всасывающем) трубопроводе становится близким к равномерному.

**Диафрагмовые насосы.** Диафрагмовые (мембранные) насосы применяются для перекачивания загрязненных твердыми включениями или химически действующих на рабочие органы насоса жидкостей. В таких насосах роль поршня выполняет упругая диафрагма – мембрана.

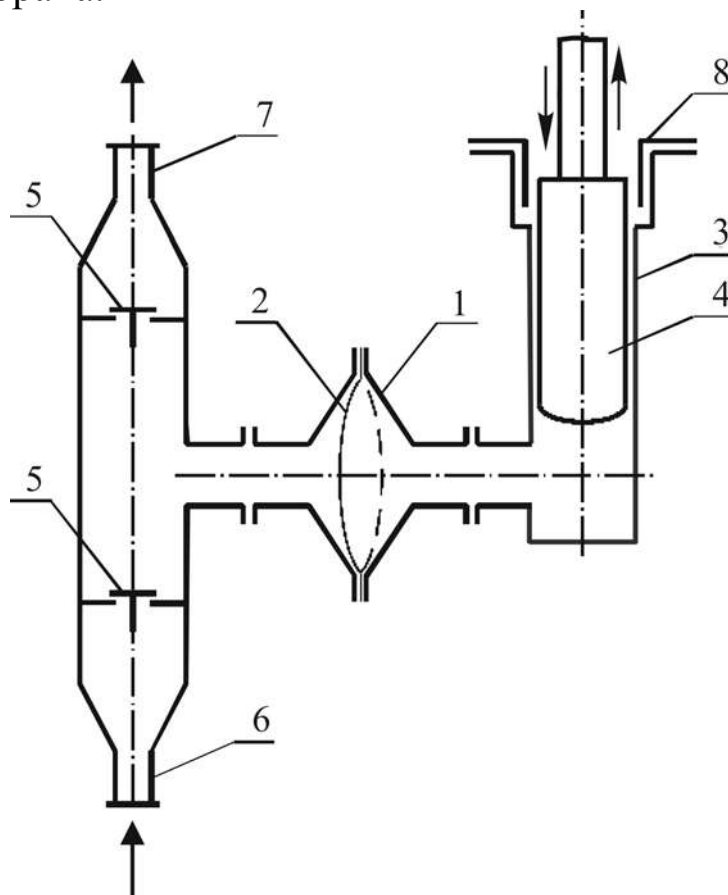


Рис. 6.21. Диафрагмовый насос: 1 – корпус; 2 – диафрагма (мембрана); 3 – цилиндр; 4 – плунжер; 5 – клапаны; 6, 7 – всасывающий и нагнетательный патрубки; 8 – сальниковые уплотнители

На рис. 6.21 изображен диафрагмовый насос. Цилиндр 3, в котором возвратно-поступательно движется плунжер 4, заполнен неагрессивной чистой жидкостью. При его движении вверх происходит изменение объема камеры перед диафрагмой и давления жидкости в ней, которое передается через мембрану перекачиваемой жидкости. При этом всасывающий клапан поднимается и через него

происходит засасывание агрессивной или загрязненной жидкости в клапанную коробку и в освободившийся объем перед мембраной. При обратном ходе плунжера давление жидкости под плунжером возрастает, и мембрана вследствие этого движется влево. Всасывающий клапан в клапанной коробке закрывается и открывается нагнетательный клапан, а агрессивная или загрязненная жидкость через патрубок 7 перекачивается в нагнетательный трубопровод. Клапанная коробка и клапаны изготавливаются из химически стойких материалов, упругая диафрагма – из каучука или стали.

**Объемные роторные насосы** работают, как и поршневые по принципу вытеснения жидкости. В отличие от поршневых насосов в конструкции роторных насосов всасывающих и нагнетательных клапанов нет. Главными частями роторного насоса являются: статор или неподвижная часть насоса; ротор, вращающийся от ведущего вала, и вытеснители, вращающиеся вместе с ротором.

В зависимости от вида вытеснителей роторные насосы бывают шестеренные, пластинчатые и винтовые.

**Шестеренные насосы.** Наиболее простым и распространенным из роторных насосов является шестеренный насос, устройство которого представлено на рис. 6.22. Рабочей частью насоса являются две шестерни с внешним зацеплением, плотно охватываемые корпусом насоса.

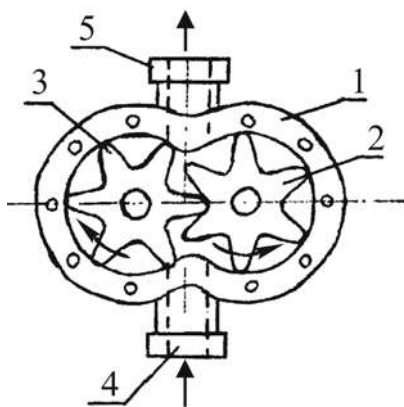


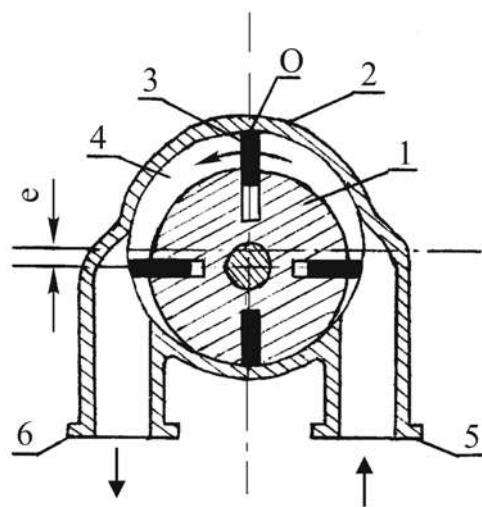
Рис. 6.22. Шестеренный насос: 1 – корпус; 2, 3 – шестерни; 4, 5 – всасывающий и нагнетательный патрубки

Ведущая шестерня получает вращение от двигателя, другая шестерня, вращающаяся в противоположную сторону, является ведомой. Направление вращения шестерен на рис. 6.22 показано стрелками. При вращении шестерен жидкость захватывается впадинами между зубьями и переносится ими из области всасывания в область нагнетания, где затем она вытесняется из впадин, когда зубья вступают в зацепление, и проталкивается в нагнетательный патрубок 5. Во время вращения зубчатых шестерен всасывание жидкости происходит с той стороны, где зубья выходят из зацепления.

Эти насосы отличаются равномерностью подачи и могут работать при больших числах оборотов, достигая 50 об/с. Они могут перекачивать сильно вязкие и густые жидкости. Шестеренные насосы обладают реверсивностью, т.е. при изменении направления вращения шестерен области всасывания и нагнетания меняются местами. Объемный к.п.д  $\eta_v$  шестеренного насоса достигает 0,7 – 0,9.

**Пластинчатые насосы.** На рис. 6.23 изображен пластинчатый насос. Ротор насоса 1 расположен эксцентрично относительно внутренней полости корпуса 2, в результате чего образуется серповидное пространство 4.

Рис. 6.23. Пластинчатый насос: 1– ротор; 2– корпус; 3 – пластина; 4 – серповидное рабочее пространство; 5, 6 – всасывающий и нагнетательный патрубки;  $e$  – эксцентриситет



В роторе имеются радиальные пазы, в которых могут перемещаться пластины 3. При вращении ротора пластины, под действием центробежной силы плотно прижимаются к внутренней поверхности корпуса. При этом серповидное пространство 4 делится на зоны всасывания и нагнетания. Зона всасывания расположена от всасывающего патрубка 5 до вертикальной оси насоса (точка O), левее ее располагается зона нагнетания. Подача жидкости этими насосами равномерна и практически не зависит от напора, ее можно регулировать изменением числа оборотов ротора. Пластинчатые насосы могут использоваться для перекачивания вязких и густых жидкостей.

**Винтовые насосы.** Для перекачивания вязких жидкостей применяются винтовые насосы (рис. 6.24)

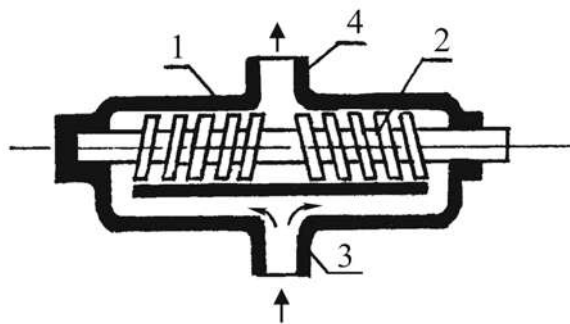


Рис. 6.24. Винтовой насос: 1 – корпус; 2 – винт; 3, 4 – всасывающий и нагнетательный патрубки



В корпусе насоса 1 расположен винт 2, плотно прилегающий к цилиндрической части корпуса. Жидкость поступает через патрубок 3 в нарезку винта и переносится между витками вдоль оси винта к центру насоса, где сходятся встречные нарезки винта и далее вытесняется в нагнетательный патрубок 4. В промышленности используются насосы, имеющие, в частности, два или три винта. В насосах с тремя винтами, из которых средний является ведущим, а два боковых – ведомыми, направление нарезки ведомых винтов противоположно направлению нарезки ведущего. Давление, развиваемое винтовыми насосами, зависит от числа шагов винтовой нарезки. Производительность этих насосов увеличивается с увеличением числа оборотов винтов. Давление, развиваемое насосом, при этом не изменяется.

**Пневматический насос Монтежю.** Пневматические насосы относятся к объемным насосам и работают по принципу вытеснения из резервуара жидкости газом (воздухом). Устройство такого насоса показано на рис. 6.25. Насос Монтежю работает следующим образом. Жидкость поступает в резервуар 1 самотеком через кран 2. В это же время должен быть открыт кран 3, через который удаляется воздух из резервуара. Когда резервуар наполнится жидкостью, краны 2 и 3 закрывают, а краны 4 и 5 открывают. Через кран 4 поступает сжатый

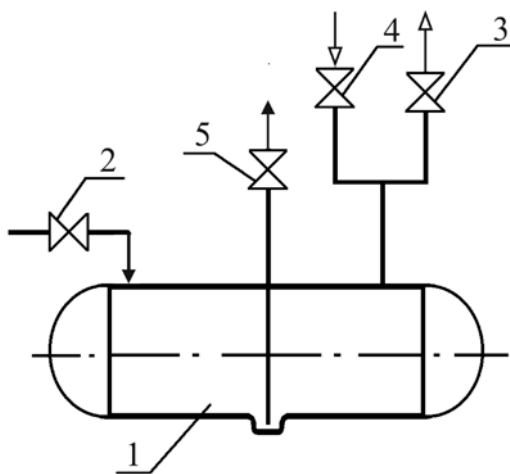


Рис. 6.25. Пневматический насос Монтежю: 1 – резервуар; 2 – кран для впуска жидкости в резервуар; 3 – кран для выпуска воздуха из резервуара; 4 – кран для впуска сжатого воздуха; 5 – кран на нагнетательной трубе

воздух и вытесняет жидкость через кран 5 в нагнетательный трубопровод. Насос Монтежю является насосом периодического действия, так как после удаления жидкости из резервуара цикл его работы снова повторяется. Насос этот применяется для перекачивания небольших объемов химически агрессивных жидкостей. Он прост по конструкции, но имеет низкий к.п.д. (0,1 – 0,25).

#### 6.1.4. Сравнительный анализ работы насосов различных типов

Рассмотренные ранее типы насосов различны по сложности конструктивного оформления, по принципу действия, по производительности и развиваемому напору и их взаимному влиянию, по величине коэффициента полезного действия, по металлоемкости, по непрерывности подачи и т.д. Указанные факторы определяют достоинства и недостатки насосов и их область применения.

**Центробежные насосы.** Наибольшее распространение в химической промышленности получили центробежные насосы, характеризующиеся рядом положительных качеств. К ним относятся: высокая производительность и равномерность подачи, компактность и быстроходность (возможность непосредственного присоединения к электродвигателю); простота устройства, что позволяет изготавливать их из химически стойких, трудно поддающихся механической обработке материалов (например, ферросилида, керамики и т.д.); возможность перекачивания жидкостей, содержащих твердые взвешенные частицы, благодаря большим зазорам между лопатками; возможность установки на легких фундаментах.

К.п.д. наиболее крупных центробежных насосов достигает 0,95 (к.п.д. поршневых насосов 0,9). Однако центробежные насосы небольшой и средней производительности имеют к.п.д. на 10-15% ниже, чем поршневые.

К недостаткам центробежных насосов следует отнести относительно низкие напоры, а также уменьшение производительности при увеличении сопротивления сети и резкое снижение к.п.д. при уменьшении производительности.

**Осевые насосы** применяются для перемещения больших объемов жидкостей при относительно невысоких напорах, т.е. по сравнению с центробежными насосами осевые насосы имеют значительно большую подачу, но меньший напор. К.п.д. высокопроизводительных осевых насосов достигает 0,9 и выше.

**Вихревые насосы.** Достоинством вихревых насосов по сравнению с центробежными является их самовсасывающая способность и то, что при равных размерах рабочего колеса и угловой скорости вихревые насосы развивают значительно больший напор, чем центробежные. Недостатком вихревых насосов является сравнительно невысокий к.п.д. и быстрый износ их деталей при работе с загрязненными жидкостями.

**Струйные насосы и газлифты.** Струйные насосы просты по устройству, надежны в работе, что является их достоинством. Применяются для откачки воды из скважин, для смешения холодной и горячей воды теплофикационных сетей, а также там, где недопустимо наличие трущихся деталей в насосе.

К недостаткам струйных насосов относятся низкая величина к.п.д. из-за потерь напора в самом насосе и большой расход рабочей жидкости под давлением. Следует учитывать и то, что их можно применять только в том случае, если допустимо смешение рабочей и перекачиваемой жидкостей.

Газлифты просты по устройству и надежны в работе. Они применяются для подъема жидкости из глубоких скважин. В химической промышленности – для осуществления ряда процессов взаимодействия газов и жидкости при ее интенсивной циркуляции, а также для подачи агрессивных жидкостей. Основным недостатком газлифтов является их низкий к.п.д.

**Поршневые насосы.** Положительными качествами поршневых насосов являются: независимость их производительности от развиваемого напора, т.е. возможность подачи небольших количеств жидкости под высоким давлением; осуществление их пуска в ход без предварительной заливки всасывающего трубопровода; высокий к.п.д.

Поршневые насосы обладают рядом недостатков, ограничивающих область их применения. К основным недостаткам относятся: 1) громоздкость, большая металлоемкость и высокая стоимость, сложность их конструкции; 2) возвратно-поступательное движение поршня, вызывающее необходимость применения для их привода кривошипно-шатунного механизма и монтажа насосов на тяжелых фундаментах; 3) большая занимаемая площадь; 4) наличие клапанов, требующих постоянного ухода и ремонта, а также исключающих возможность перекачивания жидкостей, содержащих взвешенные твердые частицы; 5) неравномерность всасывания и нагнетания жидкости.

Производительность поршневых насосов по причинам конструктивного характера обычно ограничена примерно  $0,04 \text{ м}^3/\text{с}$ .

Поршневые насосы применяют лишь при сравнительно небольших подачах и высоких давлениях, для перекачивания вязких жидкостей, для дозировки жидких сред.

Разновидностью поршневого насоса одинарного действия

является диафрагмовый насос, который применяется для перекачивания агрессивных и загрязненных твердыми включениями жидкостей.

**Роторные насосы.** Основными отличиями роторных насосов от поршневых и их достоинствами являются: отсутствие клапанов, простота привода насоса от двигателя и равномерность подачи.

**Шестеренные насосы** могут работать с сильновязкими и густыми жидкостями. Недостатками насоса являются низкий к.п.д. насоса (0,6 – 0,7), небольшая производительность и высокие требования к чистоте перекачиваемой жидкости.

**Пластинчатые насосы** применяются также для перекачки чистых и вязких жидкостей, но в отличие от шестеренных они имеют большую производительность.

**Винтовые насосы** применяются для перекачивания чистых и вязких жидкостей. Эти насосы быстроходны, бесшумны, компактны. Производительность их не изменяется практически при изменении давления и достигает  $0,1 \text{ м}^3/\text{с}$ ; развиваемое давление 30 МПа, частота вращения 330 об/с. К.п.д. этих насосов достаточно высок и лежит в пределах 0,75 – 0,80.

## **6.2. Компрессорные машины**

В химической промышленности широко распространены процессы, которые осуществляются в газовой фазе при давлениях, значительно отличающихся от атмосферного. Интервал этих давлений лежит в пределах от  $10^{-3}$  до  $10^{10}$  Па. В этих условиях при сжатии и транспортировании газов следует учитывать их сжимаемость, т.е. изменение плотности  $\rho$  или удельного объема  $v = 1/\rho$ , что приводит к изменению внутренней энергии газа и его температуры.

Машины, предназначенные для сжатия и перемещения газов, называются компрессорными машинами.

### **6.2.1. Классификация компрессорных машин и их основные характеристики**

Основными характеристиками компрессорных машин являются: производительность  $\dot{V}$  (объемный расход всасываемого газа), степень сжатия  $\beta$ , мощность на валу компрессора  $N_{\text{в}}$ .

Степенью сжатия  $\beta$  называется отношение конечного давления  $p_2$ , создаваемого компрессорной машиной, к начальному давлению  $p_1$ , при котором происходит всасывание газа  $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ .

В зависимости от степени сжатия различают следующие типы компрессорных машин:

- 1) *компрессоры* ( $\beta > 3,0$ ) – для создания высоких давлений;
- 2) *газодувки* ( $1,1 < \beta < 3,0$ ) – для перемещения газов при относительно высоком сопротивлении газопроводящей сети;
- 3) *вентиляторы* ( $\beta < 1,1$ ) – для перемещения газов при низком гидравлическом сопротивлении сети.

Поскольку в вентиляторах степень сжатия  $\beta$  мала, изменением плотности газа можно пренебречь. В зависимости от величины абсолютного давления компрессорные машины делятся на вакуумные (начальное давление ниже атмосферного), их еще называют вакуумными насосами; низкого давления (конечное давление газа менее 1 МПа), высокого (конечное давление 1 – 100 МПа) и сверхвысокого (конечное давление свыше 100 МПа).

По способу сжатия газа компрессорные машины подразделяются на две группы: объемные и динамические.

В объемных – процесс сжатия газа происходит при периодическом изменении объема, занимаемого газом. В конструктивном отношении их подразделяют на поршневые и роторные.

В динамических – процесс сжатия происходит под действием непрерывного создания ускорений в движущемся потоке газа. Конструктивно их делят на центробежные и осевые.

***Процессы сжатия газов. (Термодинамические основы).*** Конечное давление газа при сжатии зависит от условий теплообмена газа с окружающей средой. Теоретически возможны два предельных случая сжатия:

- 1) все выделяющееся при сжатии тепло полностью отводится и температура газа при сжатии остается неизменной – *изотермический процесс*;
- 2) теплообмен газа с окружающей средой полностью отсутствует и все выделяющееся при сжатии тепло затрачивается на повышение внутренней энергии газа, повышая его температуру – *адиабатный процесс*.

В действительности сжатие газа лишь в большей или меньшей степени приближается к одному из этих теоретических процессов. При сжатии газа наряду с изменением его объема и давления происходит изменение температуры и одновременно часть выделяющегося тепла отводится в окружающую среду. Такой процесс сжатия называется *политропным*.

Для идеальных газов, подчиняющихся уравнению состояния Менделеева-Клапейрона,

$$p\nu = \frac{RT}{m'} \quad (6.42)$$

вышеперечисленные процессы описываются следующими уравнениями:

$$\text{- изотермический:} \quad p\nu = \text{const}; \quad (6.43)$$

$$\text{- адиабатный:} \quad p\nu^k = \text{const}; \quad (6.44)$$

$$\text{- политропный:} \quad p\nu^m = \text{const}, \quad (6.45)$$

где  $\nu$  – удельный объем  $\nu = 1/\rho$ ,  $k = c_p/c_v$  – показатель адиабаты,  $m$  – показатель политропы,  $m'$  – мольная масса,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Найдем удельную работу сжатия газа в изотермическом процессе  $A'$ , отнесенную к единице массы. При изотермическом процессе температура системы, а следовательно, и ее внутренняя энергия остаются неизменными. Тогда из первого закона термодинамики для покоящейся среды будем иметь

$$\delta Q' = dU' + \delta A', \quad dU' = 0 \rightarrow \delta Q' = \delta A', \quad (6.46)$$

т.е. вся энергия, подводимая к системе в форме работы сжатия, должна отводиться от нее в форме теплоты. Полагая работу сжатия положительной, определим её как

$$\delta A'_{\text{сж}} = -\delta A' = -pd\nu. \quad (6.47)$$

Выразив  $p$  из уравнения Менделеева-Клапейрона и проинтегрировав (6.47) определим работу сжатия в изотермическом процессе:

$$A'_{1-2} = -\int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{RT}{m'\nu} d\nu = -\frac{RT}{m'} \ln \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{RT}{m'} \ln \frac{\nu_1}{\nu_2} \quad (6.48)$$

или, используя (6.42) и (6.43), получим

$$A'_{1-2} = p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (6.49)$$

При адиабатном процессе, как это следует из первого закона термодинамики, вся работа сжатия идет на увеличение внутренней энергии системы

$$\delta Q' = 0, \quad \delta A'_{\text{сж}} = -\delta A' = dU' = c_v dT. \quad (6.50)$$

Проинтегрировав при постоянной изохорной теплоемкости  $c_v = \text{const}$ , получим

$$A'_{1-2} = c_v (T_2 - T_1). \quad (6.51)$$

Выразив  $T_2$  и  $T_1$  из уравнения (6.42), а также воспользовавшись (6.44), получим

$$A'_{1-2} = \frac{m' c_v}{R} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{m' c_v}{R} p_1 v_1 \left( \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} - 1 \right) = \frac{m' c_v}{R} p_1 v_1 \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \quad (6.52)$$

или, учитывая, что для идеального газа  $c_v = \frac{R}{m'(k-1)}$ ,

$$A'_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right). \quad (6.53)$$

Выражение для работы сжатия газа при политропном процессе будет иметь аналогичный вид:

$$A'_{1-2} = \frac{p_1 v_1}{m-1} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right). \quad (6.54)$$

Проанализировав соотношения (6.49), (6.53) и (6.54) с учетом того, что показатель адиабаты для газов имеет величину около  $k = 1,3$ , а показатель политропы  $1 < m < k$ , можно сделать вывод, что наибольшая работа сжатия наблюдается в изотермическом процессе, а наименьшая – в адиабатном.

При давлениях на выходе из компрессора более 10 МПа следует пользоваться уравнением состояния реального газа

$$p v = z R T / m', \quad (6.42a)$$

где  $z$  – коэффициент сжимаемости.

**Теоретическая мощность**  $N_T$  (Вт), затрачиваемая на сжатие газа компрессором, определяется по уравнению

$$N_T = \dot{V} \rho A'_k = G A'_k, \quad (6.55)$$

где  $G = \dot{V} \rho$  – массовая производительность компрессора, кг/с;  $A'_k$  – теоретическая работа, затрачиваемая компрессором на сжатие 1 кг газа, Дж/кг.

### 6.2.2. Объемные компрессоры

**Поршневые компрессоры** делятся по числу всасываний и нагнетаний за один двойной ход поршня на компрессоры *простого* (одинарного) и *двойного* действия. За один двойной ход поршня компрессор простого действия производит одно всасывание и одно нагнетание, компрессор двойного действия – два всасывания и два нагнетания.

**Ступенью сжатия** называется часть компрессорной машины, где газ сжимается до конечного или промежуточного (перед поступлением на следующую ступень) давления. По числу ступеней поршневые компрессоры подразделяются на одноступенчатые и многоступенчатые, которые, в свою очередь, могут быть горизонтальными и вертикальными.

**Принцип действия и теоретическая диаграмма работы поршневого компрессора.** На рис. 6.26 изображен компрессор простого действия. Поршень 2 движется возвратно-поступательно в цилиндре 1, снабженном всасывающим 3 и нагнетательным 4 клапанами. Поршень плотно прилегает к тщательно обработанной внутренней поверхности цилиндра. Движение поршня осуществляется при помощи кривошипно-шатунного механизма, передающего энергию от двигателя. При движении поршня вправо газ при давлении  $p_1$  всасывается через клапан 3; при движении в обратную сторону газ сначала сжимается до требуемого давления  $p_2$ , затем вытесняется через клапан 4 в нагнетательный газопровод. Для отвода теплоты сжатия газа вокруг наружной поверхности цилиндра устанавливается рубашка 7, в которую подается холодная вода (вход воды 5) и отводится нагретая вода (выход 6).



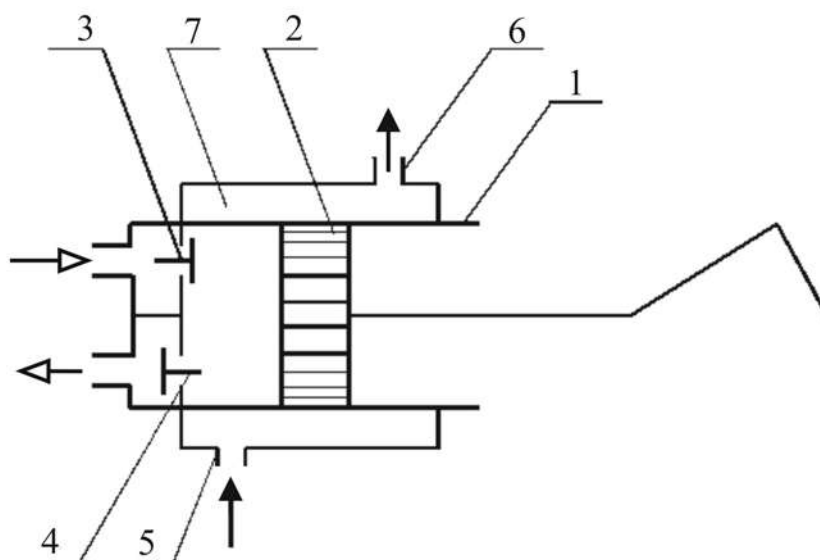


Рис. 6.26. Поршневой компрессор простого действия: 1 – цилиндр; 2 – поршень; 3, 4 – всасывающий и нагнетательный клапаны; 5 и 6 – патрубки для входа и выхода охлаждающей воды; 7 – рубашка

На рис. 6.27 представлена теоретическая рабочая диаграмма для компрессора простого действия.

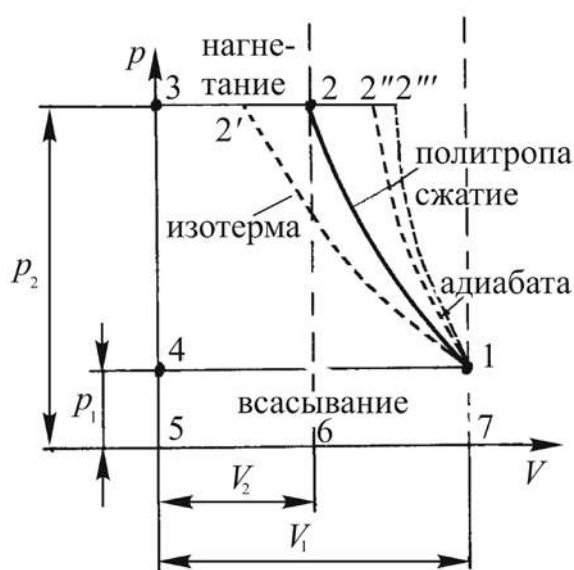


Рис. 6.27. Теоретическая рабочая диаграмма поршневого компрессора простого действия

При перемещении поршня от крайнего левого положения газ через открывшийся всасывающий клапан засасывается в цилиндр (линия 4-1). Когда поршень займет крайнее правое положение, пройденный поршнем объем  $V_1$  наполнится газом с давлением  $p_1$  и температурой  $T_1$  (на диаграмме точка 1). При движении поршня влево всасывающий клапан закрывается и начинается сжатие газа (линия 1-2). Поршень будет находиться в положении 2, когда давление газа достигнет величины противодействия в нагнетательном газопроводе, равного  $p_2$ . При этом откроется нагнетательный клапан и сжатый газ начнет выталкиваться

при постоянном давлении  $p_2$  в нагнетательный трубопровод (линия 2-3). На диаграмме процесс сжатия изобразится кривой 1-2, а процесс нагнетания – прямой 2-3.

Теоретическая работа, совершаемая поршневым компрессором за один цикл (два хода поршня)  $A'_k$ , будет определяться как алгебраическая сумма работ всасывания (площадь 4-5-7-1), сжатия (площадь 1-2-6-7) и нагнетания (площадь 2-3-5-6), т.е. изображаться площадью 1-2-3-4, так как работа всасывания отрицательная в соответствии с (6.47) ибо величина  $dV$  при этом положительная.

$$A'_k = A'_{\text{вс}} + A'_{1-2} + A'_{\text{наг}}. \quad (6.56)$$

Поскольку предполагается, что процессы всасывания и нагнетания происходят при постоянном давлении, то соответствующие величины работы легко находятся из (6.47):

$$A'_{\text{вс}} = -\frac{p_1}{M} \int_0^{V_1} dV = -p_1 v_1, \quad (6.57)$$

$$A'_{\text{наг}} = -\frac{p_2}{M} \int_{V_2}^0 dV = p_2 v_2, \quad (6.58)$$

где  $M$  – масса газа, заполняющего объем компрессора  $V_1$ .

Величина теоретической работы компрессора зависит от условий, при которых происходит сжатие газа, что обуславливается различными значениями  $A'_{1-2}$ , а также  $A'_{\text{наг}}$ . При изотермическом процессе сжатия  $A'_{1-2}$  определяется из (6.49) и равняется  $A'_{\text{к,из}}$  (площадь 1-2'-3-4), поскольку при  $T=\text{const}$ ,  $p_1 v_1 = p_2 v_2$  ( $A_{\text{вс}} = -A_{\text{наг}}$ ). Для адиабатного процесса (площадь 1-2''-3-4).

$$A'_{\text{к,ад}} = \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) + p_2 v_2 - p_1 v_1 = \frac{k}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = \frac{k p_1 v_1}{k-1} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right). \quad (6.59)$$

Аналогичным образом для политропного процесса (площадь 1-2-3-4)

$$A'_{\text{к,пол}} = \frac{m p_1 v_1}{m-1} \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right). \quad (6.60)$$

Проанализировав соотношения (6.49), (6.59), (6.60) с учетом того, что показатель политропы  $1 < m < k$ , можно сделать вывод, что наименьшая работа затрачиваемая компрессором наблюдается в изотермическом

процессе, а наибольшая – в адиабатном. На практике при работе компрессора показатель политропы может оказаться большим, чем показатель адиабаты ( $m > k$ ). Это объясняется выделением дополнительного тепла при трении движущихся деталей компрессора, гидравлическим сопротивлением и т.д. В этом случае работа, затрачиваемая компрессором при политропном процессе, будет больше, чем при адиабатном процессе (площадь 1-2'''-3-4).

**Действительная диаграмма работы поршневого компрессора. Производительность компрессора.** Для определения производительности компрессора по его главным размерам (площадь поперечного сечения поршня  $F$ , ход поршня  $S$ ) и числу оборотов вала за единицу времени  $n$  пользуются действительной рабочей диаграммой компрессора. Ее отличие от теоретической обусловлено главным образом тем, что не весь сжатый газ вытесняется из цилиндра в конце рабочего хода поршня. По конструктивным причинам в пространстве между рабочей плоскостью поршня и крышкой цилиндра, носящем название вредного пространства, всегда остается некоторое количество газа, сжатого до давления  $p_2$ . Всасывание новой порции газа не начнется до тех пор, пока остаток сжатого газа не расширится до давления  $p_1$ , а точнее, до  $p_0 < p_1$ , так как для открытия всасывающего клапана необходима некоторая разность давлений во всасывающем трубопроводе и цилиндре  $p_1 - p_0$ . Следовательно, всасывание газа будет происходить не на протяжении всего хода поршня  $S$ , а лишь на пути  $S_1 < S$  (рис. 6.28).

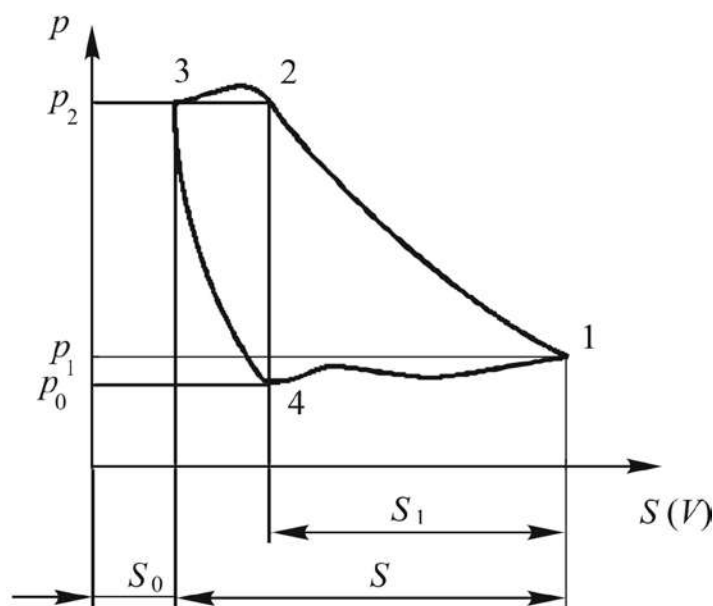


Рис. 6.28. Действительная диаграмма поршневого компрессора простого действия

Действительная диаграмма компрессора показана на рис. 6.28, где  $S_0$  – приведенная длина вредного пространства, пропорциональная его объему; линия 4-1 – участок всасывания; 1-2 – участок сжатия; 2-3 – участок нагнетания; 3-4 – участок расширения газа, остающегося во вредном пространстве. Таким образом, производительность одноступенчатого компрессора простого действия, отнесенная к параметрам состояния всасываемого газа, выразится так:  $\dot{V}_1 = FS_1 n$ . Отношение объема всасываемого газа  $FS_1$  к объему, описанному поршнем за один ход  $FS$ , называется *объемным коэффициентом полезного действия* компрессора:

$$\lambda_0 = \frac{S_1}{S}. \quad (6.61)$$

Таким образом,

$$\dot{V}_1 = \lambda_0 FS n. \quad (6.62)$$

Для определения величины  $\lambda_0$  выразим отношение объемов газов в цилиндре в точках 4 и 3 при политропном расширении газового остатка, обозначив объемную долю вредного пространства через  $S_0 / S = \varepsilon_0$  с учетом того, что  $S_1 / S_0 = (S_1 / S)(S / S_0) = \lambda_0 / \varepsilon_0$ ,  $p_0 \approx p_1$ :

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{F(S + S_0 - S_1)}{FS_0} = \frac{S}{S_0} + 1 - \frac{S_1}{S_0} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{m}} = \frac{1}{\varepsilon_0} + 1 - \frac{\lambda_0}{\varepsilon_0}. \quad (6.63)$$

Решив (6.63) относительно  $\lambda_0$ , получим

$$\lambda_0 = 1 - \varepsilon_0 \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right). \quad (6.64)$$

Из выражения (6.64) следует, что объемный к.п.д. падает с увеличением объема вредного пространства и с ростом степени сжатия  $p_2/p_1$ . По этой причине стремятся при проектировании компрессоров к возможному уменьшению величины  $\varepsilon_0$ ; на практике  $\varepsilon_0 = 0,03 - 0,06$ .

Уменьшение  $\lambda_0$  с ростом степени сжатия, как это следует из (6.64), имеет предел, называемый пределом сжатия, при котором  $\lambda_0$  становится равным нулю ( $S_1=0$ ).

На диаграмме (рис. 6.28) давления  $p_1$ ,  $p_2$  соответствуют давлениям во всасывающем и нагнетательном трубопроводах, а  $p_0$  – давление в цилиндре компрессора в момент открытия всасывающего клапана.

Действительная рабочая диаграмма компрессора, получаемая

при помощи индикатора – индикаторная диаграмма (рис. 6.28), отличается от теоретической также характером линий всасывания и нагнетания. Это вызвано, во-первых, тем, что сопротивления клапанов изменяются на протяжении хода поршня в связи с изменением его скорости и должны быть максимальными во время их открытия (выступы в начале рассматриваемых линий). Во-вторых, клапаны не открываются мгновенно, поэтому на индикаторной диаграмме отсутствуют резко выраженные пересечения всех линий. Следует учитывать, что реальная производительность компрессора  $\dot{V}$  несколько ниже определяемой выражением (6.62) вследствие утечки газа через неплотности клапанов и поршня, подогрева поступающего газа о нагретые стенки цилиндра и др. Это учитывается соответственно коэффициентом герметичности  $\lambda_r$  и термическим коэффициентом  $\lambda_t$ . Таким образом, действительная производительность компрессора находится как

$$\dot{V} = \lambda_0 \lambda_r \lambda_t F S n = \lambda_v F S n, \quad (6.62a)$$

где  $\lambda_v$  – коэффициент подачи.

#### ***Многоступенчатое сжатие газа в поршневых компрессорах.***

Из выражения (6.64) следует, что объемный к.п.д. одноступенчатого компрессора  $\lambda_0$  падает с увеличением степени сжатия газа  $p_2/p_1$  и относительного объема вредного пространства  $\varepsilon_0$ . Кроме того, увеличение степени сжатия ведет к увеличению температуры газа в цилиндре компрессора. Так, например, воздух, имея начальную температуру 20°С, нагревается до 160°С при сжатии его от 0,1 до 0,4 МПа, т.е. при  $p_2/p_1 = 4$ , при показателе политропы  $m = 1,4$ .

По указанным причинам для достижения степеней сжатия газов выше 4–6 применяют многоступенчатые компрессоры, состоящие из ряда последовательно расположенных ступеней (цилиндров) двойного или простого действия со степенью сжатия в каждой ступени не более 4–5. Это обеспечивает достижение приемлемого объемного к.п.д., позволяя одновременно поддерживать допустимую температуру сжимаемого газа путем его охлаждения при переходе из каждой предыдущей ступени в последующую.

На рис. 6.29 представлена схема трехступенчатого компрессора с цилиндрами двойного действия.

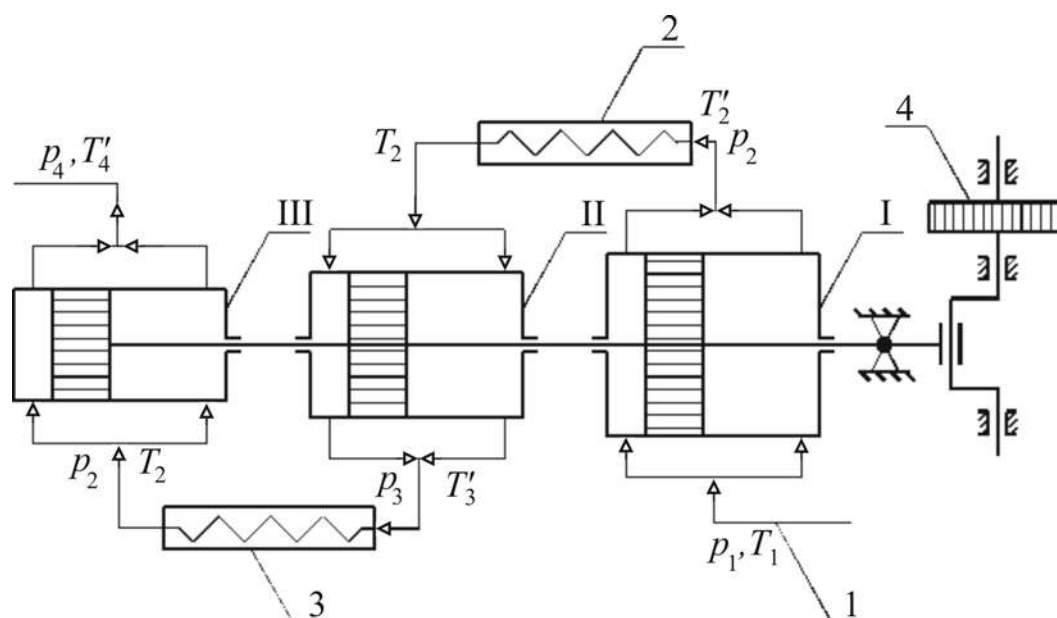


Рис. 6.29. Схема трехступенчатого компрессора с цилиндрами двойного действия: 1 – трубопровод; 2 и 3 – холодильники; 4 – маховик

Исходный газ с температурой  $T_1$  поступает по всасывающему трубопроводу 1 под давлением  $p_1$  в первую ступень I, где сжимается до давления  $p_2$  и температура его становится  $T_2'$ , затем этот газ проходит через холодильник 2, где его температура снижается до значения  $T_2$ , и поступает во вторую ступень II. В ней газ сжимается до давления  $p_3$  и выходит из нее с температурой  $T_3'$ . Проходя через холодильник 3, газ охлаждается до температуры  $T_3$  и поступает в ступень III, где сжимается до конечного заданного давления  $p_4$ .

На валу поршневого компрессора устанавливается массивный маховик 4, который обеспечивает необходимую равномерность его вращения за счет действия инерционных сил.

На рис. 6.30 приведена теоретическая  $p - v$  диаграмма трехступенчатого компрессора. Здесь точки  $B$ ,  $D$ ,  $G$  соответствуют состояниям газа на выходе из ступеней I, II, III а точки  $C$  и  $E$  – состояниям входа в ступени II и III, характеризующимся уменьшением удельных объемов газа (от  $v_2'$  до  $v_2$  и от  $v_3'$  до  $v_3$ ) вследствие охлаждения газа в промежуточных холодильниках 2 и 3. Из рис. 6.30

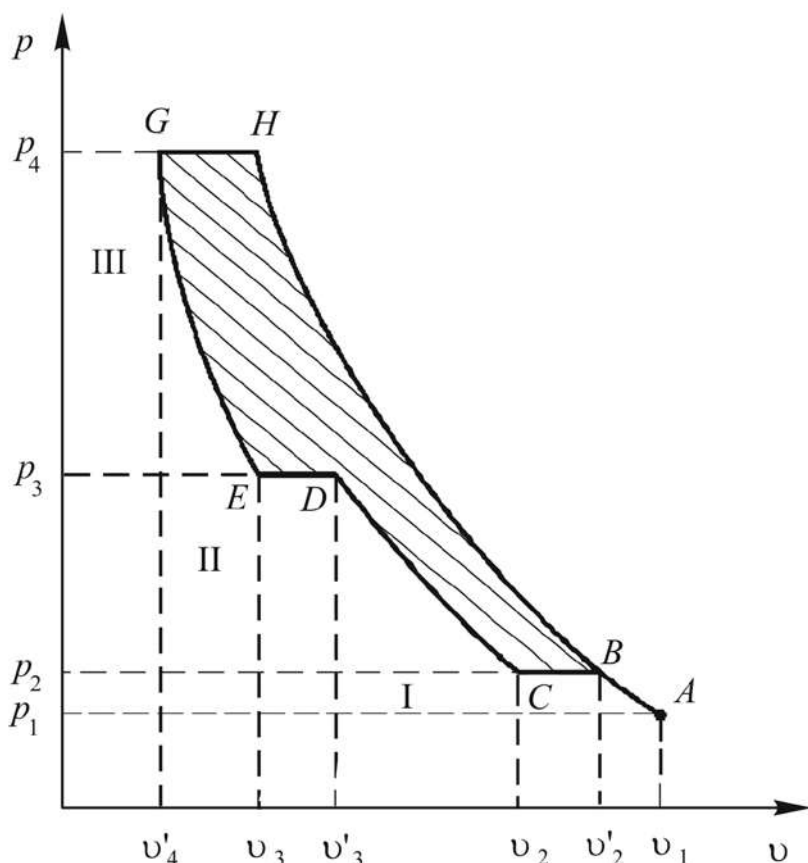


Рис. 6.30. Теоретическая рабочая диаграмма трех-ступенчатого компрессора

видно, что при многоступенчатом сжатии достигаются не только приемлемые объемные к.п.д. компрессора и допустимые рабочие температуры газа, но также существенное уменьшение расхода работы на сжатие.

При сжатии газа в одной ступени (без промежуточного охлаждения) процесс протекал бы по кривой  $A-B-H$ , а не по ломаной линии  $A-B-C-D-E-G$ . Следовательно, экономия работы в случае многоступенчатого сжатия газа с промежуточным его охлаждением эквивалентна заштрихованной площади  $B-C-D-E-G-H$ .

#### ***Расход энергии на сжатие газа в поршневых компрессорах.***

Работа трения поршня о цилиндр, штока в сальниках, вала в подшипниках и т.д. учитывается механическим к.п.д. компрессора  $\eta_{\text{мех}}$ . При производительности компрессора  $G$ , кг/с, мощность на его валу выразится так:

$$N_{\text{в}} = \frac{GA'_{\text{к}}}{\eta_{\text{мех}}}. \quad (6.65)$$

Частота вращения вала поршневого компрессора обычно не превышает 200 об/мин, поэтому при использовании электродвигателя требуется промежуточная передача, к.п.д. которой обозначим через  $\eta_{\text{пер}}$ . Для определения полного к.п.д. компрессорной установки  $\eta_{\text{к}}$  необходимо учитывать к.п.д. двигателя  $\eta_{\text{дв}}$ :

$$\eta_{\text{к}} = \eta_{\text{мех}} \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}. \quad (6.66)$$

Полная мощность компрессорной установки будет:

$$N_k = \frac{GA'_k}{\eta_{\text{мех}} \eta_{\text{пер}} \eta_{\text{дв}}}. \quad (6.67)$$

**Роторные компрессоры.** Отличительной чертой роторных (ротационных) компрессоров является наличие в качестве рабочего органа вращающегося ротора различных конструкций. Ниже будут рассмотрены три типа роторных компрессоров.

**Пластинчатые компрессоры.** На рис. 6.31 изображен пластинчатый компрессор.

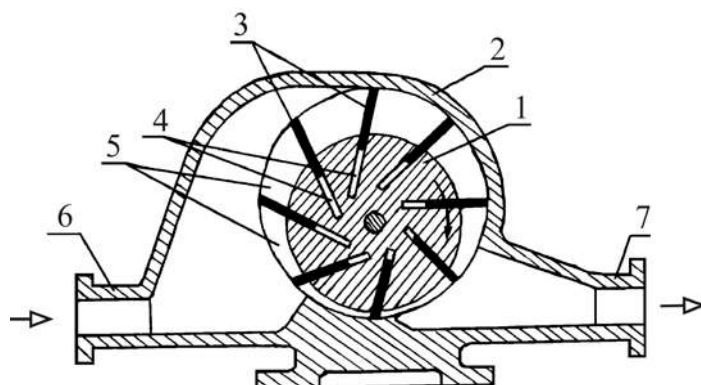


Рис. 6.31. Пластинчатый компрессор: 1 – ротор; 2 – корпус; 3 – пластины; 4 – прорезы; 5 – межпластинчатые камеры; 6 – всасывающий патрубок; 7 – нагнетательный патрубок

Работает компрессор следующим образом. В корпусе 2 вращается ротор 1, эксцентрично расположенный относительно внутренней поверхности корпуса. Пластины 3 свободно перемещаются в прорезах ротора 4, при его вращении они выбрасываются из прорезей центробежной силой и плотно прижимаются к внутренней поверхности корпуса. Между ротором и внутренней поверхностью корпуса имеется серповидное пространство. Пластины делят серповидное пространство на замкнутые межпластинчатые камеры 5, объемы которых в направлении вращения с одной стороны расширяются, а с другой – уменьшаются. Газ, входящий по всасывающему патрубку 6 в расширяющиеся камеры, сжимается при вращении ротора в камерах с уменьшающимся объемом и поступает в нагнетательный патрубок 7. Зазор между ротором и внутренней поверхностью корпуса в нижней части образует вредное пространство. Таким образом, пластинчатый компрессор работает по принципу поршневого компрессора: газ сжимается в результате уменьшения



рабочего объема межпластинчатой камеры. Достигаемая на практике степень сжатия газа обычно равна 3–4. Роторные пластинчатые компрессоры изготавливают одно- и двухступенчатыми, у последних увеличивается конечная степень сжатия газа.

**Водокольцевые компрессоры.** Устройство водокольцевого (мокрого) компрессора и соответствующие обозначения приведены на рис. 6.32. В водокольцевом компрессоре лопасти 3 жестко соединены с ротором 2 и одинаковы по длине. Перед пуском компрессор примерно на половину заливают водой. При вращении ротора вода под действием центробежной силы отбрасывается к периферии и образует вращающееся водяное кольцо 4, которое несколько толще в зоне всасывания и тоньше в зоне нагнетания из-за разности давлений в этих зонах. Между лопастями ротора и водяным кольцом образуются ячейки, объем которых за время первой половины оборота ротора увеличивается, а за время второй половины – уменьшается. Газ засасывается через патрубок 5, а сжатый газ выходит через патрубок 6. Сжатие газа происходит в ячейках Б, В, Г, Д благодаря уменьшению их объема. Ячейка А относится к зоне всасывания. Таким образом, по принципу действия водокольцевой компрессор аналогичен пластинчатому, но роль корпуса и прорезей здесь выполняет жидкостное кольцо.

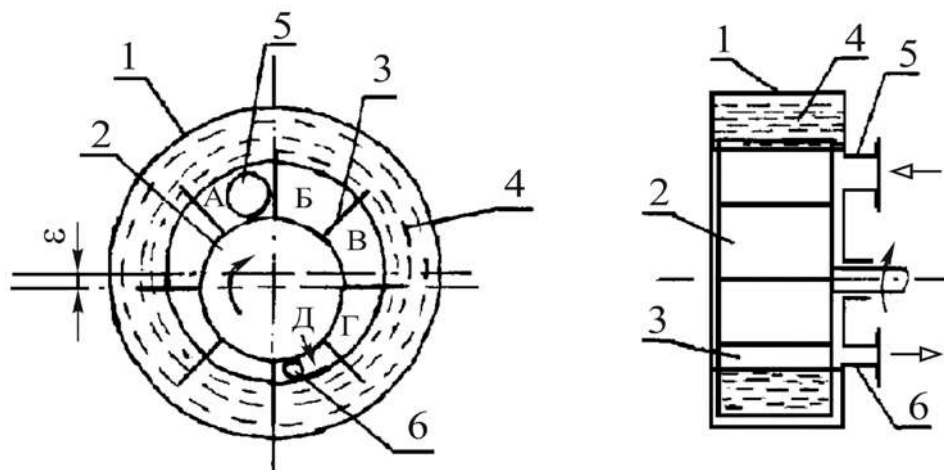
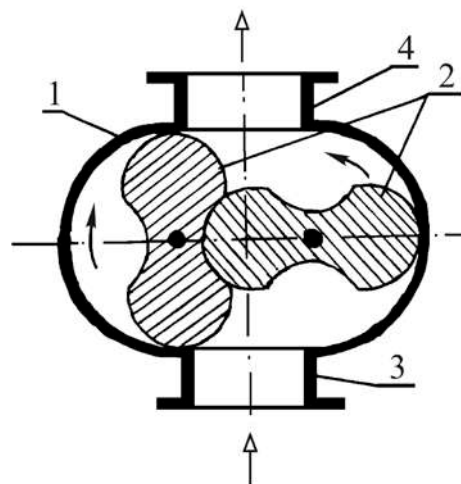


Рис. 6.32. Водокольцевой компрессор:  
1 – цилиндрический корпус; 2 – ротор;  
3 – лопасти; 4 – жидкостное кольцо; 5 –  
всасывающий патрубок; 6 – нагнетательный  
патрубок;  $\varepsilon$  – эксцентриситет между центрами  
окружностей ротора и корпуса

Давление, которое создает водокольцевой компрессор, невелико. Поэтому его используют как газодувку.

**Компрессор с двумя вращающимися поршнями.** Устройство компрессора показано на рис. 6.33.

Рис. 6.33. Компрессор с двумя вращающимися поршнями: 1 – корпус; 2 – поршень; 3 – всасывающий патрубок; 4 – нагнетательный патрубок



В корпусе 1 на двух параллельных валах вращаются два поршня 2. Один из них приводится во вращение электродвигателем, второй связан с первым зубчатой передачей, передаточное число которой равно единице. При вращении поршни плотно прилегают один к другому и к стенкам корпуса, образуя две разобщенные камеры: в одной из них происходит всасывание, в другой – нагнетание. Газ поступает через всасывающий патрубок 3 и перемещается поршнями по периферии корпуса. При поступлении в нагнетательный патрубок 4 газ сжимается и выталкивается в напорный трубопровод.

### 6.2.3. Динамические компрессоры

**Центробежные компрессоры.** Центробежные компрессоры по принципу действия аналогичны центробежным насосам. Они имеют одно или несколько лопастных колес, при вращении которых развивается центробежная сила, сообщаящая газу кинетическую энергию, преобразующуюся затем в энергию давления. В данном случае рабочим телом, в отличие от центробежных насосов, является газ, сжатие которого сопровождается уменьшением объема. По величине создаваемого избыточного давления центробежные компрессоры носят следующие наименования:

- турбокомпрессоры – рабочее давление более 0,3 МПа;
- турбогазодувки – от 0,01 до 0,3 МПа;
- вентиляторы – до 0,01 МПа.

Турбогазодувки отличаются от турбокомпрессоров числом рабочих колес (ступеней сжатия): первые имеют 1 – 4, а вторые до 16 и более.

**Турбогазодувки и турбокомпрессоры.** Одноступенчатая турбогазодувка показана на рис. 6.34.

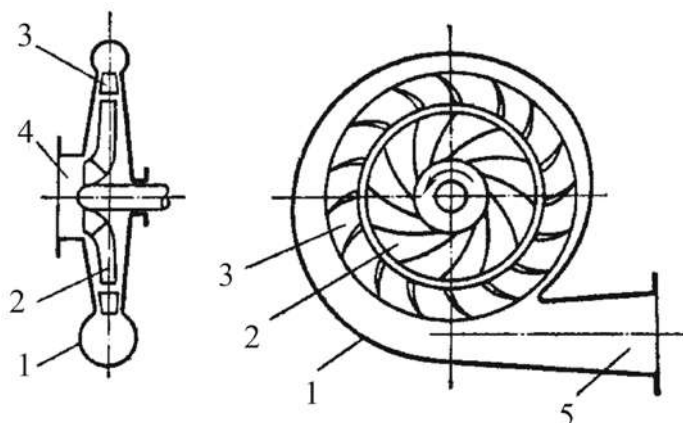


Рис. 6.34. Одноступенчатая турбогазодувка:  
1 – корпус; 2 – рабочее колесо;  
3 – направляющий аппарат; 4 – всасывающий патрубок; 5 – нагнетательный патрубок

Работает турбогазодувка следующим образом. В спиралевидном корпусе 1 вращается рабочее колесо 2 с лопастями внутри направляющего аппарата 3, в котором происходит преобразование кинетической энергии газа в потенциальную энергию давления. Направляющий аппарат представляет собой два кольцевых диска, соединенных между собой лопатками с наклоном, противоположным наклону лопастей рабочего колеса.

Многоступенчатая турбогазодувка изображена на рис. 6.35.

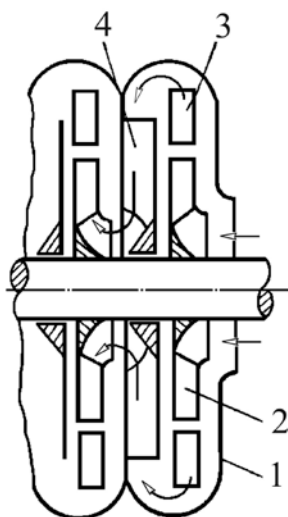


Рис. 6.35. Многоступенчатая турбогазодувка:  
1 – корпус; 2 – рабочее колесо; 3 – направляющий аппарат; 4 – обратный канал

Работает она следующим образом. Газ, пройдя через первое колесо 2 и направляющий аппарат 3, с более высоким давлением поступает через обратный канал 4 на следующее рабочее колесо. Диаметры рабочих колес турбогазодувки постоянны, но ширину их с учетом изменения объема газа при

сжатии уменьшают в направлении от первого колеса к последнему. Таким путем достигается возможность сжатия газа в каждой последующей ступени без изменения скорости вращения и формы лопастей рабочих колес.

Степень сжатия в турбогазодувках не превышает 3, поэтому в турбогазодувках сжимаемый газ между ступенями не охлаждают. Для получения более высоких степеней сжатия, чем в турбогазодувках, применяют турбокомпрессоры, по устройству аналогичные турбогазодувкам, но имеющие значительно большее число рабочих колес. В турбокомпрессорах по мере перехода к ступеням более высокого давления уменьшается не только ширина, но и диаметр рабочих колес. В связи со значительной степенью сжатия газа в турбокомпрессорах и соответствующим увеличением температуры газа производят его охлаждение, которое осуществляют путем подачи холодной воды в специальные каналы внутри корпуса, либо в выносных промежуточных холодильниках. Давление нагнетания в турбокомпрессорах достигает 2,5 – 3,0 МПа.

**Центробежные вентиляторы.** Центробежные вентиляторы условно делятся по величине избыточного давления на вентиляторы низкого давления ( $p < 10^3$  Па); среднего давления ( $p = 10^3 - 3 \cdot 10^3$  Па) и высокого давления ( $p = 3 \cdot 10^3 - 10^4$  Па).

На рис. 6.36 изображен вентилятор низкого давления. В спиралеобразном корпусе 1 вентилятора вращается рабочее колесо 2 с большим числом лопаток. Отношение ширины лопатки к ее длине зависит от развиваемого давления и является наименьшим для вентиляторов высокого давления. Газ поступает по оси вентилятора через патрубок 3 и удаляется из корпуса вентилятора через нагнетательный патрубок 4. Лопатки вентилятора обычно выполняют загнутыми вперед (угол  $\beta_2 > 90^\circ$ , см.рис. 6.3) или загнутыми назад ( $\beta_2 < 90^\circ$ ) по направлению вращения колеса. При лопатках, загнутых вперед, заданный напор получают при меньшей окружной скорости колеса, соответственно при меньшем его диаметре, чем при лопатках, загнутых назад; однако гидравлическое сопротивление последних ниже.

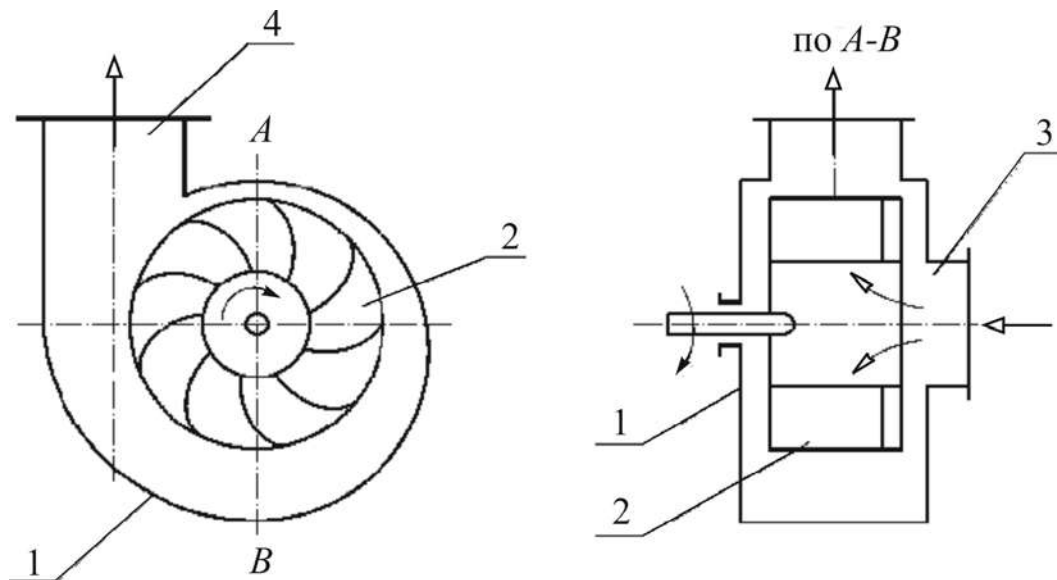


Рис. 6.36. Центробежный вентилятор низкого давления:  
1 – корпус; 2 – рабочее колесо; 3, 4 – всасывающий и нагнетательный патрубки

Рабочие колеса вентиляторов низкого и среднего давления, обладающих большими производительностями, имеют относительно большую ширину. Для того чтобы обеспечить прочность и жесткость широких колес, окружная скорость их ограничивается (не более 30 – 50 м/с). Поэтому рабочие колеса таких вентиляторов изготавливаются с лопатками, загнутыми вперед ( $\beta_2 = 120^\circ - 150^\circ$ ), не считаясь с понижением гидравлического к.п.д.  $\eta_r$  вентилятора.

У вентиляторов высокого давления, обладающих меньшей производительностью, ширина колес относительно невелика. Поэтому их лопатки обычно загнуты назад.

Характеристики центробежных вентиляторов подобны характеристикам центробежных насосов (см. рис. 6.6), а зависимость производительности, напора и мощности от числа оборотов выражается уравнениями (6.24) – (6.26). Рабочий режим устанавливается по точке пересечения характеристики центробежного вентилятора с характеристикой сети (см. рис. 6.8). Мощность на валу вентилятора  $N_B$  находят по уравнению

$$N_B = \frac{\dot{V} H \rho g}{\eta_B}, \quad (6.68)$$

где  $\dot{V}$  – производительность вентилятора, м<sup>3</sup>/с;  $H$  – напор вентилятора,

м;  $\rho$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  $\eta_v = \lambda_r \lambda_v \lambda_{мех}$  – к.п.д. вентилятора, определяемый произведением коэффициентов подачи  $\lambda_v$ , гидравлического  $\lambda_r$  и механического  $\lambda_{мех}$  к.п.д.

Напор вентилятора  $H$  рассчитывают с помощью уравнения (6.12) или определяют по рабочей точке (см. рис. 6.8).

**Осевые компрессоры и вентиляторы.** Устройство осевого компрессора показано на рис. 6.37.

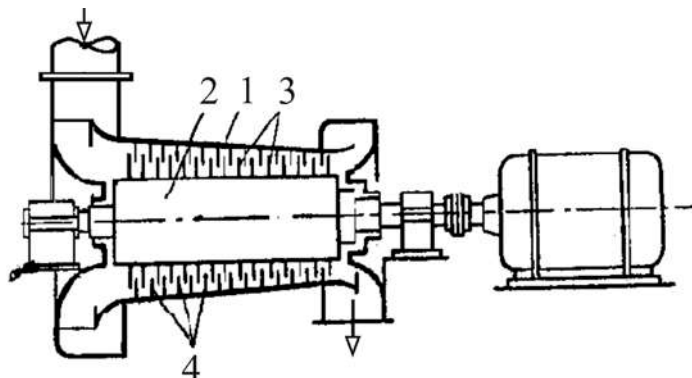
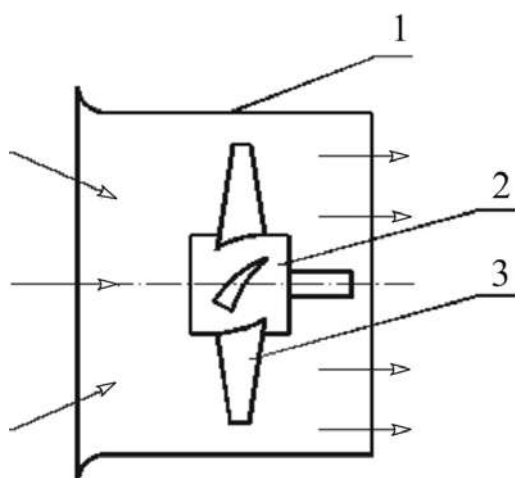


Рис. 6.37. Осевой компрессор: 1 – корпус; 2 – ротор; 3 – лопасти; 4 – направляющий аппарат

В корпусе 1 вращается с большой скоростью ротор 2, на котором расположены лопасти 3, имеющие форму винтовой поверхности. Газ захватывается лопастями и перемещается вдоль оси компрессора, получая при этом от лопастей и вращательное движение. Для устранения вращательного движения газа на внутренней поверхности корпуса укреплены неподвижные лопатки, образующие направляющий аппарат 4, по каналам которого газ поступает в напорный патрубок. Осевые компрессоры имеют значительное число ступеней (10 – 20) и работают без охлаждения газа. Они имеют высокий к.п.д., обеспечивают высокую производительность (более 20 м<sup>3</sup>/с), но создаваемое ими давление не превышает 0,5 – 0,6 МПа.

Осевые вентиляторы имеют сходство с осевым компрессором в том, что газ в нем движется вдоль оси вентилятора. На рис. 6.38 изображен осевой вентилятор. Такой вентилятор имеет корпус 1 в виде короткого участка цилиндрической трубы, в котором расположено рабочее колесо-пропеллер 2 с лопатками 3, изогнутыми по винтовой поверхности. При вращении рабочего колеса лопатки захватывают газ и перемещают его вдоль оси колеса. Вследствие

низкого сопротивления, оказываемого вентилятором движущемуся потоку газа, и незначительности потерь на трение газа о лопатки, к.п.д. осевых вентиляторов существенно выше, чем у центробежных. В то же время напор, развиваемый осевыми вентиляторами, в 3 – 4 раза



меньше, чем у центробежных вентиляторов, поэтому осевые вентиляторы применяют для перемещения больших количеств газа при незначительном сопротивлении сети.

Рис. 6.38. Осевой вентилятор:

1 – корпус; 2 – колесо-пропеллер; 3 – лопатки

#### 6.2.4. Вакуум-насосы

Ряд процессов химической технологии осуществляется под вакуумом (например, сублимационная сушка (разд. 17.8.5), молекулярная перегонка (разд. 14.2.1) и др.). По величине остаточного давления различают низкий, средний и высокий вакуум. При низком вакууме преобладают столкновения молекул газа между собой. Длина свободного пробега молекул газа  $\lambda$  значительно меньше линейного размера сосуда, в котором заключен газ,  $d$  ( $\lambda \ll d$ ). При среднем вакууме число соударений молекул газа между собой и число столкновений молекул со стенкой сосуда примерно равны ( $\lambda \approx d$ ). При высоком вакууме преобладают столкновения молекул газа со стенками сосуда ( $\lambda \gg d$ ). При понижении давления длина свободного пробега молекул увеличивается в значительной степени. Так, при давлении 0,1 Па,  $\lambda \approx 10$  см, а при давлении  $10^{-9}$  Па,  $\lambda \approx 10$  км.

На практике при низком вакууме часто применяется единица измерения «процент вакуума», причем

$$\% \text{ вакуума} = \frac{1,013 \cdot 10^5 - p_0}{1,013 \cdot 10^5} 100,$$

где  $p_0$  – остаточное давление в сосуде, из которого откачивается газ, Па.

**Вакуум-насосы и их характеристики.** Вакуум-насосами

(вакуумными компрессорами) называются устройства, которые откачивают газ из производственной емкости с давлением ниже атмосферного и, сжимая его, выталкивают в атмосферу. В данном разделе мы будем рассматривать только вакуум-насосы двух типов, применяемых в промышленности: объемные и динамические.

**Объемные вакуум-насосы.** К этому типу вакуум-насосов в первую очередь относятся *поршневые* вакуум-насосы. Поршневые вакуум-насосы применяются в химической промышленности в тех процессах, где требуется давление 0,6 – 13 кПа и для откачки больших объемов воздуха (до 1 м<sup>3</sup>/с). По своему устройству поршневые вакуум-насосы мало отличаются от устройства рассмотренных ранее поршневых насосов и компрессоров. Они имеют специальное газораспределительное устройство, связывающее цилиндр, откачиваемый объект и атмосферу. Поршневые вакуум – насосы бывают «сухие» и «мокрые». Первые откачивают из аппарата только газ, а вторые могут откачивать смесь газа с жидкостью. В конструктивном отношении «сухие» и «мокрые» вакуум-насосы совершенно одинаковы, за исключением распределительного устройства.

**Вращательные вакуум-насосы со скользящими пластинами.** По конструкции они аналогичны роторным пластинчатым компрессорам (рис. 6.31). Применяются для удаления основной массы воздуха или другого газа из производственных емкостей больших размеров, а также для создания централизованных систем предварительного разрежения. Предельное давление перед насосом не может быть меньше 1,3 – 3,3 кПа.

**Вращательные вакуум-насосы с жидкостным поршнем** аналогичны по конструкции водокольцевым компрессорам (рис. 6.32). Они применяются в тех случаях, где требуется давление 3,3 – 80 кПа, а также тогда, когда не допускается соприкосновение газа со смазкой и возможно воспламенение газа при низкой температуре. Они относятся к «мокрым» вакуум-насосам и могут откачивать газ в смеси с жидкостью, их производительность составляет до 0,13 м<sup>3</sup>/с.

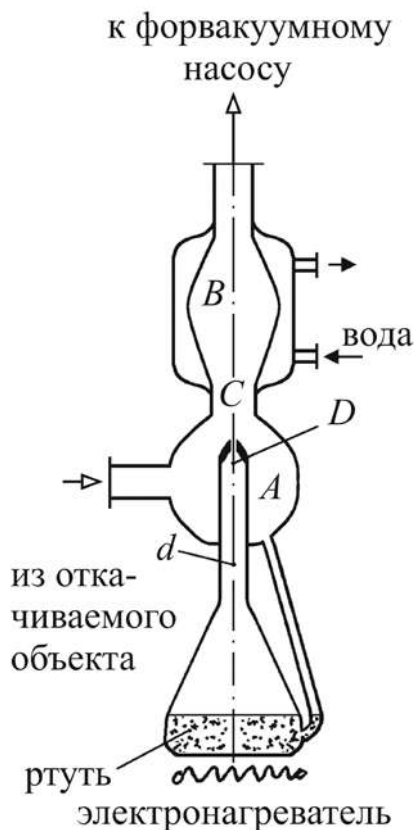
**Двухроторные бессмазочные вакуум-насосы** аналогичны по конструкции компрессору с двумя вращающимися поршнями (рис. 6.33). Эти вакуум-насосы требуют предварительного разрежения в аппарате перед их включением в работу. Предельное давление, обеспечиваемое насосом, равно 1 Па.



**Динамические вакуум-насосы.** К этому типу относится **эжекторный вакуум-насос**. По своей конструкции аналогичен струйному насосу (рис. 6.12), рабочей средой является водяной пар. В химической промышленности наибольшее распространение получили пяти- и четырехступенчатые парозежекторные вакуум-насосы. Между собой ступени насоса соединяются последовательно (выход одного насоса соединяется со входом следующего и т.д.), причем из последней ступени отсасываемый газ выбрасывается в атмосферу. В зависимости от марки вакуум-насоса остаточное давление может быть от 0,4 до 23,4 кПа и производительность (по сухому воздуху) от  $2,8 \cdot 10^{-3}$  до 0,17 кг/с.

**Диффузионный вакуум-насос** относится к эжекторному виду струйных насосов. Рабочей средой являются пары ртути. Такие вакуум-насосы применяются в основном в лабораторной практике для получения давления порядка  $4 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-4}$  Па (высокого вакуума). Эти насосы могут работать при давлении предварительного вакуума порядка 100 Па. Предварительный вакуум создается другим насосом, называемым **форвакуумным насосом**.

На рис. 6.39 схематически изображен ртутный диффузионный вакуум-насос, работа которого происходит следующим образом. Струя



пара ртути, образовавшегося в подогревательном резервуаре с ртутью, проходит через трубку  $d$  (паропровод) в сопло  $D$ , из которого затем проходит в направлении сосуда  $B$ , сообщаемого с форвакуумом. Эта струя пара образует в сужении  $C$  своего рода перегородку между пространством высокого вакуума, которое соединяется с откачиваемым сосудом, и пространством предварительного вакуума  $B$ , которое соединено с форвакуумным насосом.

Рис. 6.39. Диффузионный вакуум-насос

Молекулы газа диффундируют через сужение из пространства  $A$  в пространство  $B$ , так как внутренняя часть паровой струи,

состоящая из вновь образовавшегося в нагревателе пара, свободна от газа. В пространстве  $B$  (конденсатора) на охлаждаемых водой стенках происходит конденсация ртутного пара, а отделенные от пара молекулы откачиваемого газа отводятся в форвакуум, сконденсировавшаяся ртуть стекает по стенкам в пространство  $A$ , откуда по трубочке перетекает в нагреваемый резервуар.

Диффузионные насосы являются одними из лучших для создания высокого вакуума.

### **6.2.5. Сравнительный анализ работы компрессорных машин**

Компрессорные машины различного типа отличаются присущими им характерными особенностями, что и определяет границы областей их применения, хотя эти границы и не всегда строго однозначны.

**Поршневые компрессоры.** Достоинствами поршневых компрессоров является возможность создания высоких степеней сжатия при неограниченном практически нижнем пределе производительности, а также высокий коэффициент полезного действия. Они в то же время имеют много недостатков: а) тихоходность, обуславливающая громоздкость, большой вес компрессора, сравнительно небольшой верхний предел производительности ( $3 - 4 \text{ м}^3/\text{с}$ ), большой и тяжелый механизм привода машины от двигателя, большую занимаемую производственную площадь; б) большие инерционные усилия вследствие возвратно-поступательного движения поршней, вызывающие необходимость в массивном фундаменте; в) загрязнение сжимаемых газов смазочными маслами; г) неравномерность всасывания и нагнетания газа; д) большое количество быстроизнашивающихся трущихся деталей; е) чувствительность к загрязненным газам; ж) высокая стоимость; з) сложность обслуживания. Указанные недостатки и достоинства определяют границы применения поршневых компрессоров. Их применяют при высоких степенях сжатия газов при любой производительности (но не выше указанного ранее предела). При степенях сжатия ниже 2 они неэкономичны из-за возрастающей доли гидравлических (в клапанах) и механических потерь.

**Центробежные компрессоры** лишены перечисленных недостатков, свойственных поршневым машинам. Благодаря своей

быстроходности они отличаются более простым устройством и надежностью действия, компактностью и меньшим весом, меньшей занимаемой площадью и более легкими фундаментами, непрерывностью и равномерностью подачи, отсутствием загрязнения газа маслами, возможностью непосредственного соединения с электродвигателем, более низкой стоимостью и легкостью обслуживания. Большим достоинством турбокомпрессоров является высокий верхний предел производительности ( $50 \text{ м}^3/\text{с}$ ). К числу недостатков рассматриваемых машин относятся несколько более низкий коэффициент полезного действия (по сравнению с поршневыми) и ограниченный нижний предел производительности (около  $1,5 \text{ м}^3/\text{с}$ ).

Областью целесообразного применения центробежных компрессоров является высокая производительность при малых и средних степенях сжатия газа.

**Осевые компрессоры** обладают почти всеми достоинствами и недостатками центробежных. Различие состоит прежде всего в более высоких значениях нижнего и верхнего пределов производительности. При подаче менее  $4 - 5 \text{ м}^3/\text{с}$  происходит снижение коэффициента полезного действия из-за значительного уменьшения высоты лопастей. Верхний предел производительности осевых компрессоров достигает  $170 \text{ м}^3/\text{с}$ , но степень сжатия редко превышает 12.

**Пластинчатые компрессоры** по сравнению с поршневыми значительно проще по устройству, требуют в 5 – 6 раз меньше площади для установки в помещении, непосредственно соединяются с электродвигателем, имеют равномерную подачу, небольшой вес. В отличие от центробежных машин они могут быть использованы для малых и средних производительностей, имея при этом более высокий коэффициент полезного действия, а также слабую зависимость напора от производительности. Недостатками являются ограниченная степень сжатия газа (3 – 4), более низкий механический коэффициент полезного действия, высокая точность изготовления.

**Компрессоры с двумя вращающимися поршнями** проще поршневых по устройству, меньше весом, имеют равномерную подачу. Подобно центробежным и осевым они не имеют внутренней смазки, но имеют более высокий коэффициент полезного действия. Они, однако, не допускают степени сжатия газа более 1,2 – 2,0 из-за увеличения утечки газа.

**Компрессоры с жидкостным кольцом** отличаются простотой устройства и надежностью действия, пригодны для сжатия запыленных газов. Степень сжатия в них ограничена (1,5 – 1,8), а коэффициент полезного действия очень низок (0,40 – 0,45). Последние два вида компрессорных машин правильнее относить к газодувкам вследствие невысокой степени сжатия.

В промышленных условиях часто оказывается целесообразным сочетание компрессоров различных типов: центробежных и поршневых, осевых и центробежных и т.п. При таких сочетаниях можно обеспечить каждому компрессору оптимальный рабочий режим. Поскольку оптимальные рабочие режимы разных компрессоров часто в определенных пределах совпадают, то не исключено, что в ряде случаев по рабочим параметрам могут оказаться равноценными несколько типов. Тогда выбор оптимального варианта следует сделать на основе экономического расчета.

#### **6.2.6. Генерация, сжатие и транспортирование паров**

В промышленности для технических нужд химический предприятий пар с требуемыми параметрами (температура  $T$ , давление  $p$ , энтальпия  $I$ ) поступает от генераторов пара (чаще всего из котельной), где его доводят до нужных параметров путем подвода тепла. Для транспортирования пара определяются необходимые давление и температура с учетом потерь давления при его транспортировании и потерь тепла в окружающую среду. В большинстве случаев потребителю требуется насыщенный водяной пар определенного давления. Если от генератора пара поступает пар, имеющий давление ниже требуемого, то его давление можно повысить при помощи компрессоров, но в этом случае возможен перегрев пара. Чтобы получить насыщенный пар в процессе сжатия, в него впрыскивают определенное количество жидкости, необходимое для получения насыщенного пара.

В промышленности от ряда пароиспользующих установок, например, выпарных (разд. 11.1), отводится значительное количество отработанного пара, параметры которого ( $T$ ,  $p$ ) непригодны для его дальнейшего использования в технологических целях. Имеются устройства называемые *трансформаторами тепла* или *тепловыми*

насосами, при помощи которых путем затраты электрической или тепловой энергии можно повысить давление отработанного пара до величины, необходимой для его дальнейшего использования, и тем самым обеспечить значительную экономию тепла.

Трансформация тепла может осуществляться механическим, струйным или химическими способами (последний мы рассматривать не будем, так как в промышленности он используется редко).

**Механическая трансформация тепла.** Механическая трансформация тепла осуществляется компрессорами. Поршневые компрессоры не используются в качестве трансформаторов тепла, так как при больших объемах пара низкого давления поршневые компрессоры должны иметь очень большие размеры. В качестве трансформаторов тепла используются турбокомпрессоры, которые компактны, имеют достаточно высокий к.п.д. и имеют привод от электродвигателя. Турбокомпрессоры для сжатия пара существенно не отличаются от турбокомпрессоров для сжатия воздуха или других газов. Они могут быть рассчитаны на очень большие производительности; затруднения чаще возникают при малых расходах сжимаемого пара (от  $0,7 \text{ м}^3/\text{с}$  и менее). В этих случаях могут использоваться роторные компрессоры (кроме водокольцевых). При использовании компрессоров в результате сжатия пар может оказаться перегретым. Во избежание сильного перегрева производят впрыскивание жидкости в пар во время его сжатия.

**Трансформация тепла при помощи пароструйных компрессоров.** В качестве теплового насоса получили большое распространение струйные компрессоры. Принципиальная схема пароструйного компрессора показана на рис. 6.40. Рабочий пар с давлением  $p_p$  и скоростью  $W_p$  подводится к соплу 1, где его скорость увеличивается от  $W_p$  до  $W_2$ , а давление уменьшается от  $p_p$  до  $p_2$ . Со скоростью  $W_2$  пар выходит из сопла и проходит в камеру смешения 3. По пути между соплом и камерой смешения рабочий пар подсасывает инжектируемый пар (низкого давления), который подводится к приемной камере 2 струйного компрессора с давлением  $p_{и}$ . Инжектируемый пар поступает в камеру смешения 3, инжектирующий (рабочий) и инжектируемый пар перемешиваются и их скорости выравниваются. В конце камеры смешения пар имеет среднюю скорость  $W_3$  и давление  $p_3$ , после чего поступает в диффузор 4. В диффузоре давление пара возрастает от  $p_3$  до  $p_c$ , с которым он выходит

из пароструйного компрессора. Принцип действия пароструйного компрессора аналогичен принципу действия струйного насоса (см. рис. 6.12).

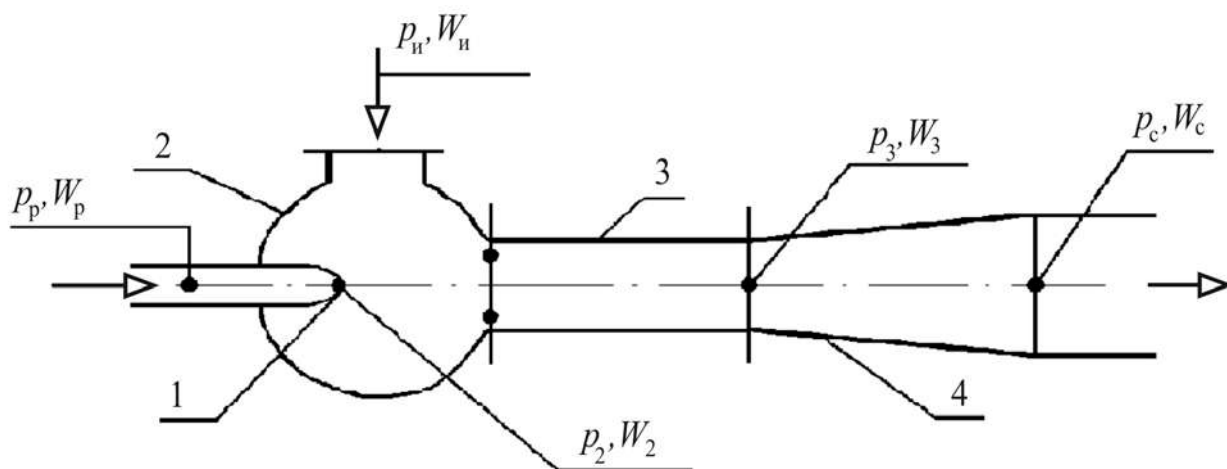


Рис. 6.40. Пароструйный компрессор: 1 – сопло; 2 – приемная камера; 3 – камера смешения; 4 – диффузор

Трансформация тепла применяется, в частности, в процессах выпаривания (выпарные аппараты с тепловым насосом) и ректификации (ректификационные установки с тепловым насосом). При трансформации тепла пар низкого давления получает более высокое давление, что дает возможность транспортировать его по трубопроводам. В этом случае трубопроводы должны иметь надежную тепловую изоляцию, предотвращающую потери тепла в окружающую среду.

### Контрольные вопросы

1. Классификация насосов и их основные характеристики.
2. С помощью каких уравнений можно определить напор насоса?
3. Как влияет температура перекачиваемой жидкости на высоту всасывания? В чем заключается явление кавитации?
4. Принципы работы и устройства центробежного насоса? Что характеризуют относительная  $\bar{W}$  и окружная  $\bar{u}$  скорости жидкости в рабочем колесе?
5. Каким образом определяются производительность и развиваемый

центробежным насосом напор при его работе на сеть?  
Совместная работа насосов.

6. Устройство и область применения осевых (пропеллерных) насосов.
7. Преимущества и недостатки вихревых насосов по сравнению с центробежными.
8. Принцип действия и устройство струйных насосов.
9. Область применения газлифтов.
10. Принцип действия и типы поршневых насосов.
11. Как изменяется подача поршневого насоса одинарного действия за один поворот вала? В чем преимущество насосов двойного действия?
12. С какой целью устанавливаются воздушные колпаки на всасывающей и нагнетательной линиях у поршневых насосов одинарного действия?
13. Для перекачивания каких жидкостей используются диафрагмовые насосы?
14. Могут ли использоваться поршневые насосы для перекачивания жидкостей, содержащих частицы твердой фазы?
15. Почему в промышленности чаще используются центробежные насосы, а не поршневые?
16. Принцип работы и устройство роторных насосов.
17. Для каких целей используется пневматический насос Монтежю?
18. Проведите сравнительный анализ работы насосов различных типов.
19. Классификация компрессорных машин и их основные характеристики.
20. Что понимается под изотермическим, адиабатным и политропным процессами сжатия газа? Какими уравнениями они описываются?
21. Принцип действия, теоретическая и действительная диаграммы работы поршневого компрессора.
22. С какой целью используется многоступенчатое сжатие газа в поршневых компрессорах?
23. Что называется объемным к.п.д. поршневого компрессора и от чего он зависит?
24. Каким образом определяются теоретическая работа и мощность на валу компрессора?

25. Принцип действия и устройство роторных компрессоров.
26. Устройство и работа центробежных и осевых компрессорных машин.
27. Вакуум-насосы и их отличия от других компрессорных машин.
28. Проведите сравнительный анализ работы компрессорных машин различных типов.
29. Генерация, сжатие и транспортирование паров.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Какими способами можно увеличить высоту всасывания насоса?
2. При каком положении запорного устройства на нагнетательной линии необходимо включать центробежный и вихревой насосы и почему?
3. Изменяются ли объемная и массовая производительности поршневого одноступенчатого компрессора, если на линии всасывания температура газа увеличится в два раза при том же давлении?



## Глава 7. РАЗДЕЛЕНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ

### *Неоднородные системы и методы их разделения.*

Неоднородными (гетерогенными) называются системы, состоящие из двух или нескольких фаз. Фаза, которая состоит из отдельных мелких частиц, называют *дисперсной* (внутренней) фазой. Фаза, в которой распределены мелкие частицы дисперсной фазы, называется *сплошной* фазой, или *дисперсионной средой*.

В зависимости от агрегатного состояния сплошной или дисперсной фаз и размера частиц дисперсной фазы неоднородные системы классифицируются следующим образом:

#### 1. Сплошной фазой является жидкость:

а) дисперсной фазой являются твердые частицы – *суспензии*. В зависимости от размеров частиц твердой фазы суспензии подразделяются на грубые (более 100 мкм), тонкие (0,5 – 100 мкм) и мути (0,1 – 0,5 мкм). Переходную область между суспензиями и истинными растворами занимают коллоидные растворы (размеры частиц являются средними между размерами молекул и частиц взвесей);

б) дисперсной фазой является жидкость (капли), которая не растворима в сплошной фазе – *эмульсии*. С увеличением концентрации дисперсной фазы появляется возможность *инверсии* (обращения) фаз. В результате *коалесценции* (слияния) капле дисперсная фаза становится сплошной, а бывшая сплошная фаза становится дисперсной;

в) дисперсной фазой является газ (пузырьки) – *пены*. Эти газо-жидкостные системы по своим свойствам близки к эмульсиям.

#### 2. Сплошной фазой является газ:

а) дисперсной фазой являются твердые частицы – *газовзвеси*. В зависимости от размеров частиц твердой фазы газовзвеси делятся на *пыли* (более 5 мкм) и *дымы* (менее 5 мкм), часто термин *пыль* используется для названия только твердых частиц газовзвеси;

б) дисперсная фаза состоит из частиц жидкости – *туманы* (0,3 – 5 мкм).

Пыли, дымы и туманы носят общее название – *аэрозоли*. Дисперсные системы, содержащие различные по размеру частицы, называются полидисперсными, а системы, размеры частиц которых близки между собой – монодисперсными. Некоторые неоднородные

системы являются относительно устойчивыми, т.е. способны существовать относительно длительное время (тонкие суспензии, дымы, туманы), другие – неустойчивы (грубые суспензии и др.). Устойчивость системы зависит от размера частиц дисперсной фазы и физических свойств самой системы (плотностей обеих фаз, их вязкости и т.д.). Так, например, в эмульсиях и пенах может происходить коалесценция (слияние) капель и пузырей, в суспензиях – укрупнение твердых частиц в результате их слипания (*коагуляция*).

В химической технологии широко используются процессы разделения неоднородных систем. Выбор метода разделения обуславливается, главным образом, размерами частиц дисперсной фазы, разностью плотностей фаз, вязкостью сплошной фазы, требованиями к качеству разделения.

На практике применяются следующие методы разделения: *осаждение, фильтрование и мокрая очистка газов*.

Осаждение – это процесс разделения неоднородных систем за счет различного действия сил на элементы сплошной и дисперсной фаз. В зависимости от действующих сил можно выделить виды осаждения: под действием силы тяжести (*отстаивание*), центробежной силы (*циклонный процесс, центрифугирование*), электростатических сил (*очистка газов в электрическом поле*).

Фильтрование – это процесс разделения при помощи пористой перегородки, способной пропускать жидкость или газ, но задерживать взвешенные в них твердые частицы. Движущей силой является разность давлений. Если разность давления создается под действием центробежной силы, процесс называют центробежным фильтрованием.

Мокрая очистка газов – это процесс улавливания взвешенных в газе частиц жидкостью. Улавливание осуществляется как под действием сил инерции, так и под действием сил тяжести.

**Материальный баланс процессов разделения.** Для составления материального баланса введем обозначения  $G_{ис}$ ,  $G_{осв}$ ,  $G_{ос}$  – массовые расходы исходной смеси, очищенной (осветленной) сплошной фазы, осадка (сгущенной дисперсной фазы), кг/с;  $\bar{x}_{ис}$ ,  $\bar{x}_{осв}$ ,  $\bar{x}_{ос}$  – массовые доли дисперсной фазы в исходной смеси, в очищенной сплошной фазе и в осадке.

При отсутствии потерь вещества в процессе разделения

уравнение материального баланса для двухфазной системы запишется в виде

$$G_{\text{ис}} = G_{\text{осв}} + G_{\text{ос}}, \quad (7.1)$$

а по дисперсной фазе –

$$G_{\text{ис}} \bar{x}_{\text{ис}} = G_{\text{осв}} \bar{x}_{\text{осв}} + G_{\text{ос}} \bar{x}_{\text{ос}}. \quad (7.2)$$

Из уравнений (7.1) и (7.2) следует, что

$$G_{\text{осв}} = G_{\text{ис}} \frac{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{ис}}}{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{осв}}}, \quad (7.3)$$

$$G_{\text{ос}} = G_{\text{ис}} \frac{\bar{x}_{\text{ис}} - \bar{x}_{\text{осв}}}{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{осв}}}. \quad (7.4)$$

Полученные уравнения в данной форме применимы к процессам осаждения и фильтрования. Эффективность процесса разделения по *степени очистки*  $\eta$  (в %) газа или жидкости определяется зависимостью

$$\eta = \frac{\bar{x}_{\text{ис}} - \bar{x}_{\text{осв}}}{\bar{x}_{\text{ис}}} 100. \quad (7.5)$$

## 7.1. Осаждение

Процесс отделения дисперсной фазы от сплошной путем осаждения, как было указано ранее, может осуществляться под воздействием различного вида сил: под действием силы тяжести – отстаивание, под действием центробежной силы – циклонный процесс и осадительное центрифугирование, очистка газов под действием электростатических сил – электроосаждение.

### 7.1.1. Отстаивание

Процесс отстаивания осуществляется в наиболее простых в конструктивном отношении аппаратах – отстойниках. Движущей силой в этом случае является разность удельных весов участвующих в отстаивании фаз. Для систем «газ – твердое тело», «газ – жидкость» она относительно больше, чем для систем «жидкость – жидкость» и «жидкость – твердое тело». Малость величины движущей силы при отстаивании ограничивает область применения отстаивания и его эффективность.

В промышленности отстаивание применяют для грубой очистки

газов, для сгущения суспензий, для разделения эмульсий (в основном нестойких). Отстаивание применяют часто для предварительного разделения неоднородных сред, что удешевляет окончательное тонкое разделение более сложными способами.

В разделе 5.5 были рассмотрены законы свободного осаждения отдельных частиц в жидкостях и газах под действием силы тяжести и получены формулы для определения скорости их движения. При отстаивании концентрация дисперсной фазы в сплошной достаточно велика и происходит стесненное движение частиц, при этом скорость стесненного движения  $W_{oc,c}$  меньше скорости свободного осаждения  $W_{oc}$ . Скорость стесненного движения зависит также от объемной доли сплошной фазы  $\varepsilon$ . При стесненном движении твердых частиц, например, для суспензий и капель жидкости – для эмульсий, возможно их соприкосновение и образование ансамблей частиц, скорость которых значительно уменьшается по сравнению со скоростью свободного осаждения. Следует учитывать и то, что если осаждается полидисперсная фаза, то определение скорости стесненного осаждения значительно осложняется, так как крупные и мелкие частицы движутся с различными скоростями. Определение скорости стесненного осаждения производится по различным эмпирическим зависимостям.

### **7.1.2. Отстойники**

По способу организации процесса отстойники могут быть периодического, непрерывного и полупериодического действия. В последних подача разделяемой смеси и вывод очищенной сплошной фазы производятся непрерывно, а удаление сгущенной дисперсной фазы – периодически.

Отстойники периодического действия представляют собой емкости, куда заливается разделяемая смесь. После определенного времени отстаивания через боковой патрубок сливается очищенная сплошная фаза, а затем удаляется сгущенная (концентрированная) дисперсная фаза. В частности, при отстаивании суспензий в осадке будут содержаться твердые частицы с некоторым количеством сплошной фазы.

Наиболее широко распространены в промышленности

отстойники непрерывного действия. На рис. 7.1 показан отстойник непрерывного действия с гребковой мешалкой, применяемый для сгущения суспензий.

В корпус отстойника 1, представляющего цилиндрический резервуар с коническим дном 2, непрерывно подается суспензия по трубе 5. Твердые частицы под действием силы тяжести оседают на дно корпуса, образуя осадок. Гребковая мешалка перемещает осадок по направлению к разгрузочному отверстию. Мешалка вращается очень медленно и не нарушает осаждение дисперсной фазы. Осадок (сгущенная суспензия) отводится через разгрузочный патрубок 6 при помощи диафрагмового насоса. Очищенная сплошная фаза (осветленная жидкость) переливается в кольцевой желоб 4 и отводится через отводящий патрубок.

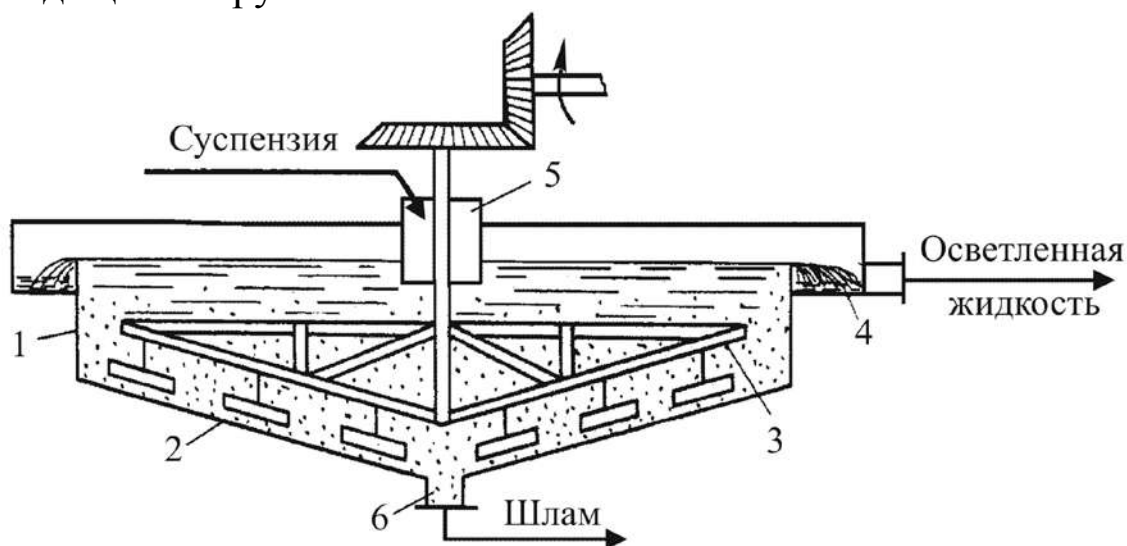
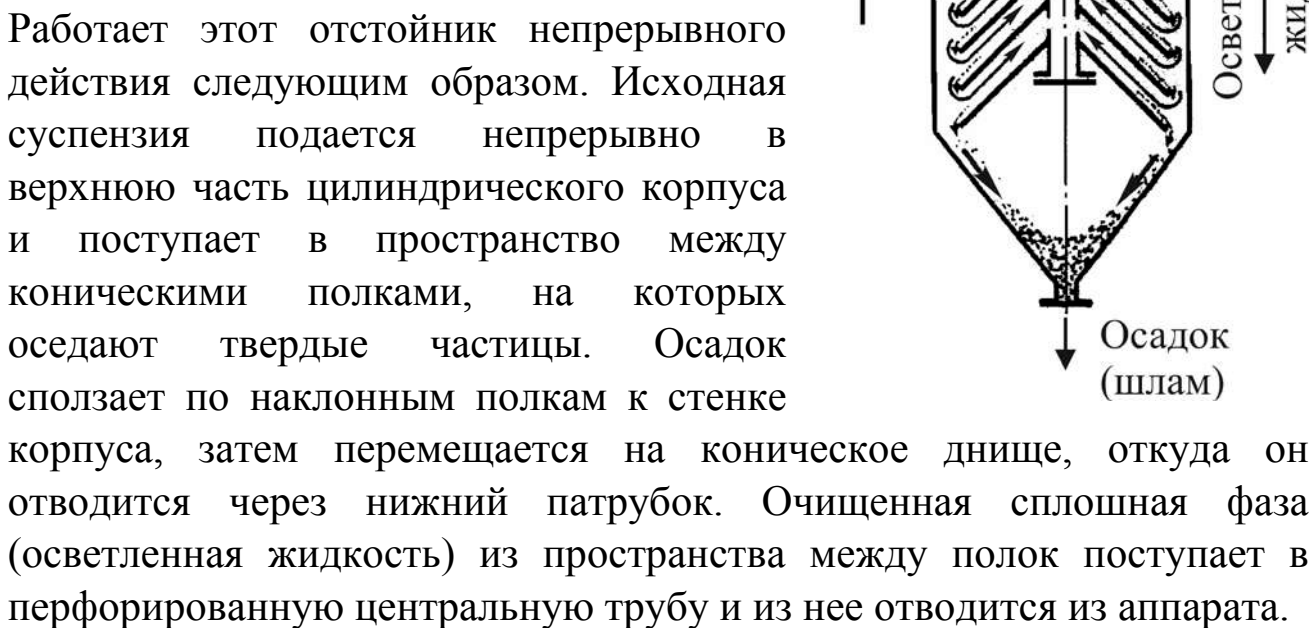


Рис. 7.1. Отстойник непрерывного действия с гребковой мешалкой: 1 – корпус; 2 – коническое днище; 3 – гребковая мешалка; 4 – кольцевой желоб; 5 – труба; 6 – разгрузочный патрубок

Вал мешалки приводится в движение от электродвигателя через редуктор (число оборотов вала  $0,00025 - 0,008 \text{ с}^{-1}$ ). Концентрация сгущенной смеси по твердой фазе достигает 30 – 35%. Диаметр отстойников такого типа находится в пределах от 1,8 до 30 м.

На рис. 7.2 показан отстойник непрерывного действия с коническими полками, он прост по конструкции, не имеет движущихся частей, имеет большую поверхность осаждения твердой фазы, что является его достоинствами. Недостаток состоит в том, что

Рис. 7.2. Отстойник непрерывного действия с коническими полками



- 275 -

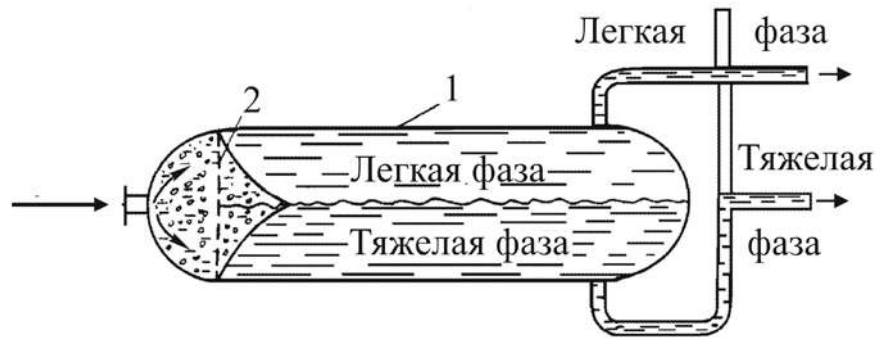
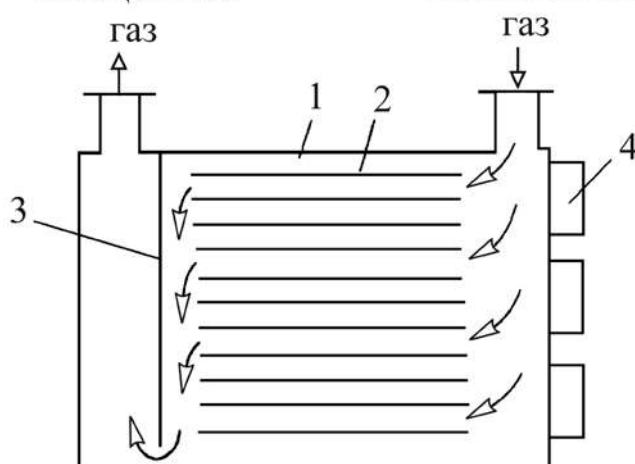


Рис. 7.3. Отстойник непрерывного действия для разделения эмульсий: 1 – корпус; 2 – перфорированная перегородка

Отстаивание твердых частиц в газовой среде подчиняется принципиально тем же закономерностям, что и осаждение их под действием силы тяжести в жидкостях. Поскольку скорость осаждения пропорциональна, при прочих равных условиях разности плотностей частиц и газа, то скорость очистки в газах будет выше скорости очистки в жидкостях. Несмотря на это очистка газов отстаиванием является малоэффективным процессом, так как действующие силы в данном случае невелики. Под действием силы тяжести из газа удастся достаточно полно выделить лишь крупные частицы пыли. Поэтому отстаивание используется для предварительной, грубой очистки газов, содержащих частицы пыли относительно крупных размеров (более 100 мкм). Степень очистки газа от пыли при этом не превышает

Очищенный

Запыленный 30-40%.



На рис. 7.4 показано устройство пылеосадительной камеры для очистки газа от пыли.

Рис. 7.4. Пылеосадительная камера: 1 – корпус; 2 – полки; 3 – отражательная перегородка; 4 – люки для удаления пыли

Запыленный газ поступает в корпус камеры 1, в котором установлены горизонтальные полки 2, и направляется в пространство между ними. При движении газа между полками и происходит процесс осаждения на последних. Пройдя полки, очищенный газ огибает вертикальную отражательную перегородку 3 и уходит из камеры. Основное назначение перегородки – обеспечение равномерного распределения газа между полками; кроме того, при огибании газом перегородки под действием сил инерции из него удаляется часть пыли. Осевшая на полках пыль периодически удаляется при помощи скребков через люки или же смывается водой.

**Расчет отстойников.** В отстойнике прямоугольного сечения длиной  $L$  (м) и шириной  $b$  (м) суспензия разделяется на осадок и слой осветленной жидкости высотой  $h$  (м). Производительность отстойника по осветленной жидкости  $\dot{V}_{\text{осв}}$  (м<sup>3</sup>/с), скорость потока жидкости вдоль аппарата равна  $W_{\pi}$  (м/с)

Для данных условий

$$\dot{V}_{\text{осв}} = W_{\pi} b h. \quad (7.6)$$

Время прохождения  $t$  суспензией отстойника составит

$$t = \frac{L}{W_{\pi}}. \quad (7.7a)$$

За это же время частицы, осаждающиеся со скоростью  $W_{\text{ос,с}}$  (м/с) должны пройти наибольший путь  $h$ , следовательно, время отстаивания определится из уравнения

$$t = \frac{h}{W_{\text{ос,с}}}. \quad (7.7б)$$

Приравнивая правые части уравнений (7.7a) и (7.7б) и подставляя вместо  $W_{\pi}$  его значение из уравнения (7.6), получим

$$\frac{h}{W_{\text{ос,с}}} = \frac{L}{W_{\pi}} = \frac{L b h}{\dot{V}_{\text{осв}}},$$

откуда производительность отстойника по осветленной жидкости составит

$$\dot{V}_{\text{осв}} = W_{\text{ос,с}} L b = W_{\text{ос,с}} F, \quad (7.8)$$

где  $F = Lb$  – поверхность отстойника, м<sup>2</sup>.

Уравнение (7.8) показывает, что производительность отстойника не зависит в явном виде от его высоты. Поэтому при проектировании отстойников их высоту следует принимать возможно меньшей, но такой, чтобы поперечное сечение потока было достаточным для



обеспечения ламинарного режима течения. Поверхность же отстойника в соответствии с (7.8) имеет смысл увеличивать, для чего в отстойниках устанавливаются полки (рис. 7.2, 7.4). Из уравнения (7.8) можно определить поверхность осаждения:

$$F = \frac{\dot{V}_{\text{осв}}}{W_{\text{ос,с}}}. \quad (7.8a)$$

При известной плотности осветленной жидкости  $\rho_{\text{осв}}$  ( $\text{кг}^3/\text{м}$ ), ее массовый расход будет  $G_{\text{осв}} = \dot{V}_{\text{осв}} \rho_{\text{осв}}$ , тогда

$$F = \frac{G_{\text{осв}}}{\rho_{\text{осв}} W_{\text{ос,с}}}. \quad (7.8б)$$

Поставляя из уравнения (7.3) значение  $G_{\text{осв}}$  в уравнение (7.8б), получаем новую зависимость для определения поверхность осаждения:

$$F = \frac{G_{\text{ис}}}{\rho_{\text{осв}} W_{\text{ос,с}}} \frac{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{ис}}}{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{осв}}}. \quad (7.8в)$$

При выводе этого уравнения не учитывались обстоятельства, ухудшающие процесс отстаивания в реальных условиях: возможность вихреобразования в области ввода суспензии, наличие застойных зон и другие. Поэтому при инженерных расчетах следует увеличить величину поверхности, полученную по уравнению (7.8в), на 30 – 35%.

### 7.1.3. Осаждение под действием центробежных сил

Скорость разделения неоднородных систем можно значительно повысить в поле центробежных сил по сравнению с отстаиванием под действием силы тяжести. Такое повышение обусловливается увеличением движущей силы процесса разделения. Для создания поля центробежных сил используют два способа:

1) обеспечивают вращательное движение потока в неподвижном аппарате; такой процесс разделения называется *циклонным*, а аппарат для его осуществления – *циклоном*;

2) поток направляют во вращающийся аппарат, этот способ разделения называют *осадительным центрифугированием*; а аппараты, в которых он осуществляется, – *осадительными центрифугами*.

Для оценки эффективности осаждения под действием

центробежной силы по сравнению с разделением под действием силы тяжести вводится понятие *фактора разделения*, равного их отношению

$$K_p = \frac{ma_{ц}}{mg} = \frac{a_{ц}}{g}, \quad (7.9)$$

где  $m$  – масса осаждаемой частицы.

Таким образом, центробежная сила, действующая на частицу, больше силы тяжести во столько раз, во сколько ускорение центробежной силы  $a_{ц}$  больше ускорения силы тяжести  $g$ . Центробежное ускорение равно

$$a_{ц} = \frac{W_r^2}{r}, \quad (7.10)$$

где  $r$  – радиус вращения частицы,  $W_r$  – окружная скорость вращения частицы вместе с потоком на радиусе  $r$ . Окружную скорость можно выразить через частоту вращения частицы  $n$  ( $c^{-1}$ ) ( $W_r = 2\pi rn$ ) или угловую скорость  $\omega$  ( $W_r = \omega r$ ). В этом случае выражение для центробежного ускорения примет вид

$$a_{ц} = \frac{(2\pi rn)^2}{r} = 4\pi^2 n^2 r = \omega^2 r. \quad (7.10a)$$

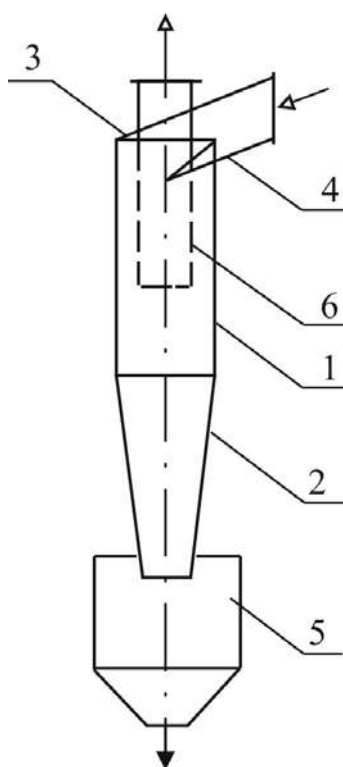
Подставляя значения  $a_{ц}$  по формулам (7.10) и (7.10a) в зависимость (7.9), получим

$$K_p = \frac{W_r^2}{rg}, \quad (7.11a) \quad K_p = \frac{4\pi^2 n^2 r}{g} = \frac{\omega^2 r}{g}. \quad (7.11b)$$

Значение  $K_p$  для циклонов имеет порядок сотен, а для центрифуг – около 3000; таким образом, движущая сила процесса осаждения в циклонах и центрифугах на 2 – 3 порядка больше, чем в отстойниках. По этой причине производительность циклонов и центрифуг выше производительности отстойников, в них можно отделять мелкие частицы: в центрифугах – порядка 1 мкм, в циклонах – порядка 10 мкм.

#### 7.1.4. Циклоны и осадительные центрифуги

**Циклоны.** Процесс разделения неоднородных систем во вращающемся потоке неподвижного аппарата используется для отделения пыли от газа (аппараты называются циклонами), суспензий и нестойких эмульсий (аппараты – *гидроциклоны*). Циклон



конструкции НИИОгаз, показанный на рис. 7.5, состоит из вертикального цилиндрического корпуса 1 с коническим дном 2 и крышкой 3.

Рис. 7.5. Циклон конструкции НИИОгаз: 1 – корпус; 2 – днище; 3 – крышка; 4 – патрубок для входа запыленного газа; 5 – сборник для пыли; 6 – выхлопная труба

Запыленный газ поступает тангенциально со значительной скоростью 20 – 30 м/с через патрубок 4 прямоугольного сечения в верхнюю часть корпуса циклона. В корпусе поток запыленного газа движется вниз по спирали вдоль внутренней поверхности стенок циклона. При таком вращательном движении частицы пыли как более тяжелые перемещаются в направлении действия центробежной силы быстрее, чем газ, концентрируются в слоях газа, примыкающих к стенке аппарата, и переносятся потоком в пылесборник 5. Здесь пыль оседает, а очищенный газ, продолжая вращаться по спирали, поднимается кверху и удаляется через выхлопную трубу 6. В циклонах НИИОгаз с диаметром корпуса от 100 до 1000 мм степень очистки газов от пыли составляет 30 – 85% (для частиц диаметром 5 мкм) и с увеличением диаметра частиц она возрастает до 70 – 95% (для частиц диаметром 10 мкм) и далее до 90 – 95% (для частиц диаметром 20 мкм).

Степень очистки газа в циклоне повышается с увеличением фактора разделения  $K_p$ . Как следует из уравнения (7.11а), увеличить  $K_p$  можно путем уменьшения радиуса  $r$  или путем увеличения скорости  $W_r$  газового потока. Однако увеличение скорости приводит к увеличению гидравлического сопротивления циклона и к возможности турбулизации газового потока, что снижает степень очистки газа. Таким образом, скорость газа должна быть оптимальной. Уменьшение радиуса вращения газового потока связано с уменьшением размеров циклона и, как следствие, с уменьшением его производительности. Поэтому при больших расходах запыленного газа применяют батарейные циклоны (мультициклоны), когда в одном корпусе установлено несколько циклонных элементов малого размера.

Диаметр элементов батарейного циклона лежит в пределах от 40 до 250 мм.

Батарейный циклон (рис. 7.6) состоит из параллельно работающих циклонных элементов 5, смонтированных в одном корпусе 1.

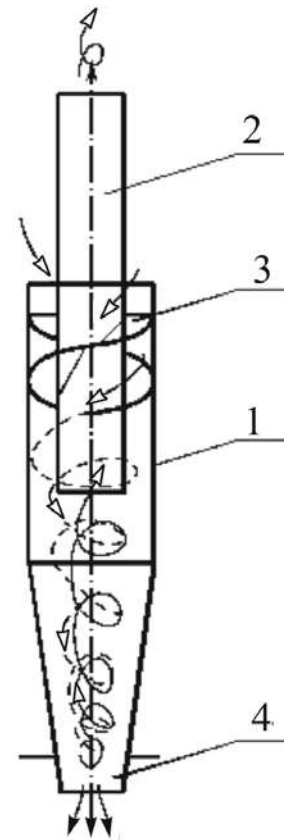
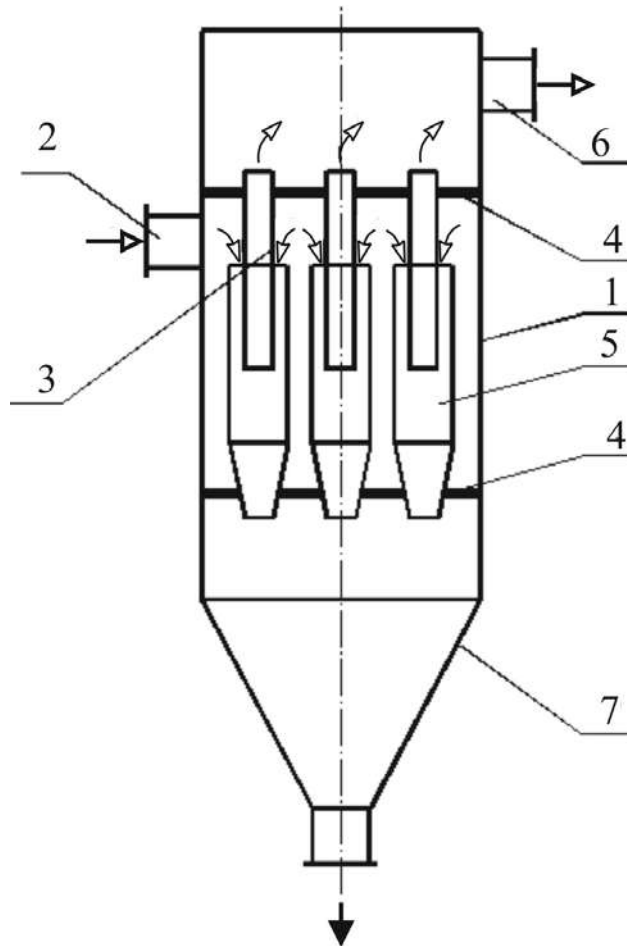


Рис. 7.6. Батарейный циклон: 1 – корпус; 2 – патрубок для входа пылевого газа; 3 – распределительная камера; 4 – трубная закручивающая решетка; 5 – элементный циклон; 6 – патрубок отвода очищенного газа; 7 – бункер для пыли

Рис. 7.7. Устройство элемента батарейного циклона: 1 – корпус; 2 – выхлопная труба; 3 – распределительная камера; 4 – трубная закручивающая решетка; 5 – элементный циклон; 6 – патрубок отвода очищенного газа; 7 – бункер для пыли

Запыленный газ через входной патрубок 2 попадает в распределительную камеру 3, ограниченную трубными решетками 4, в которых герметично закреплены циклонные элементы. Газ равномерно распределяется по отдельным элементам, действие которых аналогично действию обычных циклонов. Очищенный газ

выходит из элементов в общую камеру и удаляется через патрубок 6. Пыль собирается в бункер 7.

Устройство циклонного элемента показано на рис. 7.7. Газ поступает сверху через кольцевое пространство между корпусом 1 и выхлопной трубой 2. Вверху кольцевого пространства установлено закручивающее лопастное устройство 3 в виде «винта», имеющего две лопасти, наклоненные под углом 25 градусов. При помощи такого устройства придается вращательное движение газовому потоку. Пыль из элемента осыпается через пылеотводящий патрубок 4.

Гидроциклоны и мультигидроциклоны аналогичны по устройству циклонам и мультициклонам. На рис 7.8 показана схема гидроциклона. В верхней части цилиндриконического корпуса 1 тангенциально расположен патрубок для ввода суспензии или нестойкой эмульсии. Через нижний патрубок 3 выходит осадок (тяжелая фаза), а через патрубок в цилиндрической части 4 – очищенная осветленная жидкость (легкая фаза). Достоинствами гидроциклонов являются простота устройства, компактность и низкая стоимость, а их недостатком – невысокая степень разделения.

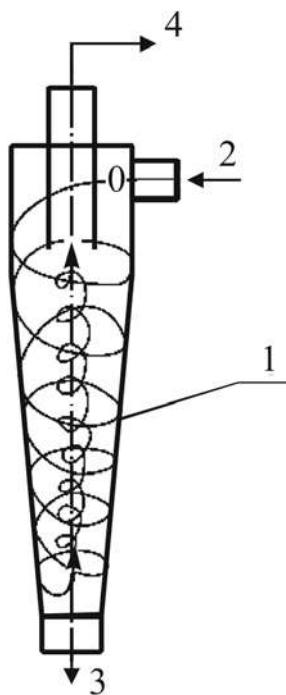


Рис. 7.8. Гидроциклон: 1 – корпус; 2 – суспензия; 3 – выход осадка; 4 – выход осветленной жидкости

**Расчет циклонов.** Теоретический расчет циклонов очень сложен, и на практике используют метод выбора циклона (типа, его размеров) на основе ряда заданных и расчетных величин. Должны быть заданы: расход газа  $\dot{V}$ , фракционный состав пыли, начальная концентрация пыли в газе и степень очистки. По таблицам ориентировочно выбирают тип нормализованного циклона. Далее определяется диаметр циклона следующим путем. Гидравлическое сопротивление циклона характеризуется уравнением

$$\Delta p = \zeta_{\text{ц}} \frac{\rho W_{\text{ц}}^2}{2}, \quad (7.12)$$

где  $W_{\text{ц}}$  – фиктивная скорость газа в циклоне, получаемая делением объемного расхода газа на поперечное сечение цилиндрической части циклона;  $\rho$  – плотность газа;  $\zeta_{\text{ц}}$  – коэффициент гидравлического сопротивления циклона (справочная величина). Для расчета циклона необходимо знать отношение

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \zeta_{\text{ц}} \frac{W_{\text{ц}}^2}{2}. \quad (7.13)$$

Каждый тип циклонов имеет свое оптимальное значение  $\frac{\Delta p}{\rho}$ . Так, для циклонов типа НИИОгаз  $\frac{\Delta p}{\rho} = 500 - 750 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . По принятым значениям  $\frac{\Delta p}{\rho}$  и  $\zeta_{\text{ц}}$  исходя из формулы (7.13) можно вычислить оптимальное значение  $W_{\text{ц}}$ .

По уравнению расхода  $\frac{\pi D_{\text{ц}}^2 W_{\text{ц}}}{4} = \dot{V}_{\text{ц}}$  определяют диаметр циклона:

$$D_{\text{ц}} = 2 \left( \frac{\dot{V}_{\text{ц}}}{\pi W_{\text{ц}}} \right)^{1/2}. \quad (7.14)$$

Далее по нормальям для вычисленного значения  $D_{\text{ц}}$  определяют все остальные размеры циклона. С учетом фракционного состава пыли ее плотности, а также  $D_{\text{ц}}$  и  $\frac{\Delta p}{\rho}$  по справочным данным находят степень очистки. Так как значение степени очистки после первого вычисления может быть неудовлетворительным, то приходится делать несколько последовательных расчетов, принимая новые уменьшенные значения  $D_{\text{ц}}$ , с учетом установки нескольких параллельно соединенных циклонов или выбирать новый тип циклона. Рекомендуется выбирать тип циклона и число циклонов на основе минимальных приведенных затрат.

**Осадительные центрифуги.** Осадительные центрифуги применяются для разделения суспензий с объемной концентрацией твердой фазы до 40%, состоящей из частиц размером более 1 мкм. В результате центрифугирования получают осадок с некоторым содержанием жидкой фазы и осветленная жидкость (иногда с небольшим содержанием мелких твердых частиц), называемая *фугатом*. Кроме осадительных в химической технологии используют и фильтрующие центрифуги (о чем будет сказано в разделе 7.2 «Фильтрование»).

По организации процесса центрифуги делятся на центрифуги непрерывного и периодического действия; по расположению вала ротора – на горизонтальные, вертикальные и наклонные; по способу

выгрузки осадка – на центрифуги с ручной, шнековой, гравитационной и другими способами выгрузки.

Осадительные центрифуги применяют и для разделения эмульсий, их называют *сепараторами*, а процесс разделения – *сепарацией*.

Осадительная вертикальная центрифуга периодического действия с ручной выгрузкой осадка показана на рис. 7.9.

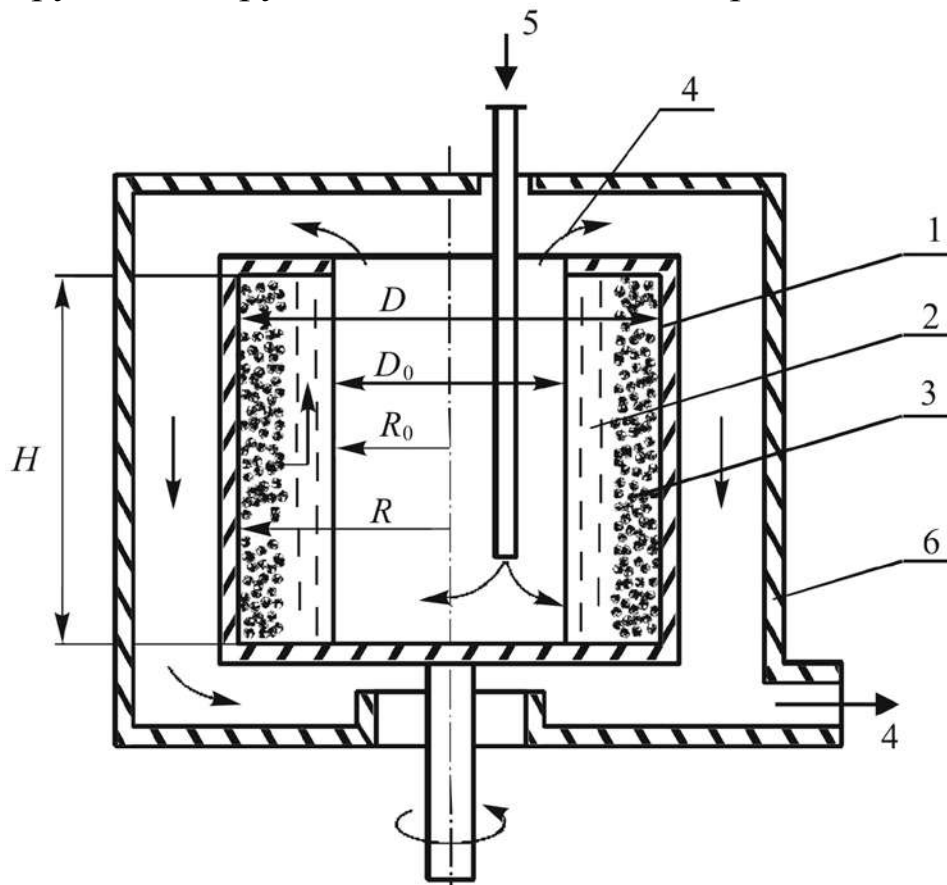


Рис. 7.9. Осадительная центрифуга периодического действия: 1 – барабан (ротатор); 2 – суспензия; 3 – осадок; 4 – вывод осветленной жидкости (фугата); 5 – ввод суспензии; 6 – неподвижный кожух;  $D$ ,  $R$  – внутренние диаметр и радиус барабана;  $H$  – высота барабана;  $D_0$ ,  $R_0$  – диаметр и радиус жидкостного кольца

Основной частью центрифуги является барабан 1 со сплошной стенкой, который насажен на вращающийся вал. Суспензия подается во внутрь барабана по трубе 5. Под действием центробежной силы твердые частицы суспензии движутся к стенкам барабана и отлагаются на них в виде осадка 3. Осветленная жидкость (фугат) переливается из барабана в кожух 6 и выводится из него через штуцер 4. По окончании

разделения центрифугу останавливают и вручную выгружают из барабана осадок. Недостатком таких центрифуг являются низкая производительность и ручной труд при выгрузке осадка.

На рис. 7.10 показана осадительная горизонтальная центрифуга непрерывного действия со шнековой выгрузкой осадка. Эта центрифуга имеет два вращающихся барабана, выполняющих различные функции. Внутренний барабан 2 с окнами 7 приводится во вращение от внутреннего вала 5 с небольшим числом оборотов. На внутреннем барабане установлены лопасти шнека 4. Эта сборочная единица служит для приема суспензии и подачи ее в конический барабан 1, а также для перемещения осадка лопастями шнека справа налево к левой кромке барабана 1.

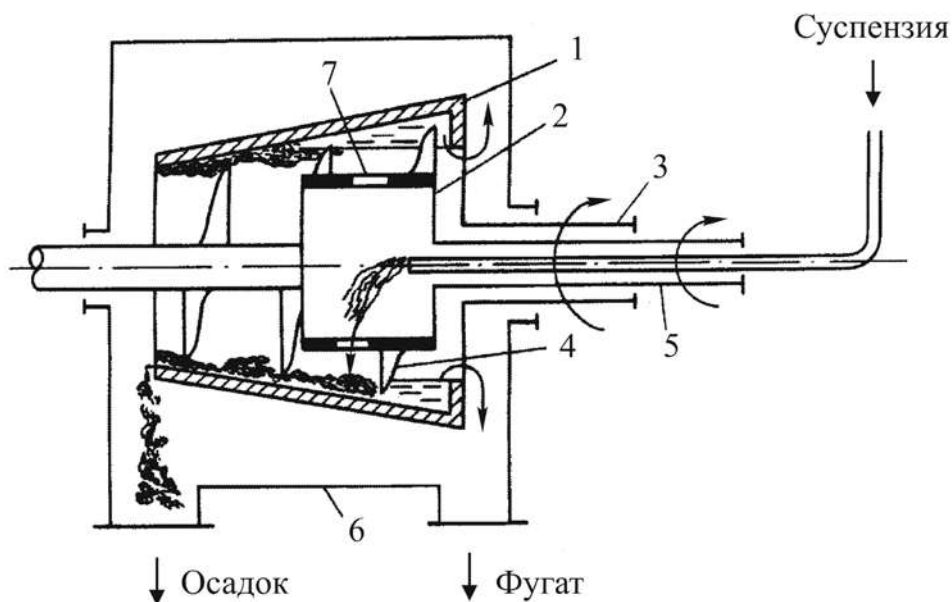


Рис. 7.10. Осадительная горизонтальная центрифуга непрерывного действия со шнековой выгрузкой осадка: 1 – конический барабан; 2 – внутренний барабан; 3 – полый внешний вал; 4 – лопасти шнека; 5 – полый внутренний вал; 6 – кожух; 7 – окна во внутреннем барабане

Конический барабан 1, вращающийся от внешнего вала 3 с большим числом оборотов, служит для центробежного разделения суспензии на осадок и осветленную жидкость (фугат). Схема движения потоков в центрифуге такова. Суспензия поступает во



внутренний барабан 2 и из его окон 7 направляется в конический барабан 1. Осветленная жидкость (фугат) из барабана 1 выливается в кожух 6 и отводится через правый патрубок. Образующийся на внутренней поверхности конического барабана 1 осадок лопастями шнека 4 передвигается к левой кромке барабана 1 и сбрасывается в кожух 6. Из кожуха осадок отводится через левый патрубок.

Достоинствами данных осадительных центрифуг являются непрерывность работы, высокая производительность, возможность разделения суспензии с большой концентрацией дисперсной фазы. Недостатки: высокое содержание жидкости в осадке и твердой фазы в фугате, значительный расход энергии на разделение.

Для разделения эмульсий применяются сепараторы различных конструкций. На рис. 7.11 показан барабан тарельчатого сепаратора. Эмульсия по центральной трубе направляется в нижнюю часть вращающегося с большой скоростью барабана (ротора) 1, снабженного рядом конических перегородок – тарелок 2. Они делят смесь на несколько слоев, что уменьшает длину пути осаждения частиц. Более тяжелая жидкость отбрасывается центробежной силой к периферии ротора, более легкая перемещается к его центру. Направление движения жидкостей показано стрелками (сплошные линии – тяжелая жидкость, пунктирные линии – легкая). В ряде случаев для улучшения процесса разделения тарелки имеют отверстия.

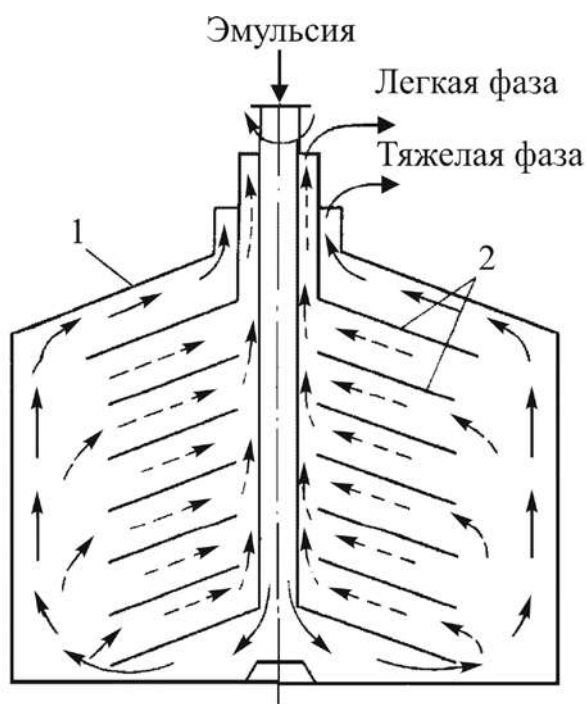


Рис. 7.11. Барабан (ротор) сепаратора: 1 – барабан (ротор); 2 – тарелки

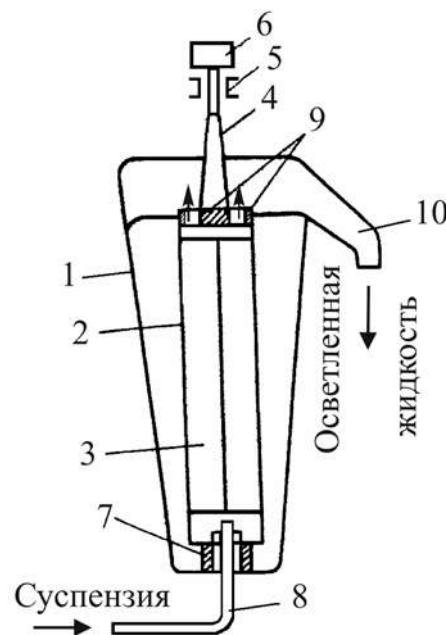
Трубчатые сверхцентрифуги (рис. 7.12) имеют ротор небольшого диаметра (до 200 мм), вращающийся с большим числом оборотов, и фактор разделения в них достигает 15000. Здесь увеличение центробежного ускорения достигается за счет увеличения частоты вращения ротора.

Такие центрифуги используют для разделения тонкодисперсных

суспензий и выделения осадка, содержащего минимальное количество жидкости, что достигается большим уплотнением осадка при высоких значениях фактора разделения.

Устройство сверхцентрифуги показано на рис. 7.12. В кожухе 1 расположен ротор 2 со сплошными стенками, внутри которого имеются радиальные лопасти 3, препятствующие отставанию жидкости от стенок ротора при его вращении. Верхняя часть ротора жестко соединена со шпинделем 4, который подвешен на опоре 5 и приводится во вращение при помощи шкива 6. В нижней части ротора расположен эластичный направляющий подпятник 7, через который проходит труба 8 для подачи суспензии. При движении суспензии в роторе вверх на стенках его оседают твердые частицы, а осветленная жидкость отводится через отверстия 9 в патрубок 10. По истечении определенного времени сверхцентрифугу останавливают и удаляют осадок, накопившийся в роторе.

Рис. 7.12. Трубчатая сверхцентрифуга: 1 – кожух; 2 – ротор; 3 – радиальные лопасти; 4 – шпиндель; 5 – опора; 6 – шкив; 7 – подпятник; 8 – труба для подачи суспензии; 9 – отверстия; 10 – патрубок для отвода осветленной жидкости



Для разделения эмульсий применяют сверхцентрифуги, отличающиеся более сложным устройством верхней части ротора, что позволяет отдельно отводить тяжелую и легкую жидкие фазы.

**Расчет производительности осадительной центрифуги.** Пусть центрифуга имеет размеры, указанные на рис. 7.9. Примем ламинарный режим осаждения, что соответствует осаждению наиболее мелких частиц, лимитирующих производительность центрифуги; рассмотрим свободное осаждение, когда концентрация твердого вещества невелика и частицы не влияют на движение друг друга.

В соответствии с уравнениями (5.214) и (7.116) переменная скорость осаждения под действием центробежной силы может быть выражена производной от радиуса по времени, так как рассматриваем только радиальное движение:

$$W_{\text{ц}} = \frac{dr}{dt} = \frac{(\rho_1 - \rho_2)d^2 g}{18\mu} \frac{\omega^2 r}{g},$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора;  $\rho_1, \rho_2$  – плотности твердой частицы и жидкости.

Разделим переменные и, интегрируя в пределах самого длинного пути от  $R_0$  до  $R$ , находим время, затрачиваемое на осаждение наименьшей частицы диаметра  $d$  в самом неблагоприятном случае:

$$dt = \frac{18\mu}{(\rho_1 - \rho_2)d^2 \omega^2} \frac{dr}{r},$$

$$t_{\text{oc}} = \int_{R_0}^R \frac{18\mu}{(\rho_1 - \rho_2)d^2 \omega^2} \frac{dr}{r} = \frac{18\mu}{(\rho_1 - \rho_2)d^2 \omega^2} \ln\left(\frac{R}{R_0}\right). \quad (7.15)$$

Время осаждения должно быть меньше или, в крайнем случае, равно времени  $t_{\text{п}}$  пребывания жидкости в барабане. Последнее можно найти, допуская, что барабан работает в соответствии с моделью идеального вытеснения, из соотношения

$$t_{\text{п}} = \frac{V_{\text{р}}}{\dot{V}}, \quad (7.16)$$

где  $\dot{V}$  – объемный расход подаваемой в центрифугу жидкости,  $V_{\text{р}}$  – рабочий объем барабана, равный объему жидкостного кольца, находящегося в нем:

$$V_{\text{р}} = \frac{\pi}{4}(D^2 - D_0^2)H, \text{ тогда } t_{\text{п}} = \frac{\pi(D^2 - D_0^2)H}{4\dot{V}}. \quad (7.17)$$

Может быть получено выражение:

$$\dot{V} = \frac{V_{\text{р}}}{t_{\text{п}}} = \frac{\pi(D^2 - D_0^2)H}{4t_{\text{oc}}}, \quad (7.18)$$

характеризующее предельное значение объемного расхода. Структура потока в барабане центрифуги отличается от модели идеального вытеснения, жидкость движется с большей скоростью в части слоя, прилегающей к внутренней стороне жидкостного кольца, для которой время пребывания оказывается меньше среднего по уравнению (7.16); кроме того, по мере отложения в барабане осадка рабочий объем жидкости уменьшается. Таким образом, приведенные выше зависимости не вполне точны. Расчет можно скорректировать, если при нахождении  $\dot{V}$  ввести коэффициент запаса, меньший единицы, или учесть реальную структуру потока в аппарате.

Из уравнения (7.16) следует, что в барабане данных размеров ( $V_p = \text{const}$ ), при уменьшении производительности центрифуги увеличивается среднее время пребывания жидкости в барабане, следовательно, и возможная продолжительность осаждения  $t_{oc}$ . Тогда в соответствии с уравнением (7.15) уменьшается предельный диаметр  $d$  тех частиц, которые при данной производительности центрифуги способны достигнуть стенок барабана. Таким образом, совместное решение уравнений (7.15) и (7.16) позволяет определить предельный диаметр частиц, выше которого центрифуга обеспечит осаждение при принятой производительности.

## 7.2. Фильтрация

*Фильтрацией* называется процесс разделения суспензий и газовзвесей при помощи пористых фильтровальных перегородок, задерживающих твердые частицы (дисперсную фазу), но пропускающих сплошную фазу (жидкость, газ). Движущей силой процесса фильтрации является разность давлений в двух зонах фильтра (по обе стороны фильтровальной перегородки), которая соответствует сопротивлению, встречаемому потоком фильтрата (жидкости, газа) при его прохождении через образующийся слой осадка и фильтровальную перегородку. Эта разность давлений  $\Delta p$  создается различными способами: весом столба самой суспензии; нагнетанием жидкостными насосами ( $\Delta p \approx 0,5$  МПа); подачей сжатого газа ( $\Delta p = 0,05 \div 0,3$  МПа); вакуумированием пространства под фильтровальной перегородкой ( $\Delta p = 0,05 \div 0,09$  МПа); при помощи центробежной силы.

В зависимости от организации процесса фильтрация может быть как непрерывным, так и периодическим. Фильтрация в основном применяют в промышленности для тонкого разделения неоднородных систем, с его помощью можно достигнуть более полной, чем при осаждении, очистки жидкости или газа от взвешенных твердых частиц.

### 7.2.1. Фильтрация суспензий

Аппарат, в котором осуществляется фильтрация, называется

*фильтром*, простейший вид которого показан на рис. 7.13. Фильтр 1 делится на две части фильтровальной перегородкой 2. Суспензия 3 помещается над фильтровальной перегородкой. Разность давлений над перегородкой и под ней является движущей силой процесса фильтрации.

Жидкость проходит через перегородку и очищается от твердых частиц, которые на перегородке образуют слой влажного осадка 5. Этот процесс называется *фильтрованием с образованием осадка*. Иногда твердые частицы проникают в поры перегородки и задерживаются там, не образуя осадка. Такой процесс называется *фильтрованием с закупориванием пор*. Возможен также *промежуточный* вид фильтрации, когда твердые частицы проникают в поры фильтровальной перегородки и образуют на ней слой осадка. Очищенная от твердой фазы жидкость под перегородкой называется *фильтратом* 4.

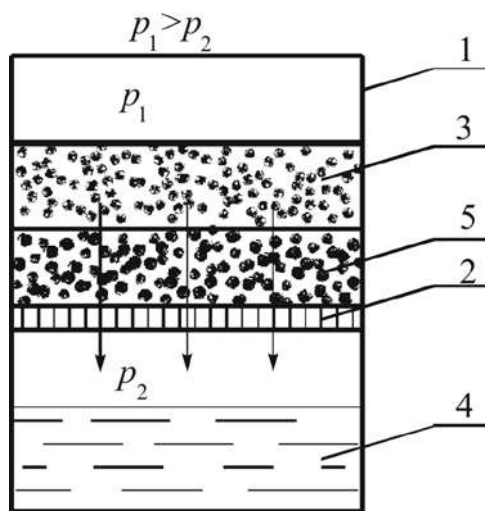


Рис. 7.13. Схема процесса фильтрации:  
1 – фильтр; 2 – фильтровальная перегородка; 3 – суспензия; 4 – фильтрат; 5 – осадок

Разность давлений по обе стороны фильтровальной перегородки создается разными способами, в результате чего осуществляются различные процессы фильтрации.

Если пространство над суспензией сообщается с источником сжатого воздуха или пространство под фильтровальной перегородкой присоединяется к источнику вакуума, то происходит *процесс фильтрации при постоянной разности давлений*. При этом скорость процесса уменьшается в связи с увеличением гидравлического сопротивления слоя осадка возрастающей толщины.

Если суспензию подают на фильтр поршневым насосом, то осуществляется *процесс фильтрации при постоянной скорости*; при этом разность давлений увеличивается за счет увеличения сопротивления осадка с ростом его толщины.

Если суспензию подают центробежным насосом,

производительность которого уменьшается с ростом сопротивления осадка, то производится *процесс фильтрации при переменных разности давлений и скорости*.

Осадки, получаемые при фильтрации, подразделяют на *несжимаемые* и *сжимаемые*. Под несжимаемыми понимают те осадки, в которых *пористость* не уменьшается при увеличении разности давлений. Пористость сжимаемых осадков уменьшается, а их гидравлическое сопротивление потоку жидкой фазы возрастает с увеличением разности давлений.

В производственных условиях под фильтрацией понимают не только операцию разделения суспензии на фильтрат и осадок, но и последующие операции *промывки, продувки и сушки* осадка на фильтре.

Промывку осадка выполняют способами *вытеснения и разбавления*. Способ вытеснения состоит в том, что промывную жидкость на поверхность осадка заливают в виде слоя или подают в диспергированном состоянии, причем промывная жидкость под действием разности давлений проходит сквозь поры осадка, вытесняет из них жидкую фазу и смешивается с ней.

При способе разбавления осадок снимается с фильтровальной перегородки и перемешивается в сосуде с мешалкой с промывной жидкостью. Образующая при этом суспензия разделяется на фильтре. Этот способ используют, когда осадок промывается трудно.

Продувку осадка производят с целью вытеснения из пор осадка промывной жидкости.

Сушку осадка на фильтре нагретым или предварительно осушенным воздухом применяют, когда необходимо получить на фильтре осадок с низкой окончательной влажностью.

**Фильтровальные перегородки.** Фильтровальные перегородки могут быть подразделены на различные группы по нескольким признакам.

По принципу действия различают поверхностные и глубинные. В поверхностных перегородках твердые частицы суспензии задерживаются на их поверхности, не проникая в поры перегородки. Глубинные перегородки характеризуются тем, что частицы проникают в основном в их поры и там задерживаются. Такие перегородки используются, когда концентрация твердой фазы в суспензии мала.

Перегородки классифицируются и по материалам, из которых

они изготовлены, например, на перегородки из хлопчатобумажных, шерстяных, синтетических, стеклянных, керамических и металлических материалов. Такая классификация необходима для выбора материала, способного противостоять химически агрессивным средам.

По структуре фильтровальные перегородки подразделяются на гибкие и негибкие. Гибкие перегородки могут быть металлическими, тканевыми и т.д.; негибкие перегородки – жесткими, состоящими из связанных твердых частиц, или нежесткими, состоящими из несвязанных твердых частиц.

### 7.2.2. Фильтры

Число конструкций фильтровального оборудования очень велико. Ниже будут рассмотрены принцип действия и основные особенности наиболее распространенных фильтров.

**Нутч-фильтры.** Нутч представляет собой простейший фильтр периодического действия, работающий под вакуумом или под избыточным давлением. На рис 7.14 показан нутч-фильтр, работающий под давлением (до 0,3 МПа).

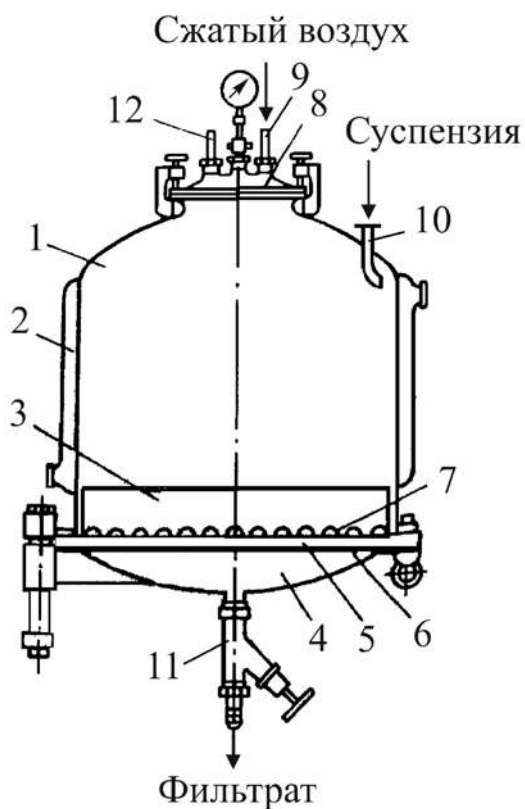


Рис. 7.14. Нутч-фильтр, работающий под давлением: 1 – корпус; 2 – обогревающая рубашка; 3 – кольцевая перегородка; 4 – откидывающееся дно; 5 – фильтровальная перегородка; 6 – опорная решетка; 7 – сетка; 8 – съемная крышка; 9 – патрубок для подвода сжатого воздуха; 10 – труба для подачи суспензии; 11 – патрубок для отвода фильтрата; 12 – предохранительный клапан

Нутч состоит из корпуса 1 с рубашкой 2, съемной крышки 8 и откидывающегося дна 4. На опорной решетке 6 расположена фильтровальная перегородка 5. Иногда в качестве

перегородки применяют слой волокон, который закрепляют сеткой 7. Над фильтровальной перегородкой укреплена кольцевая перегородка 3, поддерживающая осадок во время выгрузки, когда откидывается дно 4. Подача суспензии производится через трубу 10, сжатый воздух в процессе фильтрования поступает через патрубок 9, фильтрат удаляется через патрубок 11. Для предохранения от возможности повышения давления в аппарате установлен предохранительный клапан 12. В рубашку 2 подают теплоноситель для повышения температуры фильтрования, что обеспечивает снижение вязкости фильтрата и повышение в связи с этим скорости фильтрования.

В простейшем случае цикл работы на нутч-филт্রে состоит из следующих операций: наполнение суспензией, фильтрование суспензии под давлением газа, удаление осадка с фильтровальной перегородки, регенерация последней.

Достоинствами нутчей является большая движущая сила процесса фильтрования, пригодность для разделения суспензий, выделяющих токсичные пары, возможность хорошей промывки осадка. К недостаткам относятся ручная выгрузка осадка, громоздкость. По этим причинам нутч-филтры используют в основном в производствах малой мощности.

**Филтр-прессы.** Они работают под давлением и являются филтрами периодического действия. Направления сил тяжести и движения филтрата в них перпендикулярны. На рис. 7.15 показан филтр-пресс с вертикальными рамами.

Филтр представляет собой сборку из чередующихся плит и рам. Плиты имеют вертикальные рифления 6, предотвращающие прилипание фильтровальной ткани к плитам и обеспечивающие движение по ним филтрата. Полая рама помещается между двумя плитами, образуя камеру 4 для осадка. Отверстия 1 и 2 в плитах и рамах совпадают, образуя каналы для прохода соответственно суспензии и промывной жидкости. Между плитами и рамами помещают фильтровальные перегородки («салфетки») 5. На салфетках имеются отверстия, которые совпадают с отверстиями в плитах. Сжатие плит и рам производится при помощи винтового или гидравлического зажимов. На стадии фильтрования суспензия под давлением по системе трубопроводов подается к филтр-прессу и по



каналу 1 и отводам 3 поступает в полое пространство (камеру) 4 внутри рам. Жидкость проходит через фильтровальные перегородки 5, по желобам рифлений 6 движется к каналам 7 и далее – в каналы 8. Отсюда фильтрат выводится через краны 9, открытые на стадии фильтрования. После заполнения камеры 4 осадком подачу суспензии прекращают. Затем начинается стадия промывки осадка. Промывная жидкость проходит по каналам 2, омывает осадок и фильтровальные перегородки и выводится через краны 9. По окончании промывки осадок продувают сжатым воздухом для удаления остатков промывной жидкости. После этого плиты и рамы раздвигают, и осадок частично падает под действием силы тяжести в сборник, установленный под фильтром. Оставшуюся часть осадка выгружают вручную.

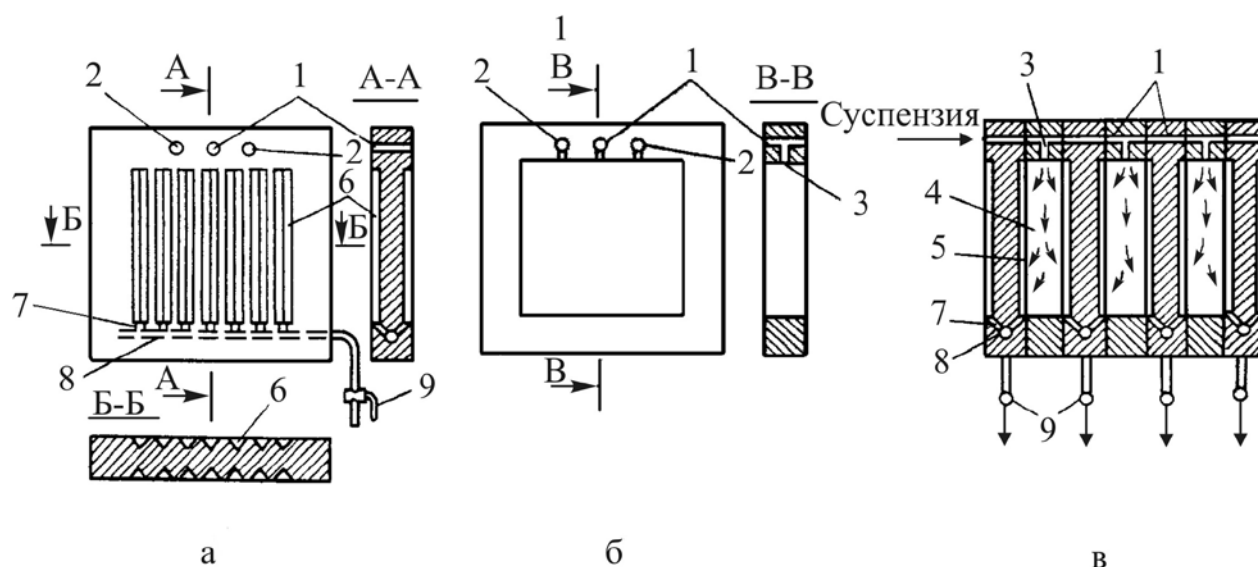


Рис. 7.15. Фильтр-пресс: а – плита; б – рама; в – сборка; 1 – отверстия в плитах и рамах, образующие при сборке канал для подачи суспензии; 2 – отверстия в плитах и рамах, образующие канал для подачи промывной жидкости; 3 – отводы для прохода суспензии внутрь рам; 4 – внутренние пространства рам; 5 – фильтровальные перегородки; 6 – рифления плит; 7 – каналы в плитах для выхода фильтрата на стадии фильтрования или промывной жидкости – на стадии промывки осадка; 8 – центральные каналы в плитах для сбора фильтрата или промывной жидкости; 9 – краны на линиях вывода фильтрата или промывной жидкости

К достоинствам фильтр-прессов относятся большая удельная поверхность фильтрования, возможность проведения процесса при высоких давлениях (до 1,5 МПа), простота конструкции, отсутствие движущихся в процессе эксплуатации частей.

Недостатками являются ручное обслуживание, невозможность полной промывки осадка, быстрый износ фильтровальных салфеток.

**Барабанный вакуум-фильтр.** Это фильтр непрерывного действия, он представлен на рис. 7.16. Фильтр имеет вращающийся цилиндрический барабан 1, покрытый металлической волнистой сеткой 2, на которой расположена тканевая фильтровальная перегородка 3. Барабан на 30 – 40% своей поверхности погружен в суспензию, находящуюся в корыте 6. Так как в фильтре направление осаждения частиц под действием силы тяжести противоположно направлению движения фильтрата, то в корыте 6 установлена качающаяся мешалка 7 для взмучивания суспензии.

Барабан разделен радиальными перегородками на ряд изолированных друг от друга ячеек (камер) 9. Каждая камера соединяется трубой 10 поочередно с различными полостями неподвижной части 12 распределительной головки. Трубы объединяются во вращающуюся часть 11 распределительной головки. Благодаря этому при вращении барабана 1 камеры 9 в определенной последовательности присоединяются к источникам вакуума и сжатого воздуха. В результате при полном обороте барабана каждая камера проходит несколько зон, в которых осуществляются процессы фильтрования, промывки осадка и другие.

Зона I – фильтрование и отсос фильтрата, где камера соприкасается с суспензией. Камера в это время соединена с источником вакуума. Под действием вакуума фильтрат проходит через фильтровальную ткань, сетку и перфорацию барабана внутрь камеры и через трубу выводится из аппарата. На наружной поверхности барабана, покрытой фильтровальной тканью, образуется осадок 4.

Зона II – промывка осадка и отсос промывной жидкости. Здесь камера, вышедшая из корыта с суспензией, также соединена с источником вакуума, а на осадок с помощью устройства 8 подается промывная жидкость. Она проходит через осадок и по трубе отводится из аппарата.

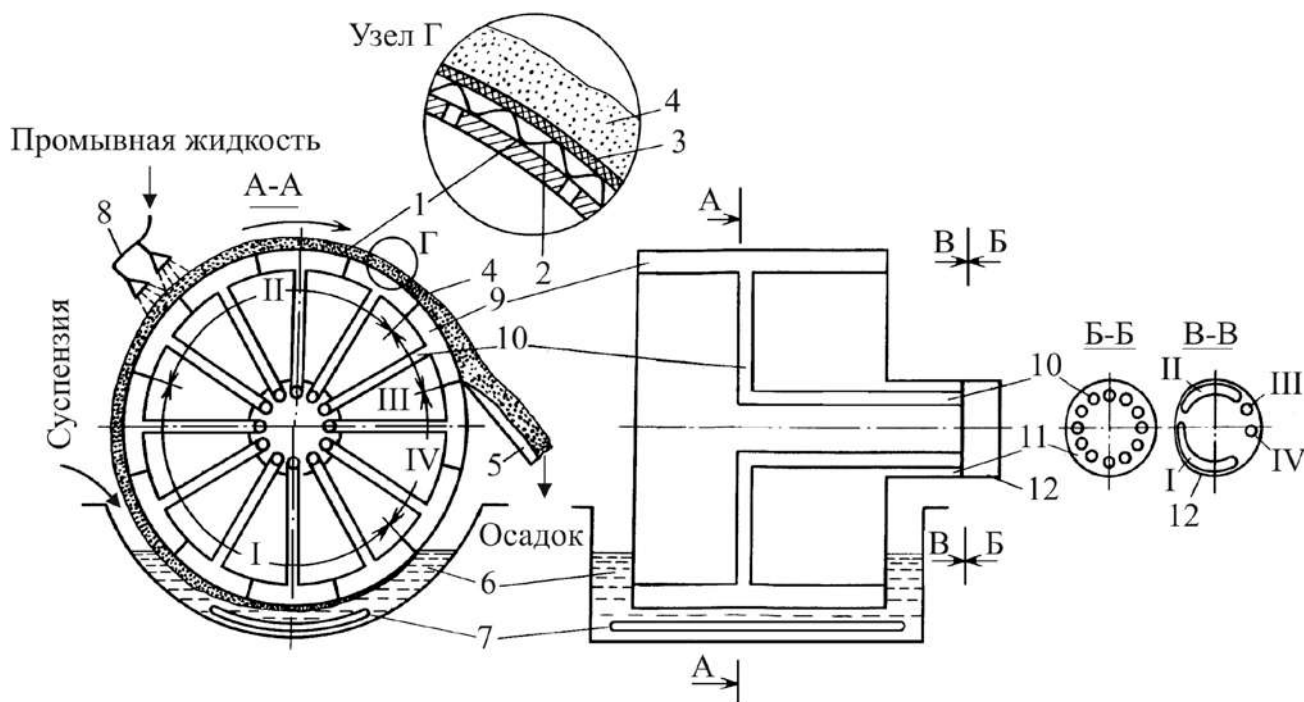


Рис. 7.16. Барабанный вакуум-фильтр: 1 – перфорированный барабан; 2 – волнистая сетка; 3 – фильтровальная перегородка; 4 – осадок; 5 – нож для съема осадка; 6 – корыто для суспензии; 7 – качающаяся мешалка; 8 – устройство для подвода промывной жидкости; 9 – камеры (ячейки) барабана; 10 – соединительные трубки; 11 – вращающаяся часть распределительной головки; 12 – неподвижная часть распределительной головки; I – зона фильтрования и отсоса фильтрата; II – зона промывки осадка и отсоса промывной жидкости; III – зона съема осадка; IV – зона очистки фильтровальной ткани

Зона III – съем осадка. В этой зоне осадок сначала отдает остатки свободной жидкости, находящейся в нем, под действием вакуума, а затем камера соединяется с источником сжатого воздуха. Воздух сушит и разрыхляет осадок, что облегчает его последующее удаление. При подходе камеры к ножу 5 подача сжатого воздуха прекращается. Осадок падает с поверхности фильтровальной ткани под действием силы тяжести. Нож служит в основном направляющей плоскостью для слоя осадка отделяющегося от ткани.

Зона IV – очистка фильтровальной ткани, где она продувается сжатым воздухом или водяным паром и освобождается от оставшихся

на ней твердых частиц. После этого ячейки с регенерированной тканью вновь входят в корыто с суспензией, и весь цикл операций вновь повторяется.

На каждом участке поверхности фильтра все операции проводятся последовательно одна за другой. Но участки поверхности барабана работают независимо, и поэтому в целом все операции проводятся одновременно, т.е. процесс протекает непрерывно. Это одно из достоинств барабанного фильтра. Другими достоинствами являются: простота обслуживания, возможность фильтрования суспензии с большой концентрацией твердой фазы, хорошие условия промывки осадка.

К недостаткам относятся сравнительно небольшая удельная поверхность фильтрования, относительно высокая стоимость, необходимость перемешивания суспензии в корыте, сложность герметизации.

**Ленточный вакуум-фильтр.** На рис. 7.17 показан ленточный вакуум-фильтр. Такой фильтр представляет собой аппарат непрерывного действия, в котором направление силы тяжести и движение жидкой фазы совпадают. Движущей силой процесса фильтрования является разность давлений между атмосферным и остаточным давлением в вакуум-камерах для фильтрата 8 и промывной жидкости 10. Опорная резиновая лента 1 в сечении в виде желоба с прорезями и бортами перемещается по замкнутому пути при помощи приводного 2 и натяжного 3 барабанов. Фильтровальная ткань в виде замкнутой ленты 4 прижимается к опорной резиновой ленте при помощи натяжения роликами 5. Суспензия поступает на фильтровальную ткань из лотка 6, где и происходит процесс фильтрования. После фильтрования идет процесс промывки осадка. Промывная жидкость подается на образовавшийся осадок из форсунок 7. Фильтрат под вакуумом отсасывается в камеры 8, находящиеся под опорной резиновой лентой, и через коллектор 9 отводится в сборник. Промывная жидкость, также под вакуумом, отсасывается в камеры 10 и через коллектор 11 уходит в другой сборник. На приводном барабане фильтровальная ткань (лента) отходит от резиновой ленты и огибает ролик 12; при этом осадок 14 отделяется от ткани и падает в бункер 13. На пути между роликами 5 фильтровальная ткань промывается и очищается.

К достоинствам ленточного вакуум-фильтра относятся:

совпадение направления фильтрования и осаждения, относительная простота устройства (отсутствие распределительной головки), хорошие условия для обеспечения промывки и удаления жидкости из осадка. Благодаря простоте съема осадка и регенерации ткани возможна обработка труднофильтруемых материалов.

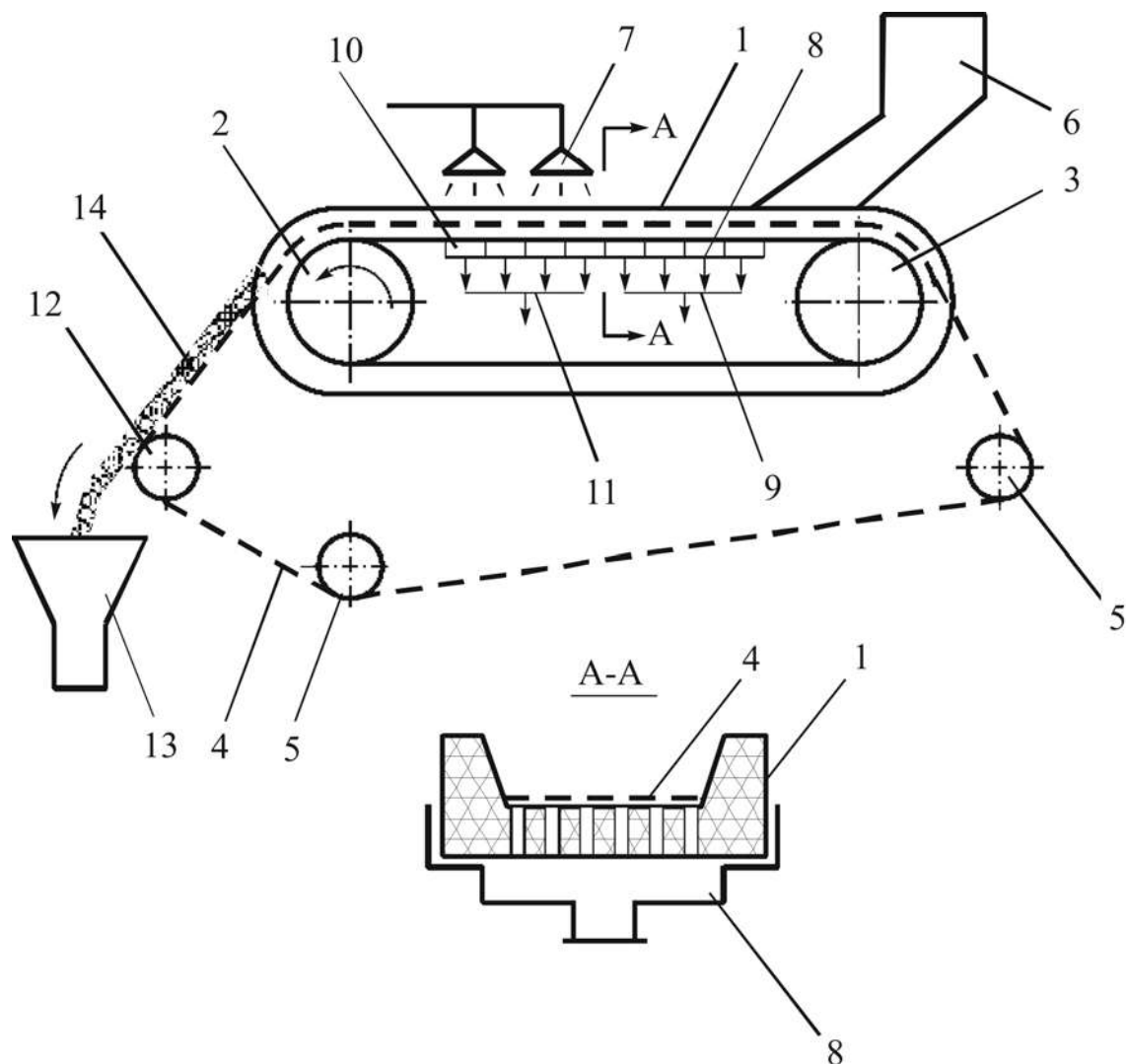


Рис. 7.17. Ленточный вакуум-фильтр: 1 – опорная резиновая лента; 2 – приводной барабан; 3 – натяжной барабан; 4 – фильтровальная ткань (лента); 5 – натяжные ролики; 6 – лоток для подачи суспензии; 7 – форсунки для подачи промывной жидкости; 8 – вакуум-камера для фильтрата; 9 – коллектор для фильтрата; 10 – вакуум-камера для промывной жидкости; 11 – коллектор для промывной жидкости; 12 – направляющий ролик; 13 – бункер для осадка

Недостатками являются: небольшая удельная поверхность и довольно быстрый износ фильтровальной ленты, громоздкость аппарата, сложность герметизации.

### 7.2.3. Фильтрующие центрифуги

Принципиальное отличие фильтрующих центрифуг от осадительных заключается в том, что они имеют перфорированный барабан, на внутренних стенках которого закреплена фильтровальная ткань. На рис. 7.18 показана вертикальная фильтрующая центрифуга периодического действия.

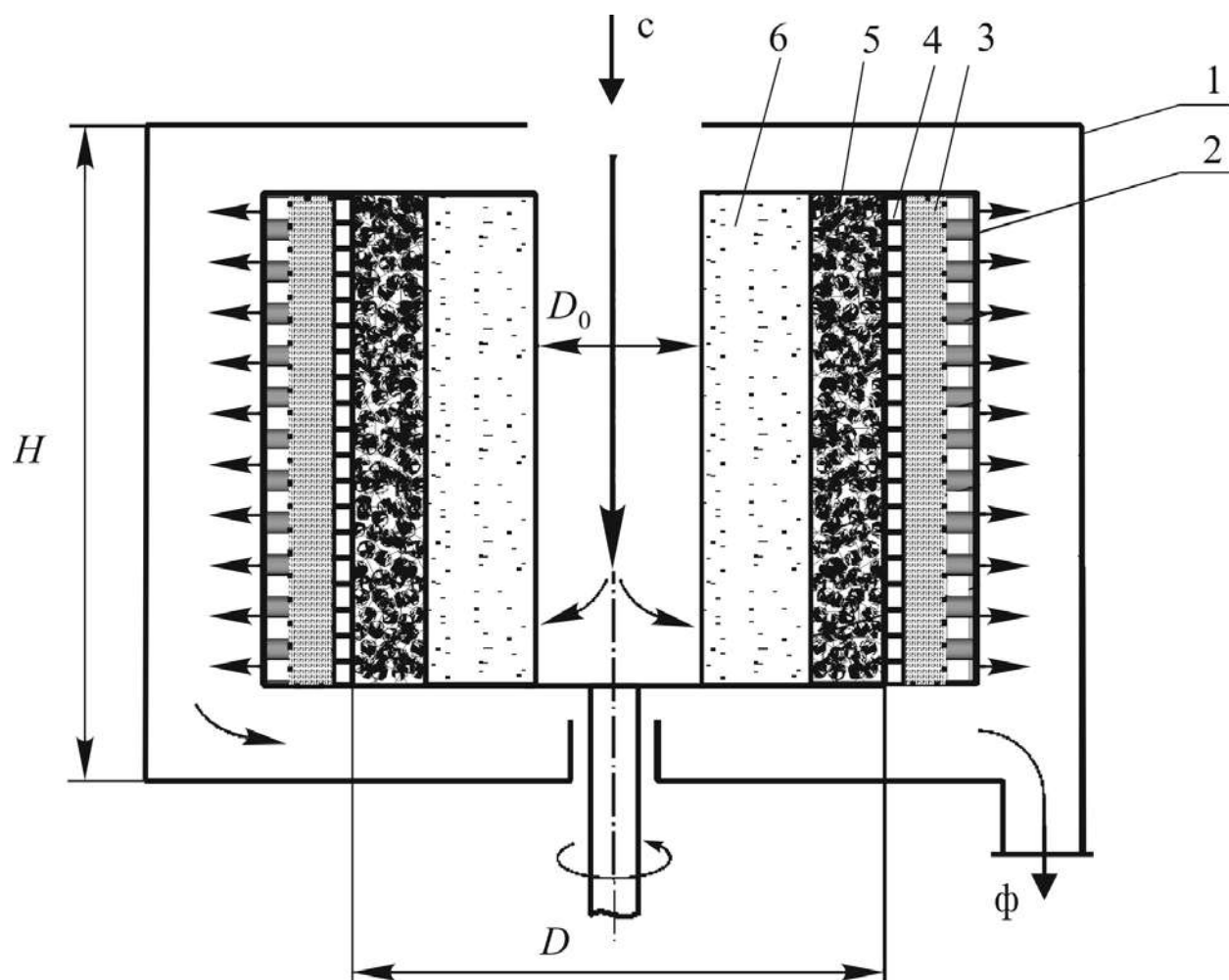


Рис. 7.18. Вертикальная фильтрующая центрифуга: 1 – корпус; 2 – перфорированный барабан; 3 – проволочная сетка; 4 – фильтровальная ткань; 5 – осадок; 6 – суспензия. Поток: с – суспензия; ф – фильтрат (фугат)

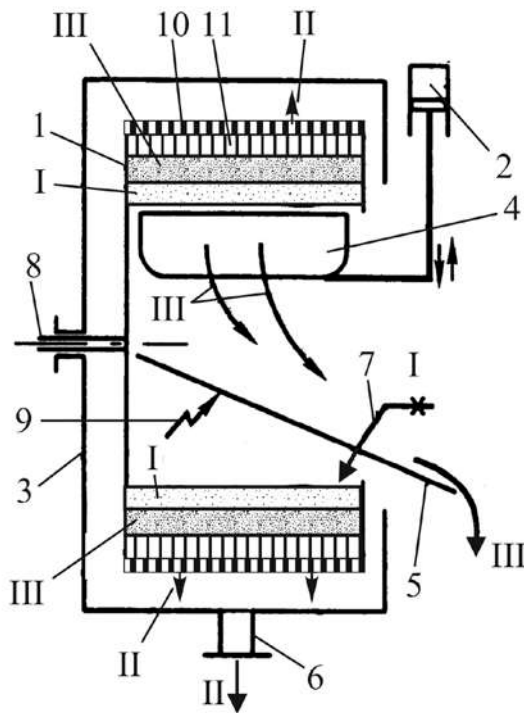
Центрифуга состоит из перфорированного барабана 2, насаженного на вращающийся вал. На внутренней поверхности барабана расположена дренажная проволочная сетка 3, а на ней – фильтровальная ткань 4.

Суспензия подается сверху в барабан. В результате фильтрования на фильтрующей ткани образуется слой осадка. Фильтрат (фугат) под действием центробежной силы проходит через осадок, фильтровальную перегородку, перфорацию барабана и попадает в кожух, откуда и отводится. После окончания процесса фильтрования барабан останавливается и вручную выгружается осадок.

Достоинством центрифуги этого типа является простота устройства, а недостатками – периодичность работы и ручная выгрузка осадка.

Горизонтальная фильтрующая центрифуга с ножевым съемом осадка показана на рис. 7.19. В перфорированный барабан на внутреннюю его поверхность укладывается дренажная сетка, на нее закрепляется фильтровальная ткань, а на фильтровальную ткань сверху укладывается предохранительная сетка. Она служит для того, чтобы не было выпучивания ткани при действии ножа во время съема осадка. Особенностью этих центрифуг является осуществление всех операций процесса в автоматическом режиме и при постоянной скорости вращения барабана. Приведем такой пример. Рабочий цикл фильтра, продолжительность которого равна  $t_p = 10$  мин, разбит на операции, запрограммированные по отведенным им отрезкам времени. Операции эти следующие: 1) фильтрование в течение  $t_1 = 5$  мин. Открывается клапан подачи суспензии в центрифугу на время 5 мин, после чего он закрывается; 2) отжим осадка  $t_2 = 0,5$  мин; 3) промывка осадка  $t_3 = 1$  мин, в течение этого времени открыт клапан подачи промывной жидкости; 4) отжим осадка после промывки  $t_4 = 0,5$  мин; 5) снятие осадка  $t_5 = 3$  мин, в течение этого времени поднимается медленно нож и срезает осадок. После этого начинается вновь процесс фильтрования. Открывание и закрывание клапанов производится автоматически. Срезанный ножом осадок поступает в желоб 5, которому во время работы ножа сообщается вибрация для лучшего отвода осадка. Применяются такие центрифуги для разделения суспензий с концентрацией твердой фазы более 10% и содержащие твердые частицы размером более 30 мкм, измельчение которых допустимо.

Рис. 7.19. Горизонтальная фильтрующая центрифуга с ножевым съемом осадка: 1 – барабан; 2 – гидравлический цилиндр для подъема и опускания ножа; 3 – кожух; 4 – нож для съема осадка; 5 – наклонный желоб; 6 – патрубок для отвода фугата; 7 – труба для подачи суспензии; 8 – вал; 9 – вибратор; 10 – перфорированные стенки барабана; 11 – фильтровальная ткань. Поток: I – суспензия; II – фугат; III – осадок



Основным достоинством этих центрифуг является полная автоматизация процесса фильтрования. Недостаток их – относительно быстрый износ фильтровальной перегородки.

#### 7.2.4. Уравнения фильтрования и расчет фильтров

**Уравнение фильтрования в дифференциальной форме.** В первом приближении движение жидкости через слой осадка и фильтровальную перегородку можно рассмотреть как движение через слой зернистого материала. Тогда с учетом (5.231), (5.235), (5.241)

$$\Delta p = \lambda_{\text{г.с.}} \frac{h}{d_3} \frac{\rho \bar{W}^2}{2} = \frac{66,6 \mu h \bar{W}_0}{d_3^2 \varepsilon}. \quad (7.19)$$

Общий перепад давлений складывается из перепада давлений на слое осадка и фильтровальной перегородки:

$$\Delta p = \Delta p_{\text{ос}} + \Delta p_{\text{ф.п.}} = \mu \bar{W}_0 \left( \frac{66,6 h_{\text{ос}}}{d_{3,\text{ос}}^2 \varepsilon_{\text{ос}}} + \frac{66,6 h_{\text{ф.п.}}}{d_{3,\text{ф.п.}}^2 \varepsilon_{\text{ф.п.}}} \right), \quad (7.19a)$$

откуда можно получить значение для  $\bar{W}_0$ :

$$\bar{W}_0 = \frac{\Delta p}{\mu \left( \frac{66,6 h_{\text{ос}}}{d_{3,\text{ос}}^2 \varepsilon_{\text{ос}}} + \frac{66,6 h_{\text{ф.п.}}}{d_{3,\text{ф.п.}}^2 \varepsilon_{\text{ф.п.}}} \right)}. \quad (7.19б)$$



Величина  $\bar{W}_0$  является фиктивной скоростью движения чистой жидкости через слой зернистого (пористого) материала. Такое движение жидкости называется фильтрацией. При фильтровании, в общем случае, значения разности давлений и гидравлического сопротивления слоя осадка с течением времени изменяются, определение величин эквивалентных диаметров осадка ( $d_{э,ос}$ ) и порозности осадка ( $\epsilon_{ос}$ ) вызывает затруднение. Поэтому переменную скорость фильтрования выражают в дифференциальной форме:

$$\bar{W}_0 = \frac{dV}{Sdt} \quad (7.19в)$$

и дифференциальное уравнение фильтрования записывается в виде

$$\frac{dV}{Sdt} = \frac{\Delta p}{\mu(R_{ос} + R_{ф.п.})}, \quad (7.20)$$

где  $V$  – объем фильтрата,  $м^3$ ;  $S$  – поверхность фильтрования,  $м^2$ ;  $t$  – продолжительность фильтрования, с;  $\Delta p$  – разность давлений, Па;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкой фазы суспензии, Па·с;  $R_{ос}$  – сопротивление слоя осадка,  $м^{-1}$ ;  $R_{ф.п.}$  – сопротивление фильтровальной перегородки,  $м^{-1}$ .

Для интегрирования уравнения (7.20) необходимо установить зависимость между сопротивлением слоя осадка и объемом полученного фильтрата. Учитывая пропорциональность объема осадка и фильтрата, обозначим  $x_0$  отношение объема осадка к объему фильтрата. Тогда объем осадка будет равен  $x_0V$ . Объем осадка может быть выражен произведением  $h_{ос}S$ , где  $h_{ос}$  – высота слоя осадка (м), следовательно,

$$x_0V = h_{ос}S,$$

откуда высота равномерного слоя осадка на фильтровальной перегородке составит

$$h_{ос} = x_0 \frac{V}{S}. \quad (7.21)$$

Сопротивление слоя осадка можно выразить равенством

$$R_{ос} = r_0 h_{ос} = r_0 x_0 \frac{V}{S}, \quad (7.22)$$

где  $r_0$  – удельное объемное сопротивление слоя осадка,  $м^{-2}$ .

Подставив  $R_{ос}$  из равенства (7.22) в уравнение (7.20), получаем

$$\frac{dV}{Sdt} = \bar{W}_0 = \frac{\Delta p}{\mu \left( r_0 x_0 \frac{V}{S} + R_{\text{ф.п.}} \right)}. \quad (7.23)$$

Допускаем, что сопротивлением фильтровальной перегородки можно пренебречь ( $R_{\text{ф.п.}} = 0$ ), тогда с учетом равенства (7.21) из уравнения (7.23) находим

$$r_0 = \frac{\Delta p}{\mu h_{\text{ос}} \bar{W}_0}. \quad (7.24)$$

Таким образом, удельное сопротивление осадка численно равно разности давлений, необходимой для того, чтобы жидкость с вязкостью 1 Па·с фильтровалась со скоростью 1 м/с сквозь осадок высотой 1 м.

Приняв  $V = 0$ , что соответствует началу фильтрования, когда на фильтровальной перегородке еще не образовался осадок, из уравнения (7.23) получаем

$$R_{\text{ф.п.}} = \frac{\Delta p}{\mu \bar{W}_0}. \quad (7.24a)$$

**Уравнение фильтрования при постоянной разности давлений.** При  $\Delta p = \text{const}$  и неизменной температуре для фильтра данной конструкции и известной фильтровальной перегородки все входящие в уравнение (7.23) величины, за исключением  $V$  и  $t$ , постоянны. Интегрируем это уравнение в пределах от 0 до  $V$  и от 0 до  $t$ :

$$\int_0^V \mu \left( r_0 x_0 \frac{V}{S} + R_{\text{ф.п.}} \right) dV = \int_0^t \Delta p S dt \quad (7.25)$$

или

$$\mu r_0 x_0 \frac{V^2}{2S} + \mu R_{\text{ф.п.}} V = \Delta p S t.$$

Разделив обе части последнего уравнения на  $\mu r_0 x_0 / 2S$ , получим

$$V^2 + 2 \frac{R_{\text{ф.п.}} S}{r_0 x_0} V = 2 \frac{\Delta p S^2}{\mu r_0 x_0} t. \quad (7.26)$$

Уравнение (7.26) применимо к несжимаемым и сжимаемым осадкам, поскольку при  $\Delta p = \text{const}$  величины  $r_0$  и  $x_0$  тоже постоянны. Из уравнения (7.23) следует, что при  $\Delta p = \text{const}$  по мере увеличения объема фильтрата, а следовательно, и продолжительности фильтрования скорость фильтрования уменьшается.

**Уравнения фильтрования при постоянной скорости**

**процесса.** При постоянной скорости фильтрования производную  $dV/dt$  можно заменить отношением конечных величин  $V/t$ . После такой замены, решая уравнение (7.23) относительно  $\Delta p$ , находим

$$\Delta p = \mu r_0 x_0 \frac{V^2}{S^2 t} + \mu R_{\text{ф.п.}} \frac{V}{St}. \quad (7.27)$$

Умножив и разделив первое слагаемое правой части этого уравнения на  $t$  и приняв во внимание, что постоянная скорость фильтрования

$$\bar{W}_0 = \frac{V}{St}, \quad (7.28)$$

получаем

$$\Delta p = \mu r_0 x_0 \bar{W}_0^2 t + \mu R_{\text{ф.п.}} \bar{W}_0. \quad (7.29)$$

Уравнение (7.29) показывает, что при  $\bar{W}_0 = \text{const}$  разность давлений возрастает по мере увеличения продолжительности фильтрования.

Это уравнение применимо к несжимаемым осадкам; при использовании его для сжимаемых осадков следует иметь в виду зависимость удельного сопротивления осадка от разности давлений.

**Уравнение фильтрования при постоянных разности давлений и скорости.** Такой вид фильтрования осуществим, когда чистая жидкость движется сквозь слой осадка неизменной толщины при постоянной разности давлений. Движение чистой жидкости в пористой среде называется *фильтрацией*. Промывку осадка на фильтре способом вытеснения, когда над осадком имеется слой промывной жидкости, можно рассматривать как фильтрацию промывной жидкости сквозь слой осадка постоянной толщины при постоянных разности давлений и скорости.

Приняв в уравнении (7.23) в соответствии с равенством (7.21) вместо  $x_0 V/S$  эквивалентную этому выражению толщину слоя осадка на перегородке  $h_{\text{ос}}$  и заменив  $dV/dt$  на значение  $V/t$ , при  $\Delta p = \text{const}$  получаем

$$V = \frac{\Delta p St}{\mu(r_0 h_{\text{ос}} + R_{\text{ф.п.}})}. \quad (7.30)$$

Поскольку  $\Delta p = \text{const}$  уравнение (7.30) применимо для несжимаемых и сжимаемых осадков.

**Определение постоянных в уравнениях фильтрования.** Под постоянными в уравнениях (7.26), (7.29) и (7.30) понимают  $r_0$ ,  $x_0$  и  $R_{\text{ф.п.}}$ . Для осадков, получаемых в химических производствах и состоящих, как правило, из

частиц размером менее 100 мкм, эти величины находят экспериментально. Рассмотрим один из способов определения опытным путем указанных величин в уравнении фильтрования при  $\Delta p = \text{const}$  (7.26), характеризующийся большой точностью получаемых результатов.

Преобразуем уравнение (7.26) к виду

$$\frac{t}{V} = MV + N, \quad (7.31)$$

где

$$M = \frac{\mu r_0 x_0}{2\Delta p S^2}, \quad (7.32)$$

$$N = \frac{\mu R_{\text{ф.п.}}}{\Delta p S}. \quad (7.33)$$

При постоянных температуре и разности давлений все величины, входящие в правые части равенств (7.32) и (7.33), постоянны. Поэтому значения  $M$  и  $N$  также постоянны, и уравнение (7.31) является уравнением прямой линии, наклоненной к оси абсцисс под углом, тангенс которого  $M$ , и отсекающей на оси ординат отрезок  $N$ . Для построения указанной прямой в координатах  $V - t/V$  наносят ряд точек на основании измеренных в опыте и соответствующих одному другому значений  $V$  и  $t/V$  (рис. 7.20).

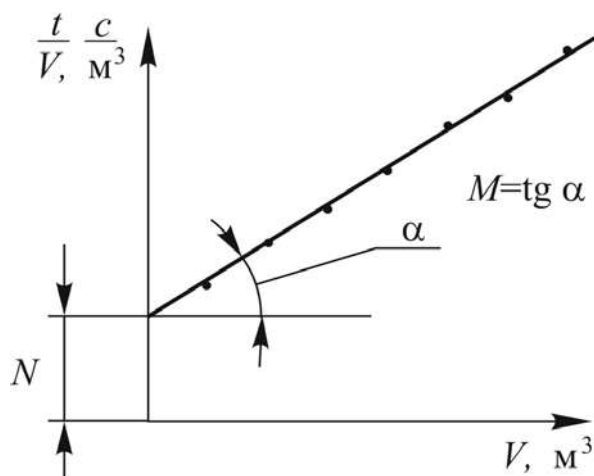


Рис. 7.20. Определение постоянных  $M$  и  $N$

Затем по графику определяют величины  $M$  и  $N$ , после чего из равенств (7.32) и (7.33) вычисляют  $r_0$  и  $R_{\text{ф.п.}}$ . Величину  $x_0$  находят в результате непосредственного измерения объемов осадка и фильтрата.

Для несжимаемых осадков, размер частиц которых достаточно велик (порядка 1 мм и более), процесс фильтрования можно рассматривать как течение жидкости через зернистый слой. В этом случае величину  $r_0$  с учетом уравнений (7.19а) и (7.24) можно определить по зависимости

$$r_0 = \frac{66,6}{d_{3,0c}^2 \varepsilon_{0c}}.$$

**Центробежное фильтрование.** Для периодически действующей фильтрующей центрифуги можно выделить три периода: образование осадка, уплотнение осадка и его механическая сушка (отжим). В течение первого периода на поверхности фильтровальной перегородки образуется слой осадка, состоящий из твердых дисперсных частиц, толщина слоя увеличивается до тех пор, пока все элементы дисперсной фазы не перейдут из суспензии в осадок и внутренний радиус слоя суспензии  $R_c$  (рис. 7.21) не сравняется с внутренним радиусом осадка  $R_o$ . В ходе второго периода происходит уплотнение осадка путем выдавливания жидкости. Третий период характеризуется замещением жидкости в порах осадка газовой фазой, что позволяет получать в процессе центробежного фильтрования менее влажные осадки, чем в осадительных центрифугах.

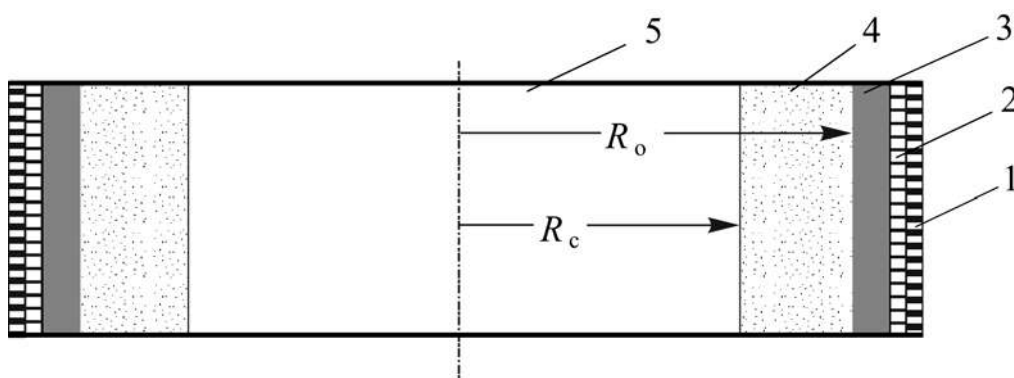


Рис. 7.21. Схема барабана фильтрующей центрифуги:  
1 – перфорированная стенка; 2 – фильтровальная перегородка; 3 – осадок; 4 – суспензия; 5 – газовая фаза

Движущей силой в первом периоде фильтрования является в основном разность давлений на внутренней поверхности осадка и на внешней поверхности фильтровальной перегородки. Пренебрегаем влиянием сил тяжести при больших значениях фактора разделения  $K_p$  (7.9) в центрифугах. Тогда из (5.23) можно показать, что давление на внутренний слой осадка  $p_o$  будет равно

$$p = \rho_c \frac{\omega^2 r^2}{2} + c_1, \quad (7.34) \quad r = R_c, \quad p = p_a \rightarrow c_1 = p_a - \rho_c \frac{\omega^2 R_c^2}{2}, \quad (7.35)$$

$$p_o = p_a + \rho_c \frac{\omega^2}{2} (R_o^2 - R_c^2) \quad (7.36)$$

или 
$$p_o = p_a + 2\pi^2 \rho_c n^2 (R_o^2 - R_c^2), \quad (7.37)$$

где  $p_a$  – давление в газовой фазе внутри барабана. Учитывая, что давление на внешней поверхности фильтровальной перегородки также равно  $p_a$ , которое, как правило, равно атмосферному, получим движущую силу процесса центробежного фильтрования в первом периоде:

$$\Delta p = p_o - p_a = 2\pi^2 \rho_c n^2 (R_o^2 - R_c^2). \quad (7.38)$$

Найденный перепад давлений можно подставить в уравнения (7.20) или (7.23).

В промышленных фильтрующих центрифугах значение  $\Delta p$  достигает 1 – 1,5 МПа. При таких высоких давлениях сжимаемые осадки сильно уплотняются и их гидравлическое сопротивление становится очень большим. Поэтому суспензии, образующие сжимаемые осадки, не рекомендуется разделять на фильтрующих центрифугах. Во втором и в третьем периодах жидкость удаляется из осадка за счет центробежных сил. Описание кинетики при этом имеет сложный характер. Продолжительность центробежного фильтрования в большинстве случаев определяют на базе экспериментальных данных.

**Расчет фильтров.** Расчет периодических фильтров сводится к определению производительности фильтра с известной поверхностью фильтрования либо к определению количества фильтров с выбранной поверхностью фильтрования, обеспечивающей заданную производительность.

Производительность одного фильтра, работающего при  $\Delta p = \text{const}$ , определяется следующим образом. Время фильтрования  $t$  находится из уравнения (7.26):

$$t = \left( \frac{V}{S} \right)^2 \frac{\mu r_0 x_0}{2\Delta p} + \frac{V}{S} \frac{R_{ф.п.} \mu}{\Delta p}. \quad (7.39)$$

С учетом (7.21)  $\frac{V}{S} = \frac{h_{oc}}{x_0}$  уравнение (7.39) преобразуется к виду

$$t = \left( \frac{h_{oc}}{x_0} \right)^2 \frac{\mu r_0 x_0}{2\Delta p} + \frac{h_{oc}}{x_0} \frac{R_{ф.п.} \mu}{\Delta p}. \quad (7.40)$$

По формуле (7.40) можно определить время (продолжительность) фильтрования, если задана высота слоя осадка, которая зависит от конструкции фильтра и других факторов. Константы фильтрования определяются экспериментальным путем. Время (продолжительность) промывки осадка определяется исходя из уравнения (7.30):

$$t_{\text{пр}} = \frac{V_{\text{пр}} \mu_{\text{пр}} (r_0 h_{\text{ос}} + R_{\text{ф.п.}})}{\Delta p S}, \quad (7.41)$$

где  $V_{\text{пр}}$  – объем промывной жидкости;  $\mu_{\text{пр}}$  – вязкость промывной жидкости;  $\Delta p$  – перепад давления, при котором производится промывка;  $V_{\text{пр}}$  определяется по заданному удельному объему промывной жидкости на  $1 \text{ м}^3$  осадка  $v_{\text{пр}}$ :

$$V_{\text{пр}} = v_{\text{пр}} V_{\text{ос}} = v_{\text{пр}} h_{\text{ос}} S. \quad (7.42)$$

Обозначим через  $t_{\text{в.о.}}$  продолжительность других вспомогательных операций (сушка осадка, загрузка фильтра, выгрузка осадка и др.) Общая продолжительно работы, учитывающая продолжительность всех осуществляемых операций, будет

$$t_{\text{об}} = t + t_{\text{пр}} + t_{\text{в.о.}}. \quad (7.43)$$

С учетом времени  $t_{\text{об}}$  средняя производительность по фильтрату равна

$$\dot{V}_{\text{ср}} = \frac{V}{t_{\text{об}}}, \quad (7.44)$$

где  $V$  определяется по уравнению (7.21),  $V = \frac{Sh_{\text{ос}}}{x_0}$ .

При заданной суточной производительности фильтровальной установки  $V_{\text{уст}}$  число циклов фильтрования на одном фильтре  $k_{\text{ц}}$ , которое необходимо осуществить для обеспечения суточной производительности  $V_{\text{уст}}$ , будет

$$k_{\text{ц}} = \frac{V_{\text{уст}}}{V}. \quad (7.45)$$

Число циклов фильтрования  $k_1$ , которое можно провести на одном фильтре в сутки:

$$k_1 = \frac{t_{\text{с}}}{t_{\text{об}}}, \quad (7.46)$$

где  $t_{\text{с}}$  – рабочая продолжительность суток. Уравнения (7.45) и (7.46) позволяют определить необходимое число фильтров  $N$ :

$$N = \frac{k_{\text{ц}}}{k_1}. \quad (7.47)$$

Расчет фильтров непрерывного действия рассмотрим на примере барабанного вакуум-фильтра с учетом стандартного распределения поверхности фильтра на технологические зоны.

В начале расчета задаются значения: углов сектора (зоны) предварительной сушки осадка, осуществляемой на выходе из зоны фильтрования ( $\varphi_{c,1}$ ); зоны съема осадка  $\varphi_o$ ; зоны регенерации фильтровальной перегородки  $\varphi_p$  и мертвых зон  $\varphi_{m,1}$ ,  $\varphi_{m,2}$ ,  $\varphi_{m,3}$ ,  $\varphi_{m,4}$ , находящихся между технологическими зонами, в которых ячейки отключены от источников вакуума и сжатого газа. Ориентировочную частоту вращения барабана, обеспечивающую образование осадка заданной толщины (фильтрование), его промывку и сушку, определяют по уравнению

$$n = \frac{360 - \left( \varphi_{c,1} + \varphi_o + \varphi_p + \sum_{i=1}^4 \varphi_{m,i} \right)}{360(t + t_{пр} + t_{c,2})}, \quad (7.48)$$

где  $t$ ,  $t_{пр}$ ,  $t_{c,2}$  – соответственно время фильтрования, промывки и сушки осадка после промывки.

Время (продолжительность) фильтрования определяется по уравнению (7.40), а время промывки осадка – по уравнению (7.41), при этом удельный объем промывной жидкости должен быть предварительно экспериментально определен. Продолжительность сушки осадка после промывки задается также из экспериментальных данных.

Время полного цикла работы фильтра  $t_{ц}$  представляет величину, обратную частоте вращения барабана  $t_{ц} = \frac{1}{n}$ . Общую поверхность фильтрования  $S_{об}$  находят по зависимости

$$S_{об} = \frac{\dot{V}_{об} t_{ц}}{(v_{ф.уд.} k_{п})}, \quad (7.49)$$

где  $\dot{V}_{об}$  – заданная производительность по фильтрату,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $k_{п}$  – поправочный коэффициент, учитывающий необходимость увеличения поверхности из-за повышения сопротивления фильтровальной перегородки при многократном ее использовании ( $k_{п} \approx 0,8$ );  $v_{ф.уд.}$  – удельный объем фильтрата, получаемый с  $1 \text{ м}^2$  фильтровальной перегородки за время фильтрования:

$$v_{ф.уд.} = \frac{V}{S} = \frac{h_{ос}}{x_0}. \quad (7.50)$$

По найденному значению  $S_{об}$  по каталогу выбирают типоразмер фильтра и определяют число фильтров. Затем проверяют пригодность выбранного фильтра. Устанавливают соответствие рассчитанной частоты вращения барабана диапазону частот, указанному в каталоге; сравнивают рассчитанный и стандартный углы сектора (зоны) фильтрования. Если частота выходит за пределы указанного диапазона или рассчитанный угол фильтрования больше стандартного, следует повторно выполнить расчеты, задавшись другой высотой слоя осадка.

После этого производят уточненный расчет фильтра. Принимают по каталогу данные распределения технологических зон. Частоту вращения



барабана выбирают наименьшую из рассчитанных по следующим формулам:

$$n_1 = \frac{\varphi_{\phi}}{360t}, \quad (7.51)$$

$$n_2 = \frac{\varphi_{\text{пр}} + \varphi_{\text{с},2}}{360(t_{\text{пр}} + t_{\text{с},2})}, \quad (7.52)$$

где  $\varphi_{\phi}$  – угол зоны (сектора) фильтрования;  $\varphi_{\text{пр}}$  – угол сектора промывки;  $\varphi_{\text{с},2}$  – угол сектора сушки осадка после промывки.

### 7.2.5. Очистка газов фильтрованием

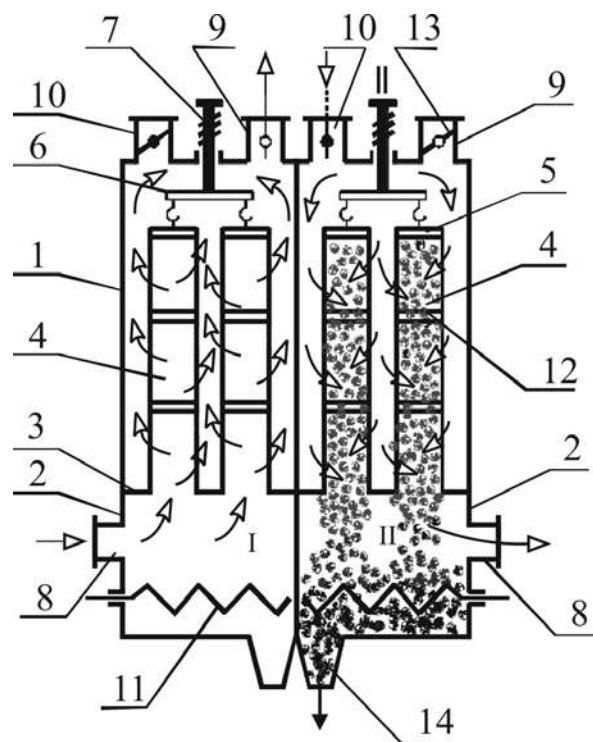
Очистка газов от взвешенных твердых частиц фильтрованием, как и разделение суспензий, применяется в тех случаях, когда этот процесс невозможно осуществить методами осаждения в отстойных камерах и циклонах. Принцип действия для очистки газов фильтрованием тот же, что и для разделения суспензий: используются фильтровальные перегородки, которые пропускают газ, но задерживают на своей поверхности твердые частицы. Применяемые на практике фильтровальные перегородки делятся на четыре группы:

- 1) *гибкие* (ткани и нетканые материалы из природных и синтетических волокон, войлок, губчатая резина и т.д.);
- 2) *полужесткие* (пакеты металлических сеток, слои волокон, стружки и т.д.);
- 3) *жесткие* (плоские и цилиндрические пористые перегородки из керамики, пластмасс, спеченные или спрессованные металлические порошки);
- 4) *зернистые* (слои кокса, гравия, песка).

К числу наиболее широко применяемых фильтров с гибкими перегородками относятся *рукавные фильтры*. Устройство такого фильтра представлено на рис. 7.22.

Работает рукавный фильтр следующим образом. В секцию I, работающую на стадии фильтрования, через патрубок 8 поступает запыленный газ и далее входят в рукава 4. Рукава сверху закрыты крышками 5 и подвешены на крючки рамы 6. Нижние части рукавов плотно укреплены в трубной решетке 3. Чтобы рукава сохраняли цилиндрическую форму, в них вшиваются металлические кольца 12.

Рис. 7.22. Рукавный фильтр: 1 – корпус; 2 – бункер для пыли; 3 – трубная решетка, на которой крепятся рукава; 4 – рукава; 5 – крышки рукавов с петлями; 6 – рама для подвески рукавов; 7 – опора рамы с пружиной; 8 – патрубок для входа запыленных газов; 9 – патрубок для выхода очищенных газов; 10 – продувочный патрубок; 11 – шнек; 12 – металлические кольца; 13 – дроссельные клапаны; 14 – патрубки для отвода пыли; I, II – секции аппарата



Проходя через рукава, газ очищается от пыли, которая оседает на внутренней поверхности рукавов и в порах фильтровальной ткани, а очищенный газ выходит через патрубок 9, дроссельный клапан 13 которого открыт. Для очистки рукавов от осевшей пыли поток газа периодически (через 5-10 мин) отключается на 20-30 с, в течение которых рукава, висящие на общей пружинной опоре, встряхиваются при помощи кулачкового механизма. Отключение и включение газового потока и кулачкового механизма производится автоматически. При встряхивании рукавов пыль попадает в днище корпуса (бункер для пыли) откуда удаляется, обычно, шнеком 11. Если рукава выполнены из толстой ворсистой ткани, производится кроме встряхивания и продувка рукавов сжатым воздухом. Секция II, как показано на рис. 7.22, работает на стадии очистки рукавов от пыли. В этом случае дроссельный клапан 13 на патрубке 9 закрывается и открывается клапан на патрубке 10, через который поступает на продувки сжатый воздух. Он проходит через наружную поверхность фильтровальной ткани рукавов, очищает их от пыли, которая падает в бункер. Выходя из рукавов продувочной газ отводится из аппарата через патрубок 8, который отсоединяется от трубопровода запыленного газа и присоединяется к линии отвода продувочного газа.

Рукавные фильтры обычно монтируются на общих коллекторах в виде ряда параллельно работающих секций (в каждой 12 – 25 рукавов). Это позволяет не прерывать очистку газов на время удаления пыли из отдельных секций.

Достоинством рукавных фильтров является высокая степень очистки газов от тонкодисперсной пыли (частицы размером 1 мкм улавливаются на 98 – 99%).

К недостаткам их относятся высокое гидравлическое сопротивление (до 2500 Па), относительно быстрый износ фильтровальной ткани и закупорка ее пор, непригодность для очистки влажных газов и газов, имеющих высокую температуру.

Для газов с высокой температурой применяются фильтры с термостойкой фильтровальной перегородкой (пористые перегородки из керамики, спрессованных металлических порошков и др.).

**Расчет рукавных фильтров.** Основной характеристикой такого фильтра является общая поверхность фильтрования его рукавов  $S_{об}$ :

$$S_{об} = z\pi d_p H, \quad (7.53)$$

где  $z$  – общее количество рукавов;  $d_p$  – диаметр рукава;  $H$  – высота рукава.

Поскольку в процессе работы фильтра часть рукавов  $z_p$  отключается на снятие осадка и продувку фильтровальной ткани, общая поверхность рукавов определяется по зависимости

$$S_{об} = \frac{S_{\phi} z}{(z - z_p)}, \quad (7.54)$$

где  $S_{\phi}$  – расчетная поверхность фильтрования.

Расчетная поверхность фильтрования может быть определена по формуле

$$S_{\phi} = \dot{V} / W_{\phi}, \quad (7.55)$$

где  $\dot{V}$  – объемный расход поступающего в аппарат газа;  $W_{\phi}$  – допустимая фиктивная скорость фильтрации газа через рукава. Она соответствует скорости, при которой гидравлическое сопротивление фильтра достигает максимально допустимой величины, т.е. когда на ткани образовался заданный слой осадка пыли. Величина ее находится экспериментально ( $W_{\phi} \approx 0,01$  м/с).

### 7.3. Мокрая очистка газов

Мокрыю очистку газов от пыли или тумана применяют, когда допустимы увлажнение и охлаждение очищаемого газа, а отделяемые частицы имеют незначительную ценность. Этот способ очистки основывается на контакте запыленного газа с промывной жидкостью (чаще всего водой). Аппараты для мокрой очистки газов называют *скрубберами*. Поверхностью контакта фаз между газом и жидкостью может быть движущаяся жидкая пленка (насадочные и центробежные скрубберы), поверхность капель жидкости (полые скрубберы, скрубберы Вентури), поверхность пузырьков газа (барботажные пылеуловители). Если улавливаемые частицы пыли не смачиваются жидкостью, то очистка газа в мокрых пылеуловителях малоэффективна. В таких случаях для увеличения смачиваемости частиц и степени очистки к промывной жидкости добавляют поверхностно-активные вещества. Однако этот способ сопряжен с загрязнением органическими веществами сточных вод, образующихся при мокрой очистке, и не отвечает современным экологическим требованиям.

Охлаждение газа ниже температуры конденсации находящихся в нем паров жидкости способствует увеличению веса пылинок, играющих при этом роль центров конденсации, и облегчает выделение их из газа.

При мокрой очистке образуются сточные воды, содержащие уловленные из газа дисперсные частицы, которые могут вызвать загрязнение окружающей среды. В этом случае необходимо предусмотреть очистку сточных вод в отстойниках или в устройствах циклонного типа. При этом осветленная жидкость повторно используется для мокрой очистки, что ведет к экономии свежей воды. В этом случае свежая вода требуется лишь для возмещения потерь ее со шламом.

***Полые и насадочные скрубберы.*** Простейшими аппаратами для мокрой очистки и одновременного охлаждения газов являются полые скрубберы – вертикальные колонны круглого (чаще) или прямоугольного сечения. Запыленный газ движется через скруббер снизу вверх со скоростью не более 0,8 – 1,5 м/с (для уменьшения брызгоуноса) и орошается водой (см. рис. 13.20), разбрызгиваемой через форсунки, установленные по всей высоте колонны. При этом все поперечное сечение скруббера перекрывается распыляемой жидкостью. Жидкость с уловленной пылью выводится снизу из

конического днища. Расход жидкости на улов пыли составляет от 3 до 10 м<sup>3</sup> на 1000 м<sup>3</sup> газа. Степень улавливания пыли тем больше, чем больше расход орошающей жидкости, запыленность газа и размер частиц пыли, но не превышает 60-75%. Гидравлическое сопротивление невелико и составляет 100 – 250 Па.

В насадочных скрубберах объем колонны заполняется насадкой, которая сверху орошается промывной жидкостью (см. рис. 13.10). Жидкость стекает по насадке в виде пленки. Противотоком к ней движется газ, подаваемый в нижнюю часть колонны. Смоченная поверхность насадки и является поверхностью контакта фаз. Вода вместе со шламом поступает в коническое днище колонны и через патрубок выводится через него. Для удобства чистки насадки от загрязнения в насадочных скрубберах применяют регулярную насадку с крупными элементами или хордовую насадку, сделанную из деревянных (или другого материала) брусьев (см. рис. 13.9).

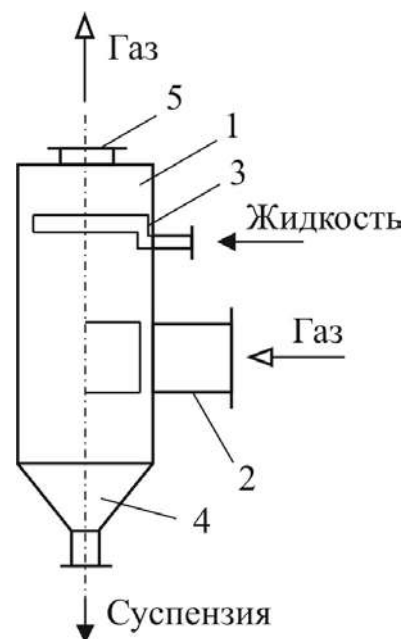
Расход жидкости в насадочных скрубберах составляет 1,5 – 6 м<sup>3</sup> на 1000 м<sup>3</sup> газа. Гидравлическое сопротивление их (200 – 300 Па), несколько больше, чем полых скрубберов. Степень улова пыли в насадочных скрубберах зависит от тех же факторов, что и в полых. Улавливается до 70 % частиц размером 2 – 5 мкм, более крупная пыль улавливается на 80 – 90%. Частицы 1 мкм и меньше улавливаются плохо.

**Центробежные скрубберы.** Процесс мокрой очистки может быть интенсифицирован при проведении его в поле центробежных сил. Такую очистку осуществляют в циклонах, стенки которых смачиваются непрерывно стекающей пленкой жидкости (центробежные скрубберы). В центробежном скруббере (рис. 7.23) запыленный газ поступает в цилиндрический корпус 1 через входной патрубок 2, расположенный тангенциально, и приобретает вращательное движение. Стенки корпуса орошаются через сопла 3 водой, которая пленкой стекает по внутренней поверхности колонны сверху вниз. Взвешенные в поднимающемся по винтовой линии потоке газа частицы пыли под действием центробежной силы отбрасываются к стенкам скруббера, смачиваются водяной пленкой и уносятся с водой через коническое днище 4. Очищенный и одновременно охлажденный газ удаляется через выходной патрубок 5. В центробежных скрубберах достигается более высокая степень очистки, чем в полых и насадочных. Она превышает 95% для частиц пыли 5 – 30 мкм и составляет 85 – 90% для частиц размером 2 – 5 мкм.

Расход жидкости в них составляет  $0,1 - 0,2 \text{ м}^3$  на  $1000 \text{ м}^3$  очищаемого газа. Гидравлическое сопротивление зависит от скорости газа во входном патрубке и диаметра скруббера. При скорости газа при входе в скруббер  $20 \text{ м/с}$  оно составляет  $500 - 800 \text{ Па}$ .

Рис. 7.23. Центробежный скруббер:

1 – корпус; 2 – входной патрубок; 3 – сопла;  
4 – коническое днище; 5 – выходной патрубок



### ***Барботажные (пенные) пылеуловители.***

Их используют для очистки сильно запыленных газов. В таких аппаратах жидкость, взаимодействующая с газом, приводится в состояние подвижной пены, что обеспечивает большую поверхность контакта фаз. Тарелки в пенных аппаратах делаются провальными, т.е. через отверстия тарелки одновременно проходят газ (снизу вверх) и жидкость (сверху вниз).

На рис. 7.24 приведена схема барботажного (пенного) пылеуловителя. В корпусе 1 круглого или прямоугольного сечения установлена перфорированная тарелка 3. Вода или другая жидкость через приемную коробку 2 поступает на тарелку, а загрязненный газ подается в аппарат через диффузор 4. Проходя через отверстия тарелки, газ барботирует сквозь жидкость и превращает ее в слой подвижной пены 6. В слое пены пыль поглощается жидкостью, основная часть которой ( $\approx 80\%$ ) удаляется вместе с пеной (пульпа) через порог 7 и сливную коробку (8). Оставшаяся часть жидкости ( $\approx 20\%$ ) сливается через отверстия в тарелке и улавливает в подтарелочном пространстве более крупные частицы пыли. Образующаяся при этом пульпа стекает в бункер 5 и отводится из него через нижний патрубок. Очищенный газ выходит из аппарата через верхний патрубок. В таких аппаратах применяют также несколько перфорированных тарелок, установленных последовательно по высоте аппарата, число их зависит от требуемой степени очистки газа. Расход жидкости составляет  $0,2 - 0,3 \text{ м}^3$  на  $1000 \text{ м}^3$  газа. Гидравлическое сопротивление однотарелочных аппаратов составляет  $500 - 1000 \text{ Па}$ . Частицы пыли размером более  $20 - 30 \text{ мкм}$  улавливаются в барботажных аппаратах практически полностью. Частицы размером

5 мкм улавливаются на 80 – 90%, частицы меньших размеров улавливаются значительно хуже. При работе барботажных пылеуловителей недопустимы значительные колебания расхода газа, так как это может привести к нарушению пенного режима и загрязнению отверстий тарелки.

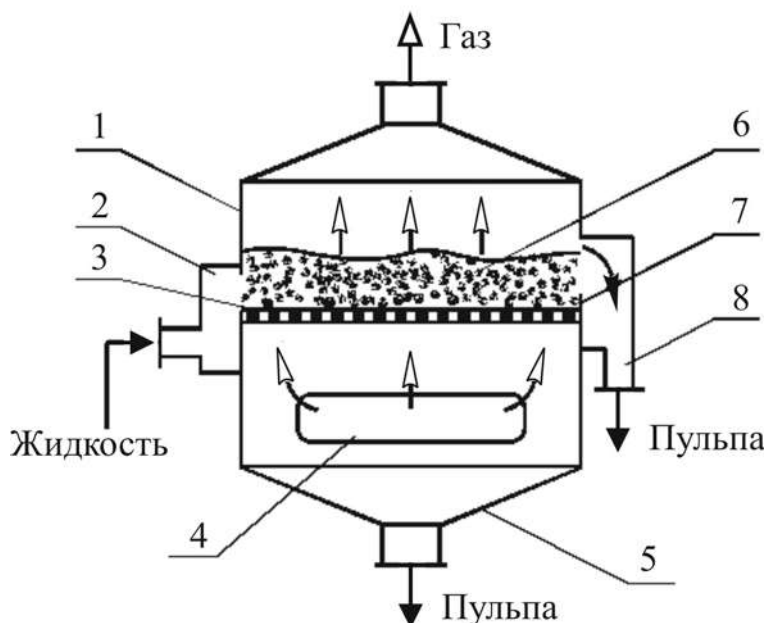


Рис. 7.24. Барботажный (пенный) пылеуловитель:

1 – корпус; 2 – приемная коробка; 3 – тарелка;  
4 – диффузор для входа запыленного газа; 5 – бункер;  
6 – подвижная пена; 7 – порог; 8 – сливная коробка

**Скрубберы Вентури.** Основным устройством для улова пыли из газа в этих аппаратах является труба Вентури, на основе которой работают и струйные насосы (см. разд. 6.1.2). На рис. 7.25 приведена схема устройства очистки газа со скруббером Вентури. Запыленный газ поступает в трубу Вентури 1, в конфузоре которой расположен распределитель воды 2. В горловине трубы скорость газа достигает порядка 100 м/с, что обеспечивает высокую турбулентность газового потока. Подаваемая в этот поток газа вода распыляется на мелкие капли и улавливает частицы пыли из газа. При этом происходит коагуляция твердых частиц (их слипание). Из горловины газо-жидкостный поток с уловленными частицами пыли поступает в диффузор 1б, где скорость газа снижается до 20 – 25 м/с. В диффузоре капли жидкости коалесцируют (сливаются) и уносятся потоком газа в циклонный сепаратор 3. Здесь капли жидкости под действием

центробежной силы отделяются от газа и в виде суспензии стекают в коническое днище, откуда суспензия поступает в отстойник 4. В отстойнике твердые частицы осаждаются образуя шлам, который отводится из отстойника через нижний патрубок. Осветленная вода поступает в промежуточную емкость 5. Туда же поступает в небольшом количестве и свежая вода, которая компенсирует потери воды со шламом. Из емкости 5 насосом 6 вода вновь подается в трубу Вентури. Такая схема установки со скруббером Вентури позволяет достигнуть значительной экономии промывной воды.

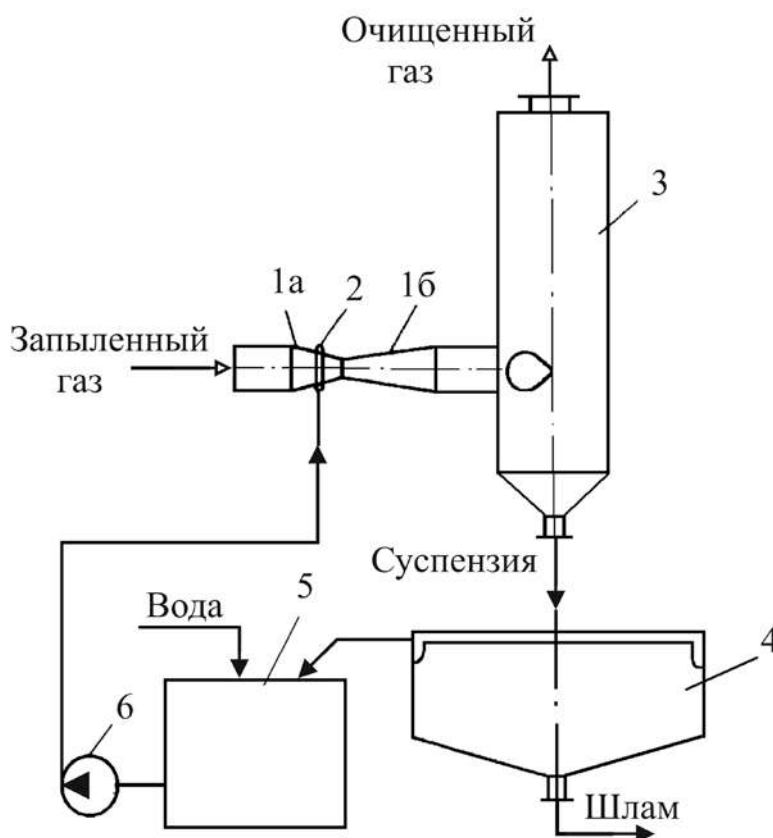


Рис. 7.25. Установка очистки газа со скруббером Вентури:  
 1 – труба Вентури (1а – конфузور, 1б – диффузор);  
 2 – распределительное устройство для подачи воды;  
 3 – циклонный сепаратор; 4 – отстойник для суспензии;  
 5 – промежуточная емкость; 6 – насос

Для эффективной работы скруббера Вентури необходимо очищаемый газ предварительно охладить и насытить водяными парами, например в полном скруббере. В противном случае в трубе



Вентури будет происходить испарение мелких капель жидкости, которые наиболее активно взаимодействуют с частицами пыли.

Расход воды в скрубберах Вентури относительно высок ( $0,7 - 3 \text{ м}^3$  на  $1000 \text{ м}^3$  газа), высоко и гидравлическое сопротивление ( $3000 - 7000 \text{ Па}$ ). В скрубберах Вентури улавливаются весьма мелкие частицы пыли: на  $95 - 99\%$  – твердые частицы размером  $1 - 2 \text{ мкм}$  и капли тумана диаметром  $0,2 - 1 \text{ мкм}$ . Такие аппараты применяют для очистки газов с преимущественным содержанием фракций мелких частиц.

**Расчет аппаратов мокрой очистки газов.** В большинстве случаев степень очистки газов определяют по эмпирическим зависимостям, характерным для аппаратов соответствующего типа. Если степень очистки  $\eta$  задана, то по уравнениям материального баланса рассчитывают концентрацию пыли в очищенном газе и расход уловленной пыли:

$$c_k = c_{ис}(1 - \eta), \quad (7.56)$$

$$G_{п} = \dot{V}_r (c_{ис} - c_k), \quad (7.57)$$

где  $c_{ис}$ ,  $c_k$  – концентрации пыли соответственно в исходном и в очищенном газе (конечная),  $\text{кг/м}^3$ ;  $G_{п}$  – массовый расход уловленной пыли,  $\text{кг/с}$ ;  $\dot{V}_r$  – объемный расход газа,  $\text{м}^3/\text{с}$ . Далее, исходя из типа аппарата и условий его работы, по эмпирическим зависимостям рассчитывают расход промывной жидкости и основные размеры аппарата.

#### **7.4. Очистка газов в электрическом поле (электроосаждение)**

Скорость осаждения очень мелких частиц (менее  $1 \text{ мкм}$ ) из газовых сред чрезвычайно мала не только в гравитационном поле, но и в поле центробежных сил. По этой причине разделение тонкодисперсных аэрозолей (очистка газов от мелких твердых частиц и капель) рассмотренными выше методами практически невозможна. Этот процесс, однако, успешно осуществляется в электрическом поле.

**Физические основы процесса.** Электрическая очистка основана на ионизации молекул газа электрическим зарядом (самостоятельная ионизация). Сущность этого процесса заключается в следующем. Имеется электрическая цепь (рис. 7.26а), в которую включен источник тока 1, допускающий возможность изменения напряжения, и

гальванометр 2, а на концах цепи – пластина 3 и острие 4, разделенные воздушным зазором 5, причем пластина должна обладать положительным зарядом, а острие – отрицательным.

При малых напряжениях ток в такой цепи практически не обнаруживается, так как газ, состоящий из нейтральных молекул, не проводит электричество. При повышении разности потенциалов между электродами до некоторой величины (точка а на графике рис. 7.26б) наступает ионизация газов вследствие того, что находящиеся в газах в небольшом количестве свободные электроны и ионы приобретают приращение кинетической энергии, достаточной для расщепления встречных нейтральных молекул, в результате чего значительно возрастает количество заряженных частиц и появляется электрический ток. Соответствующая возникновению этого явления разность потенциалов называется *ионизационным потенциалом*.

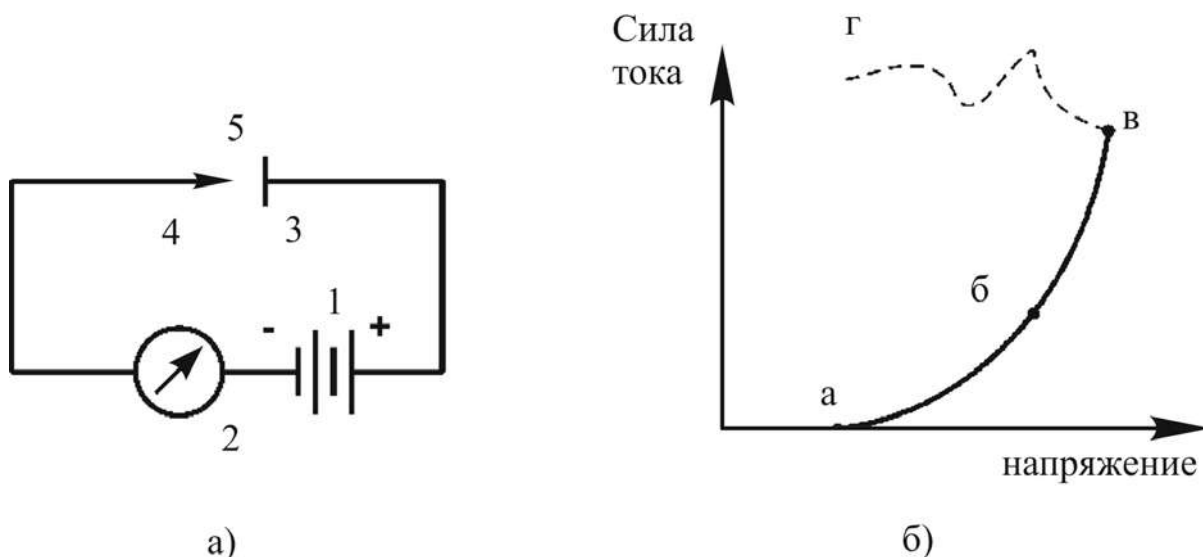


Рис. 7.26. Ионизация молекул газа электрическим зарядом:

а) – электрическая цепь: 1 – источник тока, 2 – гальванометр, 3 – пластина, 4 – острие, 5 – воздушный зазор; б) – изменение силы тока, проходящего через газ, в зависимости от разности потенциалов между электродами

При дальнейшем повышении разности потенциалов сила тока начинает возрастать (отрезок а-б), так как дополнительно появившиеся электроны и ионы при движении к электроду также вызывают ионизацию. Это явление называется *ударной ионизацией*, а процесс,

характеризуемый отрезком а-б, называется *тихим самостоятельным разрядом*. Затем сила тока начинает резко увеличиваться при малом увеличении разности потенциалов (отрезок б-в). Это объясняется тем, что напряженность электрического поля около вершины острия достигает предела, при котором у вершины острия произошел электрический пробой, т.е. расщепление молекул газа с образованием положительных и отрицательных ионов (точка б).

Это явление называется *коронным разрядом* и сопровождается появлением бледно-голубой короны вокруг проводника. Образовавшиеся при этом положительные ионы теряют заряд у вершины излучающего электрода, а отрицательные перемещаются к противоположно заряженному электроду. Область ионизации у проводника, в которой происходит излучение света, называется *оболочкой короны*, а напряжение, при котором появляется корона, – начальным напряжением коронного разряда. Устойчивость протекания стадии коронного разряда, характеризующегося неполным пробоем газа, обуславливается геометрической конфигурацией электродов, создающих электрическое поле с неоднородной напряженностью.

Если разность потенциалов между электродами достигнет некоторого предела, при котором сила тока будет соответствовать точке в, то наступает *искровой разряд*. Между электродами проскакивает искра (отрезок в-г) с соответствующим значительным падением разности потенциалов.

На заключительной стадии разряда при достаточной мощности тока может образовываться электрическая дуга (точка г). Следовательно, чтобы избежать короткого замыкания электродов, пробой газового слоя должен произойти лишь на части расстояния между электродами. Остальная часть газового пространства между электродами, называемая *внешней областью короны*, должна остаться не пробитой. Из описания этого процесса следует, что для ионизации газов, используемой для электрической очистки их от дисперсных частиц, можно применять только такие электроды, которые способны создавать неоднородное электрическое поле, при котором его напряженность не остается постоянной, а убывает по мере удаления от излучающего электрода.

Аппараты, в которых происходит процесс электрической очистки газов, обычно называют *электрофильтрами*. Однако это

название не соответствует сущности процесса, так как при электрической очистке газов происходит процесс осаждения, а не фильтрации (фильтровальная перегородка отсутствует). Поэтому в дальнейшем будем называть эти аппараты *электроосадителями*. Для создания неоднородного электрического поля в электроосадителях применяют электроды различной формы. Электрод, вокруг которого образуется «корона», называется *коронирующим* электродом и имеет форму стержня. Коронирующий электрод носит отрицательный заряд. Положительно заряженный электрод имеет форму цилиндра или пластины и называется *осадительным* электродом. При таких формах электродов можно использовать более высокое напряжение без появления искрового разряда. При возникновении короны появляются ионы обоих знаков и свободные электроны. Под действием электрического поля положительные ионы движутся к коронирующему электроду и нейтрализуются на нем, а отрицательные ионы и свободные электроны перемещаются к осадительному электроду. Соприкасаясь со встречными дисперсными частицами, находящимися в газе, они сообщают последним свой заряд и увлекают к осадительному электроду. В результате частицы дыма или тумана оседают на этом электроде. Основная масса дисперсных частиц приобретает отрицательный заряд потому, что отрицательные ионы и электроны проделывают более длинный путь от области короны к осадительному электроду, чем положительные ионы. Соответственно больше их вероятность столкновения со взвешенными в газе частицами. Отрицательно заряженные дисперсные частицы, попадая на осадительный электрод, отдают ему свои заряды, а затем удаляются с электрода. Лишь небольшая доля частиц, которые столкнулись с положительно заряженными ионами в области короны, оседают на коронирующем электроде.

На степень очистки газа влияет проводимость частиц. Если частицы хорошо проводят ток, а силы адгезии (сцепления) невелики, то заряд отдается мгновенно, а сама частица получает заряд электрода. Возникает кулоновская сила отталкивания, и частица вновь может попасть в поток газа. Это приводит к увеличению уноса частиц из аппарата и снижению степени очистки. Если частицы плохо проводят ток, то они прижимаются силой поля к электроду и образуют на нем слой отрицательно заряженных частиц, который отталкивает приближающиеся частицы того же знака. Напряжение в порах слоя

осевших частиц может превысить критическое и вызвать коронирование газа у осадительного электрода – «обратную корону». Это явление снижает эффективность очистки газа. Для исключения вредного влияния частиц, осевших на электродах, их удаляют периодическим встряхиванием электродов.

При очистке газов с высокой концентрацией твердых частиц большая часть ионов осаждается на последних и количество переносимых зарядов существенно уменьшается, поэтому снижается сила потребляемого тока, так как скорость взвешенных частиц (0,3 – 0,6 м/с) значительно меньше скорости ионов (60 – 100 м/с). При падении силы потребляемого тока до нуля степень очистки газа резко ухудшается – происходит полное «запирание короны». В этом случае необходимо уменьшить концентрацию частиц в газе путем создания перед электроосадителем предварительной очистки газа, чтобы тем самым уменьшить нагрузку на электроосадитель. Частицы жидкости обладают относительно невысоким удельным электрическим сопротивлением и обычно хорошо смачивают поверхность электрода. Поэтому они быстро отдают электроду свой заряд и стекают по его поверхности. Электроосадители работают только на постоянном токе.

**Электроосадители.** В зависимости от формы осадительных электродов различают электроосадители трубчатые и пластинчатые, в зависимости от вида удаляемых частиц – сухие и мокрые. В сухих электроосадителях улавливаются сухие твердые частицы, т.е. очистка газов происходит при температуре выше точки росы. Мокрые электроосадители служат для удаления влажных частиц, а также для осаждения капель.

На рис. 7.27 показаны трубчатый а) и пластинчатый б) электроосадители. Трубчатый электроосадитель состоит из пучка вертикальных металлических труб 1 (осадительные электроды) диаметром 150 – 300 мм и длиной 3 – 4 м, по осям которых проходят натянутые проволоки (коронирующие электроды) 2 диаметром 1,5 – 2 мм. Концы труб соединяют две камеры, из которых нижняя 3 служит для распределения очищаемой газовзвеси и выхода осажденных частиц, а верхняя 4 – для отвода очищенного газа. Проволоки подвешены на общей раме, опирающейся на изоляторы. Нижние концы проволок прикреплены к раме 5, фиксирующей их вертикальное осевое положение. Для удаления частиц, оседающих на проволоках, последние непрерывно встряхиваются ударами

нескольких связанных молотков по верхней раме. Частицы, оседающие на внутренней поверхности труб, периодически встряхиваются системой молотков, расположенных между рядами и соединенных общим приводом (на рисунке не показано). Вся система труб помещается в защитном корпусе.

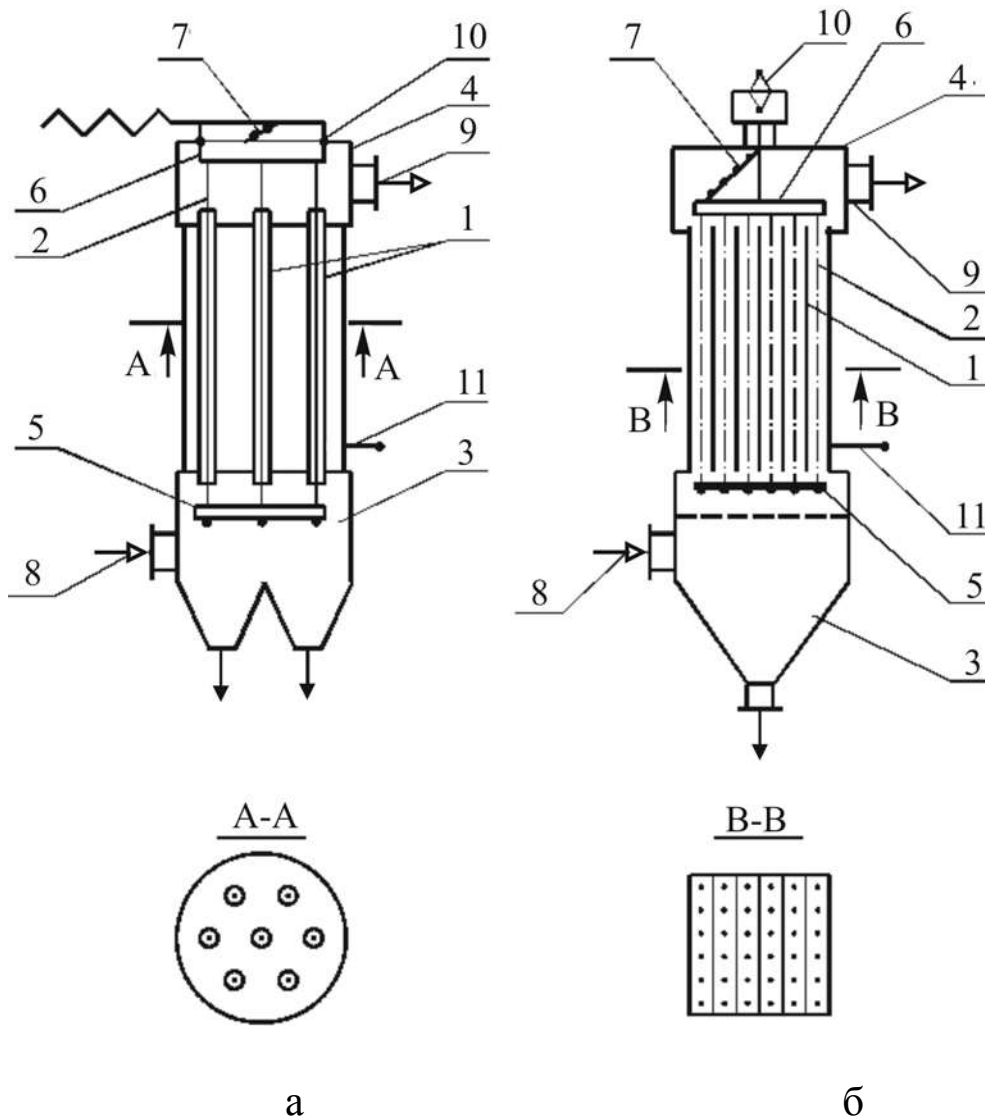


Рис. 7.27. Трубчатый (а) и пластинчатый (б) электроосадители:  
 1 – осадительные электроды (трубы и пластины);  
 2 – коронирующие электроды; 3 – нижняя камера; 4 – верхняя камера; 5 – нижняя рама; 6 – верхняя рама; 7 – молоток для встряхивания коронирующих электродов; 8 – газовзвесь; 9 – очищенный газ; 10 – изолятор; 11 – заземление

Пластинчатые электроосадители отличаются от трубчатых тем,

что осадительными электродами служат не трубы, а вертикальные пластины, между которыми проходят подвешенные на раме проволоки. Пластинчатые электроосадители менее металлоемки, более компактны, проще в монтаже и доступнее для удаления осажденных частиц. Преимуществом трубчатых электроосадителей является возможность использования большего напряжения электрического поля и достижения, следовательно, более высокой удельной производительности.

Электроосадители работают при высоком напряжении постоянного электрического тока (40 – 75 кВ), расход энергии составляет 0,2 – 0,3 кВт·ч на 1000 м<sup>3</sup> газа, гидравлическое сопротивление их невелико и составляет 150 – 200 Па. Степень очистки газа лежит в пределах 95 – 99%.

Для очистки сухих дымов используют преимущественно пластинчатые электроосадители, а для разделения влажных дымов и туманов – трубчатые. Электроосадители являются дорогостоящими и сложными в эксплуатации аппаратами. Они мало пригодны для очистки газов от твердых частиц, имеющих высокую электропроводность.

**Расчет электроосадителей.** Расчет сводится к подбору электроосадителя, обеспечивающего необходимую степень очистки:

$$\eta = \left( \frac{c_n - c_k}{c_n} \right) 100 = \left( 1 - \frac{c_k}{c_n} \right) 100, \% , \quad (7.58)$$

где  $c_n$ ,  $c_k$  – начальная и конечная концентрации взвешенных частиц в газе, кг/м<sup>3</sup>.

Рассмотрим элементарный участок аппарата высотой  $d\ell$  с площадью поперечного сечения  $S$  и периметром  $\Pi$  (периметр осадительного электрода). Масса удаленных дисперсных частиц при прохождении объема  $dV = Sd\ell$  будет равна

$$dM = -Sd\ell dc. \quad (7.59)$$

С другой стороны, эту же величину можно определить, зная скорость осаждения частиц  $W_{oc}$ . Все частицы, находящиеся в кольцевом пространстве шириной  $W_{oc}dt$  вблизи осадительного электрода, достигнут его за время  $dt$  и масса их составит:

$$dM = W_{oc}c\Pi dtd\ell \quad (7.60)$$

Приравняв (7.59) и (7.60), разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\int_{c_H}^{c_K} \frac{dc}{c} = - \int_0^t W_{oc} \frac{\Pi}{S} dt, \quad (7.61)$$

откуда

$$\ln \frac{c_K}{c_H} = -W_{oc} \frac{\Pi}{S} t \quad (7.62) \quad \text{или} \quad \frac{c_K}{c_H} = \exp \left( -W_{oc} \frac{\Pi}{S} t \right). \quad (7.63)$$

Заменив время  $t$  отношением высоты аппарата  $\ell$  к средней скорости потока  $\bar{W}$  преобразуем (7.63) к виду

$$\frac{c_K}{c_H} = \exp \left( -W_{oc} \frac{\Pi \ell}{S \bar{W}} \right). \quad (7.64)$$

Введем понятие удельной поверхности осаждения  $f$  как отношение площади осадительного электрода  $F$  к объемному расходу аэрозоли  $\dot{V}$  ( $f = F/\dot{V}$ ). Учитывая, что  $F = \Pi \ell$ , а  $\dot{V} = S \bar{W}$ , запишем

$$\frac{c_K}{c_H} = \exp(-W_{oc} f). \quad (7.65)$$

Тогда степень очистки по (7.58) будет иметь вид

$$\eta = 1 - \exp(-W_{oc} f). \quad (7.66)$$

Для трубчатых электроосадителей  $f = 2\ell/R\bar{W}$ , а для пластинчатых  $f = \ell/h\bar{W}$ , где  $R$  – радиус трубы осадительного электрода,  $h$  – расстояние между коронирующим и осадительным электродами. Теоретический расчет скорости осаждения частицы  $W_{oc}$  в электрическом поле весьма сложен, в основном вследствие затруднительности определения электрического заряда, скопившегося на ней. В связи с этим уравнениями (7.63) – (7.66) пользуются, как правило, лишь для качественного анализа, а расчет электроосадителей производят на основе экспериментальных данных.

## 7.5. Выбор аппаратов для разделения неоднородных систем

При выборе метода разделения и аппаратов для его осуществления следует учитывать много различных факторов, которые в большинстве случаев взаимозависимы. Прежде всего, следует учитывать требования, предъявляемые к качеству разделения: технологические (возможность использования продуктов разделения в дальнейшем технологическом процессе, их ценность и т.д.); экологические (влияние исходной системы и продуктов разделения на человека, окружающую среду) и другие.



На сам процесс разделения и работу аппарата влияют: заданные начальные и конечные концентрации дисперсной фазы и ее фракционный состав; физические свойства фаз (их плотность, вязкость, температура, химическая агрессивность и др.)

На выбор аппарата влияют и такие его характеристики, как сложность конструкции и обслуживания, стоимость очистки. Только соответствующие технико-экономические расчеты могут служить надежной основой для выбора аппарата.

**Аппараты для разделения суспензий.** Наиболее эффективными аппаратами для разделения суспензий являются фильтры и фильтрующие центрифуги, где возможна промывка осадка и его просушка. Следует иметь в виду, что эти аппараты сложны по конструкции, относительно дороги. В ряде случаев эффективно применение осадительных центрифуг и гидроциклонов, в которых можно отделять мелкодисперсные частицы.

Отстойники просты по конструкции, но малоэффективны в работе. Они громоздки, в них плохо отделяются мелкие частицы. Отстойники рекомендуется использовать для предварительного разделения грубых и высококонцентрированных суспензий.

**Аппараты для очистки газов.** При выборе аппаратов для очистки газа следует принимать во внимание технико-экономические показатели их работы, при определении которых следует учитывать степень и стоимость очистки газа. Эффективность очистки зависит от ряда факторов: влажности газов, содержания и свойств пыли (сухая, липкая, волокнистая, гигроскопическая и т.д.), фракционного состава пыли. Пылеосадительные камеры и циклоны по капитальным и эксплуатационным затратам предпочтительнее других аппаратов, но они улавливают лишь крупные частицы. Поэтому эти аппараты применяют часто для предварительной очистки газов перед электроосадителями и рукавными фильтрами. Батарейные циклоны рекомендуется использовать при больших расходах очищаемого газа.

Рукавные фильтры используют для тонкой очистки газов от сухой пыли. Они имеют высокую степень очистки для частиц любого размера более 1 мкм, но работают при небольшой запыленности газа, требуют поддержания его температуры в определенных пределах.

Аппараты мокрой очистки эффективны для улавливания пыли средней дисперсности. Их применение целесообразно, когда необходимо увлажнение и охлаждение газа. Эти аппараты просты по

устройству, эксплуатационные затраты невелики. Однако их использование связано с большим расходом воды. Если дисперсные частицы представляют угрозу загрязнения окружающей среды, необходима дополнительная аппаратура по их выделению из воды. При электрической очистке газов можно получить весьма высокую степень улавливания взвешенных частиц. Расход энергии на очистку невелик вследствие малого потребления тока и низкого гидравлического сопротивления электроосадителей.

В табл. 7.1 приведены некоторые усредненные характеристики распространенных газоочистительных аппаратов.

*Таблица 7.1*

**Усредненные характеристики распространенных  
газоочистительных аппаратов**

Аппараты	Максимальное содержание пыли в газе, кг/м <sup>3</sup>	Размеры отделяемых частиц, не менее, мкм	Сте- пень очист- ки, %	Гидравли- ческое сопротивле- ние, Па
Пылеосади- тельные камеры	не лимитируется	100	30–40	50
Циклоны	0,4	10	70–95	400–700
Батарейные циклоны	0,1	10	85–95	500–800
Рукавные фильтры	0,02	1	98–98	500–2500
Центробежные скрубберы	0,05	2	85–95	400–800
Барботажные пылеуловители	0,3	5	80–99	500–1000
Скрубберы Вентури	0,05	1	95–99	3000–7000
Электроосади- тели	0,01–0,05	0,01	95–99	100–200

## Контрольные вопросы

1. Классификация неоднородных систем и методов их разделения.
2. Под действием каких сил может осуществляться процесс осаждения?
3. По какому признаку суспензии делятся на грубые, тонкие и мути?
4. Что вкладывается в понятие «аэрозоль»?
5. Как записывается уравнение материального баланса для процессов разделения?
6. Принцип работы и конструкции отстойников. Как определяется поверхность осаждения для отстойника?
7. Что понимается под фактором разделения при осаждении частиц под действием центробежной силы?
8. Принцип действия и устройство циклонов.
9. В каких случаях вместо одного циклона применяют батарейные циклоны?
10. Для очистки каких неоднородных систем применяют гидроциклоны?
11. Принцип работы и конструкции центрифуг.
12. Для каких целей применяют трубчатые сверхцентрифуги?
13. Что является движущей силой процесса фильтрования суспензий и какими способами она может создаваться?
14. Принцип действия и устройство фильтров.
15. Для чего в барабанном вакуум-фильтре производится перемешивание суспензии?
16. Из каких стадий складывается разделение суспензии в фильтрующих центрифугах?
17. Запишите дифференциальное уравнение фильтрования.
18. Что понимается под удельным сопротивлением осадка?
19. Что понимается под константами фильтрования и как они определяются?
20. Как определяется перепад давления при центробежном фильтровании?
21. Когда допустимы способы мокрой очистки газов?
22. Опишите работу центробежного скруббера для очистки газов.
23. Опишите работу барботажного (пенного) пылеуловителя и укажите область его применения для очистки газов.

24. Что является физической основой очистки газов в электрическом поле?
25. Какие электроды в электроосадителях называются коронирующими и какие – осадительными?
26. По какой причине на осадительном электроде образуется обратная корона?
27. Почему необходима предварительная очистка газов от пыли перед электроосадителями?
28. У каких аппаратов для очистки газов от пыли минимальное гидравлическое сопротивление?
29. Проанализируйте достоинства и недостатки различных методов и аппаратов для разделения неоднородных систем.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Почему для разделения газовзвесей не применяется центрифугирование?
2. Проанализируйте, какие величины и каким образом влияют на степень очистки газа в электроосадителе?
3. Изобразите вид сверху на циклон, показанный на рис. 7.5. Особое внимание обратите на расположение патрубка для входа запыленного газа.

## Глава 8. ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В ЖИДКИХ СРЕДАХ

*Перемешивание в жидкой фазе* – процесс многократного относительного перемещения макроскопических элементов жидкой среды под действием импульса, передаваемого среде механической мешалкой, потоком газа или жидкости. Перемешивание используют для интенсификации химических, тепло- и массообменных процессов; для приготовления эмульсий, суспензий, гомогенных растворов.

Поскольку перемешивание применяют в различных технологических процессах, то и цель перемешивания определяется назначением процесса. Так, при приготовлении эмульсии для интенсивного дробления дисперсной фазы необходимо создавать в перемешиваемой среде значительные касательные напряжения, пропорциональные градиенту скорости. В тех зонах аппарата, где градиент скорости жидкости имеет наибольшее значение, происходит наиболее интенсивное дробление дисперсной фазы.

В случае гомогенизации целью перемешивания является снижение концентрационных градиентов в объеме аппарата.

При использовании перемешивания для интенсификации тепло- и массообменных процессов в гетерогенных системах создаются лучшие условия для подвода соответствующей субстанции к границе раздела фаз. Турбулизация системы, достигаемая обычно при перемешивании, приводит к возникновению дополнительного механизма переноса, что вызывает существенное ускорение процессов тепло- и массообмена.

Процесс перемешивания может осуществляться различными способами. Наиболее широко применяется способ *механического перемешивания* с помощью мешалок различных конструкций, создающих вращательное движение жидкости. Применяются также способы *пневматического перемешивания* (барботаж газа через слой жидкости); *перемешивание в трубопроводах* путем установки в них специальных устройств; *перемешивание с помощью сопел и насосов*.

Основными характеристиками процесса перемешивания являются *эффективность* и *интенсивность* перемешивания, а также расход энергии на проведение процесса.

*Эффективность перемешивания* характеризует

технологический эффект процесса перемешивания. В зависимости от назначения процесса перемешивания эту характеристику выражают различным образом. При использовании перемешивания для интенсификации тепло- и массообменных процессов его эффективность можно оценить соотношением кинетических коэффициентов при перемешивании и без него. При получении суспензий и эмульсий эффективность перемешивания можно охарактеризовать равномерностью распределения дисперсной фазы в сплошной.

*Интенсивность перемешивания* определяется количеством энергии, подводимой в единицу времени  $N$  к единице объема  $V$  перемешиваемой жидкости ( $N/V$ ) или к единице массы перемешиваемой жидкости ( $N/V\rho$ ). Интенсивность перемешивания обуславливает характер движения жидкости в аппарате. Повышение интенсивности всегда связано с увеличением энергозатрат, а технологический эффект от увеличения интенсивности перемешивания ограничен строго определенными пределами. Поэтому оптимальную интенсивность перемешивания следует определять исходя из условий достижения необходимого технологического эффекта при минимальных затратах.

## **8.1. Механическое перемешивание**

Механическое перемешивание осуществляется с помощью мешалок, которым сообщается вращательное движение от электродвигателя. Мешалка, находящаяся в сосуде с жидкостью, передает количество движения от двигателя к жидкости и вызывает тем самым ее движение, при котором происходит перемешивание.

### **8.1.1. Классификация и конструкции мешалок**

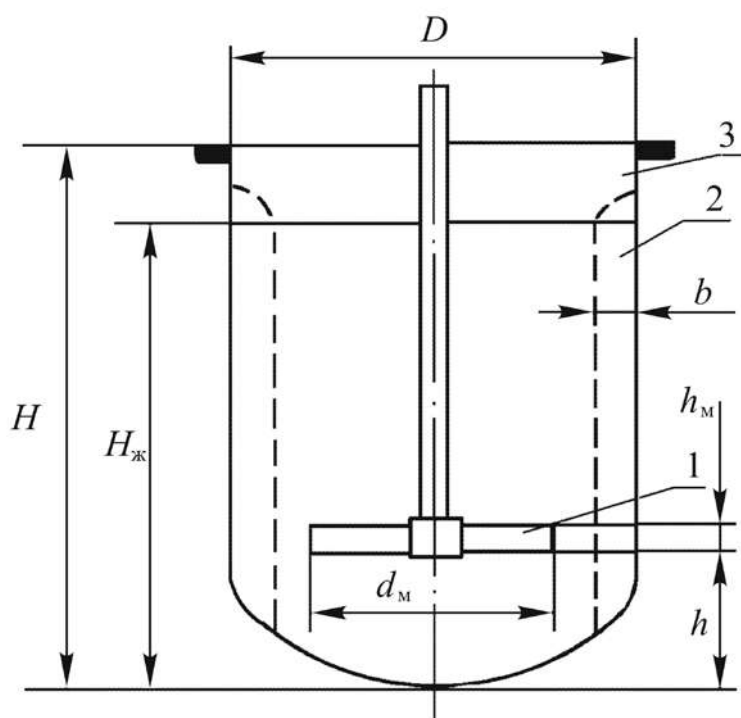
Классификация перемешивающих устройств осуществляется по ряду характерных признаков:

- а) конструктивному устройству лопастей мешалки (лопастные, пропеллерные, турбинные и специальные);
- б) скорости вращения мешалки (тихоходные – окружная

скорость конца лопастей примерно 1 м/с, быстроходные – окружная скорость порядка 10 м/с);

в) типу создаваемого мешалкой потока жидкости в аппарате (обеспечение преимущественно тангенциального, радиального или осевого течения).

Ниже схематично изображены конструкции наиболее часто встречающихся в промышленности мешалок и области их применения. Используются следующие обозначения:  $D$ ,  $H$  – диаметр и высота аппарата,  $d_m$ ,  $h_m$  – диаметр и высота мешалки,  $H_{ж}$  – высота слоя жидкости;  $h$  – расстояние от мешалки до днища аппарата,  $b$  – ширина отражательной перегородки,  $\zeta_m$  – коэффициент гидравлического сопротивления мешалки.



**Лопастная.** Условия работы: перемешивание взаиморастворимых жидкостей, взвешивание твердых и волокнистых частиц в жидкости, взмучивание легких осадков, растворение кристаллических и волокнистых веществ.

Рис. 8.1. Лопастная мешалка: 1 – лопасть; 2 – отражательная перегородка; 3 – сосуд

$W_{окр} = 1,5 - 5$  м/с при  $\mu \leq 0,5$  Па·с;  $W_{окр} = 1,5 - 3,2$  м/с при  $\mu = 0,5 - 3$  Па·с.

$$\frac{D}{d_m} = 1,4 - 1,7; \frac{h_m}{d_m} = 0,1; \frac{h}{d_m} = 0,4 - 1,0; \frac{b}{d_m} = 0,1; \zeta_m = 0,86.$$

**Рамная.** Условия работы: перемешивание вязких и высокоплотных жидкостей, предотвращение выпадения осадка на стенках и днище, суспензирование в вязких средах, интенсификация теплообмена.

Рис. 8.2. Рамная мешалка:

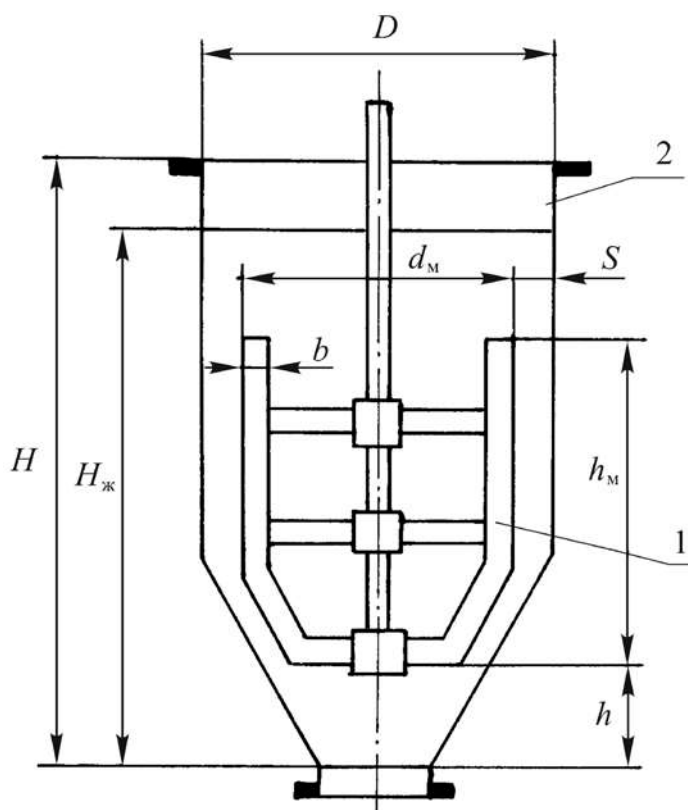
1 – мешалка; 2 – сосуд

$W_{\text{окр}} = 0,5 - 4,0 \text{ м/с}$  при  $\mu \leq 10 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

$$\frac{D}{d_{\text{м}}} = 1,05 - 1,30; \frac{h_{\text{м}}}{d_{\text{м}}} = 0,9 - 1,0;$$

$$\frac{h}{d_{\text{м}}} = 0,01 - 0,06; \frac{b}{d_{\text{м}}} = 0,07;$$

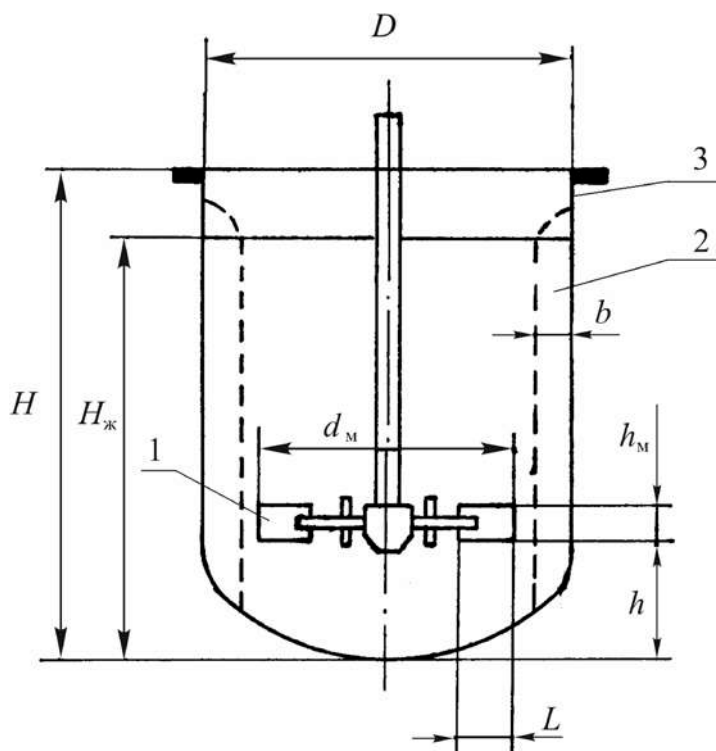
$$\frac{S}{d_{\text{м}}} = 0,01 - 0,06; \zeta_{\text{м}} = 1,28.$$



**Турбинная.** Условия работы: взвешивание и растворение твердых кристаллических частиц (с массовым содержанием до 80%); эмульгирование жидкостей с большой разностью плотностей, диспергирование газа в жидкости; перемешивание ньютоновских жидкостей.

Рис. 8.3. Турбинная мешалка:

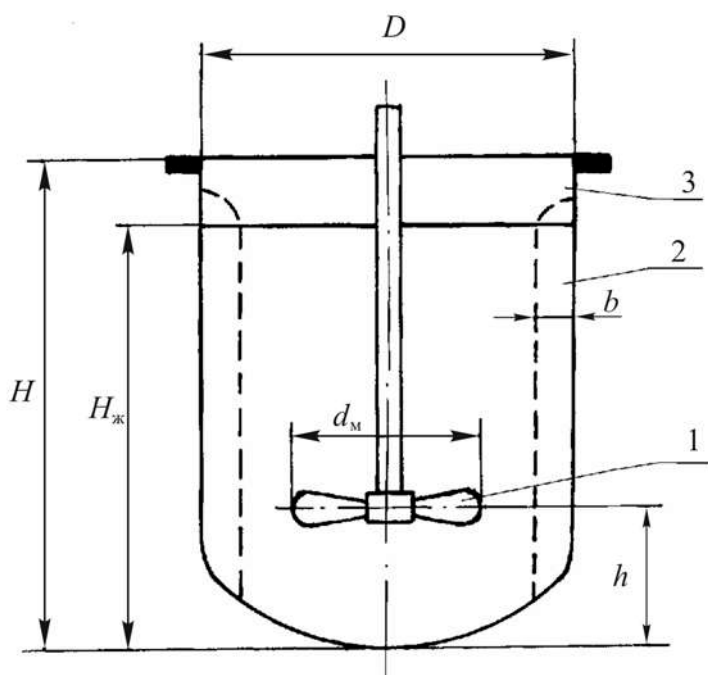
1 – мешалка; 2 – отражательная перегородка; 3 – сосуд





$W_{\text{окр}} = 2,5 - 10 \text{ м/с}$  при  $\mu \leq 10 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;  $W_{\text{окр}} = 2,5 - 7 \text{ м/с}$  при  $\mu = 10 - 40 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

$$\frac{D}{d_m} = 3 - 4; \frac{h_m}{d_m} = 0,2; \frac{h}{d_m} = 0,4 - 1,0; \frac{L}{d_m} = 0,25; \frac{b}{d_m} = 0,1; \zeta_m = 8,4.$$



**Пропеллерная.** Условия работы: взвешивание твердых (с массовым содержанием до 50%) и волокнистых частиц; взмучивание шламов; эмульгирование жидкостей; интенсификация теплообмена.

Рис. 8.4. Пропеллерная мешалка: 1 – мешалка; 2 – отражательная перегородка; 3 – сосуд

$W_{\text{окр}} = 3,8 - 16 \text{ м/с}$  при  $\mu \leq 0,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ;  $W_{\text{окр}} = 3,8 - 10 \text{ м/с}$  при  $\mu = 0,1 - 4 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

$$\frac{D}{d_m} = 3 - 4; \frac{h}{d_m} = 0,4 - 1,0; \frac{b}{d_m} = 0,1; \zeta_m = 0,56.$$

### 8.1.2. Движение жидкости в аппаратах с мешалками

Мешалка, вращающаяся в сосуде с жидкостью, передает количество движения от двигателя жидкости и вызывает тем самым ее движение, при котором происходит перемешивание. Передача количества движения происходит за счет давления лопастей мешалки на жидкость. В результате этого часть жидкости обтекает кромку лопасти и смешивается с окружающей жидкостью, которая начинает вращаться в направлении вращения мешалки. За лопастью возникает разрежение, вызывающее подсасывание жидкости из окружающей среды. В результате обтекания и подсасывания около лопастей возникают турбулентные вихри. При вращении жидкости возникают центробежные силы, вследствие которых происходит движение жидкости в радиальном направлении от мешалки к стенкам сосуда и подсасывание жидкости к центру мешалки.

Течение жидкости в сосуде, вызванное мешалкой, характеризуется линиями тока. В зависимости от направлений линий тока различают три главных типа течения: *тангенциальное*, *радиальное* и *аксиальное* (осевое).

**При тангенциальном течении** жидкость в сосуде движется, в основном, параллельно пути, описываемому мешалкой; такое движение изображено на рис. 8.5, где через  $W_T$  обозначена тангенциальная скорость. Вытекание жидкости из пространства между лопастями мешалки и ее подсасывание незначительно. Перемешивание в вертикальном направлении мало. Преимущественно тангенциальное течение имеет место при перемешивании лопастными мешалками с малым числом оборотов, при котором еще не возникают ярко выраженные потоки, вызванные центробежной силой.

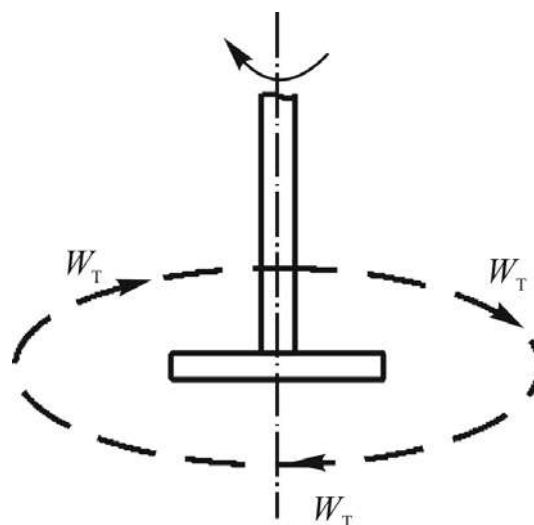
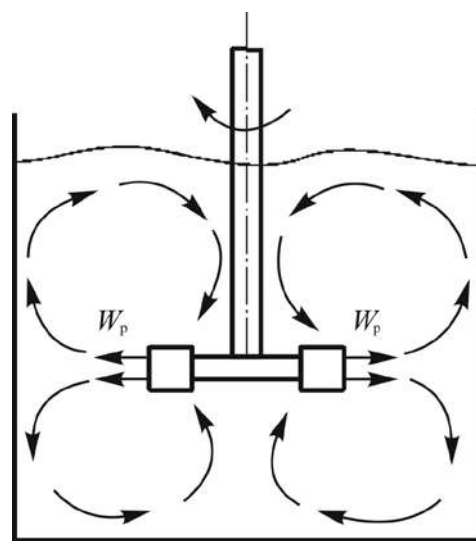


Рис. 8.5. Линии тока тангенциального движения

**Радиальное течение**, при котором жидкость течет преимущественно от мешалки перпендикулярно оси ее вращения по направлению к стенкам сосуда, изображено на рис. 8.6, где  $W_p$  – радиальная скорость.

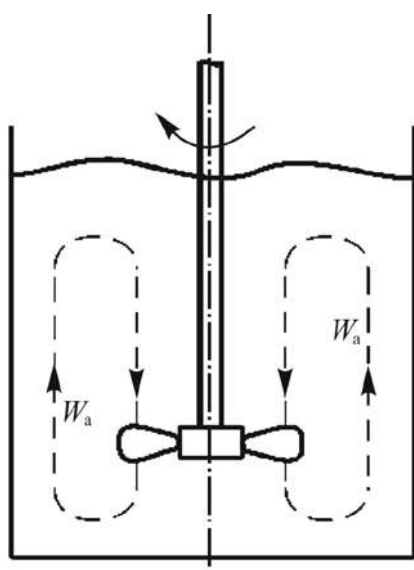
Радиальное течение возможно лишь тогда, когда центробежная сила, зависящая от диаметра мешалки и числа ее оборотов, будет достаточной для преодоления сопротивления окружающей жидкости.

Рис. 8.6. Радиальное течение жидкости от периферии мешалки к стенкам сосуда



В некоторых случаях тангенциальное течение в сосуде можно изменить на радиальное увеличением числа оборотов

мешалки. На рис. 8.6 показаны линии тока при радиальном течении жидкости. В этом случае мешалка образует в сосуде две зоны течения:



в нижней части сосуда жидкость подсасывается снизу вверх, а в верхней части сосуда – сверху вниз.

**Аксиальное (осевое) течение**, при котором жидкость поступает и вытекает из мешалки параллельно оси ее вращения ( $W_a$  – аксиальная скорость), в основном характерно для пропеллерных мешалок (рис. 8.7).

Рис. 8.7. Аксиальное (осевое) течение жидкости

В зависимости от поворота лопастей пропеллера по отношению к направлению вращения (правый или левый винт) различают два типа вертикальных мешалок с осевым течением жидкости в сосуде:

- а) мешалка, засасывающая жидкость со дна и нагнетающая жидкость к поверхности;
- б) мешалка, засасывающая жидкость от поверхности и нагнетающая ее ко дну.

В промышленных аппаратах с мешалками возможны различные сочетания вышеперечисленных типов течения жидкости. Таким образом, при работе мешалок возникает сложное трехмерное течение жидкости, при котором в зависимости от конструкции мешалок и частоты их вращения может превалировать один из указанных типов движения (тангенциальное, радиальное, аксиальное).

Большое влияние на интенсивность перемешивания в аппарате с мешалкой оказывает циркуляция жидкости в нем, которая вызывается насосным эффектом, т.е. способностью мешалки транспортировать жидкость подобно насосу. Насосный эффект характеризуется объемным расходом жидкости в радиальном  $\dot{V}_p$  и аксиальном  $\dot{V}_a$  направлениях.

Насосный эффект мешалки, создающий радиальный поток жидкости, определяется величиной средней радиальной скорости  $\bar{W}_p$  и вычисляется по уравнению

$$\dot{V}_p = d_m h_m \bar{W}_p. \quad (8.1)$$

Величину  $\bar{W}_p$  – принимают пропорциональной окружной скорости мешалки  $\bar{W}_p \sim n d_m$  ( $n$  – частота вращения мешалки). Для геометрически подобных мешалок отношение  $\frac{h_m}{d_m}$  – величина постоянная. Отсюда

$$\dot{V}_p = C' n d_m^3, \quad (8.1a)$$

где  $C'$  – постоянная величина для данного типа мешалок.

Насосный эффект в аксиальном направлении движения жидкости  $\dot{V}_a$ , определяется уравнением

$$\dot{V}_a = \frac{\pi d_m^2}{4} \bar{W}_a, \quad (8.2)$$

где  $\bar{W}_a$  – средняя скорость жидкости в аксиальном направлении. Величина  $\bar{W}_a$  пропорциональна частоте вращения мешалки  $n$  и ее шагу  $S$ , т.е.  $\bar{W}_a \sim nS$ .

Для группы геометрически подобных мешалок  $\frac{S}{d_m} = \text{const}$ ,

отсюда

$$\dot{V}_a = C'' n d_m^3. \quad (8.2a)$$

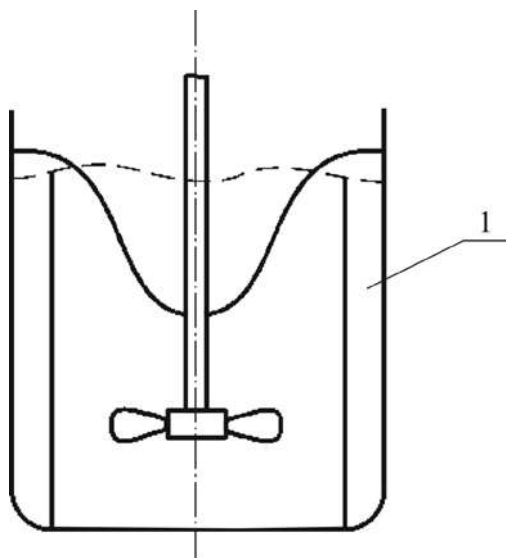
Для пропеллерных мешалок шаг винта определяется выражением

$$S = \pi d_m \text{tg} \varphi, \quad (8.3)$$

где  $\varphi$  – угол наклона лопасти. Константы  $C'$  и  $C''$  определены экспериментально для различных конструкций мешалок и приводятся в справочной литературе.

Механическая мешалка, помещенная в центре сосуда, вызывает вращательное движение всего объема жидкости, находящейся в сосуде, что вызывает центробежную силу, и в соответствии с (5.19) в этом случае свободная поверхность жидкости примет форму параболоида вращения. При малых числах оборотов наблюдается небольшое понижение уровня жидкости у вала. С увеличением же числа оборотов возникшая воронка постепенно углубляется и может достигать лопастей мешалки. С целью предотвращения создания воронки или уменьшения ее глубины в сосуде устанавливают вертикальные отражательные перегородки 1 (рис. 8.8).

Рис. 8.8. Образование воронки в сосуде с мешалкой: 1 – вертикальные перегородки



На этом рисунке сплошной линией изображена воронка при отсутствии перегородок в сосуде, а пунктирной линией – при наличии перегородок.

Поскольку в зависимости от конструкции мешалок и их числа оборотов движение жидкости в сосудах для перемешивания имеет свои особенности, то ниже рассматриваются условия работы ряда мешалок.

**Мешалки лопастного типа.** Лопастными мешалками называются устройства, состоящие из двух или большего числа лопастей прямоугольного сечения, закрепленных на вращающемся вертикальном валу (см. рис. 8.1). К лопастным мешалкам относятся также и рамные мешалки (см. рис. 8.2). Основные достоинства лопастных мешалок – простота устройства и невысокая стоимость изготовления. К недостаткам мешалок этого типа следует отнести низкое насосное действие мешалки (слабый осевой поток), не обеспечивающее достаточно полного перемешивания во всем объеме аппарата. Развитие турбулентности в объеме перемешиваемой жидкости происходит медленно, циркуляция жидкости невелика.

Некоторое увеличение осевого потока жидкости достигается при наклоне лопастей под углом  $30 - 45^\circ$  к оси вала. Для перемешивания жидкостей в аппаратах, обогреваемых с помощью рубашки, в тех случаях, когда возможно выпадение осадка, применяют рамные мешалки, которые имеют форму, соответствующую внутренней форме аппарата.

При высоких скоростях вращения лопастных мешалок в аппарате устанавливают отражающие перегородки, которые служат для уменьшения окружной скорости жидкости (предотвращает создание воронки на поверхности жидкости) и для организации осевого и радиального потоков.

**Турбинные мешалки.** Эти мешалки имеют форму колес водяных турбин с плоскими, наклонными или криволинейными лопастями, укрепленными на вертикальном валу (см. рис. 8.3). В

аппаратах с турбинными мешалками создаются преимущественно радиальные потоки жидкости. При работе турбинных мешалок с большой частотой вращения наряду с радиальным потоком возможно возникновение тангенциального (кругового) течения жидкости в аппарате и образование воронки. В этом случае в аппарате устанавливаются отражательные перегородки (см. рис. 8.8, 21.5).

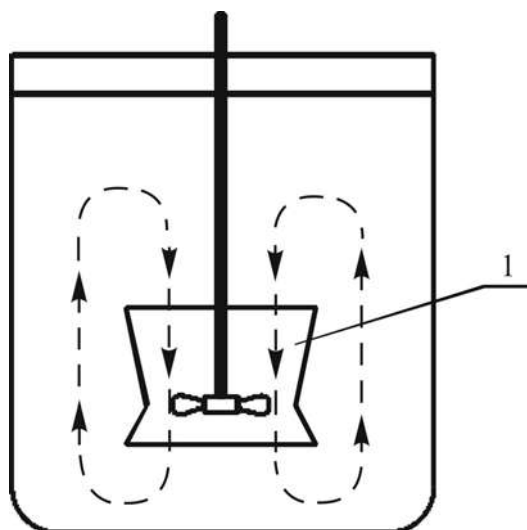
Мощность, потребляемая турбинными мешалками при наличии в аппарате отражательных перегородок, при турбулентном режиме перемешивания практически не зависит от вязкости среды. Поэтому мешалки данного типа могут применяться для смесей, вязкость которых во время перемешивания изменяется.

**Пропеллерные мешалки.** Рабочей частью пропеллерной мешалки является пропеллер (см. рис. 8.4) – устройство с несколькими фасонными лопастями, изогнутыми по профилю гребного винта. Наибольшее распространение получили трехлопастные пропеллеры. Вследствие более обтекаемой формы пропеллерные мешалки при одинаковом числе Рейнольдса потребляют меньшую мощность, чем мешалки прочих типов. К достоинствам пропеллерных мешалок следует отнести высокую скорость вращения и возможность непосредственного присоединения мешалки к электродвигателю.

Пропеллерные мешалки создают преимущественно осевые потоки перемешиваемой среды и, как следствие этого, – большой насосный эффект, что позволяет существенно сократить продолжительность перемешивания. Вместе с тем пропеллерные мешалки отличаются сложностью конструкции и сравнительно высокой стоимостью изготовления.

Пропеллерные мешалки следует применять в цилиндрических аппаратах с выпуклыми днищами. При установках их в прямоугольных баках или аппаратах с плоскими днищами интенсивность перемешивания падает вследствие образования застойных зон.

Рис. 8.9. Пропеллерная мешалка с диффузором: 1 – диффузор.



Для улучшения перемешивания больших объемов жидкостей и

организации направленного движения жидкости (при большом отношении высоты к диаметру аппарата) в сосудах устанавливают направляющий аппарат, или диффузор (рис. 8.9). Диффузор представляет собой короткую цилиндрическую или коническую трубу, внутри которой помещается мешалка. При большой частоте вращения мешалки в отсутствие диффузора в аппарате устанавливают отражающие перегородки.

### 8.1.3. Физическое моделирование аппаратов с мешалками

Найти трехмерные поля скорости и давления в аппарате с мешалкой путем аналитического решения уравнения движения (2.55) и неразрывности (2.16) даже в стационарном однофазном случае не представляется возможным. В связи с этим для описания перемешивания используется метод физического моделирования. Критерии гидродинамического подобия получаются путем преобразования системы дифференциальных уравнений (2.55), (2.16). Определяемым критерием, как правило, является критерий Эйлера, а определяющими – критерии Рейнольдса, Фруда и симплексы геометрического подобия. В качестве характерных величин обычно рассматриваются: перепад давления между лобовой и кормовой сторонами лопасти вращающейся мешалки  $\Delta p$ ; величина, пропорциональная окружной скорости мешалки  $W_{\text{окр}}$ ; диаметр мешалки  $d_m$ . Тогда модифицированные критерии подобия для аппаратов с мешалками, связав окружную скорость с частотой вращения мешалки  $n$ , будут иметь вид

$$W_{\text{окр}} = \pi d_m n \sim d_m n, \quad (8.4)$$

$$Eu_m = \frac{\Delta p}{\rho W_{\text{окр}}^2} = \frac{\Delta p}{\rho (n d_m)^2}, \quad (8.5)$$

$$Re_m = \frac{d_m W_{\text{окр}} \rho}{\mu} = \frac{n d_m^2 \rho}{\mu}, \quad (8.6)$$

$$Fr_m = \frac{W_{\text{окр}}^2}{g d_m} = \frac{n^2 d_m}{g}. \quad (8.7)$$

Симплексы геометрического подобия будут зависеть от конструкции аппарата и мешалки. Так, например, для аппарата, изображенного на рис. 8.1, симплексы геометрического подобия примут вид

$$\ell_D^* = \frac{D}{d_m}; \quad \ell_{H_{ж}}^* = \frac{H_{ж}}{d_m}; \quad \ell_{h_m}^* = \frac{h_m}{d_m}; \quad \ell_h^* = \frac{h}{d_m}. \quad (8.8)$$

Тогда критериальное уравнение, описывающее гидродинамику процесса перемешивания, можно записать как

$$Eu_m = f(Re_m, Fr_m, \ell_D^*, \ell_{H_{ж}}^*, \ell_{h_m}^*, \ell_h^*). \quad (8.9)$$

Вид критериального уравнения зависит от конструкции мешалки, режима движения и находится обобщением опытных данных.

При перемешивании механическими мешалками различают два режима перемешивания: ламинарный и турбулентный. Ламинарный режим ( $Re_m < 30$ ) соответствует неинтенсивному перемешиванию, при котором жидкость плавно обтекает кромки лопасти мешалки, захватывается лопастями и вращается вместе с ними. При ламинарном режиме перемещаются только те слои жидкости, которые непосредственно примыкают к лопастям мешалки.

С увеличением частоты вращения мешалки возрастает сопротивление среды вращению мешалки, вызванное турбулизацией пограничного слоя и образованием турбулентного кормового следа в пространстве за движущимися лопастями. Формируется вынужденная циркуляция, которая обеспечивает трехмерное течение жидкости в аппарате. Ориентировочно это соответствует числам  $Re_m = 10^2 - 10^3$ .

В области развитой турбулентности ( $Re_m > 10^4$ ) происходит интенсивное перемешивание жидкости. Приведенные критические значения критерия Рейнольдса являются приближенными и зависят от конструкции и размеров мешалки и аппарата (сосуда).

На практике при расчете аппаратов с мешалками, как правило, необходимо определить не перепад давлений  $\Delta p$ , а требуемую мощность перемешивающего устройства. Поскольку мощность есть работа, совершаемая за единицу времени, а работа равна произведению силы на перемещение в направлении действия силы, то можно записать:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{\Delta p S \ell}{t} = \Delta p S W. \quad (8.10)$$

Сила, заставляющая вращаться мешалку, уравнивается силой сопротивления среды, равной перепаду давления, умноженному на площадь лопасти мешалки  $S$ . Величину  $S$  можно найти как произведение высоты лопасти  $h_m$  на ее диаметр  $d_m$ . Для нормализованных мешалок эти величины взаимосвязаны  $h_m = \psi d_m$ .



Используя окружную скорость в (8.10), можно представить

$$N \sim \Delta p h_m d_m W_{\text{окр}} \sim \Delta p \psi d_m^2 W_{\text{окр}} \sim \Delta p d_m^3 n, \quad (8.11)$$

$$\Delta p \sim \frac{N}{d_m^3 n}. \quad (8.12)$$

Подставив  $\Delta p$  из (8.12) в выражение для критерия Эйлера мешалки (8.5), можно получить еще одну его модификацию, называемую критерием мощности  $K_N$ :

$$K_N = \frac{N}{\rho d_m^5 n^3} \quad (8.13)$$

Критерий мощности имеет зависимость, аналогичную (8.9). В случае, когда действием центробежной силы по сравнению с силой тяжести можно пренебречь (воронка у оси вращения имеет незначительную глубину), исключается влияние критерия Фруда:

$$K_N = f_1(\text{Re}_m, \text{Fr}_m, \ell_i^*), \text{ или } K_N = f_2(\text{Re}_m, \ell_i^*). \quad (8.14)$$

#### 8.1.4. Расчет мешалок

Как уже отмечалось, цели перемешивания могут быть различными: приготовление эмульсий и суспензий, увеличение интенсивности тепло- и массообменных процессов. Эффективность перемешивания оценивается, как правило, критерием Рейнольдса мешалки  $\text{Re}_m$  (8.6), его иногда называют центробежным критерием Рейнольдса и обозначают  $\text{Re}_c$ . Эффективность перемешивания, необходимая для осуществления определенного процесса, находится из критериальных уравнений. Определяемым критерием при этом является, как правило,  $\text{Re}_m$ . Например, для достижения равномерного распределения твердых частиц в жидкости (приготовление суспензии) существуют эмпирические уравнения для различных типов мешалок, связывающие  $\text{Re}_m$  с критерием Архимеда и геометрическими симплексами:

$$\text{Re}_m = f(\text{Ar}, \ell_i^*). \quad (8.15)$$

Таким образом, первым этапом расчета является выбор нормализованной мешалки с учетом объема перемешиваемой среды и определение для нее из уравнений типа (8.15) критерия Рейнольдса. По величине  $\text{Re}_m$  можно найти из (8.6) число оборотов мешалки  $n$ . Затем рассчитываются критерий Фруда (8.7) и критерий мощности мешалки  $K_N$  (8.14). Далее определяют мощность, расходуемую на

перемешивание в стационарном режиме  $N$  из (8.13). Если требуется найти установочную мощность электродвигателя, то ее увеличивают в 2 – 3 раза, учитывая необходимый запас для запуска мешалки (в момент запуска сопротивление лопастям мешалки оказывается значительно выше, вследствие большей скорости движения лопасти относительно покоящейся жидкости), а также потери энергии в самом электродвигателе (к.п.д. меньше единицы).

Для мешалок периодического действия требуется определить продолжительность процесса перемешивания  $t_n$ . С этой целью вводится критерий времени перемешивания  $K_t$ :

$$K_t = t_n n. \quad (8.16)$$

Минимальная величина данного критерия находится из эмпирических соотношений типа

$$K_{t,\min} = f(\text{Re}_m, \text{Fr}_m, \ell_i^*). \quad (8.17)$$

Поскольку процесс перемешивания может осуществляться с помощью мешалок различных типов, правомерна постановка задачи оптимизации, заключающаяся в выборе типа мешалки, обеспечивающей необходимую эффективность процесса при минимуме затрат.

## 8.2. Пневматическое перемешивание

Пневматическое перемешивание сжатым инертным газом или воздухом является малоэффективным процессом. Расход энергии при пневматическом перемешивании больше, чем при механическом. Перемешивание жидкости сжатым газом осуществляется двумя способами: *свободным барботированием* и *циркуляционным методом*.

При свободном барботировании на дне аппарата устанавливают барботер, представляющий собой трубу с отверстиями (рис. 8.10). В барботер подается сжатый газ, который выходит из отверстий барботера в жидкость в виде пузырьков. При подъеме пузырек выталкивает жидкость перед собой и в стороны. Кроме того, при подъеме пузырьков жидкость, находящаяся в непосредственной близости к их поверхности, под действием касательного напряжения приводится в движение и увлекается пузырьками. При массовом барботаже происходит как коалесценция, так и разрушение пузырьков. Все эти явления и ведут к перемешиванию жидкости.

При циркуляционном пневматическом перемешивании газ подается в циркуляционную трубу (рис. 8.11). Пузырьки газа увлекают за собой вверх по трубе жидкость, находящуюся в сосуде, которая по выходе из трубы затем опускается вниз по кольцевому пространству между трубой и стенками аппарата, обеспечивая циркуляционное перемешивание жидкости.

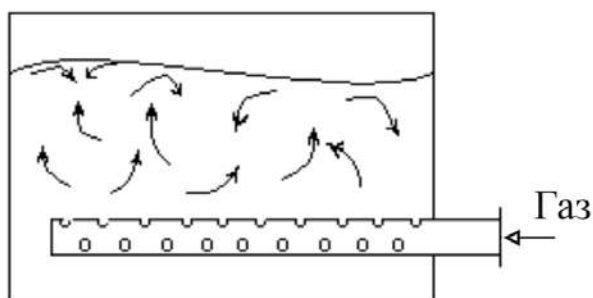


Рис. 8.10. Смеситель со свободным барботированием

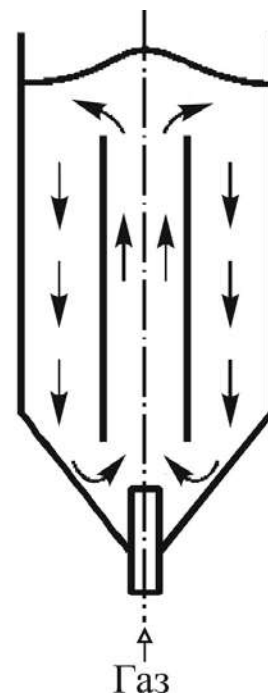


Рис. 8.11. Барботажный смеситель с циркуляционной трубой

Давление газа на входе в барботер  $p$  определяется по формуле

$$p = p_0 + \rho_{\text{ж}} g H + \sum \zeta \frac{\rho_{\text{г}} W_{\text{о,г}}^2}{2}, \quad (8.18)$$

где  $p_0$  – давление над слоем жидкости в аппарате, Па;  $H$  – высота слоя жидкости над барботером, м;  $\rho_{\text{ж}}$ ,  $\rho_{\text{г}}$  – плотности жидкости и газа, кг/м<sup>3</sup>;  $\sum \zeta$  – суммарный коэффициент сопротивления барботера;  $W_{\text{о,г}}$  – скорость газа на выходе из отверстий барботера, м/с.

### 8.3. Другие способы перемешивания

Под другими способами перемешивания подразумевается перемешивание жидкостей в трубопроводах, инъекционных смесителях и циркуляционное перемешивание при помощи насосов.

### 8.3.1. Перемешивание в трубопроводах

Перемешивание в трубопроводах является наиболее простым видом осуществления этого процесса. В этом случае используется энергия турбулентного потока жидкости, движущейся в трубе, где за счет турбулентных пульсаций скорости осуществляется перемешивание.

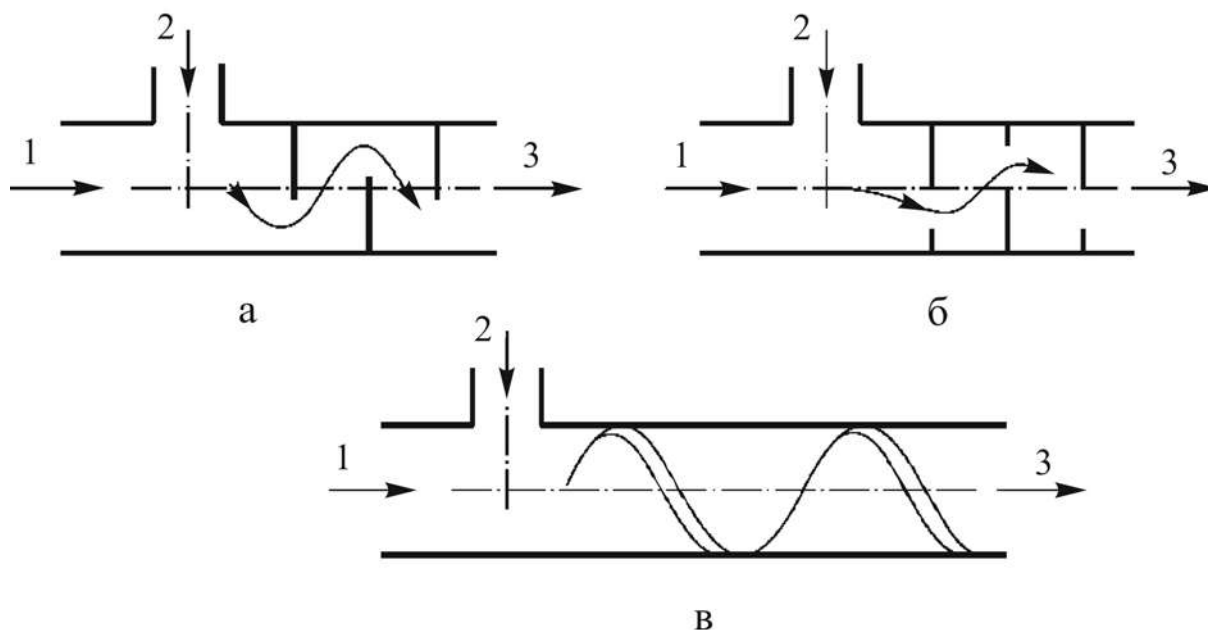


Рис. 8.12. Устройства для перемешивания в потоке:  
а – вставка из полуперегородок; б – диафрагмовая вставка; в – винтовая вставка; 1, 2 – входы компонентов смеси; 3 – выход смеси

В ряде случаев перемешивание жидкостей и газов осуществляют в трубопроводах путем создания искусственной турбулизации потока. Для этой цели в трубопроводе после ввода компонентов 1 и 2 (рис. 8.12) размещаются соответствующие неподвижные детали, обеспечивающие многократное изменение величины и направления скорости потока с целью получения смеси исходных компонентов 3. В качестве таких деталей, вызывающих турбулизацию потока, используют полуперегородки (рис. 8.12а) и диафрагмы со смещенными по оси трубы отверстиями (рис. 8.12б); здесь поток многократно расширяется, сужается и изменяет свое направление. Размещение в трубопроводе винтовых вставок, часто с чередованием направления винтового хода (вправо и влево), приводит к

многократному разнонаправленному закручиванию потока (рис. 8.12в).

Указанные методы перемешивания применимы в случае взаимной растворимости и невысокой вязкости компонентов смеси при больших скоростях их движения и достаточной длине трубопровода. Они требуют значительных затрат энергии при сравнительно невысокой эффективности смешения. В расчете такого трубопровода используемые турбулизаторы рассматриваются как местные сопротивления.

### 8.3.2. Перемешивание инжекционными смесителями

Инжекционные смесители, как и струйные насосы, работают по принципу трубы Вентури (рис. 8.13) в сочетании с винтовыми вставками для закрутки потока при его дальнейшем движении.

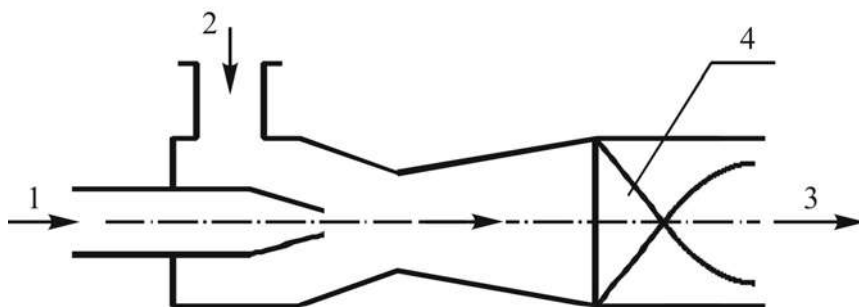


Рис. 8.13 Инжекционный смеситель: 1, 2 – входы компонентов; 3 – выходы смеси; 4 – винтовая вставка

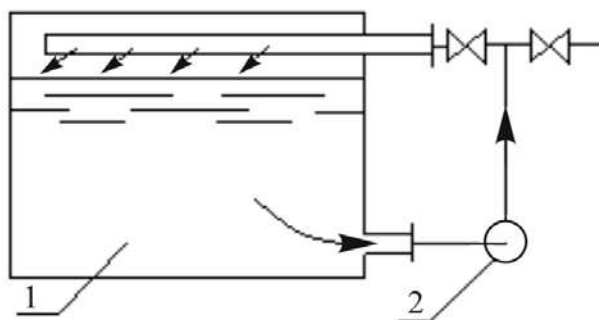
Закручивание потока смеси повышает процесс перемешивания. Инжекционные смесители рационально можно использовать в тех случаях, когда одновременно требуется и перекачивание жидкостей, и их перемешивание.

### 8.3.3. Циркуляционное перемешивание

Смесители циркуляционного типа (рис. 8.14) широко распространены в промышленности. Они состоят из емкости (резервуара) и центробежного насоса, который забирает жидкость из

нижней части емкости и подает в верхнюю часть, осуществляя ее циркуляцию. Для усиления турбулизации в емкость иногда помещают решетку или перфорированный трубопровод, что обеспечивает еще и равномерное распределение жидкости по сечению емкости. В ряде случаев циркулирующая жидкость после насоса подается для нагревания или охлаждения в теплообменный аппарат, а затем уже поступает в емкость. Такой способ вынужденной циркуляции жидкости в сочетании с теплообменом используют для поддержания в резервуаре определенной температуры.

Рис. 8.14 Циркуляционный смеситель: 1 – резервуар; 2 – циркуляционный насос



### Контрольные вопросы

1. Что такое перемешивание?
2. Что понимается под интенсивностью и эффективностью перемешивания жидких сред?
3. Какие основные методы используются для перемешивания жидких сред?
4. Конструкции и области применения мешалок.
5. Какие основные типы течения реализуются в аппаратах с мешалками?
6. Какой вид имеет модифицированный критерий Рейнольдса для мешалки и что он характеризует?
7. В каких случаях в обобщенном критериальном уравнении для механических мешалок можно не учитывать влияние критерия Фруда?
8. Какова цель установки отражательных перегородок в сосуде при механическом перемешивании?
9. Для чего в пропеллерных мешалках устанавливается диффузор?
10. По какой причине критерий Эйлера для мешалок называется еще

и критерием мощности?

11. Что называется насосным эффектом мешалки и какие виды насосных эффектов существуют при перемешивании механическими мешалками?
12. Основные этапы расчета мешалок.
13. Каким образом интенсифицируется процесс перемешивания жидкостей при их движении в трубопроводах?

### **Вопросы для обсуждения**

1. Для чего производят перемешивание в стакане с чаем при помещении в него сахарного песка и что при этом происходит?

## Часть III. ТЕПЛООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ

### Глава 9. ТЕПЛООБМЕН

В инженерной практике часто решается задача расчета теплообменных аппаратов, суть которой состоит в определении межфазной поверхности, необходимой для передачи требуемого количества тепла от одного теплоносителя к другому. Находится эта поверхность из уравнения теплопередачи в интегральной форме (4.110), применение которого требует знания коэффициентов теплоотдачи и термического сопротивления стенки (4.103). Способы их определения, а также нахождение полей температур и тепловых потоков рассматриваются в данной главе. Там, где это возможно, искомые величины находятся из решения фундаментальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, в остальных случаях используются упрощенные математические модели или метод физического моделирования. Рассматриваются в основном стационарные условия процесса. Нестационарному теплообмену посвящен раздел 9.4.

Теплообмен, осуществляемый только за счет молекулярного механизма, т.е. в неподвижной среде, называется *кондуктивным*, а теплообмен в движущейся среде, т.е. при наличии конвективного и возможно турбулентного механизмов – *конвективным*. Если к одному из вышеуказанных механизмов переноса добавляется перенос тепла излучением, то такой теплообмен называют *сложным*.

#### 9.1. Кондуктивный теплообмен

Стационарный теплообмен в неподвижной среде при постоянных значениях теплофизических величин ( $c_p$ ,  $\rho$ ,  $\lambda = \text{const}$ ) описывается уравнением Лапласа (2.48). Реальными системами, удовлетворяющими в достаточной мере вышеуказанным условиям, являются твердые тела. В газах и жидкостях неоднородность температуры вызывает неоднородность плотности, что под воздействием силы тяжести приводит к естественной конвекции и не позволяет считать среду неподвижной. Рассмотрим простейшие, наиболее часто встречающиеся случаи кондуктивного теплообмена.

**Теплообмен в плоской стенке.** Рассмотрим одномерный случай, когда температура изменяется лишь вдоль одной координаты, пусть  $x$ , тогда



$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Уравнение (2.48) для этого случая упрощается:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0. \quad (9.1)$$

Для его решения необходимо сформулировать граничные условия. Пусть толщина пластины в направлении  $x$  равна  $\delta$ , а температуры стенок на границах пластины равны (см. рис. 9.1 а):

$$x = 0, \quad T = T_{\text{ст},1}; \quad x = \delta, \quad T = T_{\text{ст},2}, \quad T_{\text{ст},1} > T_{\text{ст},2}. \quad (9.2)$$

Уравнение (9.1) совместно с граничными условиями (9.2) составляет теоретическое описание переноса тепла для рассматриваемого случая. Оно позволяет определить поле температуры в плоской стенке  $T(x)$  и тепловой поток  $q_x$ . Для нахождения общего решения уравнения (9.1) его необходимо дважды проинтегрировать по  $dx$ :

$$dT/dx = C_1, \quad T = C_1 x + C_2. \quad (9.3)$$

Константы интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий:

$$x = 0, \quad T = C_2 = T_{\text{ст},1}; \quad x = \delta, \quad T = C_1 \delta + T_{\text{ст},1} = T_{\text{ст},2}, \quad (9.4)$$

$$C_1 = (T_{\text{ст},2} - T_{\text{ст},1})/\delta,$$

$$T = T_{\text{ст},1} + \frac{T_{\text{ст},2} - T_{\text{ст},1}}{\delta} x. \quad (9.5)$$

Из (9.5) следует линейная зависимость поля температуры  $T(x)$ . Воспользовавшись уравнением Фурье (1.38), можно найти тепловой поток  $q_x$ :

$$q_x = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda}{\delta} (T_{\text{ст},1} - T_{\text{ст},2}). \quad (9.6)$$

Как видно из решения уравнения (9.6), называемого уравнением теплопроводности плоской стенки, тепловой поток  $q_x$  не зависит от координаты  $x$ , являясь постоянной величиной. Это несложно было предвидеть, ибо из закона сохранения энергии стационарного одномерного случая следует

$$\frac{\partial(c_p \rho T)}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = 0 \rightarrow \frac{dq_x}{dx} = 0, \quad q_x = \text{const}. \quad (9.7)$$

Отношение  $\lambda/\delta$  носит название *тепловой проводимости*, а обратная величина  $\delta/\lambda$  – *термического сопротивления стенки*, которое было обозначено нами как  $r_{\text{ст}}$  в (4.103). Нетрудно показать, что для многослойной стенки суммарное термическое сопротивление стенки равно

$$r_{\text{ст}} = \sum_{k=1}^m r_{\text{ст},k} = \sum_{k=1}^m \frac{\delta_k}{\lambda_k}. \quad (9.8)$$

**Теплообмен в цилиндрической стенке.** Для решения этой задачи удобнее использовать цилиндрические координаты. Рассмотрим также одномерный случай изменения температуры лишь вдоль координаты  $r$ . Тогда

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

и уравнение (2.48) будет иметь вид (см. приложение П.2.3)

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (9.9)$$

Граничные условия сформулируем следующим образом (см. рис. 9.1 б):

$$r = r_1, \quad T = T_{\text{ст},1}; \quad r = r_2, \quad T = T_{\text{ст},2}; \quad T_{\text{ст},1} > T_{\text{ст},2}. \quad (9.10)$$

Дважды интегрируя (9.9) по  $dr$ , найдем общее решение, а из граничных условий (9.10) определим константы интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ .

$$r \frac{dT}{dr} = C_1; \quad T = C_1 \ln r + C_2; \quad T = T_{\text{ст},2} + \frac{T_{\text{ст},1} - T_{\text{ст},2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_2}. \quad (9.11)$$

Из решения (9.11) следует нелинейная (логарифмическая) зависимость для поля температуры  $T(r)$  в цилиндрической стенке. Определим тепловой поток

$$q_r = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\frac{\lambda}{r} \frac{T_{\text{ст},1} - T_{\text{ст},2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}}. \quad (9.12)$$

Как видно из уравнения (9.12), называемого уравнением теплопроводности цилиндрической стенки, тепловой поток зависит от координаты, уменьшаясь с возрастанием  $r$ . Это и понятно, так как при возрастании  $r$  увеличивается поверхность цилиндра, что приводит к уменьшению теплового потока при постоянной тепловой нагрузке  $\dot{Q}_r$  (количестве тепла, передаваемого через стенку за единицу времени).

$$\dot{Q}_r = q_r F(r), \quad (9.13) \quad F(r) = 2\pi r L, \quad (9.14)$$

$$\dot{Q}_r = \frac{2\pi L \lambda (T_{\text{ст},1} - T_{\text{ст},2})}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (9.15)$$

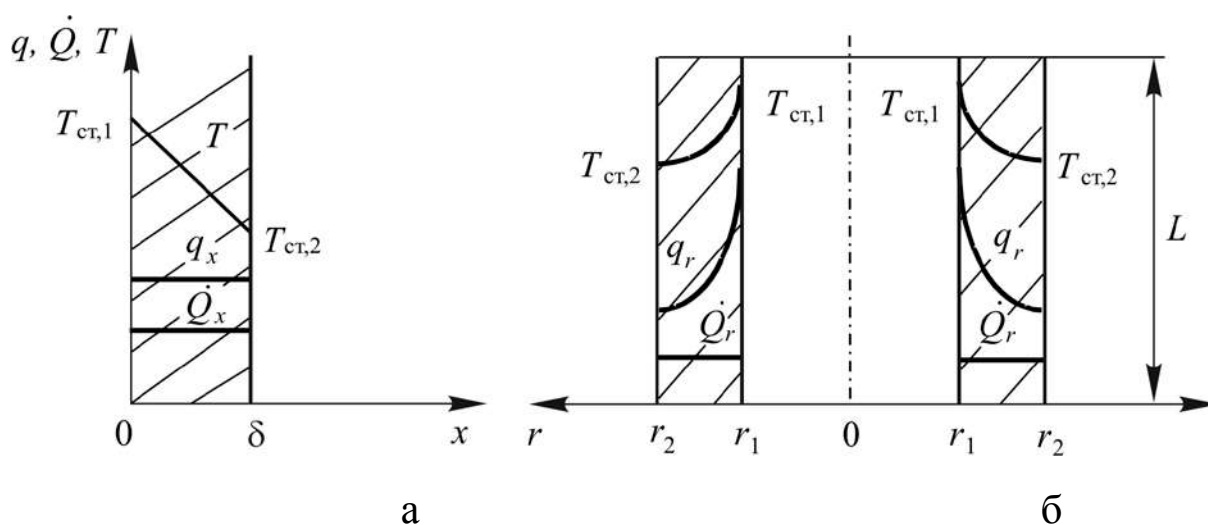


Рис. 9.1. Поля температур, тепловых потоков и тепловых нагрузок в плоской (а) и цилиндрической (б) стенках

Зависимость  $q_r$  и  $F$  от  $r$  не позволяет использовать традиционную форму уравнения теплопередачи при теплообмене через цилиндрическую стенку. В этом случае обычно применяется интегральная форма уравнения теплопередачи с линейным коэффициентом теплопередачи  $K_{\text{т},L}$ , отнесенным к единице длины, а не к поверхности цилиндра. Запишем локальные уравнения теплоотдачи для теплоносителей, расположенных внутри и снаружи цилиндра:

$$d\dot{Q}_1^r = \alpha_1 dF_1 (T_1^{\text{ж}} - T_{\text{ст},1}) = \alpha_1 2\pi r_1 dL (T_1^{\text{ж}} - T_{\text{ст},1}), \quad (9.16)$$

$$d\dot{Q}_2^r = \alpha_2 dF_2 (T_{\text{ст},2} - T_2^{\text{я}}) = \alpha_2 2\pi r_2 dL (T_{\text{ст},2} - T_2^{\text{я}}). \quad (9.17)$$

Решив уравнения (9.16), (9.17) и (9.15) относительно разности температур и сложив их с учетом неизменности тепловой нагрузки в радиальном направлении ( $d\dot{Q}_1^r = d\dot{Q}_2^r = d\dot{Q}^r$ ), получим модифицированное уравнение теплопередачи через цилиндрическую стенку в локальной форме, а проинтегрировав его по длине цилиндра, и в интегральной форме:

$$d\dot{Q}^r = \frac{2\pi dL(T_1^{\text{я}} - T_2^{\text{я}})}{\frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{r_2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{r_2}{r_1}} = K_{\text{т},L} dL (T_1^{\text{я}} - T_2^{\text{я}}), \quad (9.18)$$

$$K_{\text{т},L} = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{r_2\alpha_2} + \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right], \quad (9.18)$$

$$\dot{Q}^r = \bar{K}_{\text{т},L} L (T_1^{\text{я}} - T_2^{\text{я}}). \quad (9.19)$$

В инженерных расчетах для тонкостенных цилиндров, к которым можно отнести большинство труб, с целью упрощения зачастую используют уравнения теплопередачи и теплопроводности плоской стенки. Так, при  $r_2/r_1 < 2$  отличие тепловой нагрузки, найденной из (9.15) и рассчитанной по (9.13), (9.6) со средней поверхностью теплообмена  $F$  при  $r = (r_1 + r_2)/2$  в (9.13), не превышает 4%. Следует однако помнить, что величина теплового потока  $q_r(r)$  будет изменяться при этом в  $r_2/r_1$  раз.

Нами рассмотрены простейшие случаи теплообмена в неподвижной среде. Аналогичным образом можно получить решение уравнения (2.48) и для более сложных случаев.

## 9.2. Конвективный теплообмен

Начнем изучение конвективного теплообмена с простейших случаев, позволяющих получить аналитическое решение системы дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса. Будут рассмотрены два характерных примера теплоотдачи от теплоносителя к плоской пластине и цилиндрической трубе. Основное внимание следует сосредоточить на методах получения и качественных результатах решения. Для более

сложных случаев необходимые в инженерных расчетах коэффициенты теплоотдачи могут быть найдены с помощью метода физического моделирования.

### 9.2.1. Гидродинамический и тепловой пограничные слои на плоской пластине

Рассмотрим среду, обладающую неизменными теплофизическими характеристиками ( $\rho, \mu, \lambda, c_p = \text{const}$ ), совершающую вынужденное движение вдоль плоской горизонтальной полубесконечной тонкой пластины и обменивающуюся с ней теплом. Предположим, что ничем не ограниченная среда со скоростью  $W_x^0$  и температурой  $T^0$  набегает на полубесконечную пластину, совпадающую с плоскостью  $x$ - $z$  и имеющую температуру  $T_{\text{ст}} = \text{const}$  (см. рис. 9.2). Можно выделить гидродинамический и тепловой пограничные слои с толщиной  $\delta_{\text{г}}$  и  $\delta_{\text{т}}$  соответственно (область 99% изменения скорости  $W_x$  и температуры  $T$ ). Пренебрегая одним процентом изменения, будем считать параметры в ядре потока постоянными и равными  $W_x^0, T^0$ . Начнем с более простого случая – ламинарного режима течения.

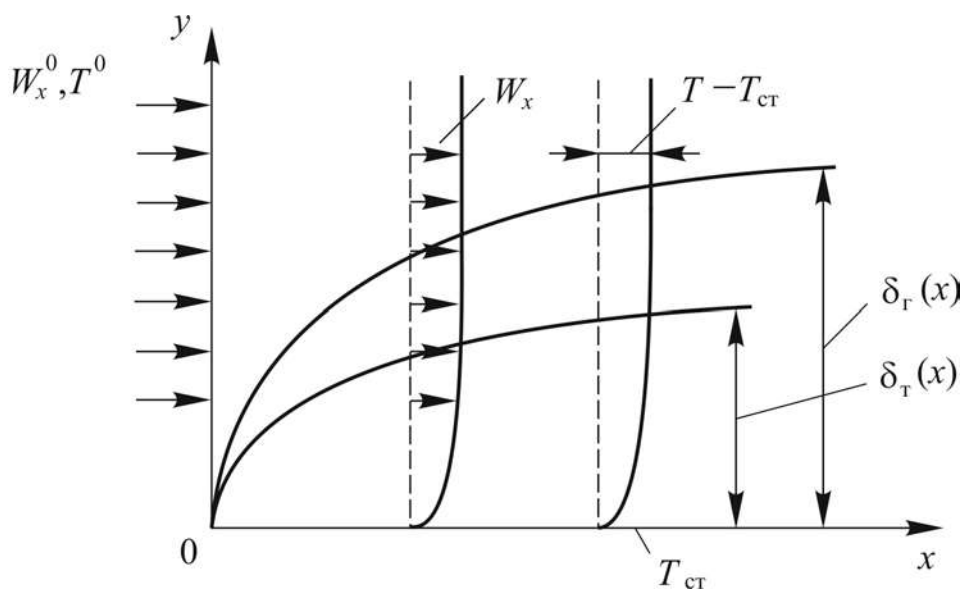


Рис. 9.2. Гидродинамический и тепловой ламинарные пограничные слои на плоской пластине

**Ламинарные пограничные слои.** Запишем уравнения сохранения массы и импульса в стационарном пограничном слое. Для

этого проанализируем и по возможности упростим уравнения неразрывности и Навье-Стокса. Учитывая двухмерность рассматриваемой задачи  $\left(W_z, \frac{\partial W_x}{\partial z}, \frac{\partial W_y}{\partial z}, \frac{\partial T}{\partial z} = 0\right)$  и условие  $\rho = \text{const}$ , уравнение неразрывности (2.23) можно записать

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \quad (9.20)$$

Данные физического и численного экспериментов позволяют считать в гидродинамическом пограничном слое:  $\partial p / \partial y \approx 0$  и  $\partial^2 W_x / \partial y^2 \gg \partial^2 W_x / \partial x^2$ . Из уравнения Бернулли (2.38) для ядра потока следует  $\partial p / \partial x = 0$  т.к.  $W = \text{const} = W_x^0$ . Таким образом, и в пограничном слое  $\partial p / \partial x = 0$ . Учтем, что проекция ускорения свободного падения на горизонтально расположенную ось  $x$  равна нулю. Тогда проекция уравнения Навье-Стокса (2.58) на ось  $x$  для рассматриваемого случая будет иметь вид

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 W_x}{\partial y^2}. \quad (9.21)$$

Записывать аналогичные уравнения для оси  $y$  не имеет смысла, так как величина  $W_y$  может быть найдена из уравнения (9.20). Система уравнений (9.20), (9.21) составляет математическую модель стационарного плоского ламинарного гидродинамического пограничного слоя. Используя аналогичные процедуры, можно упростить и уравнение Фурье-Кирхгофа (2.46):

$$W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (9.22)$$

Система дифференциальных уравнений (9.20) – (9.22) составляет математическую модель плоского (на плоской пластине) стационарного теплового ламинарного пограничного слоя. Для ее решения необходимо сформулировать граничные условия. На границе с пластиной, т.е. при  $y = 0$  скорость  $W_x = 0$  (условие прилипания). На границе и вне гидродинамического пограничного слоя, т.е. при  $y \geq \delta_r(x)$ , а также для любого  $y$  при  $x = 0$ ,  $W_x = W_x^0$ . Используя аналогичные рассуждения для поля температуры, можно записать граничные условия в следующем виде:

$$W_x(x, 0) = 0, \quad x > 0; \quad W_x(x, \infty) = W_x^0, \quad W_x(0, y) = W_x^0; \quad (9.23)$$

$$T(x, 0) = T_{\text{ст}}, \quad x > 0; \quad T(x, \infty) = T^0, \quad T(0, y) = T^0. \quad (9.24)$$

Точное решение системы уравнений (9.20)–(9.21) с граничными условиями (9.23) для гидродинамического пограничного слоя получено Блазиусом в виде бесконечных рядов. Более удобное для анализа и практического применения приближенное решение может быть найдено иным способом.

А именно, задавшись видом функции для поля скорости  $W_x(x, y)$ , например (9.25), интегрированием системы уравнений (9.20) – (9.21) можно найти параметр  $A$ , а затем и  $W_y(x, y)$ :

$$W_x^* = \frac{W_x(x, y)}{W_x^0} = 2y_\Gamma - 2y_\Gamma^3 + y_\Gamma^4, \quad (9.25)$$

$$y_\Gamma = y/\delta_\Gamma(x), \quad (9.26)$$

$$\delta_\Gamma(x) = A \sqrt{\frac{\nu x}{W_x^0}}, \quad A = 5,83, \quad (9.27)$$

$$W_y^* = \frac{W_y(x, y)}{W_x^0} = - \int_0^y \frac{\partial W_x^*}{\partial x} dy = \frac{\delta_\Gamma(x)}{x} \left( \frac{1}{2} y_\Gamma^2 - \frac{3}{4} y_\Gamma^4 + \frac{2}{5} y_\Gamma^5 \right). \quad (9.28)$$

Допущение о постоянстве теплофизических свойств среды позволяет не учитывать влияние теплообмена на гидродинамику и использовать полученные результаты при решении уравнений (9.22):

$$T^* = \frac{T - T_{\text{ст}}}{T^0 - T_{\text{ст}}} = 2y_\Gamma - 2y_\Gamma^3 + y_\Gamma^4, \quad (9.29)$$

$$y_\Gamma = y/\delta_\Gamma(x), \quad (9.30)$$

$$\delta_\Gamma = \delta_\Gamma(x) \text{Pr}^{-1/3}, \quad \text{Pr} \geq 1, \quad (9.31)$$

$$\text{Pr} = \nu/a. \quad (9.32)$$

Примерный вид найденных зависимостей приведен на рис. 9.2. Толщины гидродинамического и теплового пограничных слоев имеют зависимость от продольной координаты  $x^{1/2}$ , увеличиваясь вдоль пластины от нулевого значения. Кроме того, они прямо пропорциональны кинематической вязкости среды  $\nu$  и обратно пропорциональны скорости набегающей среды  $W_x^0$ . Отношение толщин ламинарных гидродинамического и теплового пограничных

слоев пропорционально величине критерия Прандтля ( $Pr$ ), характеризующего теплофизические свойства среды и являющегося мерой подобия поля скорости  $W_x$  и температуры. При  $Pr = 1$  ( $\nu = a$ ) наблюдается их полная аналогия (совпадение). Для капельных жидкостей, как правило,  $Pr > 1$ , а для газов  $Pr \approx 1$ .

Имея решение для поля скорости  $W_x$  в ламинарном гидродинамическом пограничном слое, можно найти поле тензора вязких напряжений (потоков импульса за счет молекулярного механизма) и выражение для него на поверхности пластины, т.е. при  $y = 0$ :

$$\tau_{yx}^B = -\mu \frac{\partial W_x}{\partial y} = -\frac{\mu W_x^0}{\delta_r(x)} (2 - 6y_r^2 + 4y_r^3), \quad (9.33)$$

$$\tau_{yx}^{B,\Gamma} = \tau_{yx}^B(y=0) = -\frac{2\mu W_x^0}{\delta_r(x)} = \gamma(W_x^\Gamma - W_x^a) = -\gamma W_x^0, \quad (9.34)$$

$$\tau^* = \tau_{yx}^B / \tau_{yx}^{B,\Gamma} = 1 - 3y_r^2 + 2y_r^3. \quad (9.35)$$

Может быть найден и полный поток импульса, для чего необходимо учесть и перенос импульса за счет конвективного механизма в соответствии с (1.49):

$$\tau_{yx} = \tau_{yx}^B + \tau_{yx}^K, \quad \tau_{yx}^K = \rho W_x W_y. \quad (9.36)$$

Проанализировав (9.36) с учетом (9.25), (9.28) и (9.33), можно отметить, что в рассматриваемом пограничном слое конвективная и молекулярная составляющие потока импульса  $\tau_{yx}$  имеют противоположные направления, доля молекулярной составляющей равна единице в непосредственной близости от пластины и уменьшается до нуля на внешней границе пограничного слоя, что приводит к изменению направления полного потока и импульса. Из соотношения (9.34) чрезвычайно просто определяется локальный коэффициент импульсоотдачи:

$$\gamma(x) = \frac{2\mu}{\delta_r(x)} = 0,343\mu \sqrt{\frac{W_x^0}{\nu x}}. \quad (9.37)$$

Нетрудно проверить, что точно такой же результат получится при использовании соотношения (4.10). Можно представить коэффициент импульсоотдачи в безразмерной критериальной форме. Если в качестве характерного линейного размера выбрать толщину гидродинамического пограничного слоя, то

$$Nu_{r,\delta_r} = \frac{\gamma \delta_r}{\mu} = 2. \quad (9.38)$$

Однако чаще в качестве характерного размера используют расстояние от кромки пластины, что позволяет получить зависимость  $\gamma$  от  $x$  в явном виде:



$$\text{Nu}_{\Gamma,x} = \frac{\gamma x}{\mu} = \frac{2x}{\delta_{\Gamma}(x)} = 0,343 \text{Re}_x^{0,5}, \quad (9.39)$$

$$\text{Re}_x = \frac{W_x^0 x}{\nu}. \quad (9.40)$$

Точное решение Блазиуса системы уравнений (9.20), (9.21) дает в отличие от приближенного значение коэффициента в уравнении (9.39), равное 0,332.

Как видно из уравнения (9.37), коэффициент импульсоотдачи для пограничного слоя изменяется вдоль поверхности пластины, уменьшаясь по мере удаления от ее кромки, т.е. с увеличением толщины  $\delta_{\Gamma}$ . Для практического использования зачастую удобнее пользоваться уравнением импульсоотдачи в интегральной форме (4.17), для чего необходим усредненный по участку поверхности длиной  $\ell$  коэффициент импульсоотдачи  $\bar{\gamma}^{\ell}$ . Поскольку движущая сила в рассматриваемом случае не изменяется вдоль пластины, так как  $W_x^{\text{я}} = W_x^0 = \text{const}$ ,  $W_x^{\Gamma} = 0$ , то определить  $\bar{\gamma}^{\ell}$  можно однозначно по соотношению, аналогичному (4.18):

$$\bar{\gamma}^{\ell} = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \gamma(x) dx = \frac{4\mu}{\delta_{\Gamma}(\ell)} = 2\gamma(\ell) \quad (9.41)$$

$$\text{или } \overline{\text{Nu}}_{\Gamma,\ell}^{\ell} = \frac{\bar{\gamma}^{\ell} \ell}{\mu} = 0,686 \text{Re}_{\ell}^{0,5}, \quad \text{Re}_{\ell} = \frac{W_x^0 \ell}{\nu}. \quad (9.42)$$

Аналогичным образом из (9.29) – (9.32) могут быть получены поле тепловых потоков, коэффициенты и критериальные уравнения теплоотдачи для теплового пограничного слоя:

$$q_y^{\Gamma} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\lambda(T^0 - T_{\text{ст}})}{\delta_{\Gamma}(x)} (2 - 6y_{\Gamma}^2 + 4y_{\Gamma}^3), \quad (9.43)$$

$$q_{y,\Gamma}^{\Gamma} = q_{y(y=0)}^{\Gamma} = -\frac{2\lambda(T^0 - T_{\text{ст}})}{\delta_{\Gamma}(x)} = \alpha(T^{\Gamma} - T^{\text{я}}) = \alpha(T_{\text{ст}} - T^0), \quad (9.44)$$

$$q^* = \frac{q_y^{\Gamma}}{q_{y,\Gamma}^{\Gamma}} = 1 - 3y_{\Gamma}^2 + 2y_{\Gamma}^3, \quad (9.45)$$

$$q_y = q_y^{\Gamma} + q_y^{\text{к}}; \quad q_y^{\text{к}} = \rho c_p T W_y, \quad (9.46)$$

$$\alpha(x) = \frac{2\lambda}{\delta_{\Gamma}(x)} = 0,343\lambda \sqrt{\frac{W_x^0}{\nu x}} \text{Pr}^{1/3} = \frac{\gamma(x)\lambda \text{Pr}^{1/3}}{\mu}, \quad (9.47)$$

$$\text{Nu}_{\tau, \delta_\tau} = \frac{\alpha \delta_\tau}{\lambda} = 2, \quad (9.48)$$

$$\text{Nu}_{\tau, x} = \frac{\alpha x}{\lambda} = \frac{2x}{\delta_\tau(x)} = 0,343 \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{1/3}, \quad (9.49)$$

$$\overline{\alpha}^\ell = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \alpha(x) dx = \frac{4\lambda}{\delta_\tau(\ell)} = 2\alpha(\ell), \quad (9.50)$$

$$\overline{\text{Nu}}_{\tau, \ell}^\ell = \frac{\overline{\alpha}^\ell \ell}{\lambda} = 0,686 \text{Re}_\ell^{0,5} \text{Pr}^{1/3}. \quad (9.51)$$

В данном случае аналогия тепло- и импульсоотдачи соблюдается, что обусловлено идентичностью дифференциальных уравнений переноса тепла и импульса в пограничном слое (9.22) и (9.21), а также подобием граничных условий (9.24) и (9.23). Используя критерий  $\pi_{\tau-\Gamma, x}$  (4.75), характеризующий гидродинамическую аналогию процесса теплоотдачи, можно показать справедливость аналогии Чилтона-Кольборна для ламинарных плоских пограничных слоев:

$$\pi_{\tau-\Gamma, x} = \frac{\text{Nu}_{\tau, x}}{\text{Nu}_{\Gamma, x}} = \text{Pr}^{1/3}. \quad (9.52)$$

Нетрудно видеть, что для рассматриваемого случая при  $\text{Pr} = 1$ ,  $\pi_{\tau-\Gamma} = 1$  наблюдается полная аналогия.

Таким образом, для плоских ламинарных пограничных слоев задачи гидродинамики и теплообмена полностью решены на основе теоретического описания процессов переноса, т.е. найдены поля скоростей, температуры, потоков импульса и тепла, а также локальные и осредненные коэффициенты импульсо- и теплоотдачи. Полученные соотношения позволяют выявить факторы, влияющие на коэффициенты импульсо- и теплоотдачи. Из (9.37) следует, что коэффициент импульсоотдачи прямо пропорционален коэффициенту динамической вязкости и обратно пропорционален толщине гидродинамического пограничного слоя, а из (9.47) следует аналогичная зависимость коэффициента теплоотдачи от коэффициента теплопроводности и толщины теплового пограничного слоя. Учитывая обратную зависимость толщин пограничных слоев от скорости набегающего потока, можно записать

$$\gamma \sim \delta_\tau^{-1}, \mu, W_x^0, \quad \alpha \sim \delta_\tau^{-1}, \lambda, W_x^0. \quad (9.53)$$

Как правило, подобная качественная зависимость выполняется не только для плоского пограничного слоя, но и для более сложных

случаев. Таким образом, для увеличения коэффициентов теплоотдачи, с целью интенсификации теплообмена, следует подбирать теплоноситель с высоким коэффициентом теплопроводности, низким коэффициентом вязкости и увеличивать скорость его движения.

**Турбулентные пограничные слои.** По мере удаления от кромки пластины (увеличения значения координаты  $x$ ) происходит рост толщины ламинарного гидродинамического пограничного слоя в соответствии с (9.27). При этом неоднородность поля скорости  $W_x$  распространяется в области, все более удаленные от границы раздела фаз, что является предпосылкой возникновения турбулентности (раздел 1.1.3). Наконец, при некотором критическом значении критерия Рейнольдса  $Re_{x,кр}$  начинается переход ламинарного режима течения в турбулентный (рис. 9.3).

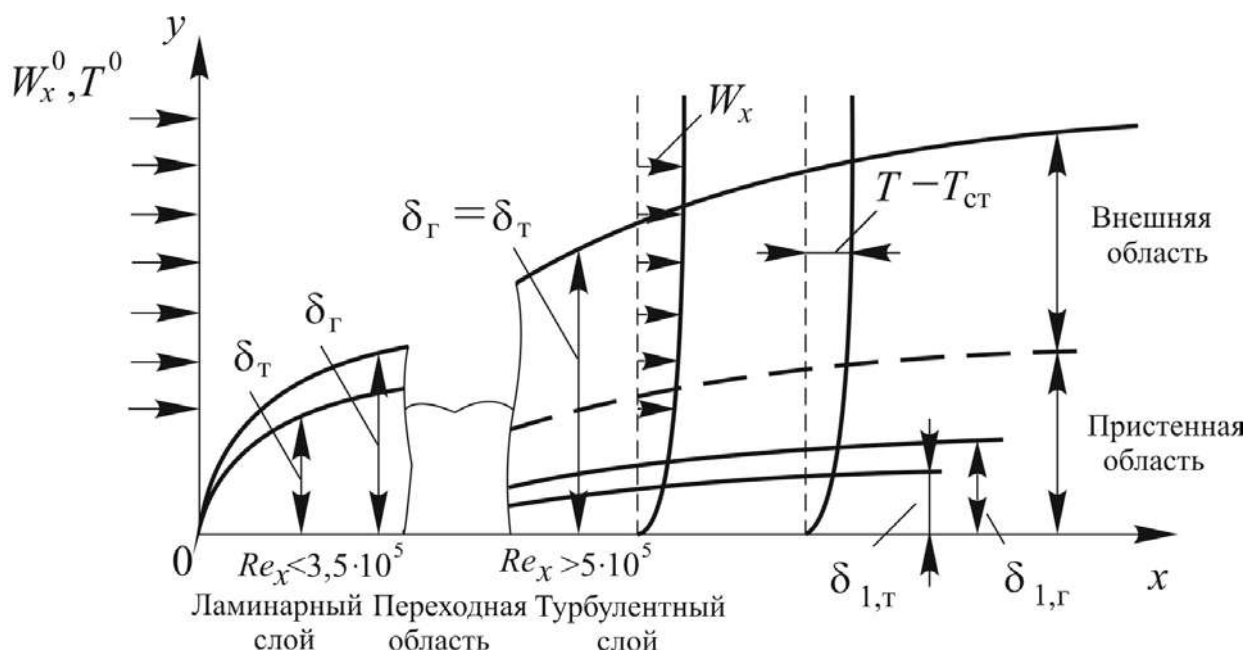


Рис.9.3. Гидродинамический и тепловой турбулентные пограничные слои на плоской пластине

Эта область охватывает обычно диапазон  $Re_x = 3,5 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5$  ( $Re_x$  можно рассматривать как безразмерное расстояние от кромки пластины). На расстояниях  $Re_x > 5 \cdot 10^5$  весь пограничный слой турбулизуется, за исключением области, прилегающей непосредственно к пластине, где турбулентные пульсации затухают (вязкий или ламинарный подслой толщиной  $\delta_{1,г}$ ). В ядре потока сохраняется ламинарный характер движения, если отсутствует внешний источник турбулентности. Расстояние от кромки  $x_{кр}$ , на

котором происходит турбулизация пограничного слоя, может быть найдено из (9.40) по  $Re_{кр}$ , и оно тем меньше, чем больше скорость набегающего потока  $W_x^0$  и меньше его кинематическая вязкость  $\nu$ . При значениях критерия Прандтля более единицы внутри вязкого подслоя можно выделить тепловой подслой толщиной  $\delta_{1,T}$ , в котором молекулярный перенос тепла преобладает над турбулентным. Толщина же всего турбулентного теплового пограничного слоя при обычно принимаемом допущении равенства коэффициентов турбулентной кинематической вязкости и температуропроводности  $\nu_T = a_T$  равна толщине гидродинамического пограничного слоя  $\delta_T = \delta$ .

Как и в случае ламинарного режима, рассмотрим вначале турбулентный гидродинамический пограничный слой. Оставим в силе все приближения, сделанные для ламинарного слоя. Единственное отличие математической модели турбулентного пограничного слоя будет состоять в наличии коэффициента турбулентной кинематической вязкости, зависящего от координаты  $y$ , что не позволяет вынести его за знак производной в правой части уравнения движения:

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\nu + \nu_T) \frac{\partial W_x}{\partial y} \right]. \quad (9.54)$$

Для сохранения в силе граничных условий (9.23) обычно рассматривают турбулентный пограничный слой, начинающийся от кромки пластины ( $x=0$ ,  $\delta_T=0$ ). Подобное допущение справедливо для внешне турбулизированного потока, в противном случае в конечные результаты вносится соответствующая поправка.

Для решения системы уравнений (9.20), (9.54) с граничными условиями (9.23) необходимо знание  $\nu_T$  и его зависимости от  $y$ . Строгих теоретических выражений для  $\nu_T$ , к сожалению, не имеется.

Воспользуемся, как и в разделе 5.3.2, полуэмпирической моделью пристенной турбулентности Прандтля. Напомним ее основные положения. В пристенной области  $\tau_{yx}$  не зависит от поперечной координаты  $y$ . В вязком подслое можно пренебречь турбулентным переносом импульса, а вне его – молекулярным. В турбулентной части пристенной области  $\nu_T = \chi W_* y$  ( $W_*$  – динамическая скорость, определяемая 5.76), что приводит к логарифмическому профилю скорости  $W_x(y)$ .

Экспериментально установлено, что характер изменения тензора вязких напряжений поперек плоского пограничного слоя не зависит от режима движения, т.е.  $\tau^*(y_T)$  для турбулентного слоя будет иметь такой же вид, как и для

ламинарного (9.35). Анализ этого соотношения показывает, что с погрешностью менее 10% можно принять  $\tau^* = 1$  в области  $0 < y_r < 0,2$ , т.е. считать эту область пристенной, так как при  $\tau^* = 1$ ,  $\tau_{yx}^B = \tau_{yx}^{B,\Gamma} = \text{const}$ . Однако если экспериментально установлен логарифмический профиль скорости, то требование  $\tau^* = 1$  не обязательно. Достаточно вспомнить стабилизированное течение в трубе. Для внешней области пограничного слоя ( $0,2 < y_r < 1$ ) логарифмический профиль скорости не соблюдается, но может быть использован степенной с показателем  $1/7$ .

Таким образом, зависимости внутри турбулентного гидродинамического пограничного слоя приобретают вид

$$y^* \leq \delta_{1,\Gamma}^* = 11,6, \quad (v + v_T) = v, \quad \frac{W_x}{W_*} = y^*, \quad (9.55)$$

$$11,6 < y^* \leq 0,2\delta_\Gamma^*, \quad (v + v_T) = v_T = \chi W_* \tau^* y, \quad \frac{W_x}{W_*} = 2,5 \ln(y^*) + 5,5, \quad (9.56)$$

$$0,2\delta_\Gamma^* < y^* \leq \delta_\Gamma^*, \quad (v + v_T) = v_T = 7(W_*)^2 (W_x^0)^{-1} \tau^* \delta_\Gamma^{1/7} y^{6/7}, \quad \frac{W_x}{W_x^0} = (y/\delta_\Gamma)^{1/7}, \quad (9.57)$$

$$\delta_\Gamma^* = \frac{W_* \delta_\Gamma}{v}. \quad (9.58)$$

Величины  $y^*$ ,  $\delta_{1,\Gamma}^*$ ,  $W_*$ ,  $\chi$  определены в разделе 5.3.2. Единственным неизвестным параметром является толщина гидродинамического пограничного слоя  $\delta_\Gamma$ , так как динамическая скорость  $W_*$  может быть выражена через  $\delta_\Gamma$  и известные величины при определении коэффициента импульсоотдачи. В соответствии с (4.10), а также (9.55) – (9.57) запишем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} &= \int_0^{\delta_\Gamma} \frac{\tau^*}{\mu + \mu_T} dy = \int_0^{\delta_{1,\Gamma}} \frac{dy}{\mu} + \int_{\delta_{1,\Gamma}}^{0,2\delta_\Gamma} \frac{\tau^* dy}{\tau^* \rho \chi W_* y} + \int_{0,2\delta_\Gamma}^{\delta_\Gamma} \frac{\tau^* dy}{7\rho W_* \sqrt{c_f/2} \tau^* \delta_\Gamma^{1/7} y^{6/7}} = \\ &= \frac{1}{\rho W_*} \left( 11,6 + 2,5 \ln \left( \frac{0,2\delta_\Gamma}{\delta_{1,\Gamma}} \right) + \frac{0,2}{\sqrt{c_f/2}} \right). \end{aligned} \quad (9.59)$$

Учитывая, что

$$\sqrt{c_f/2} = \left( \sqrt{\frac{\tau_{yx}^{B,\Gamma}}{\rho}} / W_x^0 \right) = \frac{\gamma}{\rho W_*} = \frac{W_*}{W_x^0}, \quad (9.60)$$

можно получить

$$\frac{1}{\sqrt{c_f/2}} = 9,47 + 3,12 \ln \left( \frac{\delta_r}{\delta_{1,r}} \right), \quad (9.61)$$

$$\frac{W_*}{W_x^0} = \left( 9,47 + 3,12 \ln \left( \frac{\delta_r W_*}{11,6 \nu} \right) \right)^{-1}. \quad (9.62)$$

Подставив (9.55) – (9.57) с учетом (9.62) в систему уравнений (9.20), (9.54) и проинтегрировав ее по  $dx$  и  $dy$ , можно найти  $\delta_r(x)$ . Недостатком зависимостей (9.55) – (9.57) является неявный вид связи  $W_*$  с  $\delta_r$  по (9.62), что затрудняет решение. Чтобы отыскать явный вид  $\delta_r(x)$ , можно заменить логарифмический профиль скорости в турбулентной части пристенной области (9.56) степенным (9.57). Эта замена требует расширения вязкого подслоя до  $\delta_{1,r}^* = 12,54$  в целях лучшей сходимости с экспериментом. Для такой функции решение получено в виде

$$\delta_r(x) = 0,37 x Re_x^{-0,2}, \quad (9.63)$$

$$c_f = 0,0576 Re_x^{-0,2}, \quad (9.64)$$

$$\text{или } \gamma = 0,0223 \frac{\mu}{\delta_r(x)} Re_{\delta_r}^{0,75} = 0,0288 \rho \left( \frac{\nu}{x} \right)^{0,2} (W_x^0)^{0,8}, \quad (9.65)$$

$$Nu_{\Gamma, \delta_r} = 0,0223 Re_{\delta_r}^{0,75}, \quad (9.66)$$

$$Nu_{\Gamma, x} = 0,0288 Re_x^{0,8}. \quad (9.67)$$

Недостаток найденных выражений для  $c_f$  и  $\gamma$  (9.64) – (9.67) – ограниченный диапазон их применимости  $Re_x = 5 \cdot 10^5 \div 10^7$ , что объясняется приемлемостью степенного профиля скорости с показателем  $1/7$  для пристенной области лишь в данном диапазоне изменений чисел Рейнольдса. Так как основное сопротивление переносу и импульса сосредоточено именно в пристенной области, о чем свидетельствует анализ соотношения (9.59), то для получения соотношений, позволяющих определять  $c_f$  и  $\gamma$  при любых значениях  $Re_x > 5 \cdot 10^5$  (турбулентный режим), имеет смысл использовать исходные зависимости (9.55)–(9.57) с универсальным логарифмическим профилем скорости в пристенной области. При этом можно использовать соотношение (9.63) для толщины гидродинамического пограничного слоя, так как оно в основном определяется характером изменения скорости во внешней, а не пристенной области пограничного слоя. Для  $\delta_{1,r}^* = 11,6$  можно найти отношение  $\delta_r/\delta_{1,r}$  и, подставив его в (9.59), получить соотношение для коэффициента трения Фаннинга:

$$\frac{\delta_r}{\delta_{1,r}} = 0,0226 \text{Re}_x^{0,8} \sqrt{c_f}, \quad (9.68)$$

$$\frac{1}{\sqrt{c_f}} = -1,68 + 2,2 \ln \left( \text{Re}_x^{0,8} \sqrt{c_f} \right). \quad (9.69)$$

Связь  $c_f$  с  $\gamma$  и  $\text{Nu}_{r,x}$  выражается соотношением

$$\text{Nu}_{r,x} = \frac{\gamma x}{\mu} = \frac{c_f}{2} \text{Re}_x. \quad (9.70)$$

Таким образом, алгоритм определения параметров турбулентного гидродинамического пограничного слоя на плоской пластине состоит в следующем: по значениям скорости и вязкости набегающего потока  $W_x^0$ ,  $\nu$ , а также расстоянию от кромки пластины  $x$  находится значение критерия  $\text{Re}_x$  (9.40); если  $5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 10^7$ , то возможно использование соотношений (9.64) – (9.67) для определения  $c_f$  и  $\gamma$ ; если же  $\text{Re}_x > 10^7$ , то следует воспользоваться уравнениями (9.69), (9.70). Затем по (9.60) находится динамическая скорость  $W_*$ , а по (9.55) – (9.57) – профиль скоростей  $W_x(y)$ ; поток импульса на границе с пластиной определяется из уравнения импульсоотдачи (4.7), либо по (5.76) или (9.60); профиль потока импульса  $\tau_{yx}^B(y)$  получается с использованием (9.35) для  $\tau^*$  и (9.63). Все вышеперечисленные величины являются локальными, т.е. определены при конкретном значении координаты  $x$ . Как и в случае ламинарного пограничного слоя, возможно использование осредненных по длине пластины  $\ell$  коэффициентов импульсоотдачи. Их явный вид может быть получен из (9.65):

$$\overline{\gamma}^\ell = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \gamma(x) dx = 1,25 \gamma(\ell) = 0,036 \rho \left( \frac{\nu}{\ell} \right)^{0,2} (W_x^0)^{0,8}, \quad (9.71)$$

$$\overline{\text{Nu}}_{r,l}^1 = 0,036 \text{Re}_\ell^{0,8}. \quad (9.72)$$

Вид зависимостей  $W_x^* = W_x(y) / W_x^0$ ,  $\tau^*(y)$  приведен на рис. 9.5.

Перейдем к рассмотрению теплового турбулентного пограничного слоя. Уравнение (2.45) для него будет иметь вид

$$W_x \frac{\partial T}{\partial x} + W_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( (a + a_\tau) \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (9.73)$$

Предполагая развитие турбулентного пограничного слоя от кромки пластины, можно оставить в силе граничные условия (9.24). Допущение о постоянстве теплофизических свойств потока позволяет не учитывать влияние теплообмена на гидродинамику и оставить в

силе решение для поля скоростей, полученное для гидродинамического турбулентного пограничного слоя. Аналогия уравнений (9.54) и (9.73), а также граничных условий (9.23) и (9.24) предопределяет гидродинамическую аналогию рассматриваемого процесса теплоотдачи плоской пластины. Как уже отмечалось, экспериментальные исследования предоставляют возможность допустить равенство коэффициентов турбулентного переноса  $\nu_T = a_T$ . В таком случае единственной причиной отличия безразмерных полей скорости  $W_x^*$  и температуры  $T^*$  может быть различие коэффициентов молекулярного переноса  $\nu/a = \text{Pr} \neq 1$ . Если критерий Прандтля равен единице, то

$$W_x^*(x, y) = \frac{W_x(x, y)}{W_x^0} \equiv T^*(x, y) = \frac{T(x, y) - T_{\text{ст}}}{T^0 - T_{\text{ст}}}, \text{ при } \text{Pr} = 1. \quad (9.74)$$

Если  $a < \nu$ , т.е.  $\text{Pr} > 1$ , то внутри вязкого подслоя можно выделить тепловой подслой с преобладающим молекулярным механизмом переноса тепла. Толщина теплового подслоя  $\delta_{1,T}$  в этом случае будет меньше толщины вязкого подслоя  $\delta_{1,\nu}$ , так как возрастающий с расстоянием от стенки коэффициент турбулентной температуропроводности  $a_T$  превзойдет свой молекулярный аналог, а на меньших расстояниях, чем  $\nu_T$ , станет больше  $\nu$ , учитывая  $a_T = \nu_T$ ,  $a < \nu$ . В соответствии с прандтлевской моделью пристенной турбулентности  $\nu_T$  линейно зависит от  $y$ . Однако это справедливо лишь вне вязкого подслоя, т.е. при  $y \geq \delta_{1,\nu}$ . Как показывают исследования, внутри вязкого подслоя затухание турбулентных пульсаций происходит по степенному закону с показателем степени  $m = 3$  вблизи границ с твердой фазой и  $m = 2$  для межфазных границ газ-жидкость, жидкость-жидкость. В соответствии с этим для рассматриваемого случая теплообмена с твердой пластиной можно записать

$$\frac{\nu_T}{\nu} = b \left( \frac{y}{\delta_{1,\nu}} \right)^m, m = 3, \quad y \leq \delta_{1,\nu}. \quad (9.75)$$

Значение коэффициента  $b$  можно определить из условия равенства коэффициентов турбулентной вязкости на границе вязкого подслоя, найденных из (9.75) и по модели Прандтля (9.56):

$$y = \delta_{1,\nu}; \quad \frac{\nu_T}{\nu} = b = \frac{\chi W_* \delta_{1,\nu}}{\nu} = 0,4 \cdot 11,6 = 4,64. \quad (9.76)$$



Проводя аналогию с вязким подслоем, на границе которого выполняется условие (9.76), толщину теплового подслоя можно определить как

$$y = \delta_{1,\tau}, \quad \frac{a_\tau}{a} = b, \quad \frac{a_\tau}{\nu} = b \left( \frac{\delta_{1,\tau}}{\delta_{1,\Gamma}} \right)^3,$$

$$\frac{a}{\nu} = \left( \frac{\delta_{1,\tau}}{\delta_{1,\Gamma}} \right)^3 = \text{Pr}^{-1}, \quad \delta_{1,\tau} = \delta_{1,\Gamma} \text{Pr}^{-1/3}. \quad (9.77)$$

Естественно, что при  $a = \nu$  ( $\text{Pr} = 1$ ) толщина теплового и вязкого подслоя будет одинакова  $\delta_{1,\tau} = \delta_{1,\Gamma}$ . Характер изменения коэффициентов турбулентного переноса в турбулентном пограничном слое без внешних источников турбулентности показан на рис. 9.4.

Максимальное значение  $\nu_{\tau,\text{max}}/\nu$  достигается при  $y_\Gamma = 0,394$  и определяется, как это можно показать из (9.57), (9.63), (9.64), соотношением (9.78), увеличиваясь от 47 при  $\text{Re}_x = 5 \cdot 10^5$ :

$$\frac{\nu_{\tau,\text{max}}}{\nu} = 0,018 \text{Re}_x^{0,6}. \quad (9.78)$$

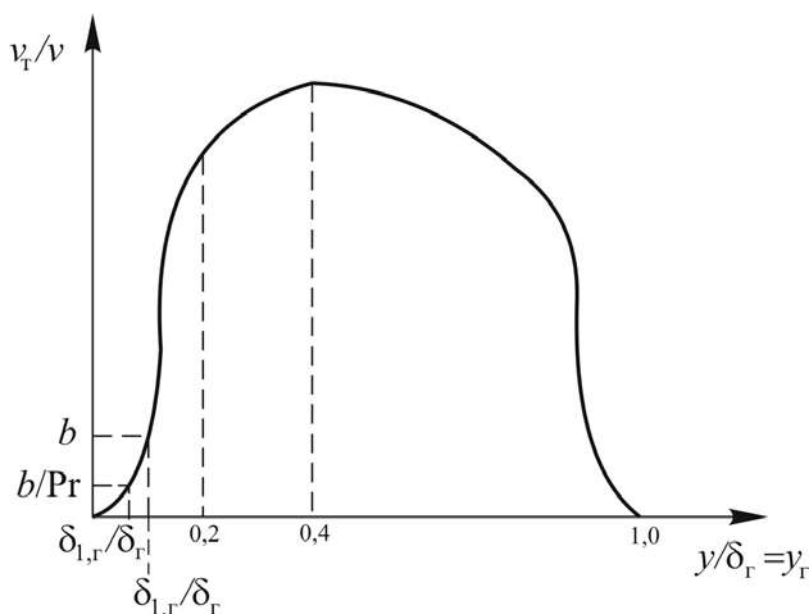


Рис.9.4. Изменение коэффициентов турбулентного переноса в турбулентном пограничном слое на плоской пластине без внешних источников турбулентности

Теперь можно определить коэффициент теплоотдачи, полагая  $a_\tau = 0$  в тепловом подслое и  $a = 0$  за его пределами. В соответствии с (4.9) запишем

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\alpha} &= \int_0^{\delta_T} \frac{q^* dy}{\lambda + \lambda_T} = \int_0^{\delta_{1,T}} \frac{dy}{\lambda} + \int_{\delta_{1,T}}^{\delta_{1,r}} \frac{dy}{c_p \rho \nu b \left( \frac{y}{\delta_{1,r}} \right)^3} + \int_{\delta_{1,r}}^{0,2\delta_T} \frac{q^* dy}{\tau^* c_p \rho \chi W_* y} + \\
&+ \int_{0,2\delta_T}^{\delta_T} \frac{q^* dy}{c_p \rho 7 W_* \sqrt{c_f/2} \tau^* \delta_r^{1/7} y^{6/7}} = \\
&= \frac{1}{c_p \rho W_*} \left[ 11,6 \text{Pr}^{2/3} + \frac{11,6}{2b} (\text{Pr}^{2/3} - 1) + 2,5 \ln \left( \frac{0,2\delta_r}{\delta_{1,r}} \right) + \frac{0,2}{\sqrt{c_f/2}} \right],
\end{aligned} \tag{9.79}$$

$$\alpha = \frac{c_p \rho W_*}{11,6 \left[ \text{Pr}^{2/3} + 0,108 (\text{Pr}^{2/3} - 1) \right] + 2,5 \ln (\text{Re}_x^{0,8} \sqrt{c_f/2}) + \frac{0,2}{\sqrt{c_f/2}} - 12,64}. \tag{9.80}$$

При выводе формул (9.79), (9.80) учитывалось, что  $q^*(y_r) = \tau^*(y_r)$ ,  $\lambda = a c_p \rho$ ,  $\lambda_T = a_m c_p \rho$ ,  $\delta_r = \delta_T$ ,  $\chi = 0,4$ . Нетрудно заметить, что отличие (9.79) от (9.59) обусловливается различным характером сопротивления переносу тепла и импульса в вязком подслое. При  $\text{Pr} = 1$  эти отличия исчезают и  $\alpha = c_p \gamma$ . Необходимые для расчета коэффициента теплоотдачи по (9.80) динамическая скорость  $W_*$  и коэффициент трения Фаннинга  $c_f$  находятся по соотношениям (9.60) и (9.69). Для степенного профиля скорости в турбулентной части пристенной области с показателем  $1/7$  выражение для  $\alpha$  можно получить в явном виде:

$$\alpha = \frac{c_p \gamma}{1 + 2,36 \text{Re}_x^{-0,1} (\text{Pr}^{2/3} - 1)} = \frac{0,0288 c_p \rho \left( \frac{v}{x} \right)^{0,2} (W_x^0)^{0,8}}{1 + 2,36 \text{Re}_x^{-0,1} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}, \quad 5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 10^7. \tag{9.81}$$

Как и для ламинарного пограничного слоя, выполняется качественная зависимость (9.53), т.е.  $\alpha \sim \lambda$ ,  $W_x^0$  ( $\text{Pr} \sim 1/\lambda$ ). Однако количественно эта зависимость становится иной.

При больших значениях критерия  $\text{Re}_x$  отношение  $\delta_{1,r}/\delta_r \rightarrow 0$  и коэффициент теплоотдачи перестает зависеть от критерия  $\text{Pr}$ , а значит, и от коэффициента молекулярной теплопроводности, так как преобладающим становится турбулентный механизм переноса (знаменатель (9.81) стремится к единице).

Используя критерий  $\pi_{T-r}$ , характеризующий гидродинамическую аналогию процесса теплоотдачи, полученные результаты можно представить в виде

$$\pi_{\Gamma-\Gamma,x} = \frac{\text{Nu}_{\Gamma,x}}{\text{Nu}_{\Gamma,x}} = \frac{\text{Pr}}{1 + 1,108\delta_{1,\Gamma}^* \sqrt{c_f/2} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}. \quad (9.82)$$

В частности, для степенного профиля скорости из (9.75) получим

$$\pi_{\Gamma-\Gamma,x} = \frac{\text{Pr}}{1 + 2,36\text{Re}_x^{-0,1} (\text{Pr}^{2/3} - 1)}, \quad 5 \cdot 10^5 < \text{Re}_x < 10^7. \quad (9.83)$$

Как видно из (9.82) и (9.83), при  $\text{Pr} = 1$ ,  $\pi_{\Gamma-\Gamma,x} = 1$ , т.е. соблюдается условие полной аналогии. Однако гидродинамическая аналогия для турбулентного и ламинарного слоев не идентична и (9.83) не совпадает с (9.48), т.е. аналогия Чилтона-Кольборна для турбулентного пограничного слоя не выполняется строго. В этом случае  $\pi_{\Gamma-\Gamma,x} = \pi_{\Gamma-\Gamma,x}(\text{Pr}, \text{Re}_x)$  и показатель степени  $n \rightarrow 1$  в (4.75) при  $\text{Re}_x \rightarrow \infty$ .

Зная коэффициент теплоотдачи и, следовательно, поток тепла на границе раздела фаз, можно найти поле температуры в турбулентном пограничном слое. Из (4.3) следует

$$T = \int_0^y \frac{q_y^{\Gamma} q^* dy}{\lambda + \lambda_{\Gamma}}. \quad (9.84)$$

Проведя интегрирование, получим поле безразмерной температуры

$$T^* = \frac{T(x, y) - T_{\text{ст}}}{T^0 - T_{\text{ст}}}$$

$$T^* = \frac{\alpha}{\lambda} y, \quad y \leq \delta_{1,\Gamma}, \quad (9.85)$$

$$T^* = T^*(\delta_{1,\Gamma}) + \frac{1}{2} \frac{\alpha \delta_{1,\Gamma}}{\rho c_p v_b} \left( \text{Pr}^{2/3} - \left( \frac{\delta_{1,\Gamma}}{y} \right)^2 \right), \quad \delta_{1,\Gamma} \leq y \leq \delta_{1,\Gamma}, \quad (9.86)$$

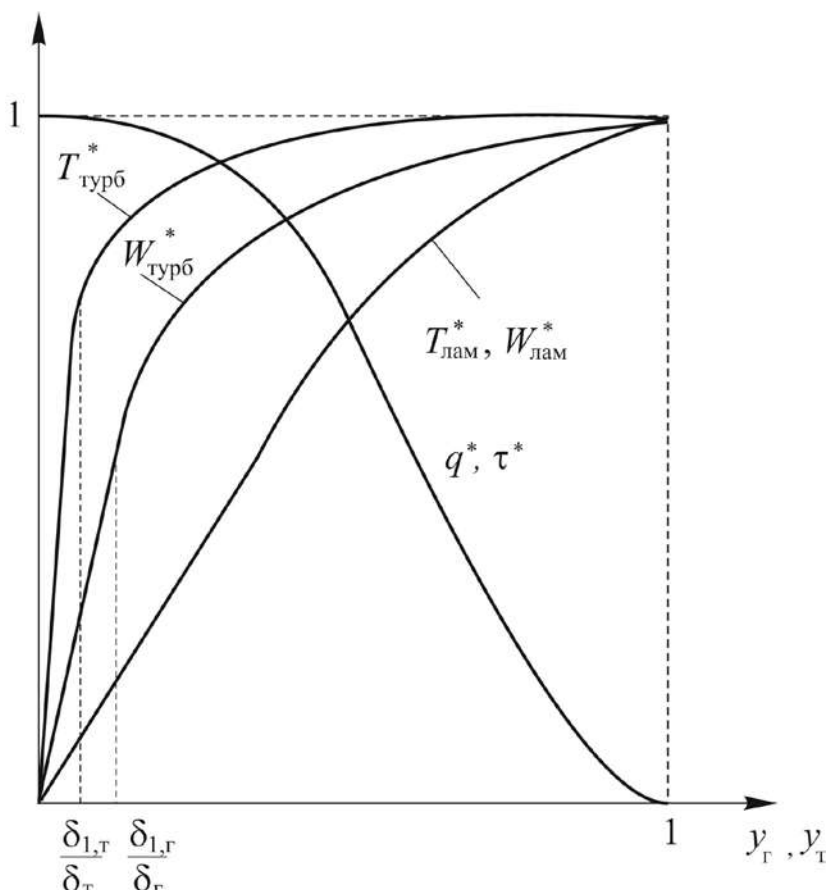
$$T^* = T^*(\delta_{1,\Gamma}) + \frac{2,5\alpha \ln\left(\frac{y}{\delta_{1,\Gamma}}\right)}{\rho c_p W_*}, \quad \delta_{1,\Gamma} \leq y \leq 0,2\delta_{\Gamma}, \quad (9.87)$$

$$T^* = T^*(0,2\delta_{\Gamma}) + \frac{\alpha}{\rho c_p W_*} \left( \left( \frac{y}{\delta_{\Gamma}} \right)^{1/7} - 0,2^{1/7} \right), \quad 0,2\delta_{\Gamma} < y \leq \delta_{\Gamma}. \quad (9.88)$$

Вид этой зависимости представлен на рис. 9.5.

Рис. 9.5. Профили относительных температур, скоростей, потоков тепла и импульса в ламинарном и турбулентном пограничных слоях на плоской пластине

Итак, получены решения для гидродинамического и теплового пограничного слоев на плоской пластине. Качественный характер полученных зависимостей справедлив и для пограничных слоев, образующихся при обтекании более сложных поверхностей.

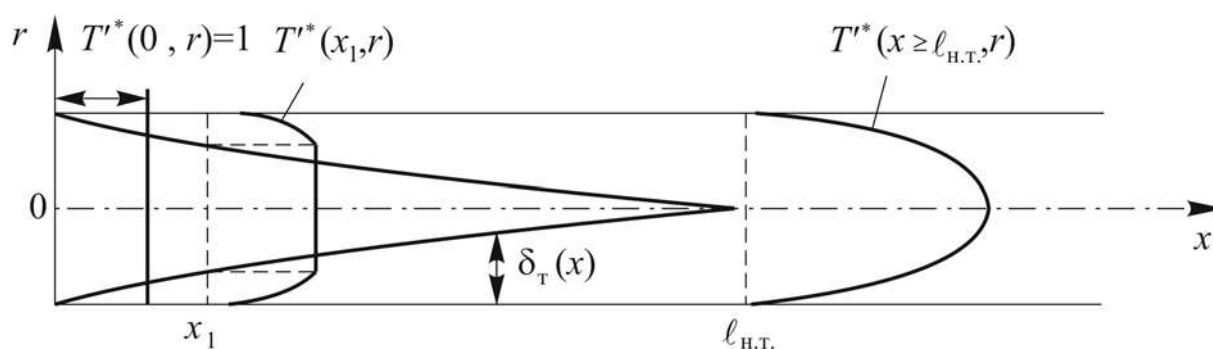
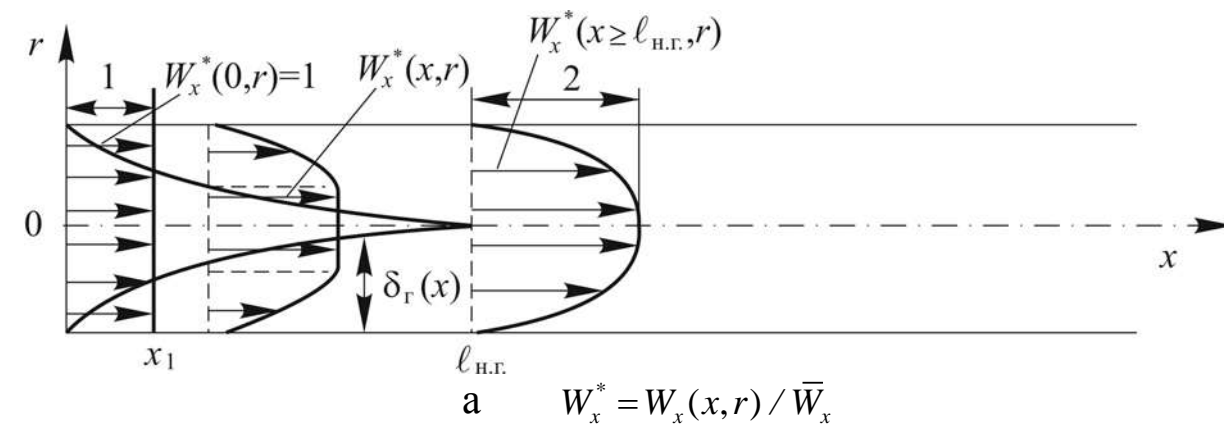


### 9.2.2. Теплообмен в трубах

Рассмотрим стационарный теплообмен между стенками горизонтальной прямой трубы круглого сечения и потоком, обладающим неизменными теплофизическими характеристиками и движущимся за счет вынужденной конвекции внутри нее.

#### ***Участки гидродинамической и термической стабилизации.***

При движении потока в трубе на начальном участке длиной  $\ell_{н.г.}$  существует гидродинамический пограничный слой, расширяющийся по мере удаления от входа до тех пор, пока не заполнит все сечение (участок гидродинамической стабилизации). Далее выделение ядра потока и пограничного слоя не имеет смысла, так как скорость  $W_x$  меняется по всему поперечному сечению трубы, при этом профиль скорости уже не зависит от продольной координаты – такое течение называется стабилизированным (рис. 9.6 а).



б  $T'^* = (T(x, r) - T_{\text{ст}}) / (\bar{T}(x) - T_{\text{ст}})$

Рис. 9.6. Профили безразмерных скорости (а) и температуры (б) на начальных и стабилизированных участках при ламинарном течении в цилиндрической трубе

Аналогичным образом в трубе при наличии теплообмена можно выделить участок термической или тепловой стабилизации – начальный участок длиной  $\ell_{\text{н.т.}}$ , на котором существует тепловой пограничный слой. При  $x > \ell_{\text{н.т.}}$  (область стабилизированного теплообмена) характер радиального изменения температуры не зависит от продольной координаты, однако величина средней по сечению температуры стремится к температуре стенки при  $x \rightarrow \infty$  в отличие от средней скорости, не меняющейся для трубы постоянного сечения (рис. 9.6 б).

Характеристики пограничных слоев в трубе и на плоской пластине несколько отличаются. Это обусловлено различием формы обтекаемых поверхностей, переменностью скорости ядра потока в трубе  $W_x^{\text{я}}(x)$  и наличием градиента давления  $\partial p / \partial x \neq 0$ . Увеличение скорости ядра потока на участке гидродинамической стабилизации

следует из уравнения постоянства расхода (2.24), в соответствии с которым средняя скорость в канале неизменного сечения для установившегося течения несжимаемой жидкости должна быть постоянной. Поскольку в пограничном слое скорость уменьшается от  $W_x^a$  до 0, то по мере увеличения его толщины  $W_x^a$  должна возрастать. Падение давления в трубе  $\partial p / \partial x < 0$  следует из уравнения Бернулли (2.38) применительно к ядру потока. Несмотря на эти отличия, наблюдается качественное сходство пограничных слоев в трубе и на пластине.

Рассмотрим ламинарное движение потока. При  $Pr > 1$  тепловой пограничный слой будет находиться внутри гидродинамического, следовательно, длина участка термической стабилизации (расстояние от входа, на котором  $\delta_T = R$ ) будет больше, чем гидродинамической ( $\delta_T = R$ ). Решение соответствующих уравнений для пограничных слоев в трубе с постоянной температурой стенки дает зависимость

$$\ell_{н.г.} \approx 0,05 Red, \quad (9.89)$$

$$\ell_{н.т.} \approx 0,05 Re Pr d. \quad (9.90)$$

Так, для чисел  $Re = 2 \cdot 10^3$  это составит  $\ell_{н.т.} \approx 100 d$ , т.е. при ламинарном движении длина участка гидродинамической стабилизации может достигать 100 диаметров, а термической и того больше. Это приводит к тому, что в большинстве случаев, особенно для жидкостей с большим значением критерия Прандтля, теплообмен при ламинарном режиме движения осуществляется в основном на участке термической стабилизации. Как и для пограничного слоя на плоской пластине, коэффициент теплоотдачи для трубы на участке термической стабилизации уменьшается по мере удаления от входа (увеличивается толщина пограничного слоя), увеличиваясь пропорционально скорости потока и коэффициенту теплопроводности теплоносителя. В качестве характерных для труб величин принято использовать: диаметр  $d$ , среднюю скорость  $\bar{W}_x$ , среднюю температуру  $\bar{T}$ :

$$\bar{T} = \frac{\int_0^S \rho W_x T dS}{\int_0^S \rho W_x dS}, \quad \text{при } (\rho = \text{const}) \Rightarrow \bar{T} = \frac{1}{\pi R^2 \bar{W}_x} \int_0^R T W_x 2\pi r dr, \quad (9.91)$$

$$q_y^{T,\Gamma} = \alpha'(T^\Gamma - \bar{T}) = \alpha'(T_{\text{ст}} - \bar{T}), \quad (9.92)$$

$$\alpha' = B\lambda \left( \frac{\bar{W}_x}{x d \nu} \right)^{1/3} \text{Pr}^{1/3}, \quad x \leq \frac{\ell_{\text{н.т.}}}{5}. \quad (9.93)$$

Значение коэффициента  $B$  зависит от вида граничных условий на стенке трубы, так, для  $T_{\text{ст}} = \text{const}$   $B = 1,03$ . В соответствии с (4.18) можно найти осредненный по длине трубы  $x$  коэффициент теплоотдачи  $\bar{\alpha}'^x(x)$ . Выражение для него будет аналогичным (9.93), но в 1,5 раза больше, т.е. коэффициент  $B$  будет равен 1,55.

Наглядное представление температуры  $\bar{T}$ , определяемой (9.91) и называемой среднемассовой, можно составить, если найти температуру всей массы потока, вышедшей из данного сечения трубы за достаточно короткий промежуток времени (это существенно лишь для нестационарных процессов) и затем полностью перемешанной. Использование такой температуры позволяет представить теплообмен в трубе пренебрегая молекулярным и турбулентным переносом в продольном направлении по сравнению с конвективным, происходящим в режиме идеального вытеснения, т.е. полагать, что количество тепла, переносимое в направлении оси  $x$  за единицу времени через сечение трубы, пропорционально средней конвективной скорости  $\bar{W}_x$  и температуре  $\bar{T}$  при условии  $c_p, \rho = \text{const}$ :

$$\dot{Q}_x = \int_0^S W_x c_p \rho T dS = c_p \rho \int_0^S W_x T dS = c_p \rho \bar{W}_x S \frac{\int_0^S W_x T dS}{S \bar{W}_x} = c_p \rho \bar{W}_x S \bar{T}. \quad (9.94)$$

Использование модели идеального вытеснения при условии  $T_{\text{ст}} = \text{const}$  вне зависимости от характера изменения  $\alpha(x)$  позволяет считать, как это было показано в разделе 4.1, среднюю движущую силу среднелогарифмической величиной (4.31). Таким образом, (9.93) для  $\bar{\alpha}'^x(x)$  и (4.31) для  $\Delta \bar{T}$  дают возможность применять уравнение теплоотдачи в интегральной форме, имея явный вид выражений для всех величин.

Соотношение (9.93) получено для участка термической стабилизации, которому предшествовал участок гидродинамической стабилизации, т.е. теплообмен начался не со входа в трубу и при  $x = 0$  течение было уже стабилизированным. В том случае, если теплообмен начинается непосредственно с кромки трубы и при  $x = 0$  начинаются оба участка тепловой и гидродинамической стабилизации, то в

непосредственной близости от входа в трубу при  $\delta_r \ll d$  локальный и средний коэффициенты теплоотдачи могут определяться по соотношениям (9.47), (9.50), найденным для плоской пластины. По мере увеличения толщины гидродинамического пограничного слоя начинают сказываться отличия, присущие движению в трубе. Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи в этом случае удобнее воспользоваться соотношением (9.93) с поправочным множителем  $\varepsilon$ , учитывающим увеличение коэффициента теплоотдачи на участке гидродинамической стабилизации

$$\varepsilon = 0,6 \left( \frac{1}{\text{Re}} \frac{x}{d} \right)^{-1/7} \left( 1 + 2,5 \frac{1}{\text{Re}} \frac{x}{d} \right), \quad x \leq \ell_{\text{н.г.}}. \quad (9.95)$$

Если необходимо определить средний коэффициент теплоотдачи для трубы длиной  $\ell$ , содержащей участки термической стабилизации и стабилизированного теплообмена, то осреднение можно провести, учитывая, что в области стабилизированного теплообмена при ламинарном режиме величина  $\alpha'$  не зависит от  $x$ , обозначим ее  $\alpha'_c$ :

$$\overline{\alpha'}^\ell = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \alpha'(x) dx = \frac{1}{\ell} \left( \int_0^{\ell_{\text{н.т.}}} \alpha'(x) dx + \int_{\ell_{\text{н.т.}}}^\ell \alpha'_c dx \right) = \overline{\alpha'}^{\ell_{\text{н.т.}}} \frac{\ell_{\text{н.т.}}}{\ell} + \alpha'_c \left( 1 - \frac{\ell_{\text{н.т.}}}{\ell} \right). \quad (9.96)$$

При турбулентном течении потока в трубе, как и на плоской пластине, толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев, во-первых, совпадают, а во-вторых, растут значительно быстрее, чем для ламинарных. Это приводит к уменьшению длины участков термической и гидродинамической стабилизации, что позволяет в большинстве случаев пренебрегать ими при расчете теплоотдачи:

$$\ell_{\text{н.г.}} = \ell_{\text{н.т.}} \approx 15d. \quad (9.97)$$

### ***Стабилизированный теплообмен при ламинарном движении.***

Уравнение (2.44) для стационарного теплообмена при стабилизированном течении в трубе удобнее записать в цилиндрических координатах (см. приложение П.2.3):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r^T) + \frac{\partial}{\partial x} (q_x^K + q_x^T) = 0. \quad (9.98)$$

Как правило, конвективный перенос тепла в осевом направлении значительно выше молекулярного ( $q_x^K \gg q_x^T$ ), что



позволяет пренебречь последним при  $Re > 100$ . С учетом этого допущения (9.98) можно переписать

$$c_p \rho W_x \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r^T). \quad (9.99)$$

Дополним это уравнение граничными условиями:

$$x=0, \quad \bar{T} = \bar{T}^0; \quad r=0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad r=R, \quad T = T_{ct}. \quad (9.100)$$

Решение будет зависеть от характера изменения температуры стенки  $T_{ct}(x)$ , но в общем случае оно получается в виде бесконечного ряда.

Рассмотрим вначале самый простой для решения задачи случай, когда температура стенки в области стабилизированного теплообмена меняется по линейному закону, что соответствует условию постоянства потока тепла, подводимого к теплоносителю или отводимого от него через стенку  $q_r^{T,\Gamma} = \text{const}$ . Из уравнения теплового баланса для участка трубы длиной  $x$ , учитывая, что отводимый от теплоносителя тепловой поток в цилиндрической системе координат будет положительным, следует,

$$\dot{Q}_x \big|_{x=0} = \dot{Q}_x \big|_{x=x} + q_r^{T,\Gamma} F$$

$$\text{или} \quad c_p \rho \bar{W}_x \pi R^2 \bar{T}^0 = c_p \rho \bar{W}_x \pi R^2 \bar{T} + q_r^{T,\Gamma} 2\pi R x, \quad (9.101)$$

$$\bar{T} = \bar{T}^0 - \frac{2 q_r^{T,\Gamma} x}{c_p \rho \bar{W}_x R}, \quad (9.102)$$

т. е. средняя температура теплоносителя в этом случае линейно изменяется вдоль оси  $x$ . Для области стабилизированного теплообмена характер радиального изменения температуры остается неизменным, из чего следует

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \text{const}, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0. \quad (9.103)$$

Получим теперь решение уравнения (9.99) для области стабилизированного теплообмена при  $q_r^{T,\Gamma} = \text{const}$ . Проинтегрируем уравнение (9.99) с учетом (9.103) и (5.62):

$$\begin{aligned}
rq_r^T &= -c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x} \int W_x r dr + C = -c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x} W_{x,\max} \left( \int r dr - \frac{1}{R^2} \int r^3 dr \right) + C = \\
&= -c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x} W_{x,\max} \left( \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right) + C,
\end{aligned} \tag{9.104}$$

$$q_r^T = -c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x} W_{x,\max} \left( \frac{r}{2} - \frac{r^3}{4R^2} \right) + \frac{C}{r}. \tag{9.105}$$

Константу интегрирования  $C$  можно определить из условия (9.100):

$$r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad q_r^T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad C = 0. \tag{9.106}$$

При  $r = R$  выражение (9.105) должно равняться тепловому потоку через стенку, что позволяет получить соотношения для профиля теплового потока (рис. 9.9 а):

$$q_r^{T,\Gamma} = -c_p \rho \frac{\partial}{\partial x} W_{x,\max} \left( \frac{R}{2} - \frac{R}{4} \right) = -\frac{R}{4} c_p \rho \frac{\partial T}{\partial x} W_{x,\max}, \tag{9.107}$$

$$q^* = \frac{q_r^T}{q_r^{T,\Gamma}} = 2 \frac{r}{R} - \left( \frac{r}{R} \right)^3 = 2r^* - r^{*3}. \tag{9.108}$$

Проинтегрировав уравнение теплового потока с граничным условием  $T(R) = T_{\text{ст}}$ , можно найти профиль температуры в сечении трубы:

$$T(r) - T_{\text{ст}} = \frac{q_r^{T,\Gamma}}{\lambda} \left( \frac{3}{4} R + \frac{r^4}{4R^3} - \frac{r^2}{R} \right), \tag{9.109}$$

или для безразмерной температуры  $T^*(r)$  (рис. 9.9 б)

$$T^*(r) = \frac{T(r) - T_{\text{ст}}}{T(0) - T_{\text{ст}}} = \left( 1 - \frac{4}{3} r^{*2} + \frac{1}{3} r^{*4} \right). \tag{9.110}$$

Из (9.109) и (9.91) можно определить среднюю температуру  $\bar{T}$ , а затем и коэффициент теплоотдачи  $\alpha'$ :

$$\bar{T} - T_{\text{ст}} = \frac{q_r^{T,\Gamma}}{\lambda \pi R^2 W_x} \int_0^R \left( \frac{3}{4} R + \frac{r^4}{4R^3} - \frac{r^2}{R} \right) W_{x,\max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) 2\pi r dr = \frac{11}{24} \frac{q_r^{T,\Gamma} R}{\lambda}, \tag{9.111}$$

$$q_r^{T,\Gamma} = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} (\bar{T} - T_{\text{ст}}), \tag{9.112} \quad \alpha' = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{d}, \tag{9.113}$$

$$\text{Nu}' = \frac{\alpha' d}{\lambda} = \frac{48}{11} \approx 4,36. \tag{9.114}$$

Решив совместно (9.111), (9.109), и (9.102), можно найти явный вид поля температуры  $T(x,r)$ :

$$T(x,r) = \bar{T}^0 - \frac{q_r^{T,r} d}{\lambda} \left( \frac{4x}{\text{Pe}d} + \frac{r^{*2}}{2} - \frac{r^{*4}}{8} - \frac{7}{48} \right). \quad (9.115)$$

Таким образом, все величины, характеризующие стабилизированный теплообмен, для рассматриваемого случая определены: поля температуры и теплового потока, коэффициент теплоотдачи. Нетрудно видеть, что средняя температура меняется линейно по длине трубы, а коэффициент теплоотдачи остается постоянным. Следует отметить зависимость  $\alpha'$  лишь от коэффициента теплопроводности теплоносителя и диаметра трубы. От скорости движения теплоносителя он не зависит, что приводит к постоянству критерия Нуссельта.

Теперь рассмотрим стабилизированный теплообмен при постоянной температуре стенки трубы  $T_{\text{ст}} = \text{const}$ . Для него условия (9.102) и (9.103) не выполняются. Это не позволяет вынести за знаки интегрирования  $\partial T / \partial x$  в (9.104) и получить явный вид решения. Гретцем, а затем независимо Нуссельтом решение данной задачи было найдено в виде суммы бесконечного ряда. Оно справедливо и для участка термической стабилизации при условии предварительной гидродинамической стабилизации потока. Для области стабилизированного теплообмена локальный коэффициент теплоотдачи равен предельному (рис. 9.7)

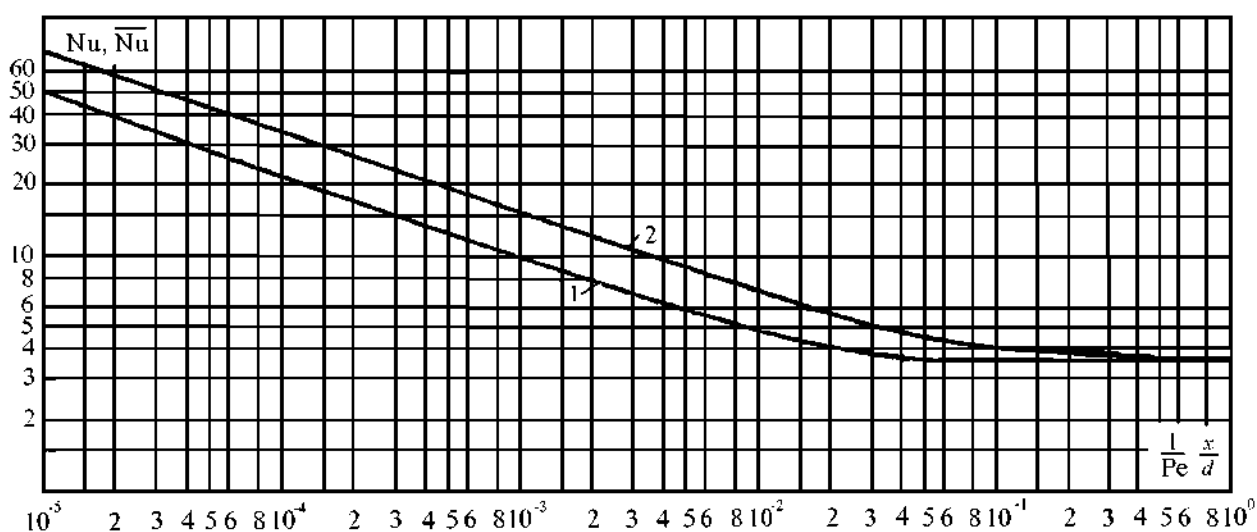


Рис. 9.7. Изменение локального  $Nu'(x)$  и среднего  $\bar{Nu}'(x)$  критериев Нуссельта по длине круглой трубы  $T_{\text{ст}} = \text{const}$ : 1 —  $Nu'(x)$ , 2 —  $\bar{Nu}'(x)$

$$\alpha' = 3,66 \frac{\lambda}{d} \quad (9.116) \quad \text{или} \quad \text{Nu}' = 3,66 \quad (9.117)$$

Средняя температура, как это было показано в разделе 4.1 (4.27), в этом случае изменяется по длине трубы экспоненциально, приближаясь к температуре стенки при  $x \rightarrow \infty$  (рис.9.8). Как видим, граничные условия существенным образом влияют на коэффициент теплоотдачи и характер теплообмена, несмотря на то, что дифференциальное уравнение одно и то же (9.99).

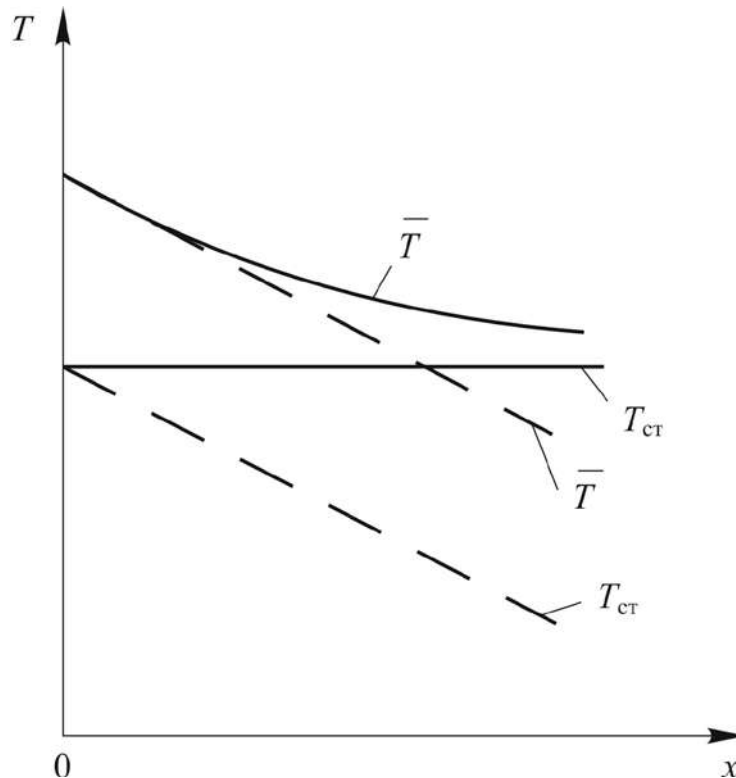


Рис. 9.8. Изменение средней температуры  $\bar{T}$  и температуры стенки  $T_{\text{ст}}$  по длине круглой трубы при  $T_{\text{ст}}=\text{const}$  (—) и  $q_r^{\text{T},\Gamma}=\text{const}$  (- - -)

Для получения явного вида радиальной зависимости  $T^*(r)$  можно аппроксимировать ее полиномом третьей степени, определив три коэффициента из уравнения (9.117) и граничных условий  $T^*(0) = 1$ ,  $\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_{r^*=0} = 0$ :

$$T^*(r) = A(1-r^*) + B(1-r^*)^2 + C(1-r^*)^3, \quad (9.118)$$

$$A = 1,034, \quad B = 0,931, \quad C = -0,965.$$

Расхождение (9.118) с точным решением не превышает 5% (рис. 9.9 б). Используя (9.118), найдем профиль приведенного теплового потока (рис. 9.9. а):

$$q^*(r) = 1 + 1,8(1-r^*) - 2,8(1-r^*)^2. \quad (9.119)$$

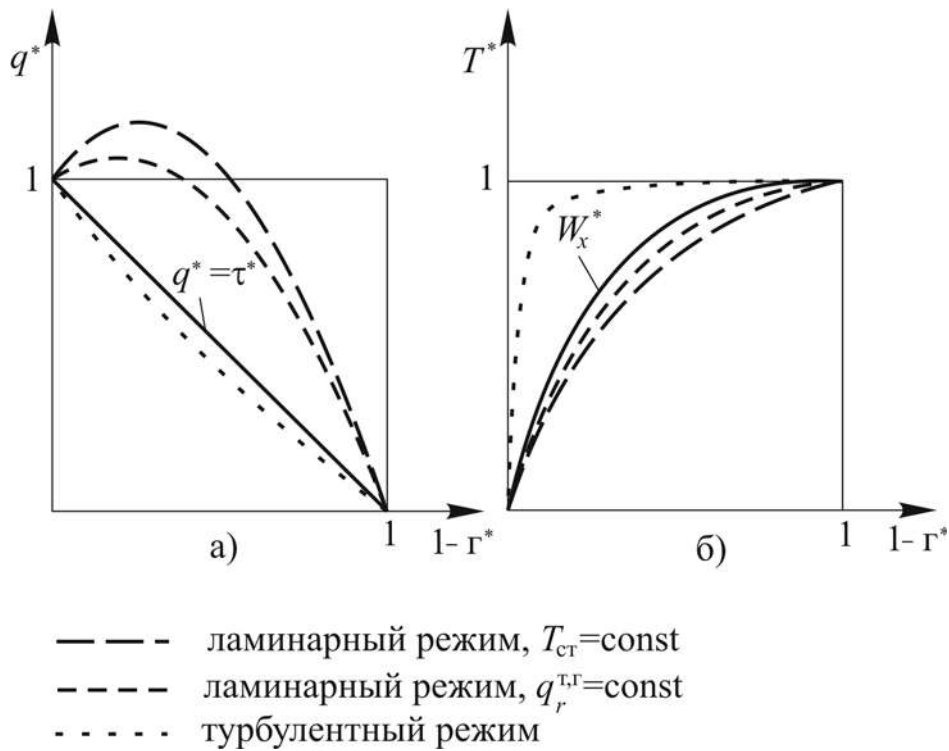


Рис. 9.9. Радиальная зависимость в круглых трубах: а) – относительных потоков тепла  $q^* = q_r^{\text{T}} / q_r^{\text{T},\Gamma}$  и импульса  $\tau^* = \tau_{rx}^{\text{B}} / \tau_{rx}^{\text{B},\Gamma}$ ; б) – относительных температур  $T^* = (T(r) - T_{\text{ct}}) / (T(0) - T_{\text{ct}})$  и скоростей  $W_x^* = W_x(r) / W_x(0)$

С учетом (4.28) можно получить явный вид поля температуры для стабилизированной области:

$$\frac{T(r, x) - T_{\text{ct}}}{\bar{T}(x_1) - T_{\text{ct}}} = 1,77 T^*(r) \exp\left(-\frac{14,64(x - x_1)}{\text{Pe } d}\right), \quad (9.120)$$

где  $\bar{T}(x_1)$  – средняя температура в сечении трубы, расположенном в области стабилизированного теплообмена на расстоянии  $x_1$  от входа.

Соотношение для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при  $T_{\text{ct}} = \text{const}$  для трубы длиной  $\ell$ , содержащей участки термической стабилизации и стабилизированного теплообмена, с учетом (9.90), (9.96) и (9.117) можно записать

$$\overline{\text{Nu}}'^{\ell} = 4,7 \frac{\ell_{\text{н.т.}}}{\ell} + 3,66 \left(1 - \frac{\ell_{\text{н.т.}}}{\ell}\right). \quad (9.121)$$

В заключение отметим, что вследствие различия дифференциальных уравнений, описывающих перенос импульса и энергии (5.45) и (9.99) при вынужденном ламинарном движении в трубе, не наблюдается аналогии процессов импульсо- и теплоотдачи:  $\text{Nu}'_{\Gamma} = 8 \neq \text{Nu}'_{\text{T}} = 4,36$  ( $q_{\text{ct}} = \text{const}$ ),  $\text{Nu}'_{\text{T}} = 3,66$  ( $T_{\text{ct}} = \text{const}$ ); даже при

$Pr = 1$  профиль температур  $T^*(r)$  не идентичен профилю скорости  $W_x^*(r)$  (рис. 9.9б).

**Стабилизированный теплообмен при турбулентном движении.** Общий вид уравнения, описывающего стабилизированный теплообмен в трубе при турбулентном режиме движения, будет полностью идентичным (9.99) примененному нами для теплообмена с ламинарным потоком. Сохранятся и граничные условия (9.100). Отличие будет лишь в тепловом потоке  $q_r^T$ , который включит в себя турбулентную составляющую переноса тепла. Рассмотрим вначале теплообмен при условии постоянства теплового потока по всей поверхности трубы  $q_r^{T,\Gamma} = \text{const}$ . Выражения (9.102) и (9.103), полученные для ламинарного теплообмена, остаются в силе и для турбулентного. Отличия возникнут при интегрировании уравнения (9.99) за счет различных профилей скорости ламинарного и турбулентного потоков.

Используя соотношение (5.88) для всего сечения трубы в пренебрежении отличия поля скорости в узком вязком подслое, подставив его в (9.104), получим (рис. 9.9а)

$$q^*(r) = \frac{0,5r^* + 2,5 \frac{W_*}{W_{x,\max}} \left( \frac{\frac{1}{r^*} - r^*}{2} \ln(1 - r^*) + \frac{r^*}{4} + 0,5 \right)}{0,5 + 1,875 \frac{W_*}{W_{x,\max}}}. \quad (9.122)$$

Учитывая, что  $\frac{W_*}{W_{x,\max}} < \sqrt{c_f/2}$  и при турбулентном течении в трубе  $c_f < 0,01$ , можно пренебречь в уравнении (9.122) членами с соответствующим множителем. Тогда получим (рис. 9.9 а)

$$q^*(r) \approx r^* = r/R. \quad (9.123)$$

Аналогичный вид имеет в трубе поле потока импульса. Сделанное приближение позволяет получить гидродинамическую аналогию теплообмена при турбулентном течении в трубе в отличие от ламинарного, где она не соблюдается. Необходимо отметить, что в данном случае аналогия является приближенной.

Найдем выражение для коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ , при определении которого в качестве характерной величины использована в (9.92) вместо среднemasсовой температуры  $\bar{T}$  температура на оси трубы  $T(0)$ . По аналогии с

турбулентным тепловым пограничным слоем на пластине выделим области изменения суммарного коэффициента теплопроводности и профиля температуры. Только в данном случае их будет не четыре, а три, так как область логарифмического изменения температуры может быть распространена вплоть до оси трубы:

$$y \leq \delta_{1,\tau}, \quad (a + a_\tau) = a, \quad (9.124)$$

$$\delta_{1,\tau} \leq y \leq \delta_{1,\Gamma}, \quad (a + a_\tau) = bv(y/\delta_{1,\Gamma})^3, \quad (9.125)$$

$$\delta_{1,\Gamma} \leq y \leq R, \quad a + a_\tau = \chi W_* \tau^* y. \quad (9.126)$$

Найдем  $\alpha$  в соответствии с (4.9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} &= \int_0^R \frac{q^* dy}{\lambda + \lambda_\tau} = \int_0^{\delta_{1,\tau}} \frac{dy}{c_p \rho a} + \int_{\delta_{1,\tau}}^{\delta_{1,\Gamma}} \frac{dy}{c_p \rho vb \left( \frac{y}{\delta_{1,\Gamma}} \right)^3} + \int_{\delta_{1,\Gamma}}^R \frac{q^* dy}{\tau^* c_p \rho \chi W_* y} = \\ &= \frac{1}{c_p \rho W_*} \left[ \delta_{1,\Gamma}^* \text{Pr}^{2/3} + \frac{\delta_{1,\Gamma}^*}{2b} (\text{Pr}^{2/3} - 1) + 2,5 \ln \left( \frac{R}{\delta_{1,\Gamma}} \right) \right] \end{aligned} \quad (9.127)$$

Используя (5.97), (5.102), (9.76), получим

$$\alpha = \frac{c_p \rho W_*}{1,108 \delta_{1,\Gamma}^* (\text{Pr}^{2/3} - 1) + 2,5 \ln(\text{Re} \sqrt{c'_f/2}) + 3,75}. \quad (9.128)$$

Проинтегрировав выражение для теплового потока, можно найти профиль температуры, аналогичный (9.85)–(9.87). В этих соотношениях нужно использовать  $T(0)$  вместо  $T^0$  и расширить верхний предел для  $y$  до  $R$  вместо  $0,2\delta_\Gamma$  в (9.87). Уравнение (9.88) будет отсутствовать (рис. 9.9б). Чтобы перейти к обычно применяемому для труб коэффициенту теплоотдачи  $\alpha'$  (9.92), необходимо определить среднюю температуру  $\bar{T}$ . Подставив (9.85) – (9.87) в (9.91) и пренебрегая членами, содержащими сомножитель  $W_* / W_{x,\max}$ , получим

$$\bar{T} = T(0) - \frac{3,75 q_r^{T,\Gamma}}{c_p \rho W_*}. \quad (9.129)$$

Решая совместно (9.128) и (9.92), найдем

$$\alpha' = \frac{c_p \rho W_*}{1,108 \delta_{1,\Gamma}^* (\text{Pr}^{2/3} - 1) + 2,5 \ln(\text{Re} \sqrt{c'_f/2})}. \quad (9.130)$$

Используя (5.99), (5.102) и (4.75), нетрудно получить критерий  $\pi_{\tau-\Gamma}$ , характеризующий гидродинамическую аналогию теплоотдачи. Выражение для него будет полностью идентично (9.82) найденному для турбулентного

пограничного слоя на плоской пластине. Отличие будет заключаться лишь в соотношении для определения коэффициента трения Фаннинга  $c'_f$  (для трубы можно применять 5.102). Если же с целью получения явного вида  $c'_f$  воспользоваться степенной зависимостью  $1/7$  и формулой Блазиуса (5.105), то

$$\pi_{\text{т-г}} = \frac{\text{Pr}}{1 + 2,76\text{Re}^{-0,125}(\text{Pr}^{2/3} - 1)}, \quad 4 \cdot 10^3 < \text{Re} < 10^5. \quad (9.131)$$

Ряд исследователей отмечает консервативность турбулентных течений, которая заключается в слабом влиянии граничных условий на коэффициенты трения и теплоотдачи. Экспериментальные исследования, в частности, подтверждают возможность использования соотношений (9.130), (9.82), (9.131) для расчета коэффициентов теплоотдачи не только при  $q_{\text{ст}} = \text{const}$ , но и при  $T_{\text{ст}} = \text{const}$ . Подставив (9.131) и (5.108) в (4.75), можно увидеть, что в области стабилизированного теплообмена критерий Нуссельта и коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении в трубе в отличие от ламинарного существенно зависят от скорости движения теплоносителя, а точнее, от критериев  $\text{Re}$  и  $\text{Pr}$ .

Для анализа удобнее воспользоваться формулой Нуссельта, применимой при  $0,5 < \text{Pr} < 25$  и не очень высоких  $\text{Re}$ :

$$\begin{aligned} \text{Nu}' &= 0,023\text{Re}^{0,8}\text{Pr}^{0,4} \quad \text{или} \\ \alpha' &= 0,023\overline{W}_x^{0,8}\lambda^{0,6}\left(\frac{c_p\rho}{\nu}\right)^{0,4}d^{-0,2}. \end{aligned} \quad (9.132)$$

Как и для ламинарного движения, в области стабилизированного теплообмена при турбулентном течении локальный коэффициент теплоотдачи не зависит от продольной координаты  $x$ . Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи коротких труб ( $\ell/d < 50$ ) необходим учет участка термической стабилизации. Это осуществляется обычно умножением правой части соотношений (9.130)–(9.132) на поправочный множитель  $\varepsilon_\ell$ , значения которого приведены в справочных таблицах.

### 9.2.3. Физическое моделирование конвективного теплообмена

В предыдущих разделах рассмотрение конвективного теплообмена базировалось на решении дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание переноса импульса и тепла. При этом теоретическое описание по возможности упрощалось: трехмерная постановка задачи сводилась к двухмерной,



рассматривались простейшие граничные условия, теплофизические характеристики теплоносителя считались неизменными, теплоноситель представлял собой одну сплошную фазу. Все эти упрощения позволили получить явный вид решения, содержащего поля скоростей и температуры, потоков импульса и тепла, а также коэффициенты импульсо- и теплоотдачи.

Однако не для всех практически важных случаев такие упрощения, а следовательно, и теоретические решения возможны. Тогда пользуются методом физического моделирования. При этом, как правило, определяются лишь коэффициенты теплоотдачи, необходимые для инженерных расчетов. Определяемым критерием является критерий Нуссельта, а определяющие критерии и симплексы подобия выявляются из анализа дифференциальных уравнений. Вид критериальной зависимости находится путем обработки опытных данных. Надежное использование критериальных уравнений возможно лишь в изученной области изменения определяющих критериев подобия. Рассмотрим несколько наиболее характерных случаев, требующих использования физического моделирования.

***Теплообмен с телами сложной формы.*** Ранее в данной главе были получены решения для теплообмена потока, движущегося параллельно твердой поверхности (плоская пластина, труба). Ситуация усложняется при омывании криволинейной поверхности. Рассмотрим, например, часто встречающееся поперечное обтекание цилиндра ламинарным потоком (рис. 9.10). На лобовой части поверхности образуется ламинарный пограничный слой, толщина которого возрастает по мере увеличения угла  $\varphi$ .

При обтекании лобовой части ( $\varphi < 90^\circ$ ) сечение потока сужается, скорость возрастает, давление падает. В кормовой части ( $\varphi > 90^\circ$ ) наблюдается обратная картина. Возрастание давления в кормовой части, а также и силы инерции приводят к тому, что, начиная с некоторой точки  $B$ , слои жидкости в пограничном слое начинают двигаться в обратном направлении. Происходит так называемый «отрыв» пограничного слоя, он оттесняется обратным потоком от поверхности. В части цилиндра за точкой отрыва уравнения пограничного слоя не применимы, что не позволяет получить аналитического решения для данного случая.

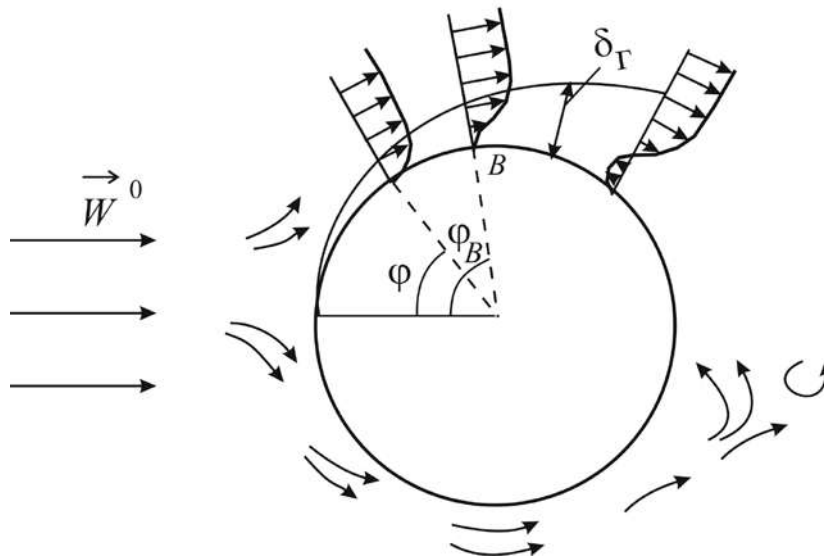


Рис. 9.10. Поперечное обтекание цилиндра ламинарным потоком

Экспериментальные исследования свидетельствуют об уменьшении локального коэффициента теплоотдачи по мере увеличения угла  $\varphi$  до точки  $B$ , а затем о его увеличении (рис. 9.11). Это понятно, так как коэффициент теплоотдачи обратно пропорционален толщине пограничного слоя. В точке отрыва  $B$  пограничный слой разрушается, образуются вихри, способствующие интенсификации теплообмена. В справочной литературе обычно приводятся критериальные уравнения для осредненного по всей поверхности цилиндра коэффициента теплоотдачи  $\bar{\alpha}$ . Качественный вид зависимости критерия Нуссельта при этом совпадает с (9.51), полученным для плоской пластины. Отличие заключается в несколько иных значениях числовых коэффициентов, а также в выборе в качестве характерного линейного размера наружного диаметра цилиндра  $d$ . Однако гидродинамическая аналогия при этом отсутствует, так как наличие градиента давления нарушает идентичность уравнений движения и конвективной теплопроводности. Явление «отрыва» наблюдается в области ламинарного обтекания цилиндра при  $Re_d > 5$ . В случае, если угол между скоростью набегающего потока и осью цилиндра  $\psi$  (угол атаки) отличается от

90°, то в уравнение вводится поправочный коэффициент  $\varepsilon(\psi)$ , значения которого приведены в таблицах.

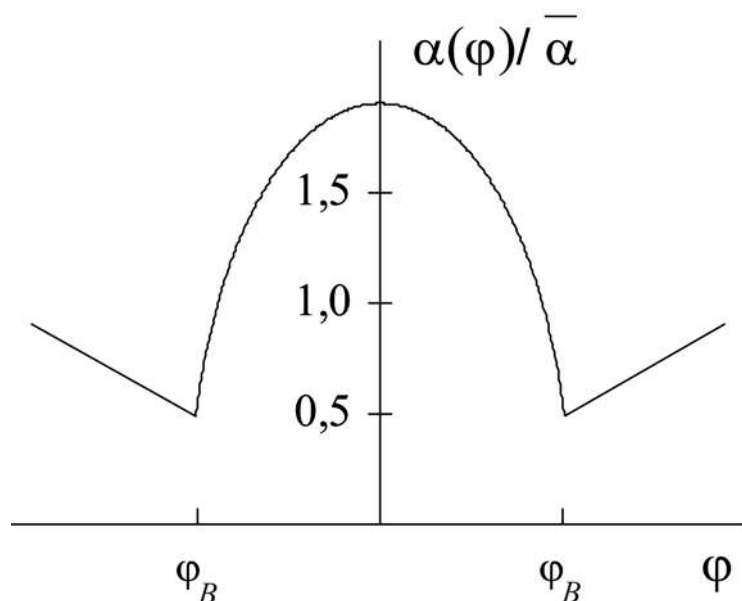


Рис. 9.11. Зависимость отношения локального коэффициента теплоотдачи к среднему от угла  $\varphi$  для цилиндра при поперечном обтекании

При турбулизации пограничного слоя ( $Re_d \geq 2 \cdot 10^5$ ) можно отметить, что точка отрыва достигается при больших значениях угла  $\varphi_B$ , а также появляется второй максимум на кривой  $\alpha(\varphi)/\bar{\alpha}$ , соответствующий переходу от ламинарного пограничного слоя к турбулентному.

Другим примером, требующим физического моделирования по причине сложной формы поверхности, может служить теплообмен с шероховатой поверхностью. Под шероховатостью понимаются неровности, бугорки, характерный линейный размер которых значительно меньше характерного линейного размера рассматриваемой задачи (диаметра трубы, цилиндра, толщины пограничного слоя и т.д.). Наличие шероховатости практически не сказывается на теплообмене при ламинарном режиме течения, а также при турбулентном, если высота бугорков меньше толщины вязкого подслоя. Если же высота бугорков больше толщины вязкого подслоя, то коэффициент теплоотдачи может изменяться в несколько раз, как правило, увеличиваясь.

Обтекание потоком каждого бугорка можно рассматривать по аналогии с обтеканием криволинейной поверхности, например, цилиндра. При этом отрыв пограничного слоя и завихрения потока, т.е. возмущения, которые могут образовываться в области ламинарного течения, быстро затухают, чему способствуют близость стенки и малая скорость потока вблизи нее. Возмущения, образующиеся в турбулентной области, приводят к увеличению коэффициентов турбулентного обмена, что соответствующим образом сказывается на коэффициенте теплоотдачи. При этом величина коэффициента теплоотдачи зависит от высоты и формы бугорков, а также от расстояния между ними. Результаты физического моделирования, учитывающие эти зависимости, приведены в литературе [35–39]. Создание искусственной шероховатости может применяться для интенсификации теплообмена, однако при этом необходимо помнить об увеличении гидравлического сопротивления аппарата.

***Влияние на теплообмен изменения теплофизических характеристик теплоносителя.*** Во всех ранее рассмотренных примерах мы допускали неизменность теплофизических характеристик потока  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $c_p$ ,  $\lambda = \text{const}$ . Однако в условиях теплообмена при наличии неоднородности температуры такое допущение не всегда оправдано, так как все эти величины в большей или меньшей степени зависят от температуры. Влияние изменения теплофизических характеристик теплоносителя на теплообмен может осуществляться за счет двух факторов. Первый заключается в невозможности вынесения за операторы дифференцирования в уравнениях движения и энергии (2.55), (2.45) вышеуказанных величин и необходимости совместного решения этих уравнений с учетом зависимости теплофизических характеристик от температуры. Второй фактор состоит в возникновении под действием силы тяжести при неоднородной плотности явления естественной конвекции, для учета которого видоизменяют правую часть уравнения движения. Совместное влияние этих факторов не позволяет получить аналитического решения уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, и для нахождения коэффициентов теплоотдачи используется метод физического моделирования.

Рассмотрим вначале влияние на теплообмен первого фактора. Как показывают экспериментальные исследования, это влияние имеет смысл учитывать лишь для жидких теплоносителей, в газовой фазе

при умеренных скоростях потока оно не существенно. Наиболее значительное влияние на теплообмен оказывает изменение вязкости жидкости. Проанализируем это влияние на простейшем примере ламинарного пограничного слоя на плоской пластине. Допустим, что идет процесс охлаждения теплоносителя, тогда  $T^я > T_{ст}$ ,  $\nu^я < \nu^{ст}$ , так как  $\nu, \mu \sim T^{-1}$ . Вязкость в пограничном слое будет увеличиваться по сравнению с вязкостью в ядре потока. Это в соответствии с (9.27) и (9.31) приведет к увеличению толщины гидродинамического и теплового пограничных слоев, а по (9.47) – к уменьшению коэффициента теплоотдачи ( $\alpha \sim \delta_T^{-1} \sim \nu^{-0,17}$ ). И наоборот, при нагревании теплоносителя вязкость в пограничном слое меньше, чем в ядре потока, толщина слоя меньше, а коэффициент теплоотдачи больше, чем при постоянном значении коэффициента вязкости, соответствующем температуре в ядре потока. Теоретически учесть количественно влияние изменения вязкости достаточно сложно, так как при этом будут меняться профили скоростей и температуры в пограничном слое, нарушится гидродинамическая аналогия.

Экспериментальные исследования показали возможность учета этого фактора за счет введения множителей  $\varepsilon_t$  для расчета  $\alpha$  или Nu:

$$\varepsilon_t = (\mu_{ж}/\mu_{ст})^{0,14} \text{ или } \varepsilon_t = (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \quad (9.133)$$

Индекс «ж» указывает на необходимость использования теплофизических характеристик теплоносителя при температуре ядра потока, а индекс «ст» – при температуре стенки. Причем эти множители пригодны не только для ламинарного, но и турбулентного пограничного слоя и не только на плоской пластине, но и при обтекании цилиндра, вынужденного течения в трубе и ряда других случаев. При использовании критериальных уравнений следует обращать особое внимание на характерные величины, применяемые для нахождения критериев. Одной из таких величин является определяющая температура, при которой должны определяться соответствующие величины. В качестве определяющей температуры может быть выбрана среднемассовая температура в сечении трубы, температура стенки, средняя величина между температурами стенки и ядра потока и т.д. Использование иной, отличной от предусмотренной авторами обобщений определяющей температуры, может привести к существенным погрешностям расчета.

Рассмотрим влияние на теплообмен второго фактора, обусловленного явлением естественной конвекции, которое возникает за счет действия подъемной силы. Подъемная сила  $\vec{F}_\Pi$  является результирующей сил гидростатического давления и тяжести. В условиях постоянной плотности среды эти силы уравниваются друг друга и  $\vec{F}_\Pi = 0$  (9.134), (2.60). В случае неоднородной плотности сила тяжести, действующая на элементарный объем среды с большей плотностью, превышает силу гидростатического давления, подъемная сила совпадает по направлению с силой тяжести и элементарный объем движется вниз. И наоборот, элементарный объем среды с плотностью меньше средней в данном горизонтальном сечении движется вверх, так как результирующая подъемная сила совпадает по направлению с силой гидростатического давления.

По аналогии с пограничным слоем на плоской горизонтальной пластине при вынужденном движении потока рассмотрим пограничный слой на полубесконечной вертикальной пластине при естественной конвекции. Ось  $x$  расположим в вертикальном направлении, начиная с кромки пластины, совпадающей с плоскостью  $x-z$ . Пластина, имеющая температуру  $T_{\text{ст}}$ , окружена большим объемом среды с температурой  $T^0$ . Все теплофизические характеристики среды, за исключением плотности, будем считать постоянными. При  $T_{\text{ст}} = T^0$  среда будет находиться в покое. Если  $T_{\text{ст}} > T^0$ , то вблизи пластины плотность будет меньше и образуется поднимающийся вверх тонкий пограничный слой (рис. 9.12).

По аналогии с пограничным слоем на горизонтальной пластине при вынужденной конвекции можно получить уравнения гидродинамического и теплового пограничных слоев для рассматриваемого случая. Отличие будет заключаться в правой части уравнения движения (9.21), в которую необходимо добавить слагаемое  $\beta g_x (T - T^0)$ , обусловленное подъемной силой:

$$\vec{F}_\Pi = -\vec{\nabla}p + \rho \vec{g}, \quad (9.134) \quad F_{\Pi, x} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho g_x, \quad (9.135)$$

$$\rho(T) = \rho^0 - \beta \rho^0 (T - T^0), \quad (9.136)$$

$$\text{при } T = T^0 = \text{const}, \quad F_{\Pi, x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho^0 g_x, \quad (9.137)$$

где  $\beta$  – коэффициент объемного расширения.

Поскольку в условиях рассматриваемой задачи площадь поперечного сечения пограничного слоя с плотностью  $\rho$  бесконечно мала по сравнению с площадью сечения среды с плотностью  $\rho^0$ , то среднюю плотность можно принять равной  $\rho^0$  и использовать (9.137) для нахождения градиента гидростатического давления в условиях конвекции

$$F_{п,x} = \rho^0 g_x - g_x (\rho^0 - \beta \rho^0 (T - T^0)) = \rho^0 g_x \beta (T - T^0). \quad (9.138)$$

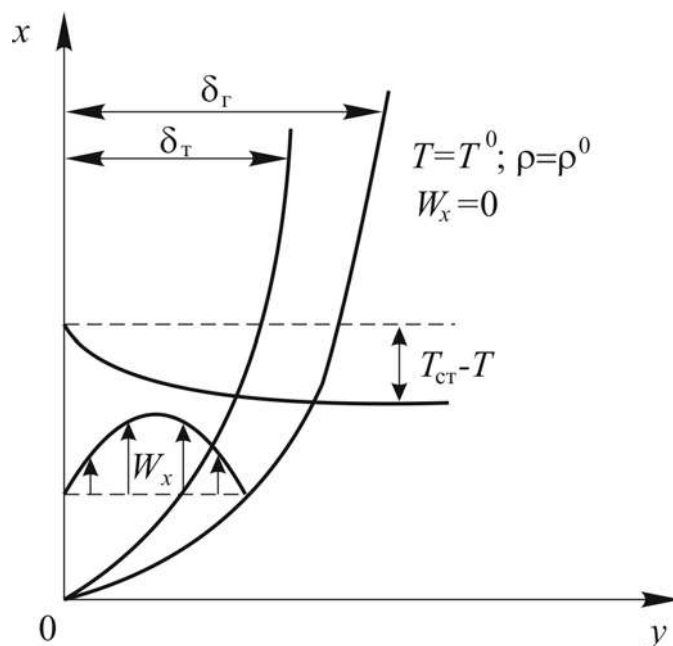


Рис. 9.12. Гидродинамический и тепловой пограничные слои на вертикальной плоской пластине при естественной конвекции

Некоторые отличия будут и в граничных условиях по сравнению с (9.23), так как скорость на внешней границе пограничного слоя  $W_x^0$  будет равна нулю. Решение данной системы дифференциальных уравнений было получено Польшаузенем. Наличие подъемной силы в уравнении движения и видоизменение граничных условий приводят к нарушению гидродинамической аналогии теплоотдачи, изменения температуры и скорости в пограничном слое имеют принципиально различный характер (рис. 9.12). Так как условия однозначности не содержат характерной скорости, а в уравнении движения присутствует сила тяжести, то в качестве определяющего критерия для нахождения коэффициента теплоотдачи

используется модифицированный критерий Фруда, а именно, критерий Грасгофа (4.70).

В нем характерной линейной величиной является расстояние от кромки пластины  $x$ , а  $\Delta T = T_{\text{ст}} - T^0$ :

$$\text{Nu}_x = \text{Gr}_x^{1/4} f(\text{Pr}). \quad (9.139)$$

Следует отметить, что в данном случае коэффициент теплоотдачи будет зависеть от величины движущей силы  $T_{\text{ст}} - T^0$ . Для учета изменения остальных теплофизических свойств в пограничном слое могут быть использованы множители  $\varepsilon_t$  (9.133).

При  $\text{Gr}_x \cdot \text{Pr} > 10^9$  пограничный слой становится турбулентным, для него применимо соотношение

$$\text{Nu}_x = 0,15(\text{Gr}_{x,\text{ж}} \text{Pr}_c)^{1/3} (\text{Pr}_{\text{ж}} / \text{Pr}_{\text{ст}})^{0,25}. \quad (9.140)$$

Аналогичный вид имеют критериальные соотношения для определения коэффициентов теплоотдачи от тел иной формы при естественной конвекции в неограниченном объеме теплоносителя.

В случае естественной конвекции в ограниченном объеме возникают, как правило, циркуляционные токи теплоносителя (рис. 9.13). Зачастую свободная и вынужденная конвекции наблюдаются одновременно, например, при течении в трубе (рис. 9.13в). В этом случае определяющими критериями служат  $\text{Re}$ ,  $\text{Gr}$ ,  $\text{Pr}$ . Показатели степени в множителе  $\varepsilon_t$  могут отличаться от (9.133) и иметь различные значения для нагрева и охлаждения теплоносителя.

**Теплообмен при изменении фазового состояния теплоносителя.** Наиболее часто встречающиеся случаи теплообмена с изменением фазового состояния – конденсация и кипение. Они характеризуются высокими коэффициентами теплоотдачи, что обуславливает их применение в теплообменных аппаратах. Рассмотрим вначале первый из них. Конденсация пара на твердой поверхности происходит при условии, что температура стенки меньше температуры насыщения пара  $T_{\text{ст}} < T^{\text{н}}$ . Возможны два варианта конденсации: пленочная и капельная. Если твердая поверхность смачивается конденсатом, то происходит пленочная конденсация, а если не смачивается – капельная.



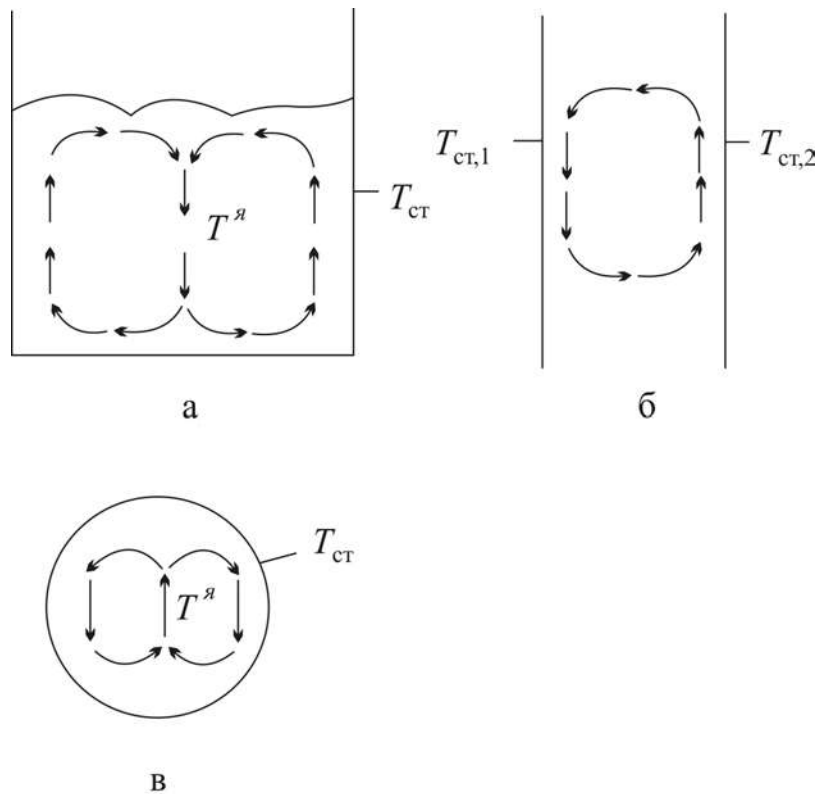


Рис. 9.13. Циркуляционные токи при естественной конвекции в ограниченном сосуде: а – вертикальный сосуд с  $T_{ст} > T^я$ ; б – вертикальная щель с  $T_{ст,2} > T_{ст,1}$ ; в – горизонтальная труба с  $T_{ст} < T^я$ .

Рассмотрим простейший случай пленочной конденсации чистого насыщенного неподвижного пара на плоской вертикальной поверхности  $x - z$ . Начало координат совместим с точкой начала процесса конденсации. По мере стекания пленки вниз вдоль оси  $x$  толщина ее будет увеличиваться вследствие увеличения количества сконденсировавшегося пара. В процессе теплоотдачи от пара к стенке можно выделить три стадии, каждая из которых обладает собственным термическим сопротивлением: 1) подвод тепла и вещества от пара к пленке, 2) собственно конденсация, 3) перенос тепла через пленку жидкого конденсата. Первая стадия осуществляется за счет конвективного механизма переноса, обусловленного градиентом давления, возникающим при переходе пара в жидкость. Эффективность конвективного механизма гораздо выше молекулярного, за счет которого переносится тепло через пленку, что позволяет пренебречь сопротивлением первой стадии. Сопротивление второй стадии при достаточно высоких давлениях (для водяного пара при  $p > 10^4$  Па) также невелико. Это позволяет

допустить, что все сопротивление теплоотдачи и соответственно все изменение температуры сосредоточено в пленке конденсата. Необходимо отметить, что температура насыщенного пара при теплообмене не меняется (при  $p = \text{const}$ ) и все тепло, отдаваемое им, обусловлено изменением энтальпии фазового перехода  $T^H = \text{const}$ . Определим коэффициент теплоотдачи:

$$q_y^{T,\Gamma} = \alpha(T^H - T_{\text{ст}}). \quad (9.141)$$

При условии  $T_{\text{ст}}, T^H = \text{const}$  можно допустить, что для стационарного теплообмена  $\partial q_y^T / \partial y = 0$ , т.е.  $q_y^T = \text{const}$  или  $q^* = 1$ . Это позволяет достаточно просто найти коэффициент теплоотдачи по (4.9). Допустим, что теплофизические характеристики пленки неизменны.

В верхней части пластины ( $x, \delta, \text{Re}_\delta$  – невелики) наблюдается ламинарный безволновой режим течения пленки  $\text{Re}_\delta < 3$  (см. раздел 5.4). Для него

$$\alpha = \left( \int_0^\delta \frac{dy}{\lambda} \right)^{-1} = \frac{\lambda}{\delta(x)}, \quad (9.142) \quad \text{Nu}_\delta = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = 1. \quad (9.143)$$

Как видно, гидродинамическая аналогия теплоотдачи в данном случае отсутствует ( $\text{Nu}_{\Gamma,\delta} = 2$ ), что объясняется различиями граничных условий, а также уравнений движения (2.55) и нестационарной конвективной теплопроводности (2.45) за счет присутствия в первом силы тяжести.

Для отыскания явного вида решения нужно определить  $\delta(x)$ . Учитывая, что изменение линейной плотности орошения  $\Gamma$  пропорционально количеству сконденсировавшегося пара и соответственно потоку тепла, отнесенному к удельной теплоте конденсации, можно записать

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{q_y^{T,\Gamma}}{r} = \frac{\lambda(T^H - T_{\text{ст}})}{\delta r}. \quad (9.144)$$

Подставив в (9.144)  $\delta$  из (5.131) и проинтегрировав от 0 до  $x$ , найдем  $\Gamma(x)$ :

$$\Gamma(x) = \left( \frac{4}{3} \frac{x \lambda (T^H - T_{\text{ст}})}{r} \right)^{3/4} \bigg/ \left( \frac{3\nu}{\rho g_x} \right)^{1/4}. \quad (9.145)$$

Подставив (9.145) в (5.131), определим  $\delta(x)$ , а затем по (9.142) локальный коэффициент теплоотдачи:

$$\delta(x) = \left( \frac{4\nu\lambda x(T^H - T_{ст})}{\rho r g_x} \right)^{1/4}, \quad (9.146)$$

$$\alpha(x) = \left( \frac{r \rho g_x \lambda^3}{4\nu x(T^H - T_{ст})} \right)^{1/4}. \quad (9.147)$$

Средний по высоте  $\ell$  коэффициент теплоотдачи будет равен

$$\bar{\alpha}^\ell = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \alpha(x) dx = \frac{4}{3} \alpha(\ell). \quad (9.148)$$

Как видно из (9.147), локальный коэффициент теплоотдачи уменьшается по мере стекания пленки. Он, как и при естественной конвекции, зависит от движущей силы  $(T^H - T_{ст})$ , однако в данном случае эта зависимость обратная. Тем не менее поток тепла  $q_y^{T,\Gamma}$  прямо пропорционален движущей силе, хотя зависимость эта уже нелинейная  $q_y^{T,\Gamma} \sim (T^H - T_{ст})^{3/4}$ . Учет изменения теплофизических характеристик в пленке может осуществляться с помощью поправочного множителя  $\varepsilon_t$  (9.133), в котором индекс «ж» заменить на «н».

По мере стекания конденсатной пленки и увеличения ее толщины  $\delta(x)$  режим движения переходит в волновой, а затем и в турбулентный. Имея в виду  $q^* = 1$  достаточно легко определить коэффициент теплоотдачи и турбулентного режима течения по (4.9) при известных зависимостях  $a_T(y) = \nu_T(y)$ . Воспользовавшись соотношениями для  $\nu_T$  в вязком подслое (9.77), вне его (9.56), а для  $0,7\delta \leq y \leq \delta$  корреляцией Шлингера

$$\nu_T = 0,084\delta^* \nu - \nu, \quad (9.149)$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} = & \int_0^{\delta_{1,\Gamma}} \frac{dy}{\lambda} + \int_{\delta_{1,\Gamma}}^{\delta_{1,\Gamma}} \frac{dy}{c_p \rho \nu b \left( \frac{y}{\delta_{1,\Gamma}} \right)^3} + \int_{\delta_{1,\Gamma}}^{0,7\delta} \frac{dy}{c_p \rho \chi W_* y (\delta - y) / \delta} + \\ & + \int_{0,7\delta}^{\delta} \frac{dy}{c_p \rho \nu (0,084\delta^* - 1 + \text{Pr}^{-1})}, \end{aligned} \quad (9.150)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta(x)} \frac{\text{Re}_\delta \sqrt{c'_f / 2 \text{Pr}}}{11,6 \left[ \text{Pr}^{2/3} + 0,108(\text{Pr}^{2/3} - 1) \right] + 2,5 \ln(0,2(\delta^* - 11,6)) + \frac{0,3\delta^*}{(0,084\delta^* - 1 + \text{Pr}^{-1})}}, \quad (9.151)$$

где  $\delta^* = \frac{\delta W_*}{\nu} = \text{Re}_\delta \sqrt{c'_f / 2}$ , а  $\sqrt{c'_f / 2}$  находится из (5.148).

Наличие гидродинамической аналогии теплоотдачи не наблюдается и при турбулентном течении пленки, так как  $\tau^*(y) \neq q^*(y)$ .

Для получения явного вида  $\alpha$  необходимо определить  $\delta(x)$ , для чего можно было бы проделать процедуру, аналогичную (9.144)–(9.147). Однако на практике обычно используют более простые эмпирические корреляции, как и для волнового режима.

Следует отметить высокие значения коэффициентов теплоотдачи при пленочной конденсации, что объясняется малой толщиной стекающей пленки, в которой сосредоточено все сопротивление. При капельной конденсации коэффициенты теплоотдачи еще больше, так как часть поверхности свободна от пленки.

При наличии в паре даже небольшого количества неконденсирующихся газов коэффициент теплоотдачи резко уменьшается. Это объясняется образованием слоя газа вблизи поверхности пленки, через который перенос молекул пара осуществляется уже за счет молекулярного механизма, что приводит к возрастанию сопротивления первой стадии теплоотдачи.

Перейдем к рассмотрению теплообмена при кипении теплоносителя. Для осуществления процесса кипения необходимо, чтобы температура жидкости стала несколько выше температуры насыщения пара, т.е. жидкость должна быть перегретой. Добиться этого можно двумя способами: увеличить температуру жидкости или уменьшить температуру насыщения пара. Реализация второго способа связана с резким понижением давления в системе, что будет сопровождаться образованием пузырьков пара непосредственно в объеме жидкости. Однако на практике гораздо чаще применяется первый способ, тепло при этом подводится, как правило, через твердую поверхность. В этом случае образование пузырьков пара происходит на стенке, обладающей наибольшей температурой в системе. Рассмотрим этот процесс более подробно.

Наиболее благоприятные условия для образования пузырьков пара создаются в микровпадинах твердой поверхности, где достигается наибольший перегрев жидкости. Они являются центрами парообразования. Образовавшийся пузырек растет за счет испарения жидкости, достигая определенного размера, отрывается от твердой поверхности и под действием подъемной силы движется вверх. По мере всплытия происходит дальнейшее увеличение пузыря, так как продолжается испарение из перегретой жидкости. Температура

кипящей жидкости при неизменных условиях (давление, состав) остается постоянной (перегрев, как правило, бывает незначительным), что позволяет считать все подводимое тепло идущим на изменение энтальпии фазового перехода, равной теплоте парообразования.

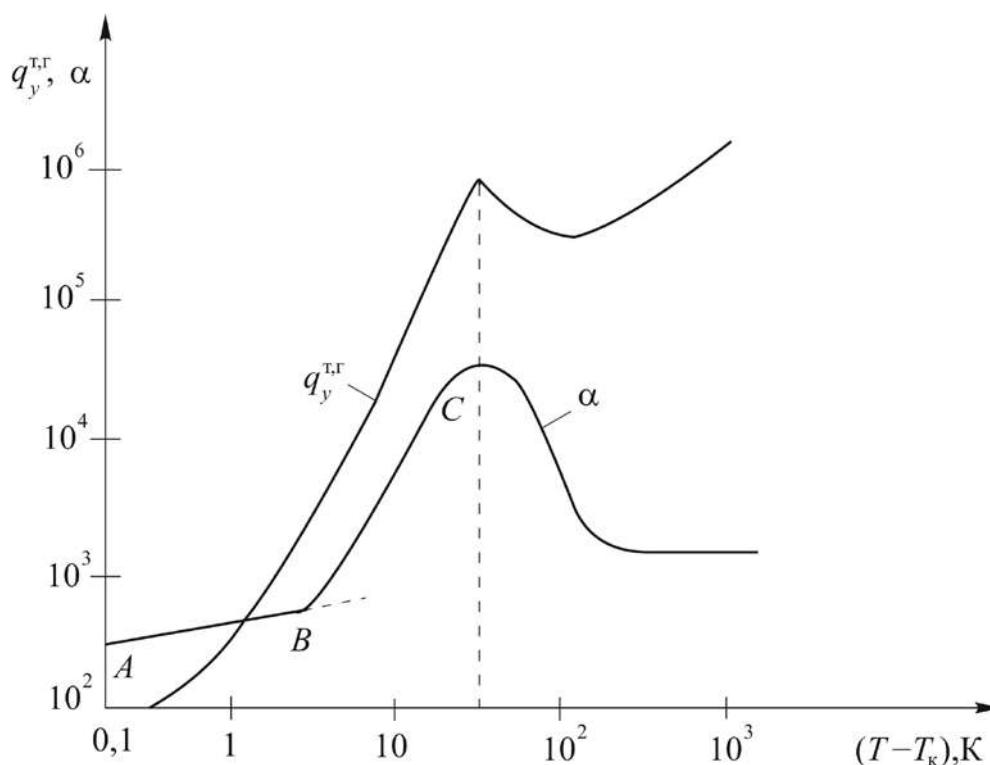


Рис. 9.14. Тепловой поток  $q_y^{т,г}$ , Вт/м<sup>2</sup> и коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , Вт/м<sup>2</sup>К, при кипении воды

Кинетика процесса теплоотдачи при кипении существенно зависит от движущей силы процесса, равной разности температур стенки и кипящей жидкости  $T_{ст} - T_k$ . При малых  $T_{ст} - T_k$  перегрев жидкости недостаточен (область *AB* на рис.9.14), и коэффициент теплоотдачи может определяться по соотношениям, полученным для естественной конвекции без учета кипения. При дальнейшем увеличении движущей силы происходит интенсификация образования, отрыва и всплытия пузырей, что ведет к перемешиванию жидкости вблизи стенки, ее турбулизации, уменьшению толщины пограничного слоя и, следовательно, к резкому увеличению коэффициента теплоотдачи (область *BC*). По достижении критической точки *C* область *пузырькового кипения* сменяется областью *пленочного кипения*. При этом отдельные пузырьки сливаются вблизи твердой поверхности в сплошную пленку пара, а учитывая, что коэффициенты теплопроводности в паровой фазе значительно ниже, чем в жидкой,

это приводит к резкому уменьшению коэффициента теплоотдачи. Таким образом, проектирование эффективных теплообменных аппаратов требует выбора оптимальной движущей силы теплоотдачи. В связи со сложностью процесса теплообмена при кипении для его описания обычно используется метод физического моделирования.

Разумеется, мы рассмотрели не все возможные случаи конвективного теплообмена. В данном разделе мы попытались показать основные закономерности и подходы к решению наиболее часто встречающихся задач. Описание других примеров конвективного теплообмена, например, в аппаратах с механическим перемешиванием или непосредственным контактом газового и жидкого теплоносителей, а также критериальные уравнения для коэффициентов теплоотдачи можно найти в специальной литературе.

### **9.3. Теплообмен излучением**

Нами рассматривался перенос массы, импульса и энергии за счет трех механизмов: молекулярного, турбулентного и конвективного. Перенос энергии в дополнение к вышеназванным может происходить и за счет излучения. Принципиальной особенностью данного механизма является возможность переноса энергии в отсутствие среды, т.е. в вакууме. Перенос тепла излучением осуществляется за счет потока фотонов или электромагнитных волн (применима как корпускулярная, так и волновая модели). При этом как минимум дважды происходит преобразование энергии: тепловая энергия при излучении превращается в лучистую, а затем при ее поглощении другим телом вновь переходит в тепловую.

Можно отметить, что излучением переносятся также масса и импульс (фотон обладает массой и импульсом), но доля данного механизма в их переносе, как правило, ничтожно мала, и поэтому не учитывается при расчете аппаратов химической технологии.

За счет теплового движения при неупругом соударении молекул (атомов) часть кинетической энергии переходит в потенциальную энергию молекул, они возбуждаются. Возбужденное состояние неустойчиво и по прошествии времени  $\approx 10^{-9} - 10^{-8}$  с молекула переходит в состояние с меньшей энергией, испуская фотон. Поскольку энергия отдельной молекулы в соответствии с квантовомеханической теорией может принимать лишь определенные дискретные значения, то поглощать, а затем и излучать энергию

молекула может только определенными порциями (квантами). Этим объясняется излучение изолированными атомами (разреженные газы) волн определенных длин (линейчатый спектр), соответствующих переходам электронов, находящихся на внешнем энергетическом уровне. Для молекул возможны переходы между колебательными и вращательными энергетическими уровнями, что приводит к размыванию спектральных линий (полосатый спектр).

В плотных конденсированных средах (жидкость, твердое тело) молекулы находятся в постоянном взаимодействии друг с другом, что приводит к смещению и размыванию их энергетических уровней. Этим объясняется сплошной, а не дискретный спектр излучения конденсированных систем. Однако и сплошной спектр неоднороден – наблюдаются максимумы излучаемой энергии на одних длинах волн и минимумы на других. Чем выше температура тела, тем интенсивнее тепловое движение и, следовательно, больше вероятность возбуждения молекул и порции поглощаемой, а затем и излучаемой энергии, что приводит к увеличению интенсивности и средней частоты волны теплового излучения (уменьшению средней длины волны). Таким образом, *тепловое излучение* это излучение, вызванное тепловым движением частиц среды.

Основная часть спектра теплового излучения при температурах, применяемых в химической технологии, сосредоточена в диапазоне длин волн от 0,4 до 800 мкм. Излучение и распространение таких электромагнитных волн называют тепловым излучением, или радиацией, а теплообмен, осуществляемый с их помощью, *лучистым*, или *радиационным*. В свою очередь, эти волны можно подразделить на световые 0,4 – 0,8 мкм (видимые) и инфракрасные 0,8 – 800 мкм (невидимые). Природа светового и инфракрасного излучения одна и та же, как и законы его распространения, отражения и преломления. Каждое тело, находящееся при температуре выше нуля градусов Кельвина, излучает энергию в окружающее пространство. Количество энергии, излучаемое в единицу времени единичной поверхностью, носит название потока излучения, или излучательной способности  $E$ , Вт/м<sup>2</sup>. При попадании потока излучения на тело одна часть его поглощается, другая проходит сквозь тело, а третья отражается в окружающее пространство (рис.9.15). В соответствии с законом сохранения энергии можно записать

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{пог}} + E_{\text{пр}} + E_{\text{отр}}, \quad (9.152)$$

$$\text{или} \quad \frac{E_{\text{пог}}}{E_{\text{пад}}} + \frac{E_{\text{пр}}}{E_{\text{пад}}} + \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}} = X_{\text{пог}} + X_{\text{пр}} + X_{\text{отр}} = 1. \quad (9.153)$$

Если доля поглощаемого потока излучения (поглощательная способность)  $X_{\text{пог}} = 1$ , то  $X_{\text{пр}} = X_{\text{отр}} = 0$  и такое тело называется *абсолютно черным* (поглощает все излучение, не отражая и не пропуская). Если доля проходящего потока  $X_{\text{пр}} = 1$ , то  $X_{\text{пог}} = X_{\text{отр}} = 0$ , а такое тело называют *абсолютно проницаемым* или *прозрачным* (пропускает все излучение, не поглощая и не отражая его). Если доля отражаемого потока  $X_{\text{отр}} = 1$ , то  $X_{\text{пог}} = X_{\text{пр}} = 0$ , а тело называется *абсолютно белым* (отражает все излучение, не пропуская и не поглощая его).

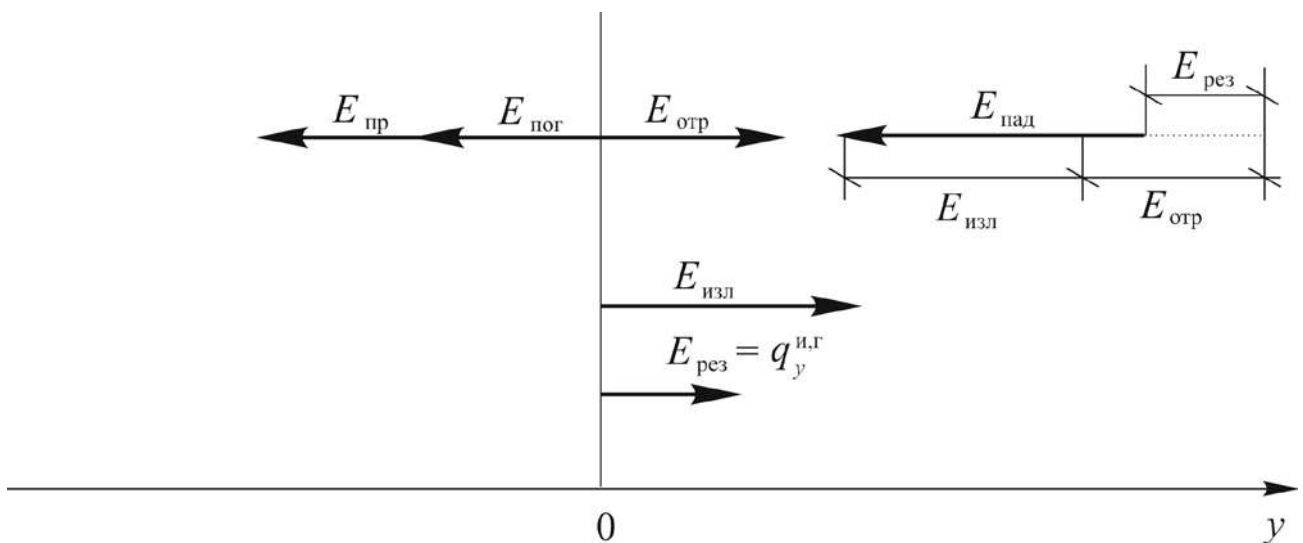


Рис. 9.15. Различные составляющие теплового потока при лучистом теплообмене

Разумеется, реальные тела такими свойствами не обладают, они лишь могут приближаться к этим идеализированным моделям.

Большинство твердых тел практически непрозрачны ( $X_{\text{пр}} = 0$ ,  $X_{\text{пог}} + X_{\text{отр}} = 1$ ), такие тела называются *серыми*, а одно- и двухатомные газы, наоборот, пропускают большую часть излучения ( $X_{\text{пр}} \approx 1$ ,  $X_{\text{пог}} = X_{\text{отр}} \approx 0$ ).

Теоретическое определение излучательной способности реальных тел весьма затруднительно. Однако для абсолютно черного тела справедлив закон Стефана-Больцмана:

$$E_0 = \sigma_0 T^4, \quad (9.154)$$

где  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$  – постоянная Стефана-Больцмана. Индексом «0» будем обозначать величины, характеризующие



абсолютно черное тело. Для описания излучательной способности реальных тел вводят поправку  $\varepsilon$  называемую *степенью черноты* тела, которая определяется свойствами веществ и является в общем случае функцией температуры  $\varepsilon(T)$ :

$$E_0 = \varepsilon \sigma_0 T^4. \quad (9.155)$$

В конденсированных средах вследствие большой плотности вещества и высокой частоты столкновений молекул тепловое излучение и поглощение происходят в непосредственной близости от поверхности фазы и  $\varepsilon$  существенно зависит от чистоты и шероховатости поверхности. В газовой фазе тепловое излучение и поглощение осуществляется во всем объеме фазы, что приводит к зависимости  $\varepsilon$  от давления и толщины газового слоя.

Если бы тело было абсолютно изолировано от других, то с его поверхности отводился бы поток излучения, определяемый соотношением (9.155). Однако в действительности каждое тело окружено другими телами, также излучающими энергию. В этом случае результирующий поток излучения, передаваемый серым телом в окружающую среду, может быть представлен как поток тепла за счет излучения от границы раздела фаз к ядру фазы (рис. 9.15):

$$E_{\text{рез}} = E_{\text{изл}} + E_{\text{отр}} - E_{\text{пад}} = E_{\text{изл}} - X_{\text{пог}} E_{\text{пад}} = q_y^{\text{и,г}}. \quad (9.156)$$

Для определения полного потока тепла через межфазную границу необходимо просуммировать тепловые потоки за счет всех механизмов переноса: теплопроводности (молекулярной и турбулентной), конвекции и излучения:

$$q_y^{\text{г}} = q_y^{\text{т,г}} + q_y^{\text{к,г}} + q_y^{\text{и,г}}. \quad (9.157)$$

Необходимо отметить, что теплообмен излучением является сложным процессом многократных излучений, поглощений и отражений энергии системой тел. Результирующий поток излучения от более нагретого тела 1 к менее нагретому 2 может быть представлен в виде

$$q_y^{\text{и,г}} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4), \quad \varepsilon_{\text{пр}} = \varepsilon_{\text{пр}}(\varphi_{1,2}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, F_1, F_2), \quad (9.158)$$

где  $\varepsilon_{\text{пр}}$  – *приведенная степень черноты* системы двух тел с поверхностями  $F_1$  и  $F_2$ ;  $\varphi_{1,2}$  – *угловой коэффициент излучения*, зависящий от взаимного расположения и формы поверхностей.

Так, например, для системы из двух бесконечных параллельных плоских непрозрачных пластин в прозрачной среде

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (9.159)$$

Поток излучения от стенки 1 к газовой фазе 2 также можно представить в виде (9.158), что при допущении  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 = \text{const}$  приведет к (9.159).

Можно переписать уравнение лучистого теплообмена в виде, аналогичном уравнению теплоотдачи, введя условный коэффициент теплоотдачи излучением  $\alpha^{\text{и}}$ , что позволяет достаточно просто представить суммарный тепловой поток от стенки к газу за счет теплопроводности и излучения:

$$q_{y^{\text{и,г}}}^{\text{и,г}} = \alpha^{\text{и}} (T^{\text{г}} - T^{\text{я}}), \quad (9.160)$$

$$\alpha^{\text{и}} = \frac{\varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 ((T^{\text{г}})^4 - (T^{\text{я}})^4)}{T^{\text{г}} - T^{\text{я}}} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T^{\text{г}} + T^{\text{я}})((T^{\text{г}})^2 + (T^{\text{я}})^2), \quad (9.161)$$

$$q_y^{\text{г}} = q_y^{\text{т,г}} + q_y^{\text{и,г}} = (\alpha^{\text{т}} + \alpha^{\text{и}})(T^{\text{г}} - T^{\text{я}}) = \alpha^{\text{т,и}}(T^{\text{г}} - T^{\text{я}}). \quad (9.162)$$

Обычно пренебрегают влиянием излучения на  $\alpha^{\text{т}}$ , используя соотношения для коэффициента теплоотдачи, полученные в отсутствие лучистого теплообмена. Из (9.161) следует сильная зависимость коэффициента теплоотдачи излучением от температуры  $\alpha^{\text{и}} \sim T^3$ , поэтому доля теплового потока за счет излучения резко возрастает с увеличением температуры. При теплообмене между стенкой и жидкостью, как правило, лучистой составляющей можно пренебречь вследствие высоких значений  $\alpha^{\text{т}}$  в жидкой фазе.

#### 9.4. Нестационарный теплообмен

В инженерной практике достаточно часто приходится иметь дело с процессом нестационарного теплообмена. Нестационарными являются все периодические процессы. Для непрерывных процессов выход на режим также является нестационарным процессом. Решение задач нестационарного теплообмена представляет значительную сложность с точки зрения математики.

### ***Нестационарный кондуктивный теплообмен.***

Нестационарный теплообмен в отсутствие конвективного и турбулентного механизмов переноса имеет место в твердых телах и описывается уравнением нестационарной теплопроводности Фурье (2.47). Для получения решения, соответствующего конкретным условиям проведения процесса, необходимо дополнить уравнение Фурье условиями однозначности. Начальное условие должно содержать распределение температуры в твердом теле в начальный момент времени  $T_T(0, x, y, z)$ . Граничные условия должны отражать особенности теплообмена на поверхности тела (на стенках). Они могут быть различного рода:

1. В граничных условиях первого рода задается распределение температуры на поверхности тела для каждого момента времени:

$$T_{ст} = T_T(t, x_{ст}, y_{ст}, z_{ст}). \quad (9.163)$$

2. В граничных условиях второго рода известной величиной является тепловой поток на поверхности тела, что позволяет записать равенство, в котором производная от температуры взята по нормали к поверхности в каждой ее точке:

$$-\lambda_{ст} \frac{\partial T_T}{\partial n} \Big|_{ст} = q_{ст}(t, x_{ст}, y_{ст}, z_{ст}). \quad (9.164)$$

3. Граничные условия третьего рода предусматривают задание условий теплообмена твердого тела с внешней средой в виде уравнения теплоотдачи, в котором известными считаются коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{ср}(t, x_{ср}, y_{ср}, z_{ср})$  и температура среды  $T_{ср}(t, x^я, y^я, z^я)$ :

$$-\lambda_{ст} \frac{\partial T_T}{\partial n} \Big|_{ст} = \alpha_{ср}(T_{ст} - T_{ср}). \quad (9.165)$$

4. Граничные условия четвертого рода записываются как равенство тепловых потоков в теле и окружающей среде на границе их соприкосновения с учётом того, что вблизи твердой непроницаемой поверхности единственным механизмом переноса в среде является молекулярный:

$$-\lambda_{ст} \frac{\partial T_T}{\partial n} \Big|_{ст} = -\lambda_{ср} \frac{\partial T_{ср}}{\partial n} \Big|_{ст}. \quad (9.166)$$

Уравнение нестационарной теплопроводности (2.47) является линейным однородным дифференциальным уравнением второго

порядка с частными производными. Оно имеет бесчисленное множество частных решений и относится к разряду уравнений математической физики, для решения которых разработаны специальные методы. Анализ этого уравнения в зависимости от вида условий однозначности посвящены целые тома, например, [40], где приводятся решения для наиболее распространенных случаев как в аналитическом виде, так и виде таблиц или номограмм.

Рассмотрим простейший случай нестационарного кондуктивного теплообмена – нагревание (охлаждение) полубесконечного слоя твердого материала, занимающего пространство от  $y = 0$  до  $y = \infty$ . Предположим, что его температура равнялась  $T_0$ , а затем в начальный момент времени на границе скачкообразно изменилась до значения  $T_{\text{ст}}$  и поддерживается такой в дальнейшем. Требуется определить поле температуры в теле для каждого момента времени, т. е. найти  $T(t, y)$  при  $t, y > 0$ . Задача является пространственно одномерной, и уравнение Фурье (2.47) примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (9.167)$$

Запишем начальные и граничные условия:

$$T(0, y) = T_0; \quad T(t, 0) = T_{\text{ст}}; \quad T(t, \infty) = T_0, t > 0. \quad (9.168)$$

Допустим, что коэффициент температуропроводности будет постоянной величиной  $a = \text{const}$ . Температура является функцией двух независимых переменных  $t$  и  $y$ . Используя теорию подобия, перейдем к обобщенным переменным, сократив их число. Поделив левую часть уравнения (9.167) на правую, получим

$$\pi_1 = \frac{y^2}{at} = \text{Fo}^{-1}. \quad (9.169)$$

Для удобства введем переменную  $\eta_1 = \sqrt{\pi_1}$ , а также безразмерную температуру  $T^*(\eta_1)$ , которая будет являться уже функцией одной переменной  $\eta_1$ :

$$\eta_1 = \sqrt{\pi_1} = y / \sqrt{at}, \quad (9.170),$$

$$T^* = \frac{T(t, y) - T_0}{T_{\text{ст}} - T_0}. \quad (9.171)$$

Чтобы записать уравнение (9.167) в новых переменных, найдем производные от сложных функций:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T^*}{\partial t} (T_{\text{ст}} - T_0) = (T_{\text{ст}} - T_0) \frac{dT^*}{d\eta_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = (T_{\text{ст}} - T_0) \frac{dT^*}{d\eta_1} \left( -\frac{1}{2} \frac{y}{\sqrt{at^3}} \right), \quad (9.172)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T^*}{\partial y} (T_{\text{ст}} - T_0) = (T_{\text{ст}} - T_0) \frac{dT^*}{d\eta_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial y} = (T_{\text{ст}} - T_0) \frac{dT^*}{d\eta_1} \frac{1}{\sqrt{at}}, \quad (9.173)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{d}{d\eta_1} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{\partial \eta_1}{\partial y} = (T_{\text{cr}} - T_0) \frac{d^2 T^*}{d\eta_1^2} \frac{1}{at}. \quad (9.174)$$

Подставив найденные производные (9.172) и (9.174) в (9.167), получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 T^*}{d\eta_1^2} + \frac{\eta_1}{2} \frac{dT^*}{d\eta_1} = 0, \quad (9.175)$$

$$T^*(0) = 1, \quad T^*(\infty) = 0. \quad (9.176)$$

Сделаем еще одну замену переменной, сведем (9.175) к уравнению первого порядка и решим, разделяя переменные:

$$\frac{dT^*}{d\eta_1} = z, \quad (9.177) \quad \frac{dz}{d\eta_1} + \frac{\eta_1}{2} z = 0, \quad (9.178)$$

$$\int \frac{dz}{z} = -\int \frac{\eta_1}{2} d\eta_1, \quad (9.179) \quad \ln(z) = -\frac{\eta_1^2}{4} + \ln C_1, \quad (9.180)$$

$$z = C_1 \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) = \frac{dT^*}{d\eta_1}, \quad (9.181)$$

$$\int_{T^*(0)}^{T^*(\eta_1)} dT^* = C_1 \int_0^{\eta_1} \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) d\eta_1, \quad (9.182)$$

$$T^*(\eta_1) - T^*(0) = C_1 \int_0^{\eta_1} \exp\left(-\frac{\eta_1^2}{4}\right) d\eta_1. \quad (9.183)$$

Введем еще одну переменную  $\eta = \eta_1/2$  и определим константы интегрирования из граничных условий (9.176):

$$T^*(\eta) = 1 + C_1' \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta, \quad (9.184)$$

$$T^*(\infty) = 0 = 1 + C_1' \int_0^{\infty} \exp(-\eta^2) d\eta. \quad (9.185)$$

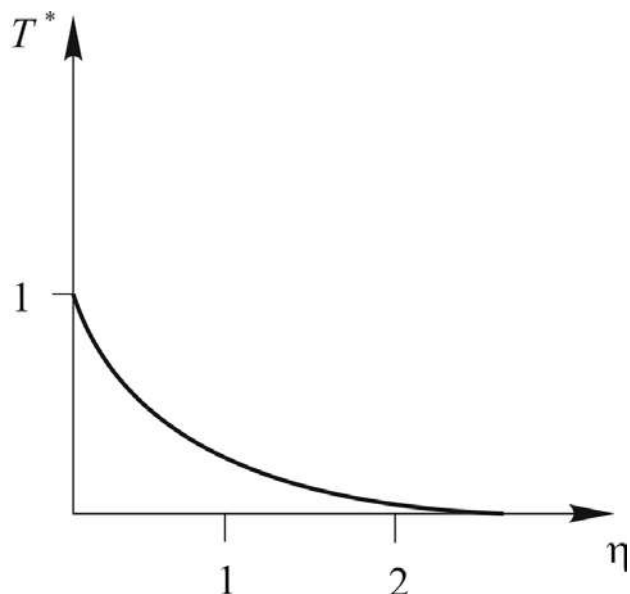
Определенный интеграл в правой части является табличным и равен  $\sqrt{\pi}/2$ , тогда

$$0 = 1 + C_1' \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad C_1' = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}, \quad (9.186)$$

$$T^*(\eta) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta = 1 - \text{erf}(\eta), \quad (9.187)$$

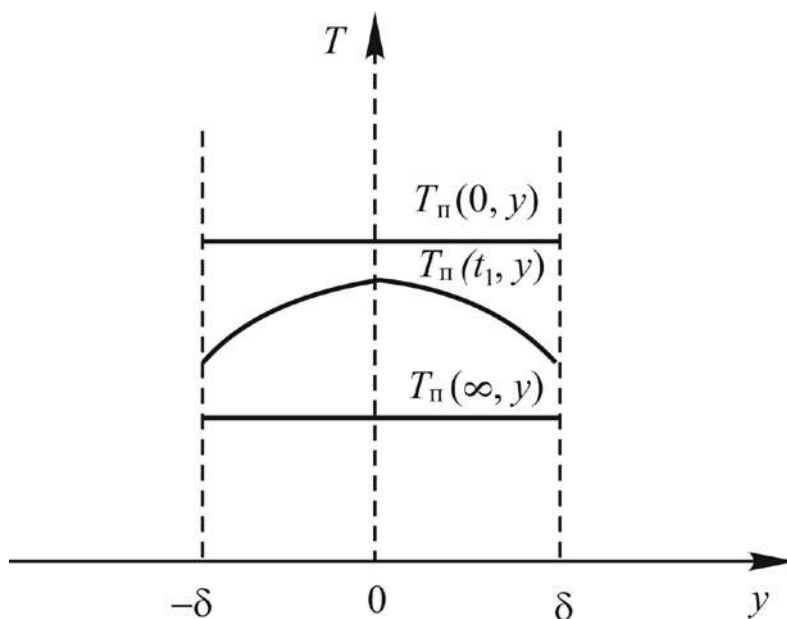
где  $\operatorname{erf}(\eta)$  – табулированный в справочниках интеграл ошибок. Вид зависимости  $T^*(\eta)$  представлен на рис. 9.16.

Рис. 9.16. Зависимость безразмерной температуры  $T^* = (T(t, y) - T_0) / (T_{\text{ст}} - T_0)$  от безразмерной переменной  $\eta = y / (2\sqrt{at})$  для нестационарного теплообмена в полубесконечном слое твердого материала



Рассмотрим еще один типичный пример нестационарного кондуктивного теплообмена – охлаждение бесконечной плоской пластины толщиной  $2\delta$ , помещенной в среду с постоянной температурой  $T_{\text{ср}}$  (рис. 9.17). Задача, как и в рассмотренном выше случае, является пространственно одномерной и описывается уравнением (9.167).

Рис. 9.17. Профили температуры при охлаждении пластины в различные моменты времени



Предположим, что в начальный момент времени температура пластины была однородной  $T_n(0, y) = T_0 = \text{const}$ . В качестве граничных условий для данного примера имеет смысл использовать граничные условия третьего рода (9.165):

$$-\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T_n}{\partial y} \Big|_{y=\pm\delta} = \alpha_{\text{ср}} (T_{\text{ст}} - T_{\text{ср}}). \quad (9.188)$$

Допустим, что теплофизические свойства пластины неизменны  $\lambda_{\text{п}}, a_{\text{п}}, c_{p,\text{п}} = \text{const}$ , а  $\lambda_{\text{ст}} = \lambda_{\text{п}}$ . Аналитическое решение даже для такого простого примера представляет собой сумму бесконечного ряда. Используя теорию подобия, можно получить определяющие критерии и безразмерные переменные, с помощью которых удобно записать решение. Преобразованием уравнения (9.167) найдем известный нам критерий Фурье (4.54), а из (9.188) – критерий Био (Bi):

$$\text{Fo} = \frac{at}{\delta^2}, \quad (9.189) \quad \text{Bi} = \frac{\alpha_{\text{ср}} \delta}{\lambda_{\text{п}}}. \quad (9.190)$$

По своей записи критерий Bi сходен с критерием Нуссельта (4.61). Однако смысл его совершенно иной. Если при определении Nu все величины характеризуют одну фазу, то в критерии Bi коэффициент теплоотдачи характеризует теплообмен во внешней среде, а  $\lambda_{\text{п}}$  и  $\delta$  – внутри тела. Если  $\text{Bi} \gg 1$ , то термическое сопротивление сосредотачивается внутри твердого тела (внутренняя задача), а граничные условия 3-го рода переходят в условия 1-го рода, так как  $T_{\text{ст}} \approx T_{\text{ср}}$ . Если же  $\text{Bi} \ll 1$ , то сопротивление теплообмена сосредотачивается во внешней среде (внешняя задача) и  $T_{\text{п}}(t, y) \approx T_{\text{п}}(t, \delta)$ . Вводя безразмерную температуру  $\theta$ , решение можно представить в виде критериального уравнения, которое позволит определить температуру пластины  $T(t, y)$  в любой момент времени  $t$  на любом расстоянии  $y$ :

$$\theta = \frac{T(t, y) - T_{\text{ср}}}{T_0 - T_{\text{ср}}} = f(\text{Fo}, \text{Bi}, y/\delta). \quad (9.191)$$

Обычно пользуются не аналитическими (слишком сложными), а графическими зависимостями, представленными в виде номограмм. Характер изменения поля температуры в пластине со временем показан на рис. 9.18 для различных значений критерия Био.

В зависимости от сложности условий однозначности (форма тела, его теплофизические свойства, вид граничных условий и т.д.) соотношения типа (9.187) могут быть получены аналитическим или численным решением уравнения Фурье либо с помощью метода физического моделирования, а также с использованием аналогово-изоморфных моделей, например, электрических, но описывающихся такими же дифференциальными уравнениями.

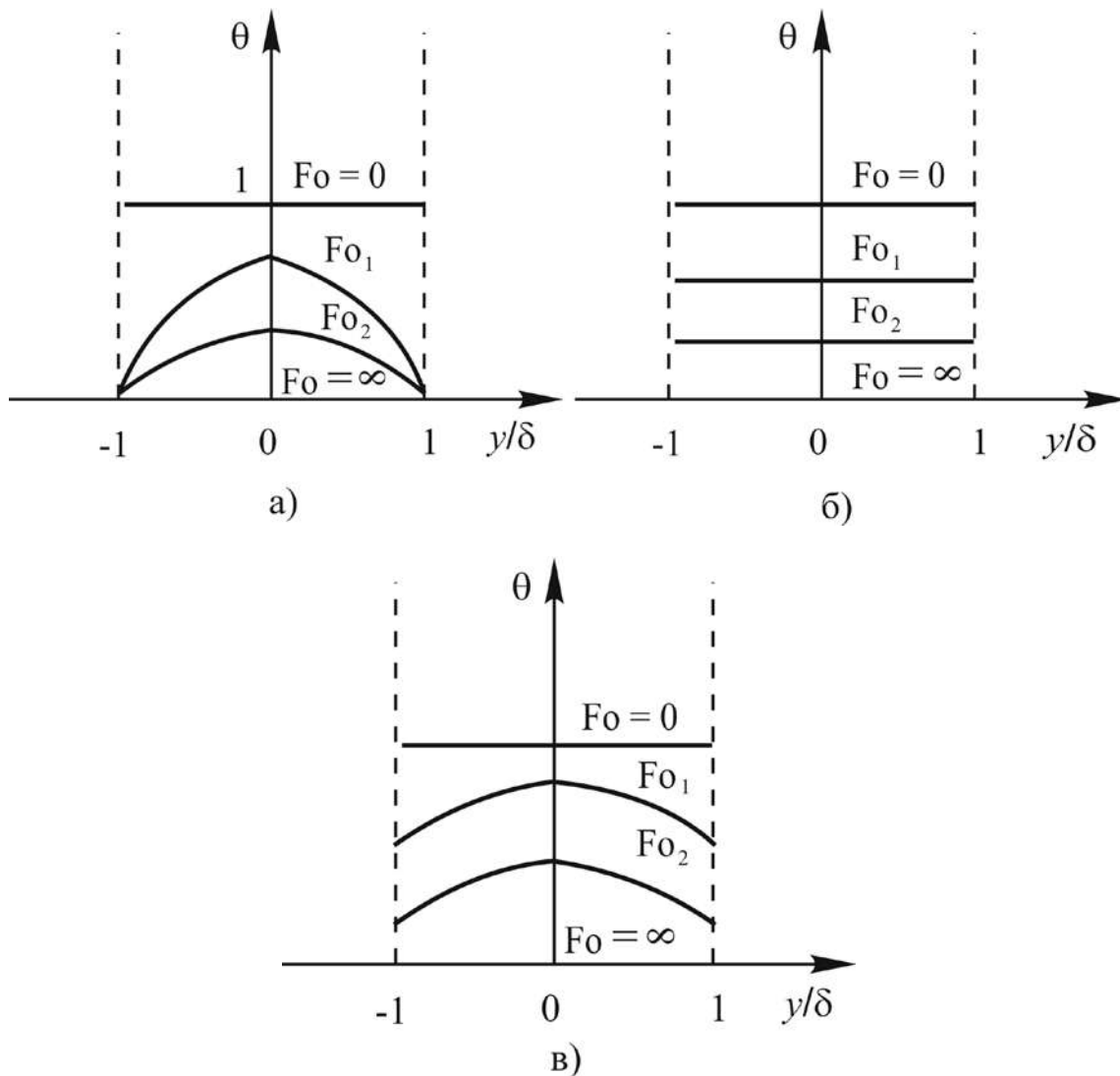


Рис. 9.18. Профили безразмерной температуры  $\theta$  при охлаждении пластины для различных значений критериев Фурье и Био: а)  $Bi \rightarrow \infty$ ; б)  $Bi \rightarrow 0$ ; в)  $0 < Bi < \infty$

**Нестационарный конвективный теплообмен.** Описание нестационарного конвективного теплообмена представляет еще большую сложность, так как требует решения уравнения нестационарной конвективной теплопроводности (2.45) совместно с уравнением движения (2.55). Изменение поля температуры во времени в общем случае будет описываться соотношениями вида (4.58), содержащими в отличие от (9.191) дополнительно определяющие критерии Рейнольдса, Прандтля, Фруда (или его модификации:  $Ga$ ,  $Ar$ ,  $Gr$ ).

Рассмотрим простейший случай нестационарного конвективного теплообмена – нагрев насыщенным паром жидкости объемом  $V$  в аппарате с мешалкой. При интенсивном перемешивании



можно допустить структуру потока, соответствующую модели идеального смешения, что позволит считать температуру жидкости одинаковой во всех точках аппарата и применить закон сохранения энергии в интегральной форме (2.41) вместо (2.45). Изменения энтальпии системы за единицу времени равно количеству подводимого за это время тепла. Допустим неизменность теплофизических свойств жидкости и, следовательно, коэффициента теплопередачи ( $K_T = \text{const}$ ).

$$\frac{dI}{dt} = \dot{Q}^r \quad \text{или} \quad c_p \rho V \frac{dT}{dt} = q^r F = K_T F (T_{\pi} - T). \quad (9.192)$$

Разделим переменные и проинтегрируем по времени, обозначив температуру жидкости в начальный момент времени  $T_0$ . Учитываем, что температура конденсации пара постоянна  $T_{\pi} = \text{const}$ .

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T_{\pi} - T} = \int_0^t \frac{K_T F dt}{c_p \rho V}, \quad (9.193) \quad \theta = \frac{T - T_{\pi}}{T_0 - T_{\pi}} = \exp\left(-\frac{K_T F t}{c_p \rho V}\right), \quad (9.194)$$

$$t = -\frac{c_p \rho V}{K_T F} \ln(\theta). \quad (9.195)$$

По уравнению (9.194) можно определить температуру нагреваемой жидкости  $T$  в любой момент времени  $t$ , а по (9.195) решить обратную задачу – найти время, необходимое для нагревания жидкости от температуры  $T_0$  до  $T$ .

## 9.5. Оптимизация теплообмена

Оптимизацию любого объекта следует начинать с выбора *критерия оптимальности*, по значению которого можно судить, насколько хорошо данный объект функционирует. Затем выявляются *параметры оптимизации* – величины, которые допускается произвольно, независимо друг от друга изменять и которые оказывают влияние на критерий оптимальности. В качестве наиболее общего и обоснованного критерия оптимальности процессов и аппаратов химической технологии имеет смысл использовать денежные затраты на проведение процесса. Разумеется, данный критерий следует минимизировать, т.е. добиваться наименьших затрат. При математической формулировке этого критерия важно учесть все наиболее существенные составляющие затрат, по крайней мере, те, на которые влияет изменение выбранных параметров оптимизации.

Рассматривая задачу оптимизации теплообмена, зачастую сводят ее к интенсификации процесса, под которой можно понимать увеличение теплового потока, передаваемого от одного теплоносителя к другому ( $\max q_y^{T,r}$ ). Рассмотрим такую постановку задачи, однако ниже будет показано, что она и тем более максимизация коэффициента теплопередачи не всегда совпадают с минимизацией экономических затрат.

**Интенсификация теплообмена.** При проектировании теплообменной аппаратуры тепловая нагрузка в аппарате  $\dot{Q}^r$ , как правило, бывает фиксирована. Она либо задана, либо находится из уравнения теплового баланса. В таком случае максимизация теплового потока  $q_y^{T,r}$  идентична минимизации требуемой поверхности теплообмена  $F$ :

$$\max q_y^{T,r} \rightarrow \min F = \frac{\dot{Q}^r}{q_y^{T,r}} = \frac{\dot{Q}^r}{K_T \Delta T_{cp}}. \quad (9.196)$$

Уменьшения поверхности теплообмена, необходимой для проведения заданного процесса, можно достичь, увеличивая среднюю движущую силу процесса или коэффициент теплопередачи.

Увеличить  $\Delta T_{cp}$  можно следующим образом: использовать теплоносители с большой разницей начальных температур, достаточно высокими массовыми расходами и удельными теплоемкостями (в противном случае происходит существенное изменение температуры теплоносителя, не меняющего фазового состояния, что приводит к уменьшению движущей силы теплопередачи); применять противоток, так как другие схемы взаимного движения теплоносителей дают меньшие значения  $\Delta T_{cp}$ ; стремиться к созданию структуры потока каждого теплоносителя, близкой к идеальному вытеснению. Однако следует иметь в виду, что слишком большая разница температур теплоносителей может привести к разрушению аппарата за счет температурных деформаций материала или потребует его удорожания, обусловленного усложнением конструкции, необходимой для воспрепятствованию этому. Большая температура нагревающего агента увеличит потери тепла в окружающую среду. Значительные расходы теплоносителей требуют существенных затрат на их приобретение и прокачку. Не следует забывать и о влиянии разницы температур на коэффициенты теплоотдачи при наличии явления естественной конвекции.

Для увеличения коэффициента теплопередачи следует увеличивать коэффициенты теплоотдачи и термическую проводимость стенки, если она разделяет теплоносители (4.103), (9.8). При этом наибольшего эффекта можно достичь, уменьшая максимальное термическое сопротивление. Уменьшение термического сопротивления стенки достигается уменьшением ее толщины и использованием материалов с высоким значением коэффициента теплопроводности (9.8). Для уменьшения термического сопротивления теплоотдачи, т.е. увеличения коэффициентов теплоотдачи, следует применять теплоносители с высокими коэффициентами теплопроводности, реализовывать турбулентный режим течения, при котором возникает дополнительный механизм переноса тепла за счет турбулентных пульсаций. Турбулизация потока может достигаться как за счет изменения режимных параметров, так и конструктивных решений. С этой целью в трубах, например, устанавливаются вставки в виде спиралей, диафрагм, дисков либо насадки из колец или шаров, также на внутреннюю поверхность труб может наноситься искусственная шероховатость.

Следует, однако, заметить, что увеличение скорости теплоносителя при напорном движении и переход к турбулентному режиму сопровождается увеличением коэффициента импульсоотдачи  $\gamma$  и соответственно гидравлического сопротивления аппарата  $\Delta p_{\text{г}}$ . А это требует дополнительных затрат на прокачку теплоносителя. Таким образом, можно сделать вывод, что постановка задачи интенсификации теплообмена в большинстве случаев не приемлема, так как не учитывает ряд составляющих экономических затрат. Решение задачи минимизации поверхности теплообмена может привести к проектированию миниатюрного аппарата с огромным гидравлическим сопротивлением, требующего бесконечно больших затрат на проведение процесса. Поэтому рассмотрим задачу оптимизации с экономическим критерием.

**Минимизация затрат на проведение теплообмена.** Анализ основных затрат на проведение теплообменного процесса позволяет сгруппировать их в ряд слагаемых, первое из которых пропорционально поверхности теплообмена, второе и третье – гидравлическому сопротивлению аппарата при прокачке через него 1-го и 2-го теплоносителей, четвертое и пятое – массовым расходам теплоносителей:

$$Z = AF + B_1 \Delta p_{n,1} + B_2 \Delta p_{n,2} + C_1 G_1 + C_2 G_2. \quad (9.197)$$

Первое слагаемое будет учитывать затраты на приобретение, монтаж, амортизацию, обслуживание аппарата, потери тепла в окружающую среду, второе и третье – затраты на прокачку через него теплоносителей, а четвертое и пятое – стоимость теплоносителей. Величина коэффициента  $A$  зависит от цены материалов, из которых изготовлен аппарат, тепловой изоляции при ее наличии, стоимости изготовления и монтажа аппарата, срока его службы. Коэффициенты  $B_1$  и  $B_2$  определяются стоимостью электроэнергии и нагнетателей, расходами теплоносителей; коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  пропорциональны цене теплоносителей и времени работы аппарата за год. Из (9.197) видно, что интенсификация теплообмена (9.196) сводится к минимизации лишь первого слагаемого без учета остальных, а также возможного изменения коэффициента  $A$ .

В качестве параметров оптимизации могут использоваться: виды теплоносителей, их скорости, расходы, направления движения и исходные температуры; материал аппарата, его конструктивные характеристики. Если расходы теплоносителей заданы, то четвертое и пятое слагаемые могут исключаться из соотношения (9.197) при его минимизации.

**Подбор тепловой изоляции.** Параметрами оптимизации могут служить также материал и толщина тепловой изоляции, которая употребляется для уменьшения теплообмена с окружающей средой. Слоем тепловой изоляции покрывают наружную поверхность аппарата для увеличения термического сопротивления при теплопередаче от соприкасающегося с ней теплоносителя к окружающей среде. Если поверхность аппарата плоская, то наличие любой изоляции приведет к уменьшению коэффициента теплопередачи (4.103), (9.8). Разумеется, имеет смысл применять в этом качестве материалы с низким коэффициентом теплопроводности, обеспечивающие высокое термическое сопротивление.

Иная картина может наблюдаться при использовании тепловой изоляции на цилиндрической поверхности. Нанесение слоя тепловой изоляции увеличивает поверхность контакта аппарата с окружающей средой. Возможна парадоксальная ситуация – применение тепловой изоляции приведет к увеличению коэффициента теплопередачи и, следовательно, потерь тепла в окружающую среду. Чтобы избежать этого, необходим предварительный анализ. Запишем, используя (9.18),

выражение для линейного коэффициента теплопередачи при наличии тепловой изоляции, продифференцируем его по наружному радиусу тепловой изоляции  $r_{из}$  и приравняем к нулю с целью нахождения экстремума:

$$K_{т,L} = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{\lambda_{ст}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{из}} \ln \frac{r_{из}}{r_2} + \frac{1}{r_{из}\alpha_2}}, \quad (9.198)$$

$$\frac{\partial K_{т,L}}{\partial r_{из}} = \frac{2\pi \left( \frac{1}{\lambda_{из} r_{из}} - \frac{1}{r_{из}^2 \alpha_2} \right)}{\left( \frac{1}{r_1\alpha_1} + \frac{1}{\lambda_{ст}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_{из}} \ln \frac{r_{из}}{r_2} + \frac{1}{r_{из}\alpha_2} \right)^2} = 0. \quad (9.199)$$

Из решения (9.199) нетрудно найти критический радиус тепловой изоляции, при котором наблюдается максимум  $K_{т,L}$

$$r_{из}^{кр} = \frac{\lambda_{из}}{\alpha_2}, \quad (9.200)$$

где  $\lambda_{из}$  – коэффициент теплопроводности изоляции, а  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи от изоляции в окружающую среду. Если наружный радиус цилиндра  $r_2 < r_{из}^{кр}$  (рис. 9.19), то нанесение изоляции толщиной  $\delta_{из} < (r_{из}^{кр} - r_2)$  будет увеличивать коэффициент теплопередачи, достигая максимума при  $\delta_{из} = r_{из}^{кр} - r_2$ . Дальнейшее увеличение толщины  $\delta_{из}$  приведет к уменьшению коэффициента теплопередачи.

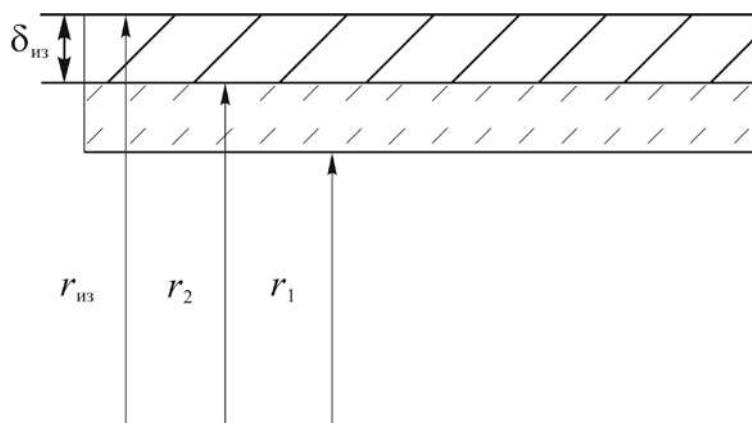


Рис. 9.19. Нанесение слоя изоляции толщиной  $\delta_{из}$  на цилиндрическую поверхность с наружным радиусом  $r_2$  и внутренним  $r_1$

Бессмысленно применение тепловой изоляции, если она не уменьшает тепловых потерь, а напротив, их увеличивает (область I на рис.9.20). Наиболее разумный путь в такой ситуации – подбор материала изоляции таковым, чтобы обеспечить условие  $r_2 > r_{из}^{кр}$ . В этом случае изоляция любой толщины, как и для плоской стенки, даст уменьшение коэффициента теплопередачи и потерь тепла в окружающую среду.

**Выбор режима движения теплоносителей.** Существенным образом затраты на проведение процесса теплообмена зависят от режима движения теплоносителей. Рассмотрим задачу выбора оптимального режима на примере проектирования наиболее распространенного кожухотрубчатого теплообменника. Этот аппарат (рис. 9.21) представляет собой пучок труб 1, закрепленных в трубных решетках 2, помещенный в цилиндрический кожух 3, закрытый крышками 4. Один из теплоносителей движется в трубах, а другой – в межтрубном пространстве.

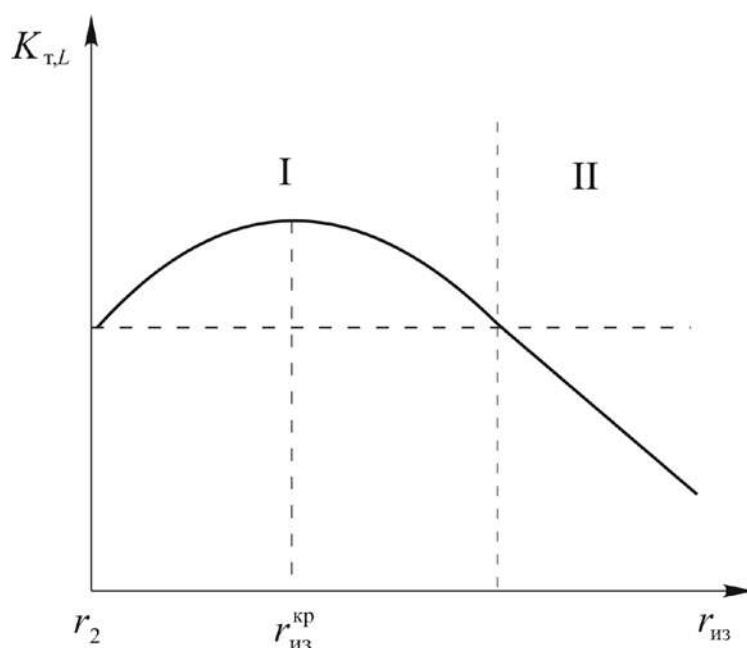


Рис. 9.20. Зависимость линейного коэффициента теплопередачи для цилиндрической стенки от внешнего радиуса тепловой изоляции при  $r_2 < r_{из}^{кр}$ : I – область увеличения тепловых потерь, II – область уменьшения тепловых потерь

Предположим поставлена типичная задача проектирования горизонтального кожухотрубчатого теплообменника для нагрева  $G$ , кг/с, определенного теплоносителя от  $T_n$  до  $T_k$ . Нагрев осуществляется насыщенным водяным паром.

В первую очередь необходимо решить, какой из теплоносителей направить в трубное, а какой – в межтрубное пространство. Целесообразно направить более горячий теплоноситель в трубы для воспрепятствования его контакта с кожухом и уменьшения потерь тепла в окружающую среду. В трубы также имеет смысл направить теплоноситель с меньшим предполагаемым коэффициентом теплоотдачи, так как в трубах его легче увеличить, чем в межтрубном пространстве. В рассматриваемом случае невозможно удовлетворить оба этих условия, так как конденсирующийся пар, являясь более горячим теплоносителем, будет обладать, по-видимому, большим коэффициентом теплоотдачи, по сравнению с другим, не меняющим фазового состояния. Обычно греющий пар направляют в межтрубное пространство, устанавливая на поверхности кожуха слой тепловой изоляции.

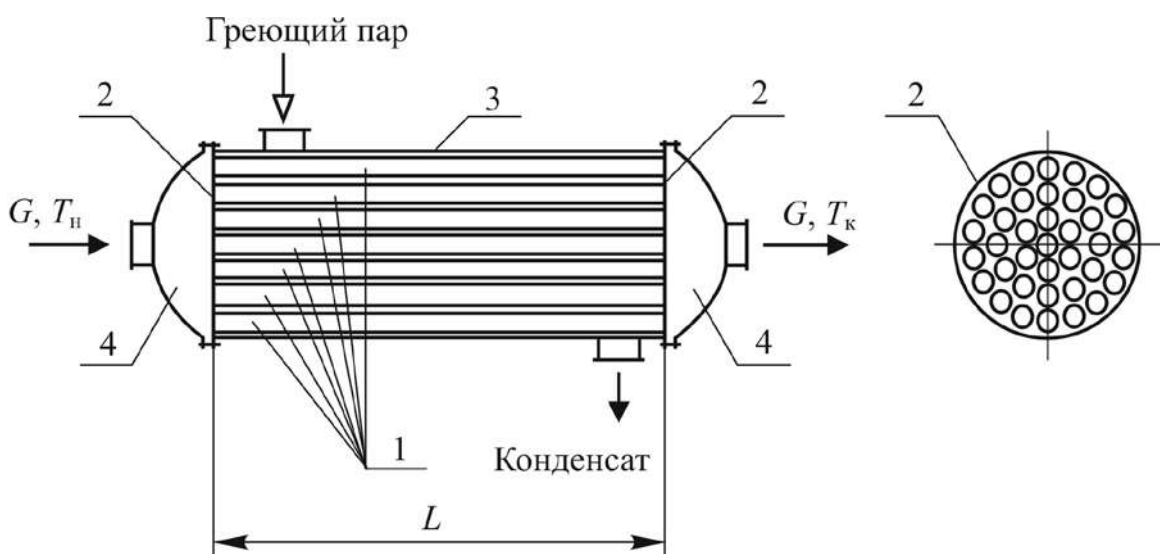


Рис. 9.21. Горизонтальный кожухотрубчатый теплообменник:  
1 – пучок труб, 2 – трубные решетки, 3 – кожух, 4 – крышки

Допустим, что коэффициент теплоотдачи пара намного больше, чем для второго теплоносителя. Тогда в соответствии с (4.103) коэффициент теплопередачи будет приблизительно равен коэффициенту теплоотдачи теплоносителя, движущегося по трубам,

который и будет определять необходимую поверхность теплообмена. Гидравлическое сопротивление трубного пространства также будет, по-видимому, значительно выше, чем для межтрубного. Это позволит упростить задачу и рассматривать в дальнейшем лишь трубное пространство.

Тогда затраты на проведение процесса в проектируемом аппарате можно записать, пренебрегая местными сопротивлениями по сравнению с сопротивлением трения, а также учитывая, что расходы теплоносителей фиксированы:

$$3 = A \frac{\dot{Q}^r}{\alpha \Delta T_{cp}} + B \frac{4L}{d} \gamma \bar{W}. \quad (9.201)$$

Учитывая, что для рассматриваемой задачи  $\dot{Q}^r$ ,  $\Delta T_{cp}$  и свойства теплоносителей фиксированы, а  $\alpha$  и  $\gamma$  являются функциями  $\bar{W}$  и  $d$ , которые мы вправе изменять сами, среднюю скорость течения в трубе и ее внутренний диаметр можно выбрать в качестве параметров оптимизации. Рассмотрим их влияние, а также длины труб  $L$  на коэффициенты тепло- и импульсоотдачи, используя соотношения разделов 9.2.1 и 9.2.2.

$$\alpha \sim \bar{W}^{1/2} L^{-1/2}, \gamma \sim \bar{W}^{1/2} L^{-1/2}$$

– для участков гидродинамической и тепловой стабилизации (ламинарный режим), (9.202)

$$\alpha \sim d^{-1}, \gamma \sim d^{-1}$$

– стабилизированный теплообмен (ламинарный режим), (9.203)

$$\alpha \sim \bar{W}^{0,75} L^{-0,25}, \gamma \sim \bar{W}^{0,75} L^{-0,25}$$

– стабилизированный теплообмен (турбулентный режим). (9.204)

Как видим, влияние каждого из выбранных параметров на коэффициенты тепло- и импульсоотдачи полностью совпадает. Стремление увеличить коэффициенты теплоотдачи с целью уменьшения необходимой поверхности теплопередачи будет приводить к увеличению коэффициентов импульсоотдачи и гидравлического сопротивления. Рассмотрим влияние каждого параметра на величину затрат при фиксированном значении другого. Это можно осуществить, изменяя число труб в аппарате  $n$ . Будем изменять диаметр труб при фиксированной скорости. Учитывая постоянство расхода, получим



$$\frac{\pi d^2}{4} n = \text{const}, \quad n \sim d^{-2}, \quad \text{Re} \sim d. \quad (9.205)$$

Из соотношения для поверхности теплообмена пучка цилиндрических труб найдем их длину  $L$  с использованием (9.205):

$$F = \pi d L n, \quad (9.206) \quad L = \frac{F}{\pi d n} \sim \frac{F d^2}{d} \sim F d. \quad (9.207)$$

При малых значениях диаметра величина критерия Рейнольдса также будет малой, что соответствует ламинарному режиму течения.

Допустим, теплообмен происходит при ламинарном режиме на начальном участке термической стабилизации, тогда из (9.202), (9.205), (9.107)

$$F \sim \alpha^{-1} \sim L^{1/2}, \quad L \sim F d \sim L^{1/2} d \sim d^2, \quad \alpha \sim L^{1/2} \sim d^{-1}, \quad F \sim d, \\ \Delta p_{\pi} \sim L^{1/2} / d \sim d / d = \text{const}. \quad (9.208)$$

Можно показать, что для стабилизированного теплообмена при ламинарном режиме течения получатся тождественные зависимости:

$$F \sim \alpha^{-1} \sim d, \quad L \sim F d \sim d^2, \quad \Delta p_{\pi} \sim d^{-1} L / d \sim d^2 / d^2 = \text{const}. \quad (9.209)$$

При увеличении диаметра происходит переход к турбулентному течению и вид зависимостей несколько изменится:

$$F \sim \alpha^{-1} \sim d^{0,25}, \quad L \sim F d \sim d^{1,25}, \quad \Delta p_{\pi} \sim d^{-0,25} L / d \sim d^{1,25} / d^{1,25} = \text{const}. \quad (9.210)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что при постоянной скорости и уменьшении диаметра труб увеличивается их число, но уменьшается длина и требуемая поверхность, гидравлическое сопротивление при этом не изменяется. Следовательно, будут уменьшаться затраты, пропорциональные поверхности теплообмена, при постоянных затратах, пропорциональных гидравлическому сопротивлению (рис. 9.22). Однако бесконечному уменьшению диаметра труб препятствуют два основных фактора. Во-первых, возрастает сложность надежного крепления очень большого числа мелких труб в трубной решетке. Во-вторых, трубы малого диаметра быстро забиваются различными загрязнениями и образующейся на стенках накипью, усложняется их очистка. Поэтому минимальный внутренний диаметр труб стандартных кожухотрубчатых теплообменников ограничен 16 миллиметрами.

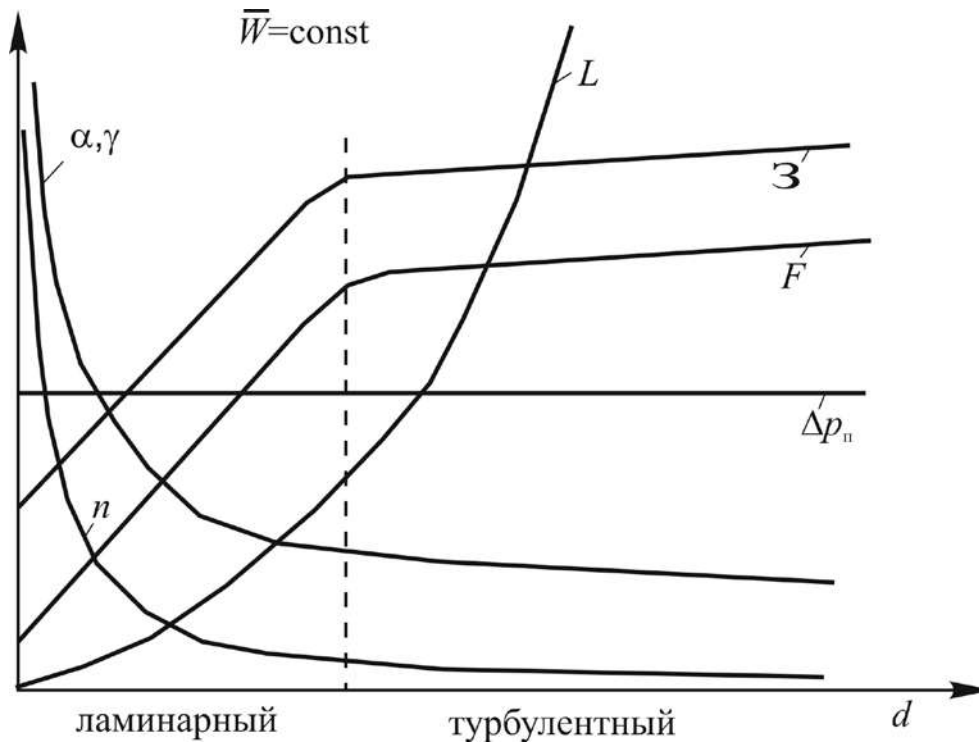


Рис. 9.22. Зависимость различных характеристик кожухотрубчатого теплообменника от диаметра труб при постоянной скорости течения в них

Выбрав величину диаметра трубы, можно приступить к поиску оптимальной скорости движения теплоносителя по трубам. При фиксированном диаметре труб из уравнений постоянства расхода и (9.206) получим

$$\frac{\pi d^2}{4} n \bar{W} = \text{const}, \quad n \bar{W} = \text{const}, \quad n \sim \bar{W}^{-1}, \quad \text{Re} \sim \bar{W}, \quad (9.211)$$

$$L = \frac{F}{\pi d n} \sim F \bar{W}. \quad (9.212)$$

По мере увеличения скорости  $W$  режим течения будет переходить от ламинарного к турбулентному. При ламинарном течении, как для участка термической стабилизации, так и для стабилизационного теплообмена из (9.202), (9.203), (9.211), (9.212) получим

$$\alpha = \text{const}, \quad F = \text{const}, \quad L \sim \bar{W}, \quad \gamma = \text{const}, \quad \Delta p_n \sim \bar{W}^2. \quad (9.213)$$

Для турбулентного режима

$$\alpha \sim \bar{W}^{0.75}, \quad F \sim \bar{W}^{-0.75}, \quad L \sim \bar{W}^{0.25}, \quad \gamma \sim \bar{W}^{0.75}, \quad \Delta p_n \sim \bar{W}^2. \quad (9.214)$$

Таким образом, для фиксированного диаметра труб при увеличении скорости теплоносителя уменьшается число труб и возрастают их длина и гидравлическое сопротивление. При этом в условиях ламинарного течения коэффициент теплоотдачи и требуемая поверхность теплообмена не меняются, а при турбулентном течении поверхность уменьшается (рис. 9.23).

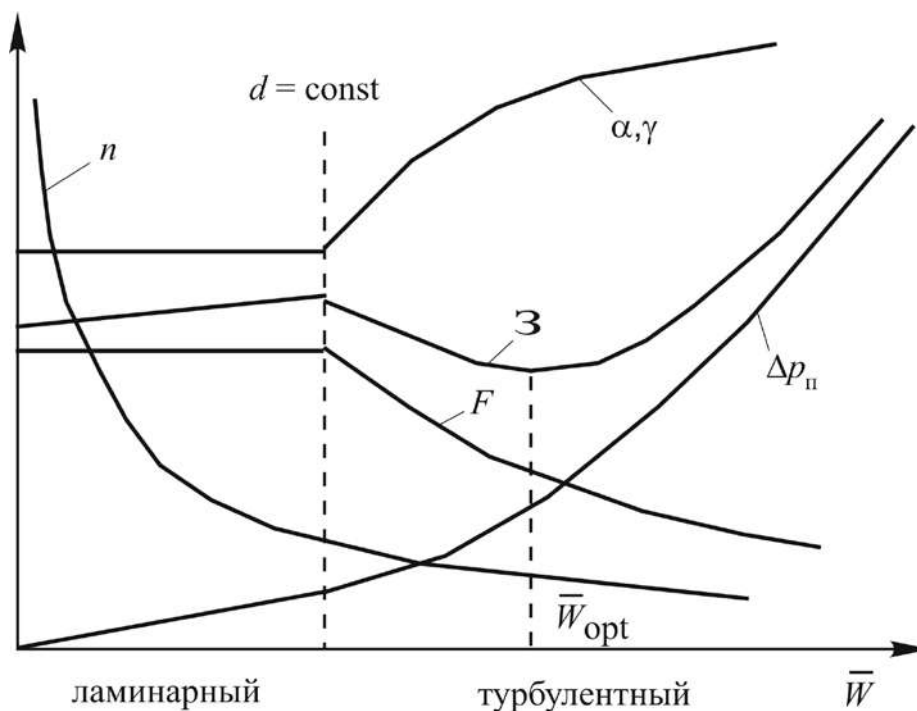


Рис. 9.23. Зависимость различных характеристик кожухотрубчатого теплообменника от скорости движения теплоносителя по трубам при постоянном их диаметре

Конкретный вид зависимости затрат  $Z$  от скорости  $\bar{W}$  будет определяться теплофизическими свойствами теплоносителя и стоимостными показателями, которые учитываются коэффициентами  $A$  и  $B$  в (9.197). Как правило, затраты достигают минимального значения в области турбулентного течения. Соответствующее значение скорости будет являться оптимальным  $W_{\text{opt}}$  (рис. 9.23). При дальнейшем увеличении скорости затраты возрастают за счет резкого увеличения гидравлического сопротивления.

## **Контрольные вопросы**

1. Какие процессы называются теплообменными?
2. Дайте определения таких процессов, как нагревание, охлаждение, испарение, конденсация, кипение, выпаривание.
3. Что называется теплоносителями и как они подразделяются?
4. Назовите виды теплообмена и дайте им определения.
5. Получите уравнения теплопроводности плоской и цилиндрической стенки. Проанализируйте их отличия.
6. Дайте определение гидродинамического и теплового пограничных слоев, какой вид будут они иметь для плоской пластины?
7. Какие допущения принимаются для получения уравнений гидродинамического и теплового пограничных слоев на плоской пластине? Получите эти уравнения и сформулируйте граничные условия к ним.
8. От каких величин и каким образом зависят коэффициенты теплоотдачи для ламинарного и турбулентного пограничных слоев на плоской пластине, выполняется ли для них гидродинамическая аналогия и почему?
9. Каков характер изменения коэффициентов турбулентной вязкости и температуропроводности поперек пограничного слоя?
10. Какой вид имеют профили скорости, потока импульса, температуры и потока тепла в пограничных слоях на плоской пластине?
11. Дайте определение начальных участков гидродинамической и тепловой стабилизации в трубе.
12. Что называется среднемассовой температурой, каков ее смысл, какой коэффициент теплоотдачи используется для описания теплообмена в трубе?
13. От каких величин и каким образом зависят коэффициенты теплоотдачи при ламинарном и турбулентном движении в трубе, выполняется ли при этом гидродинамическая аналогия? Влияет ли на величину коэффициентов теплоотдачи характер граничных условий?
14. В каких случаях применяется физическое моделирование теплообмена и в чем его суть?
15. В чем состоит проблема получения теоретического решения для теплообмена с телами сложной формы?
16. Как влияет на теплообмен изменение теплофизических характеристик теплоносителя?

17. В чем специфика теплообмена при изменении фазового состояния теплоносителя?
18. В чем заключается механизм переноса тепла излучением? В каких случаях его необходимо учитывать?
19. Сформулируйте определения абсолютно черного, абсолютно белого и серого тела.
20. В чем заключается закон Стефана - Больцмана?
21. Какой вид имеет коэффициент теплоотдачи за счет излучения от твердой поверхности к газу?
22. Запишите уравнение и виды граничных условий для нестационарного кондуктивного теплообмена.
23. От каких величин и каким образом зависит нестационарное поле температуры в охлаждаемой потоком пластине?
24. Получите решение для нестационарного нагревания теплоносителя в аппарате идеального смешения.
25. В чем заключается постановка задачи оптимизации теплообмена? Что называется критерием и параметрами оптимизации?
26. В чем состоит интенсификация теплообмена? Каковы пути ее достижения?
27. Выделите основные составляющие экономического критерия оптимальности теплообмена.
28. Что такое тепловая изоляция, для чего она применяется? Может ли тепловая изоляция увеличить потери тепла в окружающую среду?
29. Проанализируйте задачу выбора оптимального режима движения теплоносителя.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Как будет изменяться коэффициент теплоотдачи в пограничном слое по длине плоской пластины (вдоль оси  $x$ )?
2. Как можно увеличить коэффициент теплоотдачи при стабилизированном теплообмене в трубе для ламинарного и турбулентного режимов движения?
3. Сформулируйте условия, при которых коэффициент теплоотдачи зависит от движущей силы процесса. Приведите примеры.
4. Как можно увеличить тепловой поток от батареи центрального отопления?

## Глава 10. ПРОМЫШЛЕННЫЕ СПОСОБЫ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА

Теплообмен широко используется в химической технологии для организации процессов разделения веществ, интенсификации массообменных и химических процессов, а также утилизации тепла. *Прямыми источниками* тепла могут служить *топочные (дымовые) газы*, получающиеся в результате сгорания топлива, а также *электрическая энергия*. Среда, служащая для передачи тепла от этих источников к охлаждающим агентам, носят название *промежуточных теплоносителей*.

Топочные газы получают, сжигая в топках печей твердое, жидкое или газообразное топливо. При этом тепло промежуточным теплоносителям передается, как правило, через стенки встроенных в печи труб за счет излучения, теплопроводности и конвекции (сложный теплообмен). Существенная доля тепла, передаваемого излучением, объясняется высокой температурой, достигаемой при горении ( $\sim 1000^{\circ}\text{C}$ ). Температуру нагревания топочными газами можно регулировать за счет их частичной рециркуляции, возвращая в печь отработанные газы либо подводя дополнительное количество воздуха.

Подвод тепла электрическим током обеспечивает легкую регулировку температурного режима. Различают следующие способы подвода тепла электрическим током: *за счет электрического сопротивления* (прямого или косвенного), *индукционный*, *высокочастотный* и *дуговой*.

В случае *электрического сопротивления прямого действия* тепло выделяется при прохождении электрического тока через среду, помещенную в аппарат. При этом одним из электродов служит корпус аппарата, а другой находится в самой среде. Подвод теплоты за счет *электрического сопротивления косвенного действия* осуществляется при прохождении электрического тока через специальные нагревательные элементы, от которых тепло передается среде путем излучения, теплопроводности и конвекции.

При *индукционном* подводе тепла аппарат является сердечником соленоида, по которому пропускают переменный электрический ток. Переменное магнитное поле индуцирует в стенках аппарата индукционные токи, вызывающие нагрев аппарата.

*Высокочастотный* способ подвода тепла применим к

диэлектрикам. Они помещаются в переменное электрическое поле высокой частоты, под действием которого молекулы поляризуются и поворачиваются с высокой частотой. В результате трения между молекулами выделяется теплота. Основным преимуществом данного способа является равномерный прогрев материала, так как выделение теплоты происходит во всем его объеме.

*Электродуговой* способ подвода тепла осуществляется за счет пламени дуги, возникающей между электродами. При этом одним из электродов может служить сам теплоноситель. Этот способ позволяет достичь высокой температуры ( $1500 - 3000^{\circ}\text{C}$ ), но сложен в регулировании.

## **10.1. Основные виды теплоносителей**

Целесообразность выбора теплоносителя определяется многими факторами: температурными, экономическими, экологическими и т.д. Промышленный теплоноситель должен удовлетворять ряду основных требований: обеспечивать высокий коэффициент теплоотдачи, следовательно, как это вытекает из (9.47), (9.81), (9.93), (9.113), (9.116), (9.132), (9.147), (9.151), обладать высокими значениями коэффициента теплопроводности, плотности и удельной теплоемкости, а также низким значением коэффициента кинематической вязкости; предоставлять возможность обходиться малым расходом теплоносителя, то есть, как это следует из уравнений теплового баланса (10.1) – (10.6), обладать высокими значениями плотности, удельной теплоемкости и удельной теплоты парообразования (конденсации). Кроме того, желательно, чтобы теплоноситель был нетоксичным, взрывобезопасным, негорючим, дешевым и доступным, не взаимодействовал с материалом теплообменника. Исходя из вышесказанного, рассмотрим достоинства и недостатки основных промышленных теплоносителей.

### **10.1.1. Нагревающие агенты**

**Насыщенный водяной пар** является наиболее распространенным нагревающим агентом вследствие того, что удовлетворяет практически всем вышеперечисленным требованиям. При конденсации водяного пара обеспечивается высокий

коэффициент теплоотдачи, значительная удельная теплота конденсации позволяет передать большое количество теплоты малыми расходами пара. Поскольку температура насыщенного пара жестко связана с его давлением это позволяет легко регулировать температуру данного теплоносителя. Кроме того, учитывая, что при конденсации насыщенного пара при постоянном давлении его температура не меняется, можно отметить еще одно преимущество – неизменность температуры теплоносителя вдоль всей поверхности теплообмена. Очевидны и такие достоинства, как нетоксичность, взрыво- и пожаробезопасность, дешевизна и доступность. Тепло может подводиться как с помощью «глухого» (через стенку), так и «острого» (при непосредственном контакте с охлаждающим агентом) водяного пара. Последний способ применяется реже, лишь в тех случаях, когда допустимо смешение конденсата с охлаждающим агентом. При использовании «глухого» пара требуется дополнительное устройство – *конденсатоотводчик*. Он предназначен для обеспечения отвода только конденсата, предотвращая выход несконденсировавшегося пара. Принцип действия большинства конденсатоотводчиков заключается в открывании клапана, соединенного с поплавком, лишь при заполнении корпуса до определенного уровня конденсатом. При этом слой конденсата препятствует выходу пара.

Существенным недостатком водяного пара является резкий рост давления при увеличении температуры, что ограничивает область его применения 180 – 190°С (10 – 12 атм), так как более высокие значения температуры и, следовательно, давления приводят к утяжелению и удорожанию оборудования и коммуникаций.

Поэтому для нагрева до более высоких температур используются так называемые *высокотемпературные теплоносители*. К ним относятся: перегретая вода, высокотемпературные органические теплоносители (ВОТ), расплавы солей и жидкие металлы.

***Перегретая вода*** может использоваться вплоть до критических значений параметров состояния  $T_{кр}=374^{\circ}\text{C}$ ,  $p_{кр}=225$  атм. Однако недостатком данного теплоносителя является высокое давление, что существенно усложняет и удорожает аппаратуру.

***Высокотемпературные органические теплоносители (ВОТ)*** позволяют производить нагрев до 250 – 400°С при давлениях, не превышающих десяти атмосфер. В качестве ВОТ используются как индивидуальные вещества (глицерин, этиленгликоль, нафталин,



дифенил и др.), так и смеси. Наибольшее промышленное применение получила дифенильная смесь (26,5% дифенила и 73,5% дифенилового эфира), которая обладает большей термической стойкостью и меньшей температурой плавления ( $12,3^{\circ}\text{C}$ ), чем составляющие ее компоненты. Температура кипения дифенильной смеси составляет при атмосферном давлении  $258^{\circ}\text{C}$ . Она может использоваться как в жидком, так и в паровом состоянии. Недостатком дифенильной смеси, как и большинства других ВОТ, являются меньшие по сравнению с водой значения удельной теплоты конденсации и удельной теплоемкости.

**Расплавы солей** используются для нагрева до более высоких температур ( $550^{\circ}\text{C}$ ). Теплоносители этой группы применяют, как правило, в жидком виде. Наиболее широко в промышленности используется нитрит-нитратная смесь (40%  $\text{NaNO}_2$ , 7%  $\text{NaNO}_3$ , 53%  $\text{KNO}_3$ ). Недостатками данного теплоносителя являются меньшие коэффициенты теплоотдачи, чем у перегретой воды, а также высокая температура плавления ( $142,3^{\circ}\text{C}$ ), что требует парового обогрева трубопроводов во избежание затвердевания теплоносителя.

**Жидкие металлы** применяют для нагрева до  $400 - 800^{\circ}\text{C}$ . В промышленности используют ртуть, литий, натрий, калий, свинец и другие легкоплавкие металлы и их сплавы. Их преимуществами являются высокие коэффициенты теплопроводности и теплоотдачи, а недостатками – токсичность и химическая агрессивность металлов щелочной группы.

Для нагрева до более высоких температур могут использоваться прямые источники тепла и, в частности, **топочные газы** ( $1000 - 1100^{\circ}\text{C}$ ). Их недостатки заключаются в низких коэффициентах теплопроводности и теплоотдачи, невысоких удельных теплоемкостях, что приводит к необходимости больших расходов газа, а также к его значительному охлаждению.

### 10.1.2. Охлаждающие агенты

**Вода** получила наиболее широкое распространение при охлаждении до  $15 - 30^{\circ}\text{C}$ . Ее преимущества заключаются в высоких значениях удельных теплоемкости и теплоты парообразования, коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи, взрыво- и пожаробезопасности, нетоксичности, дешевизне и доступности.

Охлаждающая вода может находиться в жидком состоянии, а также и испаряться. Вода может использоваться как из естественных открытых водоемов, так и артезианская. Достоинством последней является малое изменение температуры ( $8 - 15^{\circ}\text{C}$ ) в течение года. В случае дефицита воды применяют оборотную воду, охлаждая ее в *градирнях* с помощью воздуха.

**Воздух** также широко используется в промышленности в качестве охлаждающего агента для достижения тех же температур, что и при охлаждении водой. Его преимуществом является большая доступность, а недостатками – меньшие значения удельной теплоемкости, а также коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи. Воздух широко используется для охлаждения оборотной воды в градирнях, которые представляют собой полые башни, заполненные насадкой (см. рис. 10.13). Сверху распыляется нагретая вода, а снизу противотоком движется воздух. Насадка служит для увеличения поверхности контакта фаз между этими теплоносителями.

**Низкотемпературные холодильные агенты** применяют для достижения более низких температур, в том числе и менее  $0^{\circ}\text{C}$ . В их число входят холодильные рассолы (водные растворы солей), жидкие аммиак и диоксид углерода. Они циркулируют в холодильных машинах, где тепло отнимается при их испарении с последующей конденсацией при сжатии.

## **10.2. Классификация и конструкции теплообменных аппаратов**

Теплообменные процессы – нагревание, охлаждение, конденсация паров, испарение жидкостей (см. Введение) – проводятся в теплообменных аппаратах (теплообменниках). *Теплообменники* – аппараты, предназначенные для передачи тепла от одних теплоносителей к другим.

По способу контакта теплоносителей теплообменники могут быть *поверхностными* и *смешения*. В поверхностных теплообменниках перенос тепла от одного теплоносителя к другому происходит через стенку, а в теплообменниках смешения – при непосредственном контакте теплоносителей. Поверхностные теплообменники подразделяются на *рекуперативные* (перенос тепла между теплоносителями происходит через разделяющую их глухую

стенку) и *регенеративные* (попеременный контакт теплоносителей с одной и той же стенкой, телом).

Теплообменники смешения, как правило, конструктивно проще поверхностных теплообменников, однако смешение теплоносителей в химической технологии редко допустимо. Наиболее распространены поверхностные рекуперативные теплообменники.

По способу организации процесса теплообменники подразделяются на *периодические* и *непрерывные*, по своему назначению – на *нагреватели*, *холодильники*, *испарители* и *конденсаторы*.

По расположению в пространстве теплообменники могут быть *вертикальными* или *горизонтальными*. По конструкции поверхности теплообмена их можно подразделить на теплообменники *из труб* и *из листового материала*.

К теплообменникам, основу конструкции которых составляют трубы, относятся: *кожухотрубчатые*, *типа «труба в трубе»*, *оросительные*, *змеевиковые*, *оребренные*.

Из листового материала изготавливаются теплообменники: *с рубашкой*, *пластинчатые*, *спиральные*.

#### ***Кожухотрубчатые теплообменные аппараты.***

Кожухотрубчатые теплообменники относятся к числу наиболее широко применяемых поверхностных теплообменников. Теплообменники могут быть вертикальными или горизонтальными. Вертикальные теплообменники более просты в эксплуатации и занимают меньшую производственную площадь. На рис. 10.1 показаны кожухотрубчатые теплообменники, которые состоят из кожуха 1, к которому приварены трубные решетки 2. В трубных решетках, представляющих собой диск с отверстиями (рис. 10.3), закреплен герметично пучок труб. К трубным решеткам крепятся с помощью фланцевых соединений (на прокладках и болтах) крышки (распределительные камеры) 3. К кожуху приварены лапы 6, на которые устанавливают теплообменник.

В кожухотрубчатом теплообменнике одна из обменивающихся теплом сред движется внутри труб (в трубном пространстве), а другая – в межтрубном пространстве между трубами и кожухом.

Если теплоноситель по трубному пространству проходит только в одном направлении – такой теплообменник называется однокходовым (рис. 10.1а).

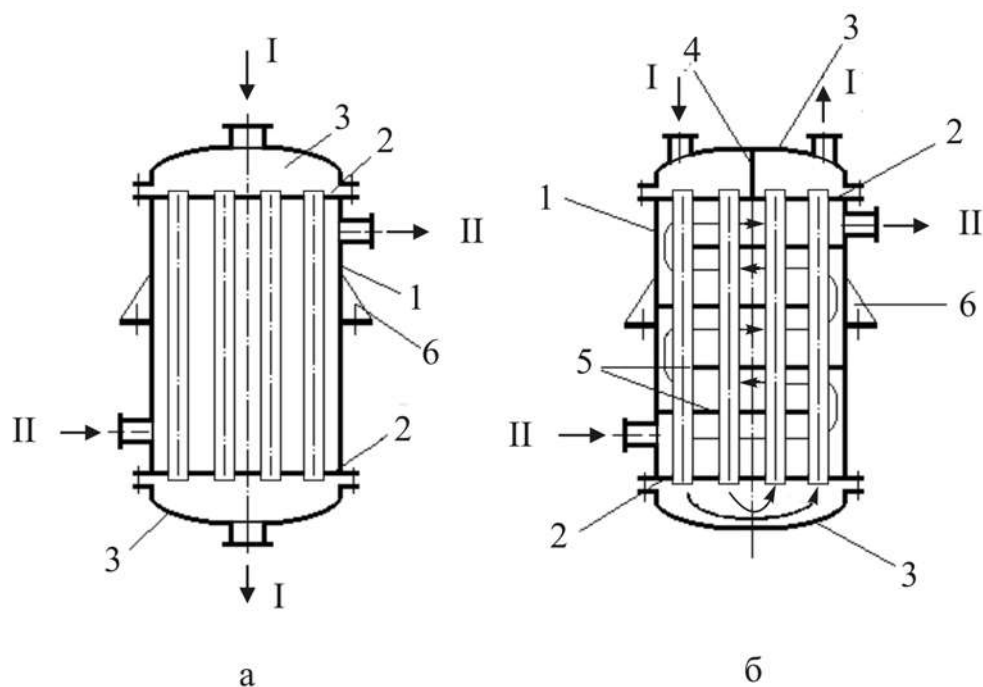


Рис. 10.1. Кожухотрубчатые теплообменники:  
а – одноходовый; б – двухходовый по трубному пространству: 1 – кожух, 2 – трубные решетки, 3 – крышки (распределительные камеры), 4 – перегородка в крышке, 5 – поперечные перегородки в межтрубном пространстве, 6 – лапы; I и II – входы и выходы теплоносителей

При двух и более последовательных проходах теплоносителя через трубное пространство теплообменники называются многоходовыми по трубному пространству (рис. 10.1б). Разбивку на ходы в трубном пространстве производят установкой перегородок 4 в крышках (распределительных камерах) теплообменника. Перегородки размещают таким образом, чтобы на каждый ход приходилось примерно одинаковое число труб.

Одноходовые кожухотрубчатые теплообменники обычно используются при больших расходах теплоносителя в трубах или при теплопередаче, определяемой теплоотдачей в межтрубном пространстве. Одноходовые кожухотрубчатые теплообменники могут использоваться в качестве испарителей.

Многоходовые по трубному пространству кожухотрубчатые теплообменники применяются в качестве подогревателей жидкостей и конденсаторов. Многоходовые теплообменники целесообразно

использовать для проведения процессов теплообмена при высоких тепловых нагрузках.

При одинаковом диаметре кожуха и числе труб площадь поперечного сечения трубного пространства для прохода теплоносителя у многоходового теплообменника меньше по сравнению с одноходовым. Меньшая площадь сечения вызывает большую скорость течения теплоносителя, а следовательно, и больший коэффициент теплоотдачи. Однако увеличение скорости течения теплоносителя и длины пути его движения сопровождается увеличением гидравлического сопротивления. Поэтому с экономической точки зрения более шести ходов по трубному пространству в теплообменниках не делают. Аналогичными соображениями руководствуются, устанавливая перегородки в продольном направлении (вдоль труб) в межтрубном пространстве (рис. 10.4б). Такое разбиение перегородками межтрубного пространства приводит к последовательному движению теплоносителя сначала в одном направлении вдоль труб, затем в противоположном и т.д. Число таких проходов теплоносителя вдоль труб называется числом ходов теплообменника по межтрубному пространству. Недостаток многоходовых теплообменников заключается также в невозможности использования противотока, обеспечивающего наибольшую движущую силу; в них наблюдается смешанный ток.

Для увеличения скорости и удлинения пути движения теплоносителя в межтрубном пространстве могут устанавливаться поперечные сегментные перегородки 5. Это приводит к перекрестному току теплоносителей и не является признаком многоходового теплообменника.

При выборе пути движения теплоносителей через теплообменник руководствуются следующими соображениями. По трубам (по сравнению с межтрубным пространством) обычно пропускают жидкость либо более агрессивную и более загрязненную, либо находящуюся под большим давлением. По межтрубному пространству обычно направляется пар. В многоходовом теплообменнике в трубное пространство нельзя направлять жидкость или пар, если они меняют свое агрегатное состояние.

Обычно среды направляют противотоком друг к другу. Ввод теплоносителя в теплообменник проводят таким образом, чтобы направление движения теплоносителя совпадало с направлением

движения за счет естественной конвекции, вызванной изменением плотности теплоносителя при нагреве или охлаждении.

Трубы закрепляются в трубных решетках (рис. 10.2) развальцовкой а), б), сваркой в) или пайкой г). Изредка используется соединение с помощью сальников д).

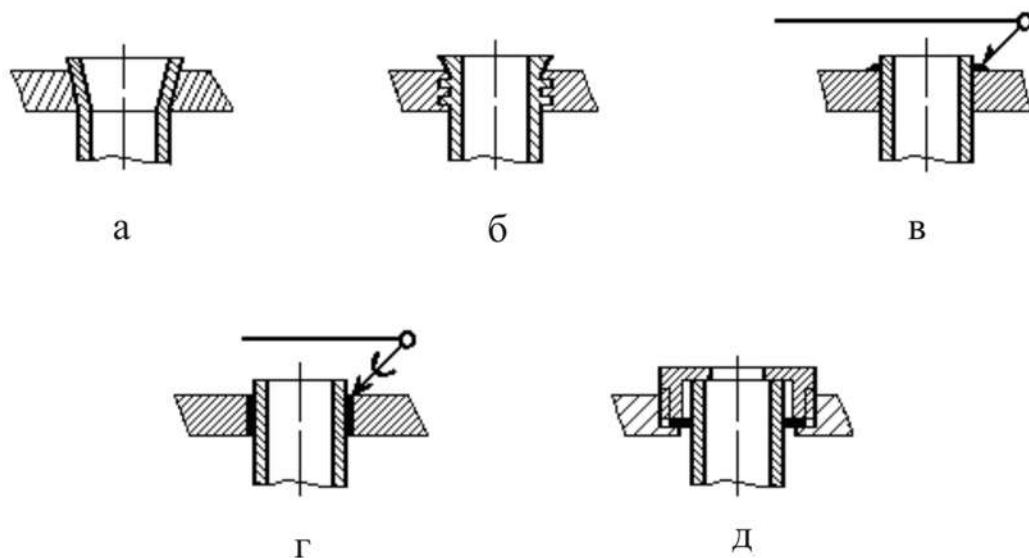


Рис. 10.2. Крепление труб в трубных решетках:  
а – развальцовкой; б – развальцовкой с канавкой;  
в – сваркой; г – пайкой; д – сальниковыми устройствами

Размещают трубы (рис. 10.3) по вершинам правильных шестиугольников а), по концентрическим окружностям б) или по вершинам правильных прямоугольников в). Если трубы жестко закреплены (сварка, пайка, развальцовка) в трубных решетках, а решетки жестко связаны с кожухом аппарата, то такая конструкция аппарата называется конструкцией с неподвижным или жестким креплением трубных решеток (рис. 10.1).

При значительной разности температур кожуха и труб (равной приблизительно или более  $50^{\circ}\text{C}$ ) или большой длине труб применяются аппараты, допускающие перемещение друг относительно друга труб и кожуха (рис. 10.4). Это необходимо для предотвращения возникновения напряжений при неодинаковом линейном температурном расширении (удлинении) труб и кожуха, что может привести к разрушению аппаратов с двумя неподвижными трубными решетками.

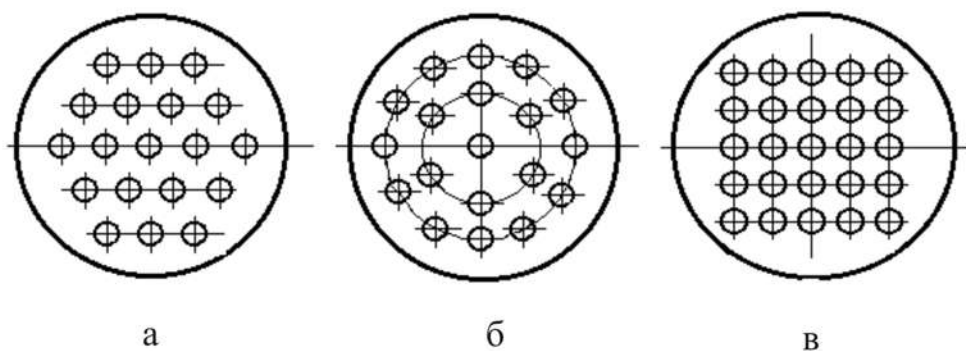


Рис. 10.3. Способы размещения труб в трубных решетках: а – по периметрам правильных шестиугольников; б – по концентрическим окружностям; в – по периметрам прямоугольников (коридорное расположение)

В качестве компенсирующего устройства могут применяться *линзовые компенсаторы* 1 (рис. 10.4а), соединяющие две части кожуха теплообменника и упруго деформирующиеся при возникновении напряжений. В *теплообменниках с U-образными трубами* (рис. 10.4б) имеется одна трубная решетка, в которую жестко закреплены оба конца U-образных труб 2. Такая конструкция также обеспечивает

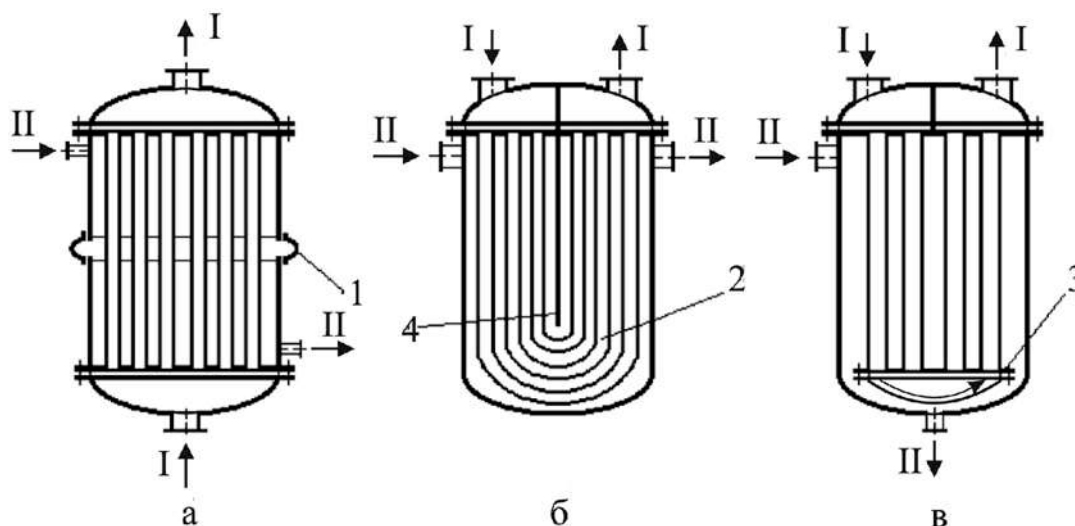


Рис. 10.4. Кожухотрубчатые теплообменники, применяемые при большой разности температур между кожухом и трубами: а) – с линзовым компенсатором; б) – с U-образными трубами; в) – с плавающей головкой. 1 – линзовый компенсатор; 2 – U-образные трубы; 3 – подвижная трубная решетка; 4 – продольная перегородка в межтрубном пространстве

некоторое перемещение труб относительно кожуха, не приводя к возникновению напряжений. Однако линзовое компенсационное устройство недостаточно надежно в эксплуатации и может применяться при невысоких давлениях в межтрубном пространстве теплообменника (обычно до 1,6 МПа). Теплообменники с *U*-образными трубами сложны в изготовлении. Кроме того, в них довольно трудно проводить очистку внутренней поверхности труб.

Таких недостатков лишена конструкция теплообменного аппарата с *плавающей головкой* с компенсацией в виде подвижной трубной решетки (рис. 10.4в). В таком аппарате подвижная трубная решетка 3 соединена с дополнительной внутренней крышкой трубной системы. Это позволяет свободно перемещаться трубному пучку независимо от кожуха аппарата даже при значительных температурных линейных разностях расширения труб и кожуха. Напряжения, вызванные разностями температур, могут возникнуть в аппаратах такой конструкции лишь при существенном различии температур самих труб. Теплообменники с плавающей головкой из-за усложнения конструкции по сравнению с аппаратами других типов являются более дорогими, но эти затраты оправдываются надежностью при эксплуатации.

***Теплообменники типа «труба в трубе».*** Теплообменники типа «труба в трубе» состоят из последовательно соединенных секций. Каждая секция представляет собой конструкцию из двух концентрически расположенных труб. Один из теплоносителей движется по внутренней трубе, а другой – по кольцевому пространству между трубами (рис. 10.5). Внутренняя труба, называемая *теплообменной* 1, с диаметром  $d_n$  соединяется с другой секцией калачом 2. Внешняя труба с диаметром  $D_n$  называется *кожуховой* 3. Кольцевое пространство секции соединяется с другим кольцевым пространством следующей секции с помощью патрубков. При подборе размеров теплообменной и кожуховой труб даже при небольших расходах в теплообменниках типа «труба в трубе» можно обеспечить большие скорости движения теплоносителей. Это позволяет достигать высоких коэффициентов теплоотдачи теплоносителей при их низких расходах. Недостатком таких аппаратов является громоздкость и большая металлоемкость на единицу поверхности теплообмена. Теплообменники этого типа целесообразно применять, когда требуется небольшая поверхность теплообмена (не более 20–30 м<sup>2</sup>).



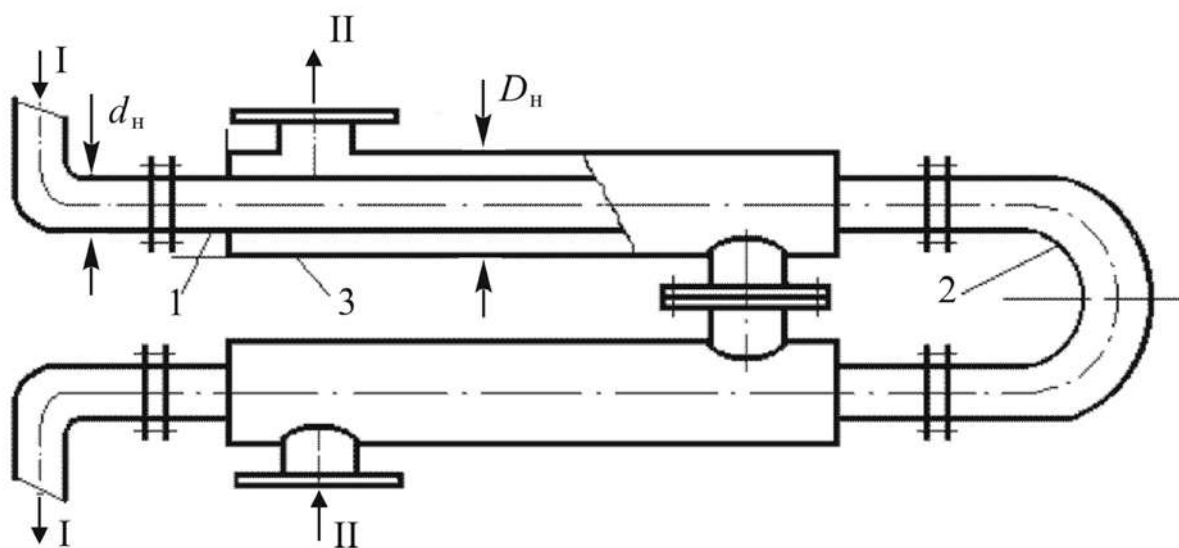


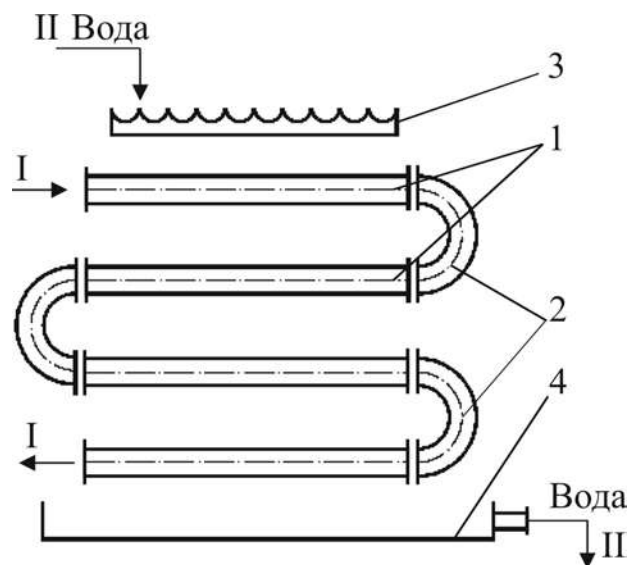
Рис. 10.5. Теплообменник типа «труба в трубе»: 1 – теплообменная труба; 2 – калач; 3 – кожуховая труба; I, II – входы и выходы теплоносителей

### **Оросительные теплообменники.**

Оросительные теплообменники представляют собой конструкцию, изображенную на рис. 10.6. Трубы 1, по которым протекает теплоноситель, располагаются горизонтально параллельными рядами: одна под другой. Каждый ряд труб посредством калачей 2 соединяется со следующим рядом труб. Над рядами труб располагается желоб 3 с зубчатыми краями, в который подается вода. Вода из желоба стекает вниз и орошает последовательно ряды труб. Орошение из желоба стараются проводить равномерно по длине труб. Под рядами труб для сбора отработанной воды располагается поддон 4.

Оросительные теплообменники в основном применяются в качестве холодильников и конденсаторов. По сравнению с кожухотрубчатыми в оросительных теплообменниках расход охлаждающей воды меньше. Меньший расход объясняется отводом тепла от труб за счет испарения воды. Такая простая конструкция теплообменника обеспечивает доступность наружной поверхности труб для очистки.

Рис. 10.6. Оросительный теплообменник: 1 – секция прямых труб; 2 – калачи; 3 – распределительный желоб; 4 – поддон



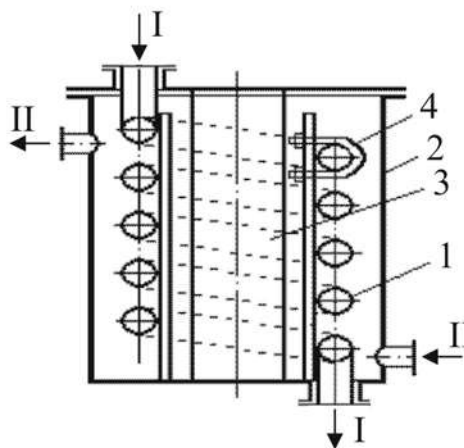
Оросительные теплообменники обладают следующими недостатками: громоздкость.

Неравномерность смачивания труб, как по их длине, так и по высоте; большая коррозия труб

окружающим воздухом; загрязнение окружающей среды каплями и парами охлаждающей воды; невосполнимая потеря воды за счет испарения; небольшие значения коэффициентов теплоотдачи.

**Змеевиковые теплообменники.** Теплообменники такого типа (рис. 10.7) обычно изготавливают из труб диаметром 15 – 89 мм, сгибая их в виде цилиндрической или плоской спирали 1. Змеевики устанавливают непосредственно внутри аппарата 2, погружением в теплоноситель. Один теплоноситель движется внутри трубы змеевика, а другой снаружи змеевика в аппарате. Внутри аппарата может располагаться один или несколько змеевиков. Для интенсификации теплоотдачи от наружной стенки змеевика за счет увеличения скорости движения теплоносителя в аппарате устанавливают внутренний стакан 3, уменьшающий проходное сечение для теплоносителя II, или перемешивающее устройство. Погружные змеевиковые теплообменники просты по конструкции. Коэффициенты теплопередачи в них относительно невелики.

Рис. 10.7 Змеевиковый теплообменник: 1 – спиральный змеевик; 2 – корпус аппарата; 3 – внутренний стакан; 4 – конструкция для крепления змеевика



Змеевиковые теплообменники имеют доступную для ремонта и очистки наружную поверхность, могут использоваться при высоком давлении и химически агрессивных теплоносителях. Стоимость теплообменников такой конструкции невысока. Они применяются при требуемых поверхностях теплообмена не более 10 – 15 м<sup>2</sup>.

**Оребренные теплообменники.** Оребренные теплообменники (рис. 10.8) представляют собой конструкцию, состоящую из труб 1, на которых располагаются в продольном либо в поперечном направлении ребра 2. Ребристая поверхность гораздо больше поверхности труб. Это позволяет использовать оребренные теплообменники в тех случаях, когда коэффициенты теплоотдачи теплоносителей сильно различаются. Оребрение располагают со стороны теплоносителя, имеющего наименьший коэффициент теплоотдачи (газы, вязкие жидкости). Оребрением увеличивают тепловую нагрузку аппарата за счет увеличения поверхности теплоотдачи, а также коэффициента теплоотдачи путем турбулизации потока теплоносителя, в последнем случае ребра либо надрезаются и отгибаются в стороны, либо выполняются в виде спирали. Ребра должны иметь высокие коэффициенты теплопроводности и хороший контакт с трубами (литье, сварка, пайка), то есть обладать малым термическим сопротивлением.

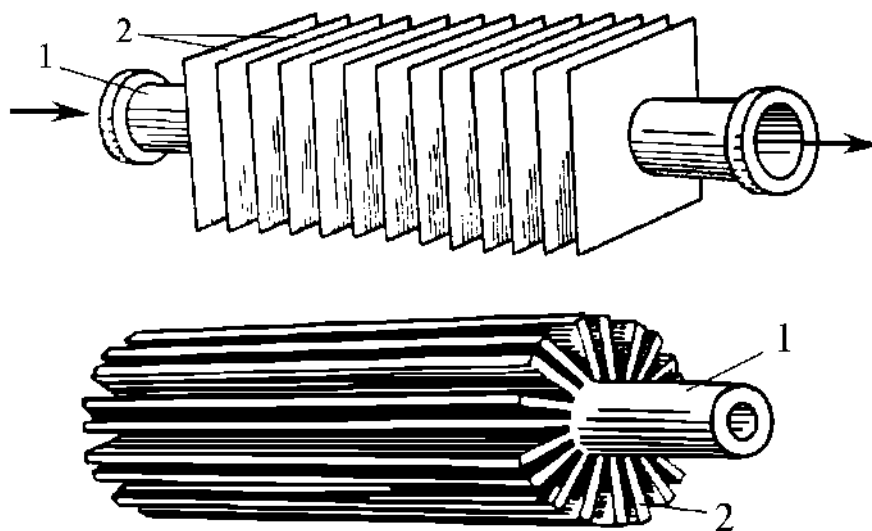


Рис. 10.8 Элементы оребренных теплообменников: 1 – труба; 2 – ребра

**Пластинчатые теплообменники.** В пластинчатом теплообменнике (рис. 10.9) поверхность теплообмена образуется гофрированными штампованными пластинами. Пластины

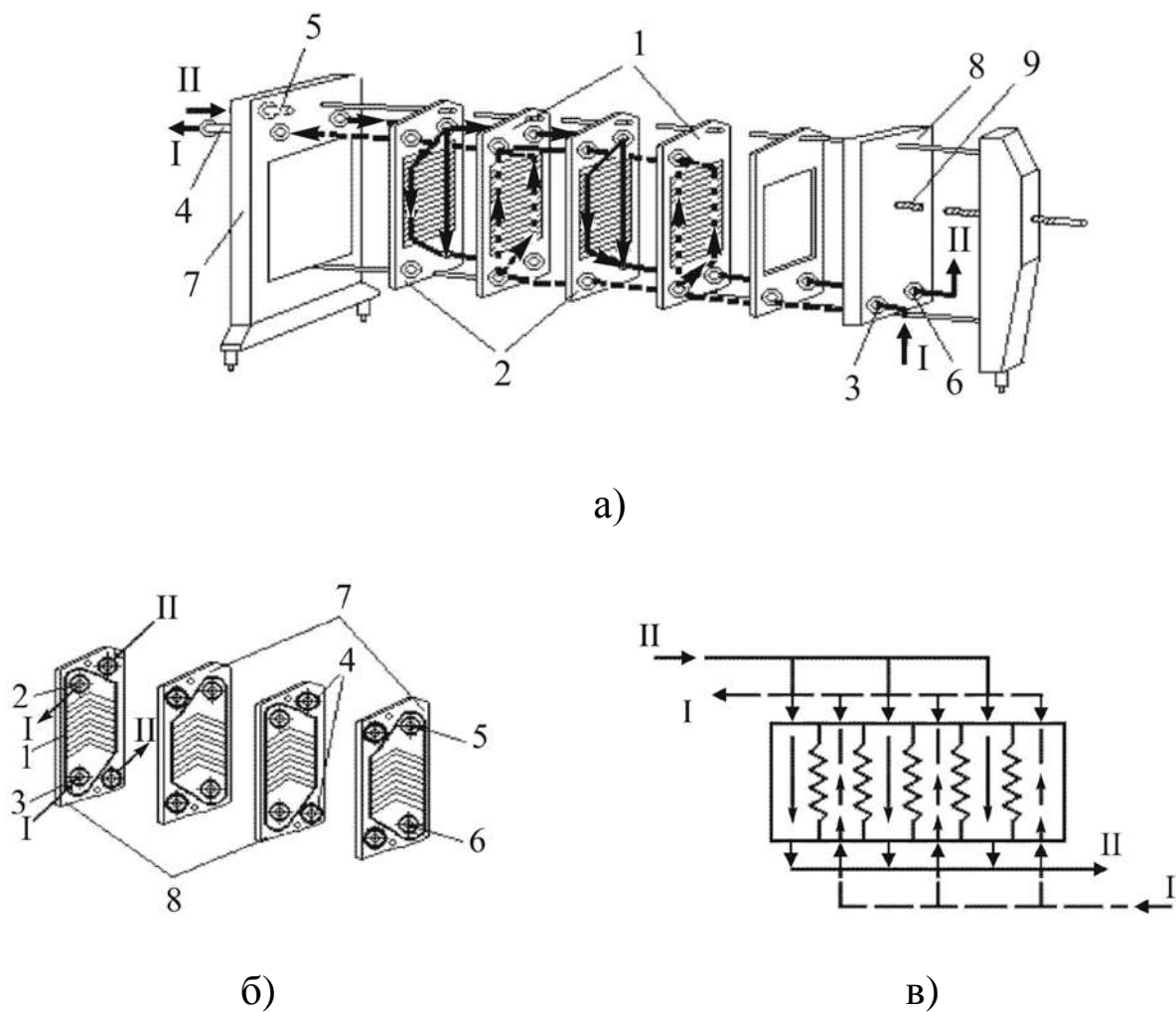


Рис. 10.9 Пластинчатый теплообменник: а) – монтажная схема однопоточного аппарата: 1 – четные пластины; 2 – нечетные пластины; 3, 4 – штуцеры для входа и выхода теплоносителя I; 5, 6 – штуцеры для входа и выхода теплоносителя II; 7 – неподвижная головная плита; 8 – подвижная головная плита; 9 – стяжное винтовое устройство; б) – устройство пластин: 1, 4 – прокладки; 2, 3 – отверстия для теплоносителя I; 5, 6 – отверстия для теплоносителя II; 7 – четные пластины; 8 – нечетные пластины; в) – схема движения теплоносителей в однопоточном (одноходовом) теплообменнике

соединяются между собой с использованием специальных прокладок из термостойких материалов. Пластинчатые теплообменники могут быть разборной, полуразборной и неразборной сварной конструкции. В результате образуется система узких каналов шириной 3–6 мм, по которым движутся теплоносители, не смешиваясь друг с другом. Каждая пластина отделяет один теплоноситель от другого, являясь поверхностью теплопередачи. Из-за малого сечения каналов в пластинчатых теплообменниках обеспечиваются высокие коэффициенты теплоотдачи (см. (9.93), (9.113), (9.132)) при относительно невысоких гидравлических сопротивлениях. Другим достоинством таких теплообменников является простота их очистки при разборной конструкции. Однако эти теплообменники не могут работать при высоких давлениях теплоносителей. Кроме того, возникают сложности с подбором материалов для прокладок между пластинами, которые должны быть эластичны и химически стойки к воздействию теплоносителей.

**Спиральные теплообменники.** В спиральных теплообменниках (рис. 10.10) поверхность теплообмена образована двумя металлическими листами 1 и 2, свернутыми по спирали. С торцов спирали на прокладках устанавливаются крышки. В центре спирали и по ее краям устанавливаются штуцеры для подвода и отвода теплоносителей. Теплоносители движутся по двум узким спиральным изолированным друг от друга каналам прямоугольного сечения шириной 2–8 мм, обычно противотоком.

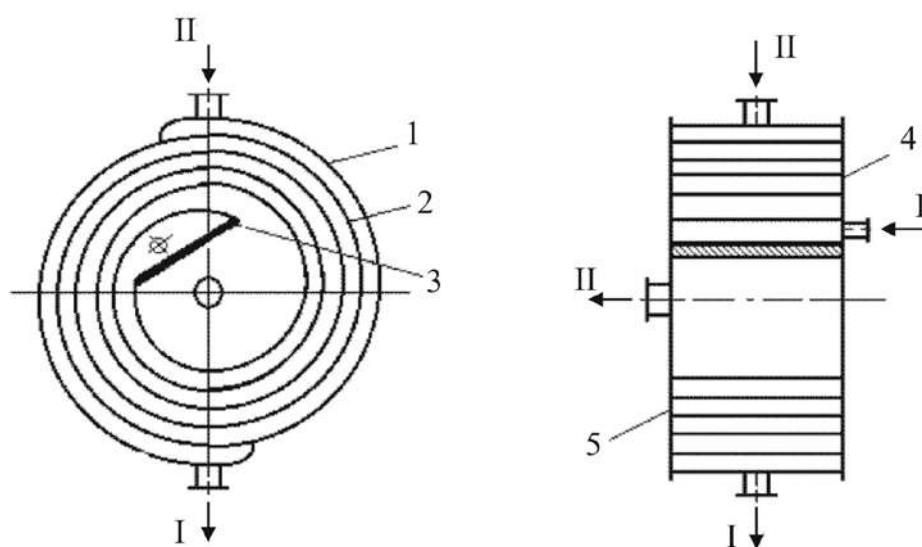


Рис. 10.10. Спиральный теплообменник: 1, 2 – листы, свернутые в спирали; 3 – перегородка; 4, 5 – крышки

Основными преимуществами спиральных теплообменных аппаратов являются их компактность и высокая интенсивность теплообмена. Спиральные теплообменные аппараты используют для нагрева и охлаждения жидкостей, газов и парогазовых смесей.

Спиральные теплообменники компактны, работают при высоких скоростях теплоносителей и обладают относительно малым гидравлическим сопротивлением. Однако теплообменники такого типа имеют и недостатки. Они могут использоваться при невысоком давлении теплоносителей (до 1,0 МПа) и сложны в изготовлении.

**Теплообменные аппараты с рубашками.** Для подвода и отвода тепла в аппаратах могут использоваться теплообменные рубашки (рис. 10.11). В теплообменниках с рубашками в качестве поверхности теплообмена используют поверхность самого аппарата. Рубашки с помощью прокладок и болтов или сваркой крепятся к корпусу аппарата. Один теплоноситель движется внутри аппарата, а другой – по пространству между рубашкой и стенкой аппарата. Поверхность теплообмена при такой конструкции ограничена площадью поверхности аппарата и обычно не превышает 10 м<sup>2</sup>. Теплообменные

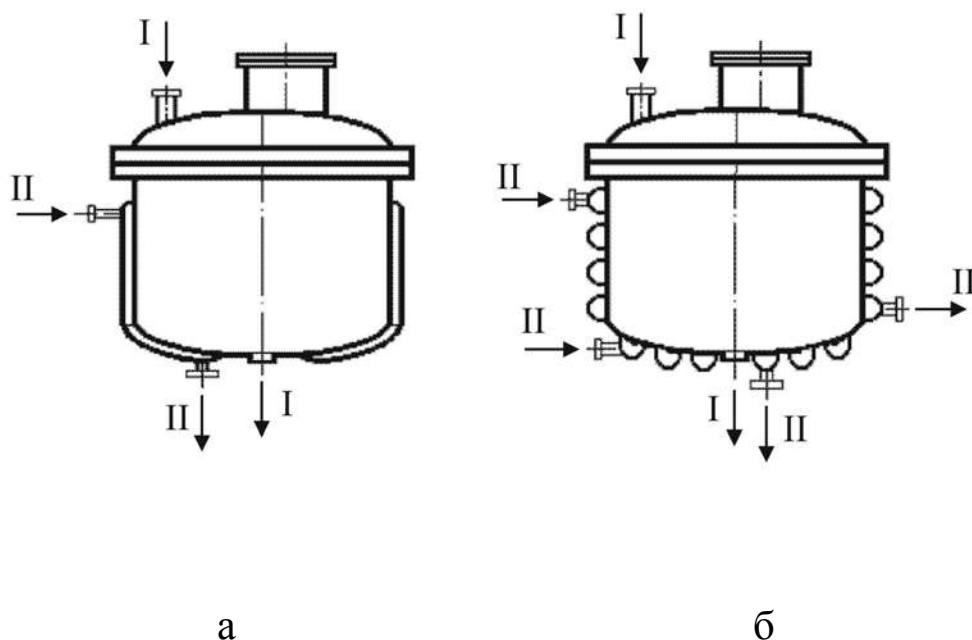


Рис. 10.11. Теплообменные аппараты с рубашками:  
а – с гладкостенной приварной рубашкой; б – с теплообменной рубашкой из полутруб

рубашки используются при давлении теплоносителя не более 0,6 – 1,0 МПа. Теплообменные рубашки могут выполняться не только из листового металла, но и из приваренных к стенкам аппарата полутруб, труб и угловой стали. Недостатком данных теплообменников является малое значение коэффициента теплоотдачи от стенок к теплоносителю, находящемуся в аппарате, вследствие малой скорости его движения.

Для интенсификации теплообмена в аппарате могут быть установлены перемешивающие устройства. Достоинствами теплообменников с рубашками являются простота конструкции и удобство очистки внутренней поверхности аппарата.

**Смесительные теплообменники.** Теплообмен при непосредственном контакте теплоносителей друг с другом обладает наибольшей интенсивностью и эффективностью. Однако смешение теплоносителей не всегда технологически возможно. Смешение возможно в тех случаях, когда теплоносителями является одно и то же вещество, либо когда смесь теплоносителей легко разделяется на исходные теплоносители, либо когда изменение состава теплоносителя в результате смешения с другим теплоносителем технологически оправдано или теплоносители в теплообменниках смешения могут находиться в различных фазовых состояниях. Причем фазовое состояние теплоносителей может изменяться в процессе теплообмена. Смешение потоков теплоносителей может быть прямоточным или противоточным. Фазовое состояние теплоносителей определяет конструкцию аппарата, позволяющую оптимальным образом проводить процесс теплообмена.

Конструкция смесительного теплообменного аппарата должна обеспечить высокий коэффициент теплопередачи и высокую поверхность соприкосновения теплоносителей. Для этого в аппаратах устанавливаются устройства, турбулизирующие течение и разделяющие потоки жидких теплоносителей на капли, струи, пленки, а газообразных теплоносителей – на мелкие пузырьки.

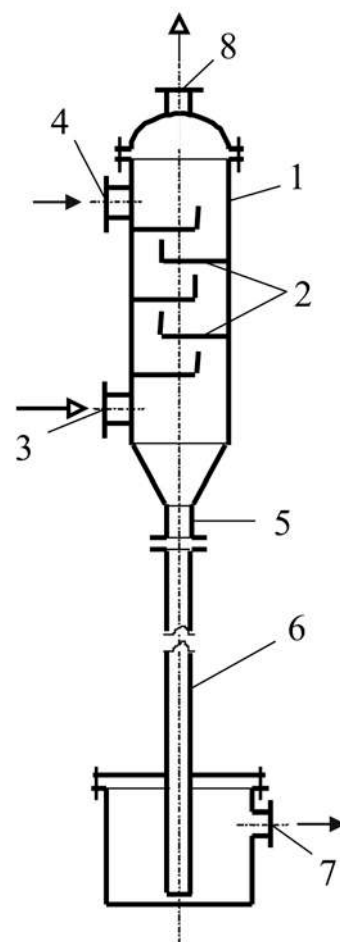
Для смешения газовых потоков теплоносителей используется емкостное оборудование, снабженное инжекторами. Смешение жидкостей также проводится в емкостном оборудовании с помощью инжекторов или различных конструкций перемешивающих устройств (механические мешалки, насосы). Смешение газовых (паровых) и жидкостных потоков может быть осуществлено в аппаратах

множества конструкций: в емкостях с помощью барботеров или в колоннах, снабженных для увеличения контакта между фазами полками, насадкой, тарелками, различными разбрызгивающими устройствами. При смешении газовых или жидкостных потоков с целью теплообмена с твердой гранулированной фазой обычно используются аппараты со взвешенным (псевдоожигенным) слоем твердой фазы.

Из-за большого разнообразия конструкций, рассмотрим лишь некоторые из них. Наиболее часто теплообменники смешения используются для конденсации паров. При этом конденсаторы смешения подразделяются на сухие и мокрые. В сухих конденсаторах смешения конденсат отводится вместе с охлаждающей жидкостью, обычно, самотеком, а неконденсирующиеся газы отсасываются отдельно вакуум-насосом. В мокрых конденсаторах смешения газы, конденсат и охлаждающая жидкость откачиваются из аппарата насосом совместно.

Конденсатор смешения рассмотрим на примере сухого полочного аппарата (рис. 10.12). Конструкции полок весьма разнообразны: они могут быть сегментными, кольцевыми, коническими и т.д.

Рис. 10.12. Сухой противоточный полочный барометрический конденсатор: 1 – корпус; 2 – распределительные полки; 3 – штуцер для подвода пара; 4 – штуцер для подвода охлаждающей жидкости; 5 – штуцер для отвода охлаждающей жидкости и конденсата; 6 – барометрическая труба; 7 – колодец; 8 – штуцер для отвода неконденсируемых газов



Сверху подается в аппарат охлаждающая жидкость, а снизу пар. Охлаждающая жидкость, стекая сверху по перфорированным полкам, разделяется на множество струй, контактирующих с паровым потоком. В результате пары конденсируются, смешиваясь с потоком охлаждающей жидкости, и стекают по барометрической трубе высотой около 10 м в



приемный колодец. При этом за счет гидростатического давления столба жидкости в барометрической трубе создается разность давлений на поверхности колодца (обычно атмосферное) и в корпусе конденсатора, приводящая к вакуумированию последнего. Барометрическая труба, помещенная в слой жидкости в колодце, образует гидрозатвор, препятствующий подосу в аппарат атмосферного воздуха. Некоторое количество неконденсирующихся газов, попадающее в аппарат с жидкостью и паром, отводится из верхней части конденсатора с помощью вакуум - насоса. Такие аппараты, как будет показано ниже, используются в многокорпусных выпарных установках для конденсации паров и создания вакуума.

Насадочные теплообменники смешения могут использоваться как для конденсации паров, так и для охлаждения газа жидкостью или жидкостью газом. В насадочных колоннах (рис. 10.13) жидкость подается через распределительное устройство сверху аппарата 1. Равномерно распределенная по сечению аппарата жидкость попадает на насадку 2 и, стекая в виде тонкой пленки вниз, контактирует с газовой фазой, поднимающейся вверх. Насадка служит для увеличения поверхности контакта между жидкой и газообразной фазами. Насадка насыпается внавал или укладывается в определенном порядке на опорную колосниковую решетку 3. В качестве насадки используют кольца, седла, стальные спирали, сетки, куски кокса, кварца и т.д. Снизу аппарата противотоком к жидкой фазе подается газ. Насадочные аппараты могут применяться и в качестве поверхностных регенеративных теплообменников. В этом случае теплоносители проходят через слой насадки попеременно. Для непрерывного проведения процесса устанавливаются параллельно два аппарата. В одном из них нагревающий агент отдает тепло насадке, а в другом в это время охлаждающий агент его отбирает. Потоки теплоносителей попеременно переключают от одного аппарата к другому.

В емкостном оборудовании для эффективного смешения газового потока с жидким используются барботёры (рис. 10.14). Барботером 1 является устройство в виде трубы, изогнутой по окружности, спирали или иным образом, и уложенное на дне аппарата. В стенах труб имеется множество мелких отверстий для разбиения потока газа на струи или пузыри.

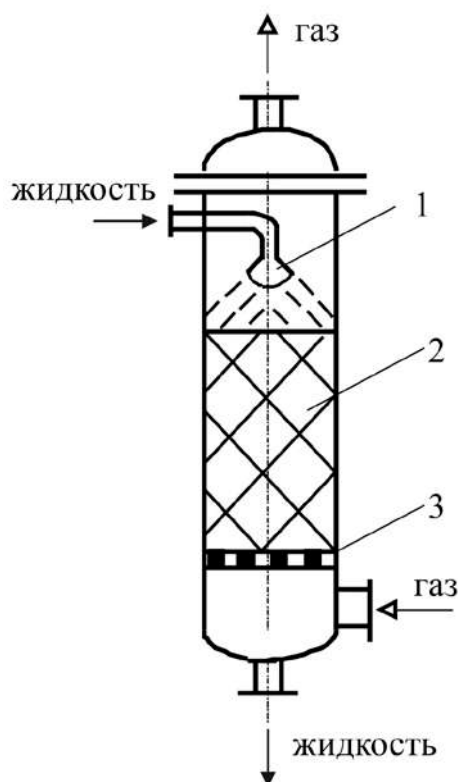


Рис. 10.13. Насадочная колонна:  
1 – распределительное устройство, 2 – насадка, 3 – опорная решетка

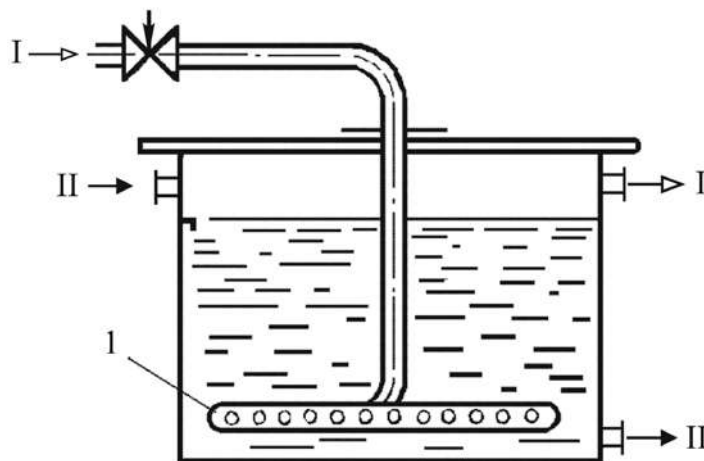


Рис. 10.14. Смесительный аппарат с барботером :  
1 – барботер, I – газ; II – жидкость

**Выбор типа теплообменного аппарата.** Для проведения процесса теплообмена необходимо подобрать такую конструкцию теплообменного аппарата, которая обеспечила бы выполнение поставленной задачи с минимальными затратами. Выбор конструкции теплообменного аппарата зависит от температур и давлений, при которых будет проходить процесс теплообмена, агрегатного состояния, физико-химических свойств, химической агрессивности и расходов теплоносителей, тепловой нагрузки аппарата и необходимости очистки теплообменной поверхности от возможных загрязнений.

В качестве критерия оптимальности выбора конструкции и конструктивных параметров аппарата обычно используются экономические затраты. Кроме того, оптимальная конструкция аппарата может подбираться при наложении ограничений на несколько параметров по принципу: параметры не должны выходить за заданные пределы (габаритный размер, масса и т.д.)

### 10.3. Расчет теплообменных аппаратов

Под расчетом понимают определение основных размеров аппарата (например, диаметра, высоты, поверхности теплообмена и т.д.) и характеристик процесса (гидродинамических, конструктивных и технико-экономических). Различают в этих рамках – *проектный* и *поверочный* расчеты. Проектный расчет проводится с целью определения основных размеров аппарата при заданных технологических параметрах процесса (производительности, температуре, давлении и т.д.). Поверочный расчет является проверкой работоспособности конкретного аппарата, т.е. обеспечение им заданных параметров процесса. Обычно тепловой расчет представляет собой совокупность проектного и поверочного расчетов.

Расчет теплообменных аппаратов производится в следующей последовательности:

- выбор конструкции теплообменного аппарата;
- тепловой расчет аппарата;
- гидравлический расчет аппарата;
- конструктивный расчет аппарата;
- технико-экономический расчет;
- анализ полученных результатов и выбор оптимального варианта.

Проектировщик на основе технического задания на проектирование, которое включает расход, начальную и конечную температуры, давление теплоносителей, возможные ограничения на гидравлическое сопротивление, конструктивные параметры аппарата и технико-экономические показатели, проводит анализ существующих конструкций теплообменной аппаратуры и выбирает наиболее приемлемую из них.

Рассмотрим схему расчета наиболее распространенного кожухотрубчатого теплообменного аппарата. Расчет производится методом последовательных приближений. В качестве исходных данных могут быть заданы: расход одного теплоносителя ( $G_1$ ), начальные и конечные температуры теплоносителей ( $T_{1,к}$ ,  $T_{2,к}$ ,  $T_{1,н}$ ,  $T_{2,н}$ ), где нижние индексы 1, 2 – условно присвоенные номера теплоносителей, н – начальное, к – конечное состояние теплоносителей. Требуется определить параметры процесса и

теплообменного аппарата, обеспечивающие выполнение исходных данных. Выделим основные этапы расчета. Сначала производится *проектный ориентировочный* расчет, результаты которого являются начальным приближением к намеченной цели.

1. ***Распределение теплоносителей по трубному и межтрубному пространству.*** При выборе пространства для движения теплоносителей исходят из следующих соображений: а) в трубы направляют жидкость или газ с меньшим расходом (подбирая число труб и ходов, появляется возможность увеличить скорость движения теплоносителя), с большей вязкостью, теплоноситель не меняющий своего агрегатного состояния. Все эти мероприятия преследуют цель – обеспечение примерного равенства коэффициентов теплоотдачи со стороны трубного и межтрубного пространств; б) в трубы, вследствие относительной легкости очистки поверхности, направляется более загрязненный теплоноситель; в) в трубы направляется более горячий теплоноситель, что позволит уменьшить потери тепла в окружающую среду. Допустим, что по исходным данным  $T_1 > T_2$  и 1 – теплоноситель, направляемый в трубное, а 2 – в межтрубное пространство теплообменного аппарата.

2. ***Выбор взаимного направления движения теплоносителей*** (учитывается преимущество противотока по сравнению с прямотоком) и предварительное распределение штуцеров для входа и выхода теплоносителей, учитывающее целесообразность совпадения направлений вынужденной и естественной конвекции при движении теплоносителей. Противоточное движение теплоносителей друг относительно друга обеспечивает большую среднюю движущую силу по сравнению с прямоточным движением. Преимущества противоточного движения теплоносителей относятся к процессам теплообмена без изменения агрегатного состояния теплоносителей. Если температура хотя бы одного из теплоносителей остается постоянной вдоль поверхности теплообменника (процессы конденсации насыщенных паров или кипения), то направление движения теплоносителей не оказывает влияния на среднюю разность температур.

3. ***Выбор начального (нулевого) приближения критерия Рейнольдса***, например  $Re_{тр}^{(0)} = 10000$ , соответствующего турбулентному режиму течения в трубах, где верхний индекс соответствует номеру

приближения, а нижний «тр» или «мтр» – для течения теплоносителя по трубному или межтрубному пространству соответственно. Такое значение критерия Рейнольдса обеспечит сочетание интенсивной теплоотдачи и умеренных затрат на преодоление гидравлического сопротивления при перемещении теплоносителя. В общем случае значение критерия  $Re_{тр}$  может служить одним из параметров оптимизации.

4. **Определение тепловой нагрузки аппарата** из уравнения теплового баланса (2.42):

$$G_1 I'_{1,н} + G_2 I'_{2,н} = G_1 I'_{1,к} + G_2 I'_{2,к} \quad (10.1)$$

$$\text{или} \quad \dot{Q}^r = G_1 (I'_{1,н} - I'_{1,к}) = G_2 (I'_{2,к} - I'_{2,н}), \quad (10.2)$$

где  $\dot{Q}^r$  – тепловая нагрузка аппарата, Вт;  $G$  – массовый расход теплоносителя, кг/с;  $I'$  – удельная энтальпия теплоносителя, Дж/кг.

Если теплообмен протекает без изменения агрегатного состояния теплоносителя, то изменения энтальпий определяются по формулам

$$I'_{1,н} - I'_{1,к} = c_{p,1} (T_{1,н} - T_{1,к}), \quad (10.3)$$

$$I'_{2,к} - I'_{2,н} = c_{p,2} (T_{2,к} - T_{2,н}), \quad (10.4)$$

где  $c_{p,1}$ ,  $c_{p,2}$  – средние удельные теплоемкости теплоносителя в заданном интервале изменения температур.

В случае изменения агрегатного состояния теплоносителя (конденсация пара, испарение жидкости, химические реакции) при вычислении теплового баланса необходимо учитывать количество тепла, образующегося в результате физического или химического превращения. Например, при конденсации насыщенного пара энтальпия единичной массы изменяется на величину удельной теплоты конденсации  $r$ :

$$I'_{нас.п} - I'_{нас.ж} = r. \quad (10.5)$$

При охлаждении перегретого пара, его конденсации и охлаждении конденсата изменение энтальпии (10.3) можно переписать в виде

$$I'_н - I'_к = c_{p,пара} (T_н - T_{нас}) + r + c_{p,конд} (T_{нас} - T_к). \quad (10.6)$$

Из уравнения теплового баланса (10.2) определяется расход второго теплоносителя, если он не задан. Если расходы теплоносителей заданы, то определяется неизвестная конечная температура второго теплоносителя.

Когда в уравнении теплового баланса (10.2) неизвестны две величины: расход и конечная температура второго теплоносителя,

задача становится неразрешимой без задания одной из этих величин. Задание расхода или конечной температуры проводится исходя из технологических особенностей проекта. При этом необходимо учитывать, что расход теплоносителя должен быть больше минимального, при котором движущая сила теплопередачи обращается в ноль. Как правило, разность температур между теплоносителями на входе и выходе из теплообменника должна быть больше 5–10 К. Подбор одной из указанных выше величин ставит перед проектировщиком оптимизационную задачу, в которой данная величина будет являться параметром оптимизации. Кроме того, оптимизироваться может и вид теплоносителя.

**5. Определение средних температур и средней разности температур теплоносителей.** Средние температуры теплоносителей определяются в следующей последовательности. Сначала находится средняя температура теплоносителя, у которого она изменяется на меньшее число градусов. Средняя температура этого теплоносителя принимается равной среднему арифметическому между начальной и конечной его температурами:

$$\bar{T}_i = (T_{i,n} + T_{i,k}) / 2, \quad (10.7)$$

где  $i$  – номер теплоносителя с меньшим изменением температуры.

Средняя температура другого теплоносителя определяется по формуле

$$\bar{T}_j = \bar{T}_i \pm \Delta T_{cp},$$

где  $j$  – номер теплоносителя с большим изменением температуры;  $\Delta T_{cp}$  – средняя разность температур теплоносителей, которая находится в зависимости от схемы движения теплоносителей друг относительно друга.

При противоточном и прямоточном течении теплоносителей средняя разность температур рассчитывается обычно как среднелогарифмическая величина между разностями температур теплоносителей на концах теплообменного аппарата (рис. 10.15, 10.16), полагая возможность применения модели идеального вытеснения (4.31)

$$\begin{aligned} \Delta T' &= T_{1,n} - T_{2,n}, \\ \Delta T'' &= T_{1,k} - T_{2,k}, \end{aligned} \quad (10.9)$$

$$\begin{aligned} \Delta T' &= T_{1,n} - T_{2,k}, \\ \Delta T'' &= T_{1,k} - T_{2,n}, \end{aligned} \quad (10.10)$$

$$\Delta T_{\text{cp}} = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln\left(\frac{\Delta T'}{\Delta T''}\right)}. \quad (10.11)$$

При перекрестном и смешанном токе теплоносителей  $\Delta T_{\text{ср}}$  находится с учетом поправки  $\varepsilon_{\Delta T}$ , зависящей от направления взаимного движения теплоносителей и соотношения температур. Значение поправочного множителя  $\varepsilon_{\Delta T}$  можно определить по графикам, приведенным в справочной литературе:

$$\Delta T_{\text{cp}} = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln\left(\frac{\Delta T'}{\Delta T''}\right)} \varepsilon_{\Delta T}. \quad (10.12)$$

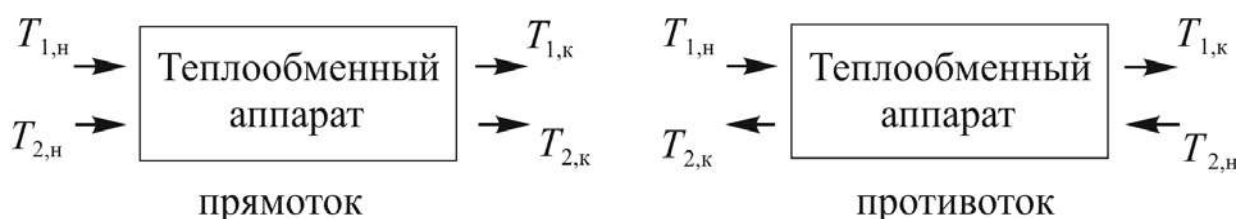


Рис. 10.15. Схемы взаимного движения теплоносителей

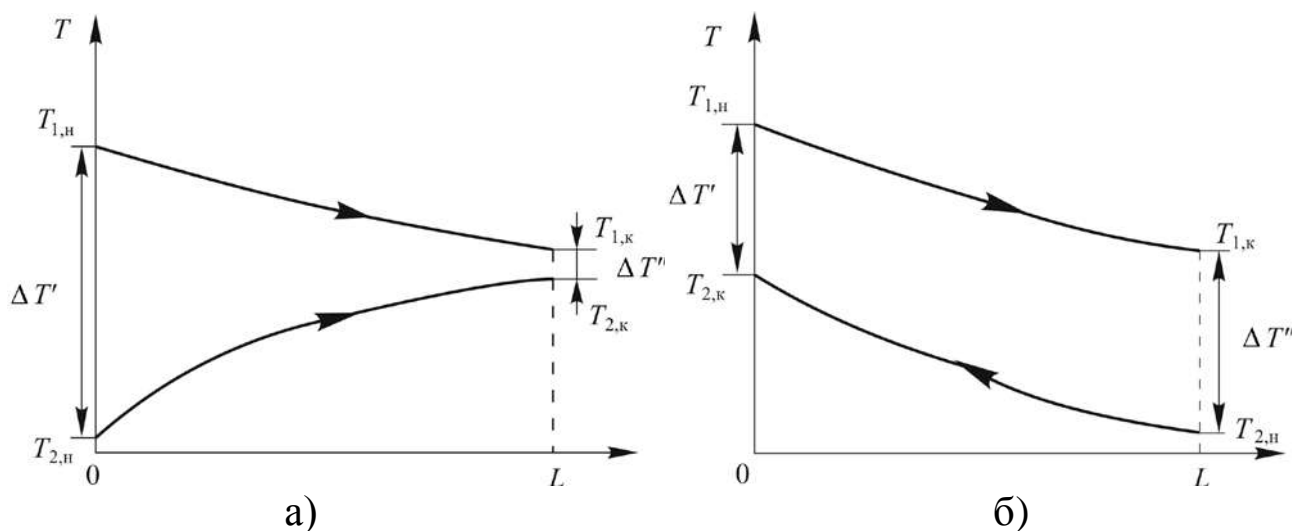


Рис. 10.16 Распределение температуры по длине аппарата при прямоточном а) и противоточном б) взаимном движении теплоносителей:  $L$  – длина труб в теплообменнике,  $\Delta T'$  и  $\Delta T''$  – разности температур теплоносителей на концах аппарата

6. *Нахождение коэффициента теплопередачи и требуемой поверхности.* В зависимости от выбранной конструкции

теплообменного аппарата и свойств теплоносителей по справочным таблицам проектировщик выбирает ориентировочное значение коэффициента теплопередачи  $K_t^{(0)}$ . Таблица ориентировочных значений коэффициентов теплопередачи приведена в справочной литературе. Затем из основного уравнения теплопередачи определяется требуемая ориентировочная поверхность теплопередачи:

$$F_p^{(0)} = \frac{\dot{Q}^e}{K_t^{(0)} \Delta T_{cp}}. \quad (10.13)$$

На основе ориентировочного расчета поверхности теплопередачи  $F_p^{(0)}$  проводится выбор стандартного аппарата или при проектировании нестандартного оборудования задание конструктивных параметров аппарата (диаметр труб, длина труб, их число и т.д.).

При выборе стандартного кожухотрубчатого теплообменного аппарата в качестве дополнительного параметра необходимо знать ориентировочное число труб на один ход теплоносителя, протекающего по трубному пространству, которое определяется исходя из выбранного значения критерия  $Re_{tr}^{(0)}$ .

Ориентировочное число труб на один ход теплоносителя, протекающего по трубному пространству, определяется по формуле

$$n_{op} = \frac{G_{tr}}{0,785 Re_{tr}^{(0)} d_b \mu_{tr}}, \quad (10.14)$$

где  $G$  – массовый расход теплоносителя, кг/с;  $Re_{tr} = \bar{W} d_b \rho_{tr} / \mu_{tr}$  – критерий Рейнольдса;  $\bar{W}$  – средняя скорость течения теплоносителя в трубах, м/с;  $d_b$  – внутренний диаметр трубы, м;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости, Па·с. В обозначении труб указывается наружный диаметр труб  $d_n$  (мм) и толщина ее стенок  $\delta_{ст}$  (мм). Например,  $25 \times 2$ , тогда  $d_b = d_n - 2\delta_{ст}$ .

Таким образом, на основе  $F_p^{(0)}$  и  $n_{op}$  выбирается стандартный теплообменник с числом труб  $n_c$  и поверхностью  $F_c$ . При необходимости можно выбрать несколько аппаратов, соединенных последовательно или (и) параллельно.

**7. Поверочный расчет.** Он сводится к нахождению требуемой расчетной поверхности теплопередачи  $F_p^{(1)}$  в выбранном стандартном теплообменном аппарате и сопоставлению её с  $F_c$ . Для определения



значения поверхности теплопередачи  $F_p^{(1)}$  необходимо рассчитать значение коэффициента теплопередачи в первом приближении  $K_t^{(1)}$  в выбранном теплообменнике. Значение коэффициента теплопередачи  $K_t^{(1)}$  находится обычно с помощью правила аддитивности термических сопротивлений на пути теплового потока через плоскую стенку:

$$K_t^{(1)} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1^{(1)}} + \frac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}} + r_{3,1} + r_{3,2} + \frac{1}{\alpha_2^{(1)}}}, \quad (10.15)$$

где  $\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}$  – соответственно коэффициенты теплоотдачи со стороны 1 и 2 теплоносителей в первом приближении, Вт/(м<sup>2</sup>К);  $\delta_{ст}$  – толщина стенки между теплоносителями, м;  $\lambda_{ст}$  – коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(м К);  $r_{3,1}, r_{3,2}$  – соответственно термические сопротивления слоев загрязнений с обеих сторон стенки, (м<sup>2</sup>К)/Вт. Данное выражение (10.15) применимо и для передачи тепла через цилиндрическую стенку при  $d_n / d_b < 2$ .

Значения коэффициентов теплоотдачи в первом приближении в каждом конкретном теплообменном аппарате рассчитываются по уравнениям, приведенным в главе 9 или в справочной литературе без учета изменения теплофизических характеристик в пограничном слое. Предварительно, если это необходимо, уточняются скорости движения теплоносителей в выбранном аппарате по числу труб  $n_c$ .

С использованием коэффициента теплопередачи  $K_t^{(1)}$  по основному уравнению теплопередачи (10.13) определяется значение поверхности теплопередачи  $F_p^{(1)}$ . Сопоставление расчетного значения поверхности теплопередачи  $F_p^{(1)}$  с поверхностью выбранного теплообменного аппарата  $F_c$  определяет пригодность выбранного теплообменника для проведения процесса теплопередачи при заданных технологических параметрах. Расчетная поверхность теплопередачи  $F_p$  должна быть меньше поверхности теплопередачи в выбранном теплообменнике  $F_c$ , но это отклонение не должно быть больше  $\Delta$  %.

Таким образом, должны выполняться условия

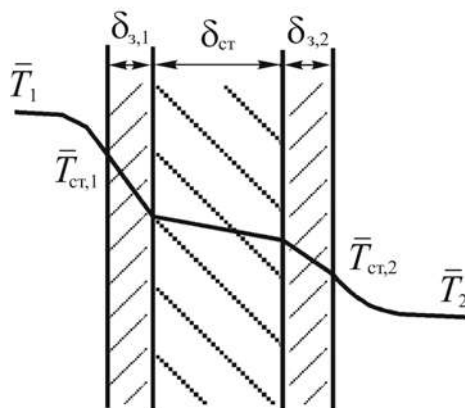
$$0 < \frac{F_c - F_p}{F_c} 100\% \leq \Delta, \quad (11.16)$$

где  $\Delta$  – максимально допустимый запас, %.

При невыполнении условий (10.16) следует выбрать новый вариант теплообменного аппарата и вновь произвести расчет до выполнения условий (10.16).

**8. Уточненный поверочный расчет.** При определении коэффициентов теплоотдачи во втором приближении необходимо учитывать изменение теплофизических характеристик теплоносителей в тепловом пограничном слое, образующемся у поверхности теплоотдачи. Для учета изменения теплофизических характеристик требуется определить температуру стенок поверхности теплопередачи, т.е. стенок труб. Система уравнений, для определения температуры стенок труб строится на следующей модели. Многомерную пространственную задачу заменяют одномерной, картина которой представлена на рис. 10.17 для случая  $\bar{T}_1 > \bar{T}_2$ . При  $\bar{T}_1 < \bar{T}_2$  картина легко строится аналогично приведенной.

Рис. 10.17. Распределение температуры:  $\delta_{\text{ст}}$  – толщина стенки трубы;  $\delta_{3,1}$ ,  $\delta_{3,2}$  – толщина загрязнений с обеих сторон стенки;  $T_{\text{ст},1}$ ,  $T_{\text{ст},2}$  – температура стенки (с учетом загрязнений) со стороны 1-го и 2-го теплоносителей



Представленная картина описывается следующей системой уравнений:

$$q^r = \alpha_1^{(2)} (\bar{T}_1 - T_{\text{ст},1}), \quad (10.17)$$

$$q^r = \alpha_2^{(2)} (T_{\text{ст},2} - \bar{T}_2), \quad (10.18)$$

$$q^r = \frac{(T_{\text{ст},1} - T_{\text{ст},2})}{r_{\text{ст}}}, \quad (10.19)$$

$$\alpha_1^{(2)} = f_1(\text{Pr}_1, \text{Pr}_{\text{ст},1}, \text{Re}_1, \dots), \quad (10.20)$$

$$\alpha_2^{(2)} = f_2(\text{Pr}_2, \text{Pr}_{\text{ст},2}, \text{Re}_2, \dots), \quad (10.21)$$

где  $q^r$  – тепловой поток через поверхность теплопередачи;  $T_{\text{ст},1}$ ,  $T_{\text{ст},2}$  – температуры стенок труб со стороны теплоносителей 1 и 2;  $\bar{T}_1$ ,  $\bar{T}_2$  – средние температуры теплоносителей 1 и 2;  $r_{\text{ст}} = \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} + r_{3,1} + r_{3,2}$  – термическое сопротивление стенки труб с учетом загрязнений;  $\text{Pr}_{\text{ст},1}$ ,

$Pr_{ст,2}$  – критерии Прандтля для теплоносителей 1 и 2, рассчитанные при температуре соответствующей стенки. Система уравнений (10.17) – (10.21) является замкнутой и содержит неизвестные величины:  $T_{ст,1}$ ,  $T_{ст,2}$ ,  $q^{\Gamma}$ ,  $\alpha_1^{(1)}$ ,  $\alpha_2^{(1)}$ . Аналитическое решение системы (10.17) – (10.21) редко представляется возможным. Поэтому решение проводят численно или методом последовательных приближений.

Решение системы уравнений (10.17) – (10.21) методом последовательных приближений проводят в следующей последовательности:

а) из уравнения (10.17) находится первое приближение температуры стенки со стороны теплоносителя 1 с использованием  $F_p^{(1)}$  и  $\alpha_2^{(1)}$ , найденных в пункте 7,

$$T'_{ст,1} = \bar{T}_1 \pm \frac{\dot{Q}^{\Gamma}}{F_p^{(1)} \alpha_1^{(1)}}. \quad (10.22)$$

Выбор знака  $\pm$  в (10.22) и в последующих выражениях зависит от направления теплового потока, и результат при вычислениях должен соответствовать существующей физической картине, т.е. при  $\bar{T}_1 > \bar{T}_2$ :  $\bar{T}_1 > T_{ст,1} > T_{ст,2} > \bar{T}_2$ , а при  $\bar{T}_1 < \bar{T}_2$ :  $\bar{T}_1 < T_{ст,1} < T_{ст,2} < \bar{T}_2$ ;

б) рассчитываются теплофизические свойства теплоносителя 1 и значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_1'^{(2)} = f_1(Pr_1, Pr'_{ст,1}, Re_1, \dots)$  по уравнению (10.20);

в) по уравнению (10.17) определяется величина теплового потока  $q_1^{\Gamma'}$  со стороны теплоносителя 1;

г) рассчитывается температура стенок со стороны теплоносителя 2 из уравнения (10.19)

$$T'_{ст,2} = T'_{ст,1} \pm q_1^{\Gamma'} r_{ст};$$

д) рассчитываются теплофизические свойства теплоносителя 2 и значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_2'^{(2)} = f_2(Pr_2, Pr'_{ст,2}, Re_2)$  по уравнению (10.21);

е) по уравнению (10.18) определяется величина удельного теплового потока  $q_2^{\Gamma'}$  со стороны теплоносителя 2;

ж) проводится сравнение величин  $q_1^{\Gamma'}$  и  $q_2^{\Gamma'}$ , так как это один и тот же тепловой поток, то  $q_1^{\Gamma'}$  должен быть равен  $q_2^{\Gamma'}$ . Однако при

расчетах добиться полного равенства сложно. Разница между  $q_1^r$  и  $q_2^r$  обычно не должна превышать 5 % от их величин:

$$\frac{2|q_1^r - q_2^r|}{q_1^r + q_2^r} \leq 0,05. \quad (10.23)$$

При выполнении условия (10.23) расчет температур стенок считают законченным, в противном случае изменяют температуру стенки со стороны теплоносителя 1:

$$T_{\text{ст},1}'' = T_{\text{ст},1}' \pm \Delta T, \quad (10.24)$$

и повторяют расчеты, начиная с пункта б). Знак  $\pm$  в (10.24) и величина  $\Delta T$  должны приводить к уменьшению различия  $q_1^r$  и  $q_2^r$ . Итерации повторяют до тех пор, пока не выполнится условие (10.23). Для нахождения температуры стенки  $T_{\text{ст},1}$  можно воспользоваться и графоаналитическим методом. Суть этого метода заключается в том, что после минимум двух итераций строятся графические зависимости  $q_1^r = f(T_{\text{ст},1})$ ,  $q_2^r = f(T_{\text{ст},1})$  и находится точка их пересечения для предсказания значения температуры  $T_{\text{ст},1}$  в следующем приближении, что представлено на рис. 10.18

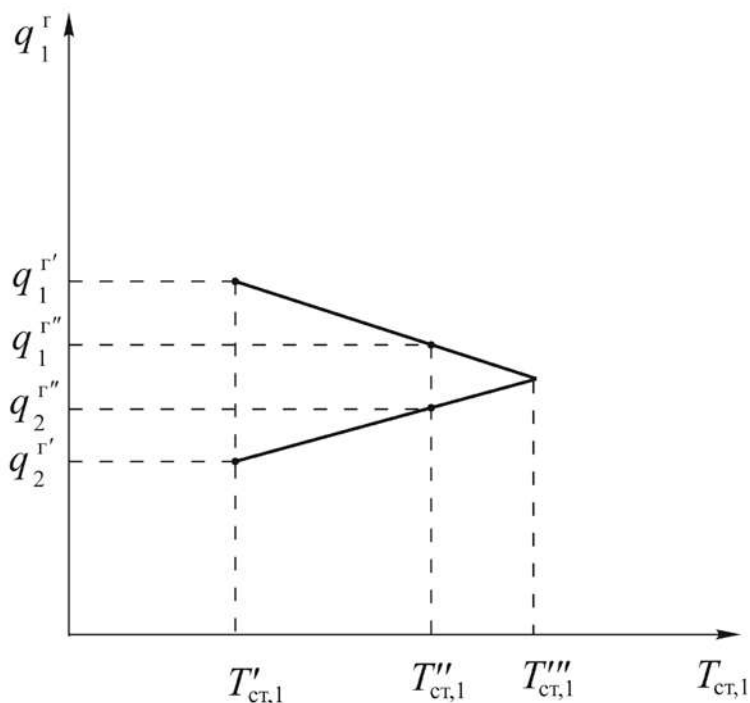


Рис. 10.18. Зависимость тепловых потоков  $q_1^r$  и  $q_2^r$  от  $T_{\text{ст},1}$

После завершения расчета температур стенок труб и уточнения значения коэффициентов теплоотдачи переходят к расчету уточненного значения коэффициента теплопередачи  $K_T^{(2)}$  по (10.15)

либо с заменой  $\alpha_i^{(1)}$  на  $\alpha_i^{(2)}$ , либо  $K_T^{(2)} = \frac{q^r}{\Delta T_{cp}}$ . Затем по (10.13) находится

$F_p^{(2)}$  и вновь проверяют выполнение условий (10.16).

Кроме того, знание температуры стенок труб позволяет сделать вывод о необходимости использования компенсирующих устройств при линейных расширениях конструкций теплообменного аппарата. Температура кожуха, вследствие имеющейся обычно тепловой изоляции аппарата, примерно равна средней температуре теплоносителя, находящегося в межтрубном пространстве. На основе сопоставления ее со средней температурой труб  $T_{тр,ср} = \frac{T_{ст,1} + T_{ст,2}}{2}$  и делается такое заключение.

9. **Гидравлический расчет** аппарата необходим для определения гидравлического сопротивления трубного и межтрубного пространств теплообменника. На основе гидравлического расчета проводится подбор гидравлических машин, используемых для перемещения теплоносителей. Гидравлическое сопротивление теплообменных аппаратов обусловлено сопротивлением трения и местными сопротивлениями, которые рассчитываются в соответствии с соотношениями, приведенными в главе 5.

10. **Конструктивный расчет** предполагает расчет на прочность и определение размеров узлов и деталей теплообменного аппарата. Определяющими факторами, влияющими на размеры узлов и деталей, являются: давление среды в аппарате, температура теплоносителей и их химическая агрессивность и токсичность.

11. **Экономический расчет** предполагает определение затрат на проведение процесса (более подробно см. раздел 9.5).

12. **Выбор оптимального аппарата.** В качестве критерия оптимальности используются экономические затраты (см. раздел 9.5). Параметрами оптимизации могут являться: скорости движения теплоносителей (число труб, число ходов, диаметр кожуха), конструкция аппарата, схема движения теплоносителей и т.д., а также тип теплообменника.

## **Контрольные вопросы**

1. Классификация источников и способов подвода тепла. Какими качествами должен обладать теплоноситель?
2. Какие вещества используются в качестве нагревающих и охлаждающих агентов? Их сравнительные характеристики.
3. По каким признакам и как можно классифицировать теплообменные аппараты?
4. Конструкции, достоинства и недостатки теплообменных аппаратов.
5. Какова последовательность расчета кожухотрубчатого теплообменного аппарата?

## **Вопросы для обсуждения**

1. Сколько ходовой кожухотрубчатый теплообменник можно использовать, когда нагревающий агент – конденсирующийся пар, а охлаждающий переходит из жидкого состояния в парообразное? Как распределить в такой ситуации теплоносители по трубному и межтрубному пространствам?
2. Какие изменения (технологические, конструктивные) необходимо провести для увеличения теплоотдачи в трубном и межтрубном пространствах кожухотрубчатого теплообменника?
3. Какие конструкции поверхностных теплообменников и аппаратов смешения можно использовать при изменении агрегатного состояния теплоносителей?
4. В чем преимущества и недостатки многоходовых кожухотрубчатых теплообменников по сравнению с одноходовыми?
5. Сколько ходов и по какому пространству имеют кожухотрубчатые теплообменники, изображенные на рис. 10.1 и 10.4?
6. В каких случаях и с какой целью применяют оребренные теплообменники? Со стороны какого теплоносителя ставится оребрение?

## Глава 11. ВЫПАРИВАНИЕ

### 11.1. Общие сведения, способы выпаривания

*Выпариванием* называется концентрирование растворов практически нелетучих или малолетучих веществ в жидких летучих растворителях путем удаления паров растворителя за счет кипения. Процесс выпаривания применяется для концентрирования растворов высококипящих веществ (растворы щелочей, солей, некоторых минеральных и органических кислот, многоатомных спиртов и др.). Например, при получении каустической соды раствор NaOH упаривается до концентрации 50 – 60 %, а в сахарном производстве сахарный раствор – до 65%. Процесс выпаривания может сопровождаться кристаллизацией растворенных веществ. Иногда целью выпаривания является получение растворителя в чистом виде, например, при опреснении морской воды. Раствор, поступающий на выпаривание, называется *исходным* раствором, а удаляемый концентрированный раствор – *упаренным*.

Тепло, необходимое для кипения раствора, может подводиться различными способами. Однако наибольшее распространение получил в качестве греющего агента водяной пар, который называют *греющим* или *первичным*. Пар растворителя, образующийся при выпаривании кипящего раствора, называют *вторичным*. Вторичный пар может использоваться в качестве греющего пара при многократном выпаривании либо для нужд, не связанных с выпариванием, в последнем случае он называется *экстра-паром*.

Выпарные установки кроме выпарных аппаратов включают и вспомогательное оборудование (конденсаторы, теплообменники, насосы и др.). Выпарной аппарат состоит из следующих основных частей: *греющей камеры*, в которой нагревают раствор до требуемой температуры; *испарительной (кипятильной)* камеры, где происходит испарение (кипение) растворителя; *сепаратора*, обеспечивающего отделение капелек жидкого раствора от образующихся паров; устройств, обеспечивающих циркуляцию и транспортировку раствора. Части аппарата могут совмещаться и выполнять несколько функций. Так нагревание и испарение часто проводят в одной части аппарата, называемой обычно греющей камерой. Исходный раствор поступает в аппарат как правило нагретым до температуры кипения. В противном

случае в греющей камере раствор нагревается до температуры кипения и подается в испарительную камеру, где кипит. Образующийся пар растворителя проходит через сепаратор, в котором отделяется от захваченных капель жидкости, и удаляется из аппарата (вторичный пар). Для подачи тепла в греющую камеру обычно используется греющий водяной пар. Разность температур между нагревающим агентом и кипящим раствором называется *полезной разностью температур*. Температура кипения раствора при выпаривании отличается от температуры вторичного пара на величину, называемую *температурными потерями*.

**Способы выпаривания** подразделяются в зависимости от различных признаков.

1. В зависимости от давления различают *выпаривание под избыточным давлением, под атмосферным давлением и под вакуумом*.

При проведении процесса под избыточным давлением можно использовать образующийся вторичный пар. При этом вторичный пар обладает высокой температурой и годен для использования в другом аппарате в качестве греющего пара, либо экстра-пара. Однако при выпаривании под высоким давлением повышается температура кипения упариваемого раствора, что применимо только для термически стойких веществ. Кроме того, повышаются затраты, связанные с внутренним высоким давлением в аппарате. Всех указанных недостатков, но также и достоинств лишен аппарат для проведения процесса под атмосферным давлением. Вторичный пар при этом обычно не используется и направляется в атмосферу. Конструктивно такие аппараты наиболее просты, но наименее экономичны.

Создание вакуума в аппарате приводит к понижению температуры проведения процесса. Это дает возможность концентрирования растворов веществ, склонных к термическому разложению, использования в качестве греющих агентов теплоносителей с низкими температурами. Кроме того, увеличивается полезная разность температур, что приводит к уменьшению требуемой поверхности теплообмена. Но при таком способе проведения процесса несколько увеличивается удельная теплота испарения растворителя, следовательно, возрастает расход необходимого тепла. Проведение процесса под вакуумом требует дополнительного оборудования для его создания и поддержания в аппарате.



2. В зависимости от использования вторичного пара различают: *простое выпаривание, многократное выпаривание и выпаривание с тепловым насосом*. При простом выпаривании в однокорпусных установках вторичный пар не используется для выпаривания и удаляется из аппарата. При многократном выпаривании в многокорпусных установках, которые наиболее распространены, вторичный пар из предыдущего аппарата используется в качестве греющего в последующем. При этом давление в последовательно соединенных аппаратах поддерживается таким, чтобы вторичный пар из предыдущего аппарата служил греющим в последующем, т.е. температура вторичного пара из предыдущего корпуса должна быть выше температуры кипения раствора в последующем корпусе. Таким образом, первичным паром обогревается только первый аппарат, а последующие – вторичным паром из предыдущего. С этой целью давление по ходу движения пара снижается от корпуса к корпусу, что уменьшает температуру кипения раствора. Такой подход приводит к значительным снижениям энергетических затрат. Снижение энергетических затрат может быть достигнуто в однокорпусных выпарных установках с применением теплового насоса. В таких установках вторичный пар с помощью теплового насоса (турбокомпрессора или пароструйного инжектора) сжимается до давления, которое соответствует температуре первичного пара и возвращается в аппарат в качестве греющего, смешиваясь с первичным паром.

## **11.2. Классификация выпарных аппаратов**

Классифицировать выпарные аппараты можно по различным признакам.

1. По способу организации процесса во времени выпарные аппараты могут быть *периодического и непрерывного* действия. Однако установки периодического действия не нашли широкого распространения из-за низкой экономической эффективности. Они могут применяться для малых производств или при высокой концентрации получаемых продуктов.

2. В зависимости от организации кипения выпариваемого раствора аппараты можно подразделить: *с парообразованием в зоне теплообмена; адиабатное испарение; парообразование при*

*непосредственном контакте с теплоносителем.* При парообразовании в зоне теплообмена кипение раствора проходит на поверхности, через которую проходит передача тепла от греющего агента, или вблизи нее. В аппаратах адиабатного испарения кипение раствора проводится вне зоны подвода тепла. Кипение проходит в специальной камере с пониженным давлением. Такие аппараты называют аппаратами с вынесенной зоной кипения. Необходимость их появления связана с тем, что при кипении в зоне подвода тепла на поверхности теплопередачи могут выделяться отложения растворенных веществ. Такие отложения резко снижают коэффициент теплопередачи (10.15) и уменьшают производительность аппаратов. В аппаратах с кипением, вызванным непосредственным контактом раствора и теплоносителя, образующиеся пары необходимо отделять от теплоносителя. Использование газа в качестве такого теплоносителя приводит к образованию парогазовой смеси, разделять которую можно путем конденсации пара. При этом отсутствуют отложения, препятствующие теплообмену между раствором и теплоносителем.

3. По агрегатному состоянию теплоносителя, используемому в качестве греющего агента, аппараты можно подразделить на: использующие теплоноситель в *газообразном* (продукты сгорания, горячий воздух), *парообразном* (водяной пар), *жидком* (вода, масло, высокотемпературные теплоносители и др.), *твердом* состоянии или обогрев ведется с помощью электричества. Наиболее распространен обогрев водяным паром.

4. По типу циркуляции раствора в аппаратах различают аппараты с *естественной* и *принудительной циркуляцией*, а также *без циркуляции раствора* (прямоточные). Естественная циркуляция раствора может быть *свободной (неорганизованной)* или *направленной (организованной)*. Естественная циркуляция осуществляется под действием силы тяжести за счет разности плотностей раствора в различных точках аппарата. Принудительная циркуляция обеспечивается с помощью насосов, мешалок, подачи пара (газа), вращением или вибрацией частей самого аппарата. Свободная (неорганизованная) циркуляция осуществляется в объеме аппарата, и движение раствора специальным образом не организуется. При направленной циркуляции движение раствора организуется за счет специальных устройств (обычно циркуляционных труб). В аппаратах

без циркуляции проводят выпаривание за один проход раствора. В аппаратах с циркуляцией раствор за время процесса множество раз циркулирует в объеме аппарата, что увеличивает скорость его движения и приводит к росту коэффициента теплоотдачи, а также уменьшению отложения накипи.

5. По типу поверхности нагрева – *поверхностные* (трубчатые, змеевиковые, аппараты с рубашкой и т.д.) и *контактные* (при непосредственном контакте с нагревающим агентом.)

6. По ориентации греющей камеры в пространстве – аппараты с *вертикальной, горизонтальной, наклонной* камерами.

Кроме того, выпарные аппараты могут подразделяться по многим другим признакам: по степени концентрирования раствора, по производительности, по степени заполнения сечения греющей камеры раствором и т.д. Конструкции выпарных аппаратов очень разнообразны. При выборе конструкции выпарного аппарата для конкретного производства необходимо учитывать множество факторов: расход упариваемой жидкости, начальную и конечную концентрации раствора, возможную кристаллизацию и отложения на стенках греющей камеры и т.д. Обилие конструкций выпарных аппаратов обусловлено наличием множества способов и условий проведения процесса, разнообразием свойств концентрируемых растворов, многообразием теплоносителей.

За основу классификации выпарных аппаратов обычно принимают тип циркуляции раствора.

### **11.3. Конструкции выпарных аппаратов**

***Аппараты со свободной неорганизованной циркуляцией раствора.*** Наиболее прост по конструкции выпарной *аппарат с паровой рубашкой* со свободной неорганизованной циркуляцией (рис. 11.1). Применяются такие аппараты в небольших производствах для упаривания водных растворов, склонных к отложениям и обладающих агрессивными свойствами. Аппараты такой конструкции появились одними из первых. Они отличаются простотой изготовления, доступностью поверхности теплопередачи для коррозионной защиты и очистки от отложений. Однако аппаратам со свободной неорганизованной циркуляцией присущ низкий коэффициент теплоотдачи от стенки к раствору. Это объясняется тем, что скорость

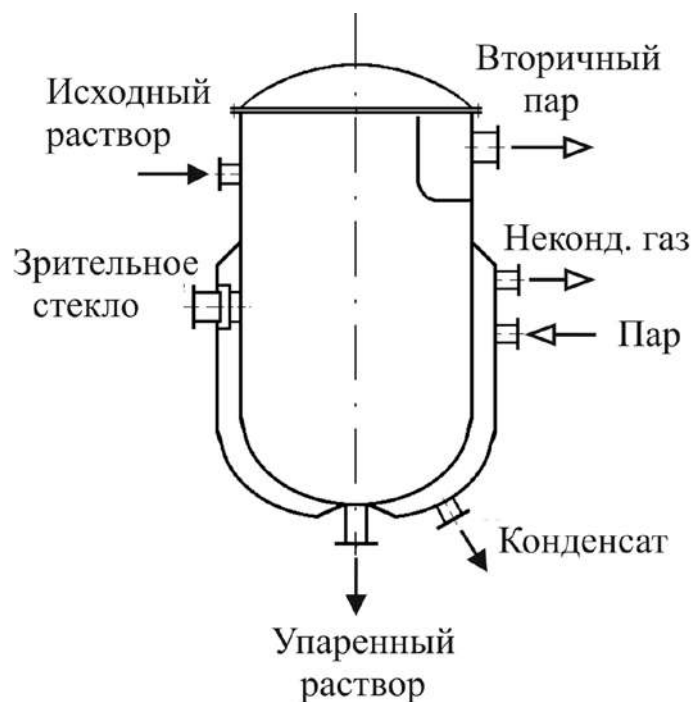


Рис. 11.1. Выпарной аппарат с паровой рубашкой

движения раствора невелика и определяется свободной конвекцией. Низкие коэффициенты теплоотдачи и соответственно теплопередачи приводят к необходимости иметь большую поверхность теплопередачи, что влечет высокие капитальные затраты. Необходимость увеличения поверхности нагрева в единице объема аппарата привела к появлению змеевиковых и трубчатых выпарных аппаратов. На рис. 11.2, 11.3 показаны такие аппараты со свободной неорганизованной циркуляцией.

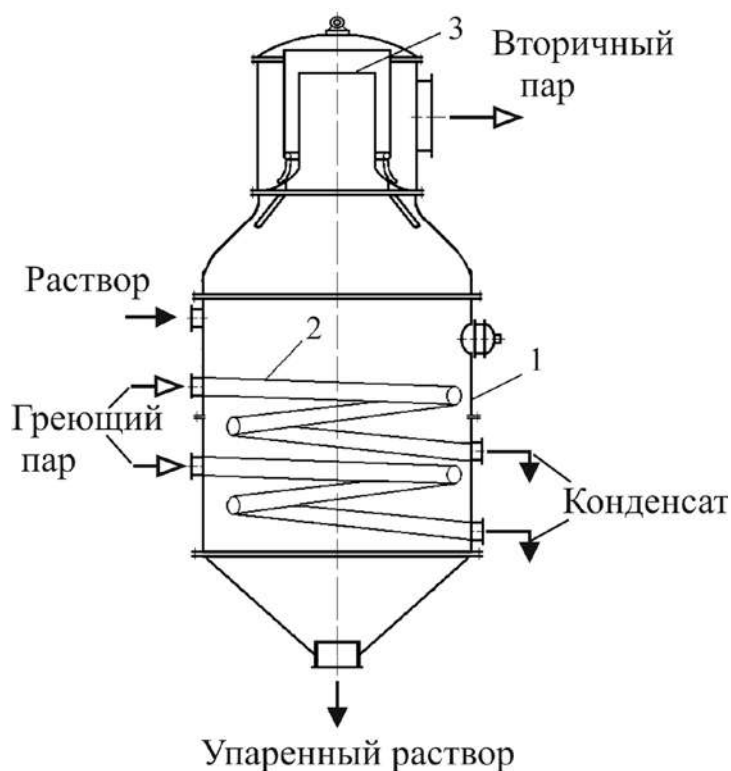


Рис. 11.2. Змеевиковый выпарной аппарат: 1 – корпус; 2 – секции змеевика; 3 – брызгоуловитель

**Аппараты со змеевиковой и горизонтальной трубчатой греющими камерами** более компактны, чем аппараты с рубашкой, греющий пар в них движется по трубам, обеспечивая большую удельную поверхность теплопередачи, но сложность их очистки и защиты от коррозии, возможность образования паровых пробок, ремонт внутренних устройств (змеевиков, труб) значительно затрудняют их эксплуатацию. Змеевики в выпарных аппаратах выполняются обычно в виде нескольких секций, что облегчает удаление конденсата, а также представляет возможность последовательного их отключения при понижении уровня раствора в случае периодического процесса.

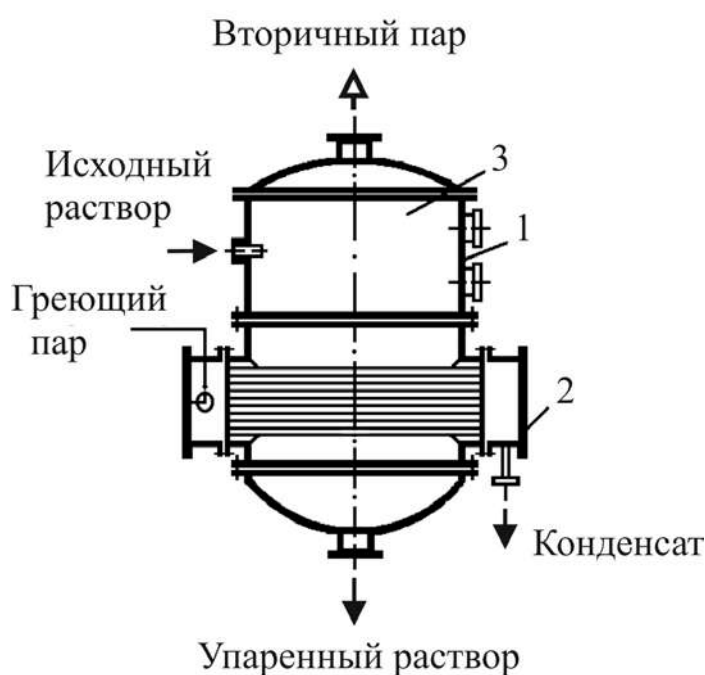


Рис. 11.3. Выпарной аппарат с горизонтальной трубчатой греющей камерой и вертикальным цилиндрическим корпусом: 1 – корпус; 2 – трубчатая греющая камера; 3 – сепарационное пространство

**Аппараты с естественной организованной циркуляцией раствора.** Неэкономичность аппаратов со свободной

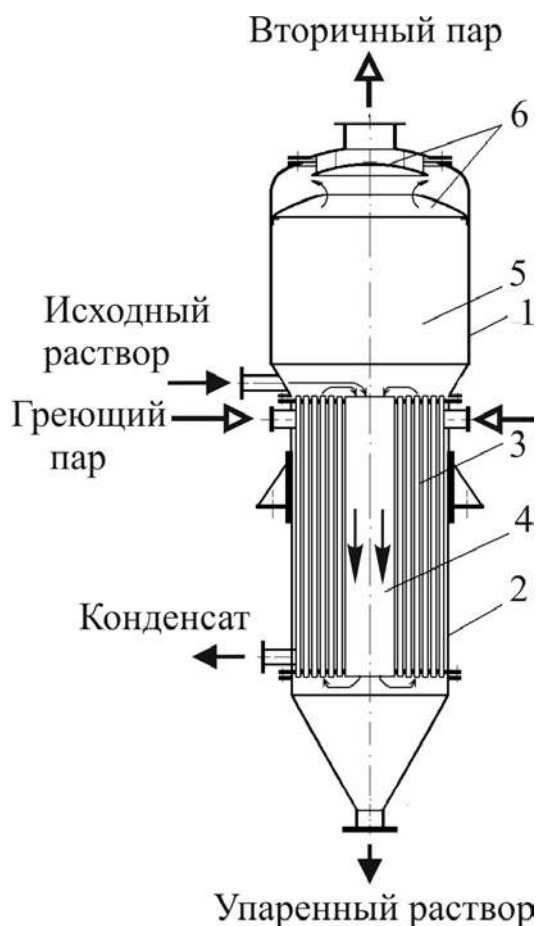
неорганизованной циркуляцией привела к появлению аппаратов с естественной направленной циркуляцией раствора. С этой целью в аппарате с соосной греющей камерой и центральной циркуляционной трубой (рис. 11.4) в вертикальной греющей камере соосной с сепаратором установлена циркуляционная труба, имеющая больший диаметр, чем кипятильные трубы. Исходный раствор поступает в аппарат и через циркуляционную трубу опускается вниз. Поднимаясь вверх по кипятильным трубам, раствор нагревается и закипает. При этом вверх поднимается парожидкостная смесь. По мере выхода из кипятильных труб пар поступает в сепаратор, где отделяется от брызг раствора и удаляется из аппарата. Отделение капелек жидкого раствора от вторичного пара происходит в сепарационном пространстве 5 за счет осаждения под действием сил тяжести. Для

улова мелких капель в верхней части сепаратора может устанавливаться брызгоуловитель, действующий за счет силы инерции, возникающей при изменении направления движения (рис. 11.4), или центробежной – при закручивании парожидкостного потока (рис. 11.6). Упаренный раствор удаляется снизу аппарата.

Рис. 11.4. Выпарной аппарат с соосной греющей камерой и центральной циркуляционной трубой: 1 – корпус; 2 – греющая камера; 3 – кипяtilьные трубы; 4 – циркуляционная труба; 5 – сепаратор; 6 – брызгоуловитель

Направленная циркуляция обусловлена разностью плотностей среды в циркуляционной и кипяtilьных трубах. Это достигается за счет того, что поверхность теплопередачи каждой кипяtilьной трубы, приходящаяся на единицу объема выпариваемого раствора, значительно больше, чем у циркуляционной трубы. Поэтому теплообмен в кипяtilьных трубах проходит интенсивнее и плотность парожидкостной смеси будет значительно меньше плотности раствора в циркуляционной трубе. Вследствие естественной конвекции среда с большей плотностью будет опускаться по циркуляционной трубе вниз, а с меньшей – подниматься по кипяtilьным трубам вверх. Скорость движения раствора в таком аппарате значительно выше, чем в аппаратах с неорганизованной циркуляцией. Увеличение скорости движения раствора приводит к повышению его коэффициента теплоотдачи, лимитирующего процесс теплопередачи, а также уменьшения образования накипи на стенках труб.

В аппарате с подвесной греющей камерой её иногда помещают в собственную обечайку и свободно устанавливают в нижней части корпуса аппарата (рис. 11.5), греющий пар подается в нее по трубе 3.



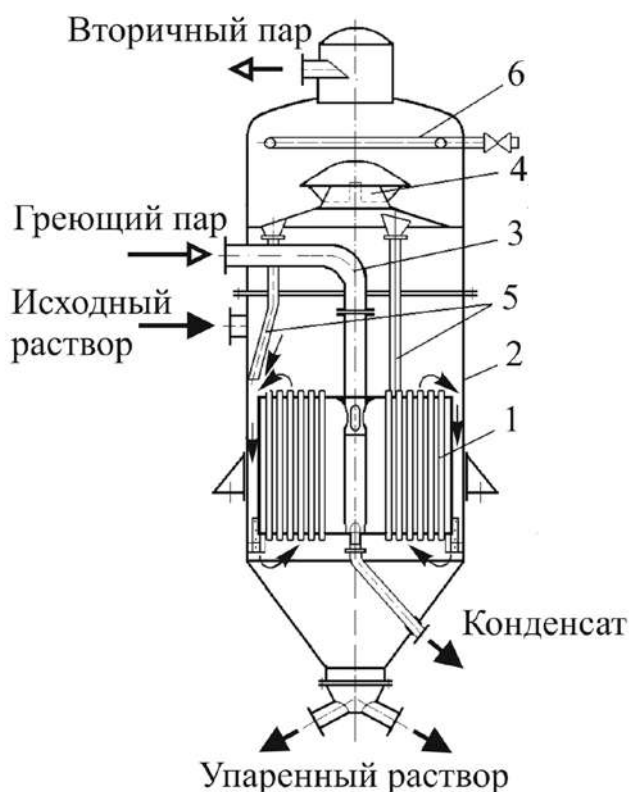


Рис. 11.5. Выпарной аппарат с подвесной греющей камерой: 1 – греющая камера; 2 – корпус; 3 – паровая труба; 4 – брызгоуловитель; 5 – сливные трубы; 6 – перфорированная труба для промывки

Роль циркуляционной трубы выполняет кольцевое пространство, образованное обечайкой греющей камеры и стенками выпарного аппарата. Раствор по нему опускается вниз, а затем поднимается вверх по кипяtilьным трубам, закипает и образует парожид-

костную смесь.

В аппарате с выносной циркуляционной трубой её располагают вне греющей камеры (рис. 11.6), что позволяет интенсифицировать циркуляцию раствора за счет большей разности температур и

плотностей в кипяtilьных и циркуляционной трубах, так как последняя в этом случае не обогревается греющим паром.

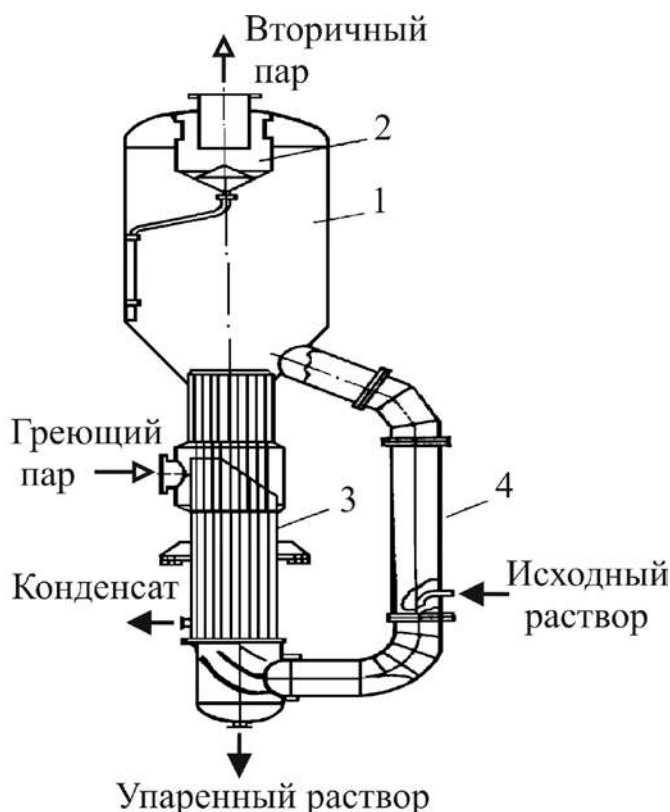
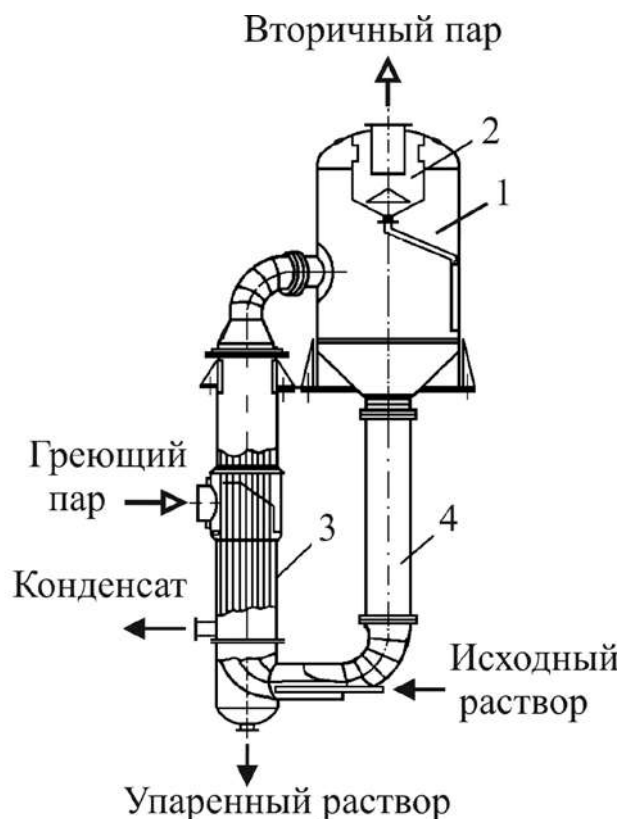


Рис. 11.6. Выпарной аппарат с соосной греющей камерой и выносной циркуляционной трубой: 1 – сепаратор; 2 – брызгоуловитель; 3 – греющая камера; 4 – циркуляционная труба

Для увеличения скорости циркуляции раствора применяют также выпарные аппараты с выносной греющей камерой. Применение выносной греющей

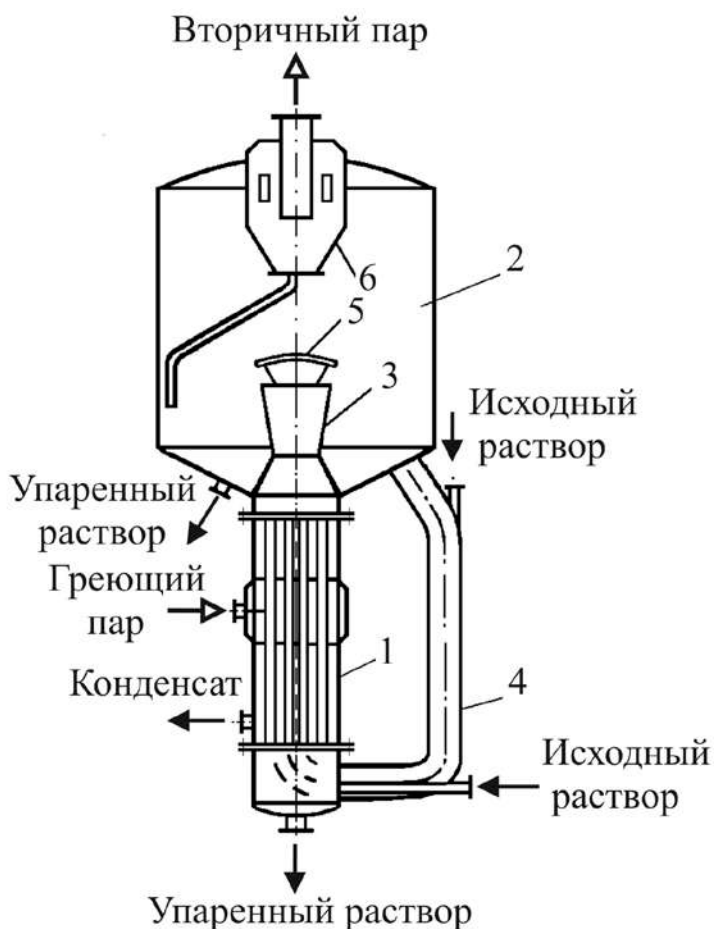
камеры позволяет компактно сосредоточить большую поверхность нагрева в одном аппарате при большой длине труб (5 – 7 м) (рис. 11.7).

Рис. 11.7 Выпарной аппарат с выносной греющей камерой: 1 – сепаратор; 2 – брызгоуловитель; 3 – греющая камера; 4 – циркуляционная труба



Скорость естественной циркуляции раствора редко превышает 1 м/с, что недостаточно для предотвращения отложений на поверхности нагрева при выпаривании кристаллизующихся растворов. Один из путей решения данной проблемы состоит в выносе зоны кипения за пределы греющей камеры. Раствор перегревается в греющей камере, а затем поступает в зону кипения. В аппарате с вынесенной зоной кипения испарительную трубу размещают над греющей камерой (рис. 11.8).

Рис. 11.8. Выпарной аппарат с вынесенной зоной кипения: 1 – греющая камера; 2 – сепаратор; 3 – испарительная труба; 4 – циркуляционная труба; 5 – каплеотбойник; 6 – брызгоуловитель





Высота испарительной зоны выбирается такой, чтобы за счет избыточного гидростатического давления раствор перегревался в греющей камере относительно его температуры насыщения в сепараторе. Кипение раствора проходит в верхней части испарительной трубы. Однако производительность такого аппарата ограничена реальными возможностями по созданию гидростатического давления. Для создания большего перегрева раствора потребовалась бы значительная высота аппарата.

#### ***Аппараты с принудительной циркуляцией раствора.***

Отложения на стенках нагревательной камеры могут быть уменьшены, а коэффициенты теплоотдачи увеличены за счет роста скорости циркуляции раствора в нагревательных трубах до 2,5–3,5 м/с. Такой скорости можно достичь только принудительной циркуляцией раствора. Принудительная циркуляция организуется, как правило, насосами (рис. 11.9). Аппараты с принудительной циркуляцией могут использоваться при концентрировании растворов до предельной

концентрации (состояние кристаллизации), а также сильно вязких растворов. Их устройство может быть подобно аппаратам, изображенным на рис. 11.6 – 11.8, с добавлением насоса, обеспечивающего циркуляцию раствора (рис. 11.9).

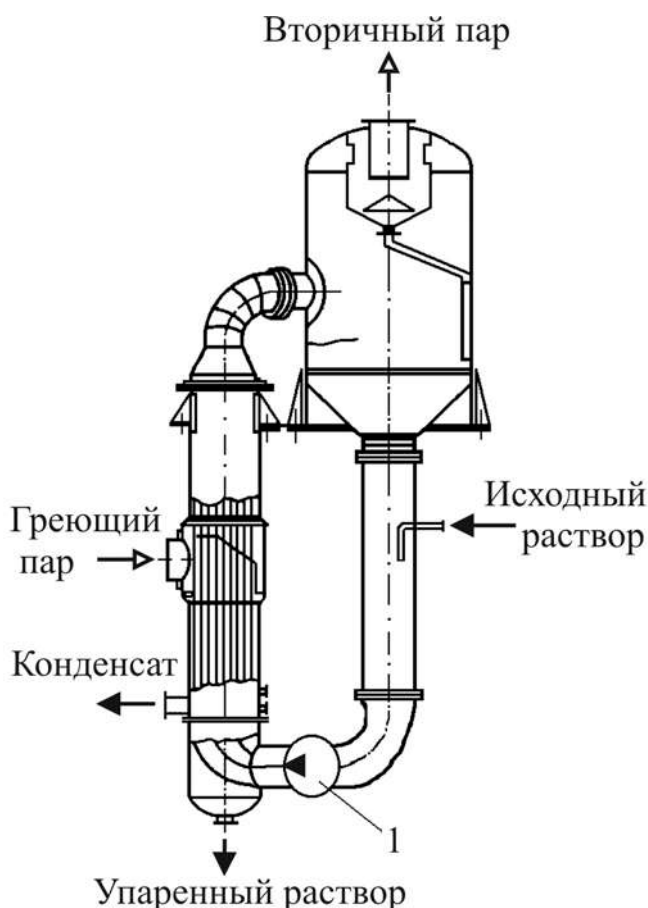


Рис. 11.9. Выпарной аппарат с принудительной циркуляцией раствора: 1 – насос

Выпарные аппараты с естественной циркуляцией могут эффективно работать при полезной разности температур не менее 10 – 12 градусов. Аппараты с

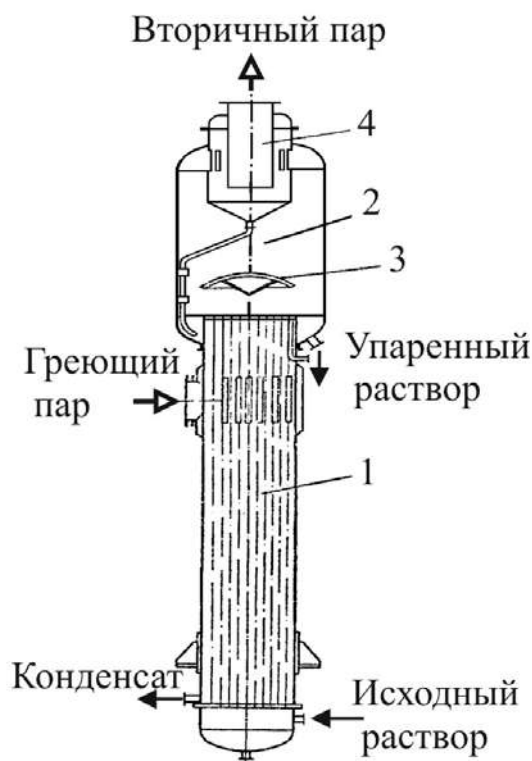
принудительной циркуляцией могут работать при полезной разности температур 3 – 5 градусов вследствие увеличения в них коэффициентов

теплоотдачи от стенки к раствору, а также малой зависимостью интенсивности циркуляции от полезной разности температур. Недостатком таких аппаратов является значительный расход энергии на обеспечение вынужденной циркуляции раствора.

**Аппараты без циркуляции раствора (прямоточные).** В этих аппаратах раствор выпаривается за один проход и движется, как правило, в виде тонкой пленки. Гидродинамическая структура потока раствора в прямоточных аппаратах близка к модели идеального вытеснения, в то время как в аппаратах с циркуляцией – к модели идеального смешения. Для выпаривания термонестабильных и вспенивающихся растворов были разработаны пленочные аппараты. Полезная разность температур в таких аппаратах может составлять 2 – 3 градуса. Пленочные выпарные аппараты бывают трубчатыми с падающим (нисходящим) и восходящим движением пленки; роторными.

*Вертикальный пленочный аппарат с восходящей пленкой* (рис. 11.10) состоит из длиннотрубной (6 – 7 м) вертикальной греющей камеры, заполненной раствором, занимающим около 1/4 высоты труб малого диаметра. Образующийся в этой зоне вторичный пар увлекает тонкую пленку раствора и перемещает ее вверх. При своем движении пленка раствора упаривается и на выходе из труб вместе с вторичным паром поступает в сепаратор. Такой аппарат применяется для выпаривания маловязких растворов.

Рис. 11.10. Вертикальный пленочный выпарной аппарат с восходящим движением пленки: 1 – греющая камера; 2 – сепаратор; 3 – брызгоотбойник; 4 – брызгоуловитель



В пленочных аппаратах с нисходящей пленкой она формируется с помощью специальных пленкообразующих устройств. Пленкообразующие устройства могут быть в виде насадок

(цилиндрических, конических, спиральных), сопел, параллельно расположенных над трубной решеткой сеток, решеток, дырчатых дисков и т.п. Раствор, стекая вниз по трубам в виде пленки, упаривается. Такие аппараты применяются при выпаривании более вязких растворов.

Преимуществами рассмотренных пленочных аппаратов являются кратковременный контакт раствора с поверхностью нагрева, относительно высокий коэффициент теплопередачи, а недостатком – высокая чувствительность к нагрузке по жидкости.

При выпаривании термонестабильных и сильно вязких растворов применяются *роторные пленочные аппараты*. Пленка в таких аппаратах образуется при вращении ротора. Устройство роторного пленочного выпарного аппарата показано на рис. 11.11. Цилиндрический корпус снабжен нагревательной рубашкой и сепаратором. Внутри корпуса установлен приводимый во вращение ротор. Исходный раствор ротором распределяется в виде пленки по стенкам корпуса, стекает вниз и удаляется в виде упаренной жидкости. Сверху аппарата отводится вторичный пар.

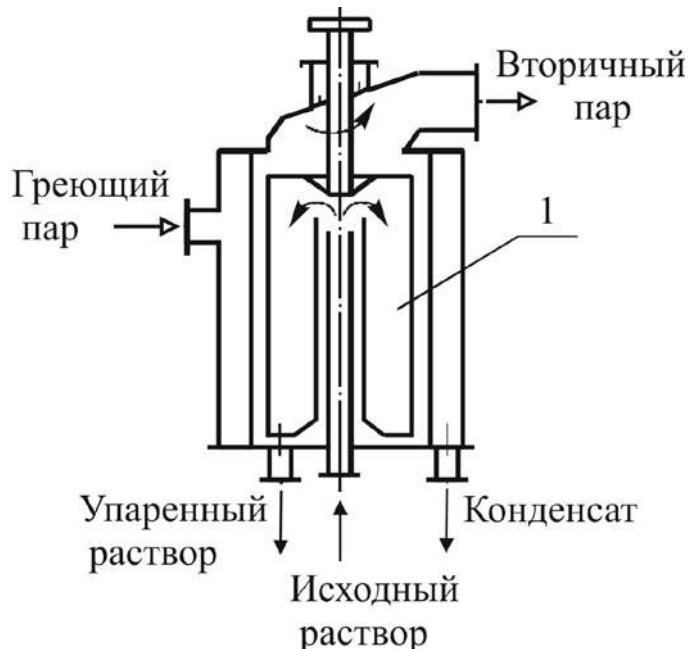


Рис. 11.11. Роторный пленочный выпарной аппарат: 1 – вращающийся ротор

Достоинства роторных пленочных аппаратов: кратковременный

контакт раствора с теплопередающей поверхностью, высокий коэффициент теплопередачи, возможность использования для мало- и высоковязких растворов, для проведения процесса с выделением кристаллов, вплоть до получения сухого остатка (поверхность нагрева очищается специальными лопастями).

**Аппараты контактного типа.** Степень концентрирования растворов может быть существенно повышена отсутствием контакта раствора с поверхностью нагрева. Это позволит исключить отложения, препятствующие теплопереносу. Такой подход реализован в аппаратах контактного типа. Перенос тепла осуществляется непосредственным контактом раствора и нагревающего агента, который может быть в газообразном, жидком или твердом состоянии. Наибольшее распространение получили контактные аппараты с теплоносителем в газообразном состоянии. В *барботажном выпарном аппарате* (рис. 11.12) при барботаже горячего газообразного теплоносителя образуется значительная межфазная поверхность, происходит перемешивание упариваемого раствора. В результате интенсифицируется теплообмен. Преимущество контактных аппаратов заключается также в возможности их использования для выпаривания химически агрессивных растворов. При этом корпус аппарата изготавливается из обычной углеродистой стали, футерованной изнутри стойкими, но малопрочными материалами (графит, керамика, пластмасса и т.д.). Недостатками барботажных выпарных аппаратов являются: большие габариты, что объясняется значительным расходом газовой фазы; необходимость разделять образующуюся парогазовую смесь (вторичный пар обычно конденсируют). Иногда образующуюся парогазовую смесь выбрасывают в атмосферу.

Выбор конструкции выпарного аппарата основывается на конкретных данных для проектирования: физико-химических свойствах упариваемого раствора и имеющегося нагревающего агента, требуемой степени концентрирования, производительности установки, санитарных нормах и т.д. Такой выбор из всего имеющегося многообразия конструкций, возможен лишь на основе технико-экономических расчетов.

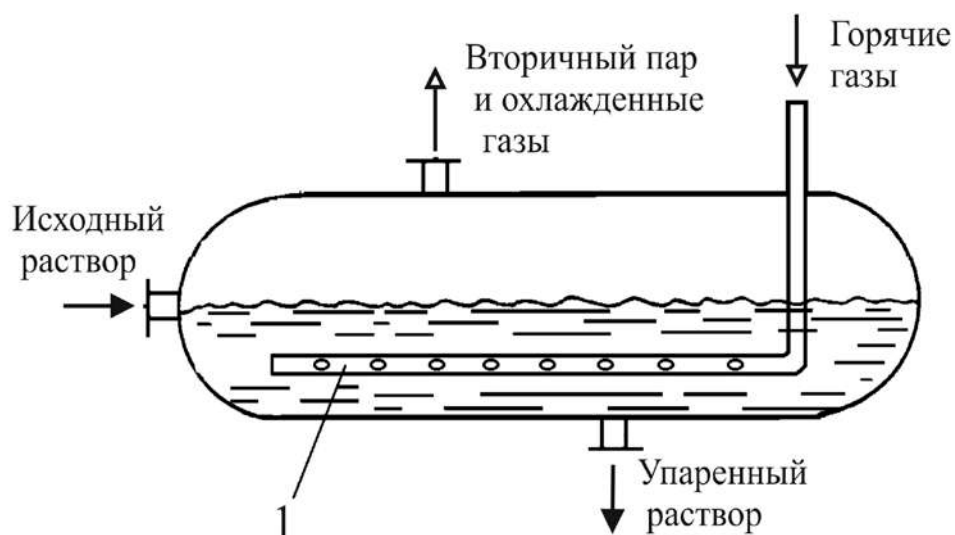


Рис. 11.12. Барботажный выпарной аппарат: 1 – барботер

#### 11.4. Многокорпусные выпарные установки

Многокорпусные выпарные установки состоят из различным образом соединенных корпусов выпарных аппаратов. Классифицировать многокорпусные выпарные установки можно по следующим признакам: по количеству корпусов; по направлению движения пара и раствора – прямоточные, противоточные и с параллельным питанием корпусов; по давлению вторичного пара в последнем корпусе – под вакуумом, атмосферным или избыточным давлением. Соединение аппаратов в многокорпусную единую установку позволяет снизить расход греющего пара, вносящего значительный вклад в себестоимость продукции, в производстве которой используются процессы выпаривания.

Экономия греющего пара в многокорпусных выпарных установках по сравнению с однокорпусными достигается за счет использования вторичного пара из предыдущего аппарата в качестве греющего в последующем. По ходу движения пара от аппарата к аппарату температура пара понижается. Для соответствующего уменьшения температуры кипения раствора в последующих по ходу движения пара аппаратах создается более низкое давление, чем в предыдущем аппарате. Таким образом, условием функционирования многокорпусной выпарной установки является положительная полезная разность температур в каждом корпусе, то есть температура

вторичного пара из предыдущего корпуса должна быть выше температуры кипения раствора в последующем. Только в этом случае будет обеспечен перенос тепла от пара к раствору.

Экономия греющего пара с увеличением числа корпусов, с одной стороны, и уменьшение полезной разности температур, а, следовательно, увеличение суммарной поверхности нагрева, с другой стороны, указывает на необходимость оптимизации числа аппаратов в установке.

Наибольшее распространение получили *прямоточные многокорпусные выпарные установки* (рис. 11.13).

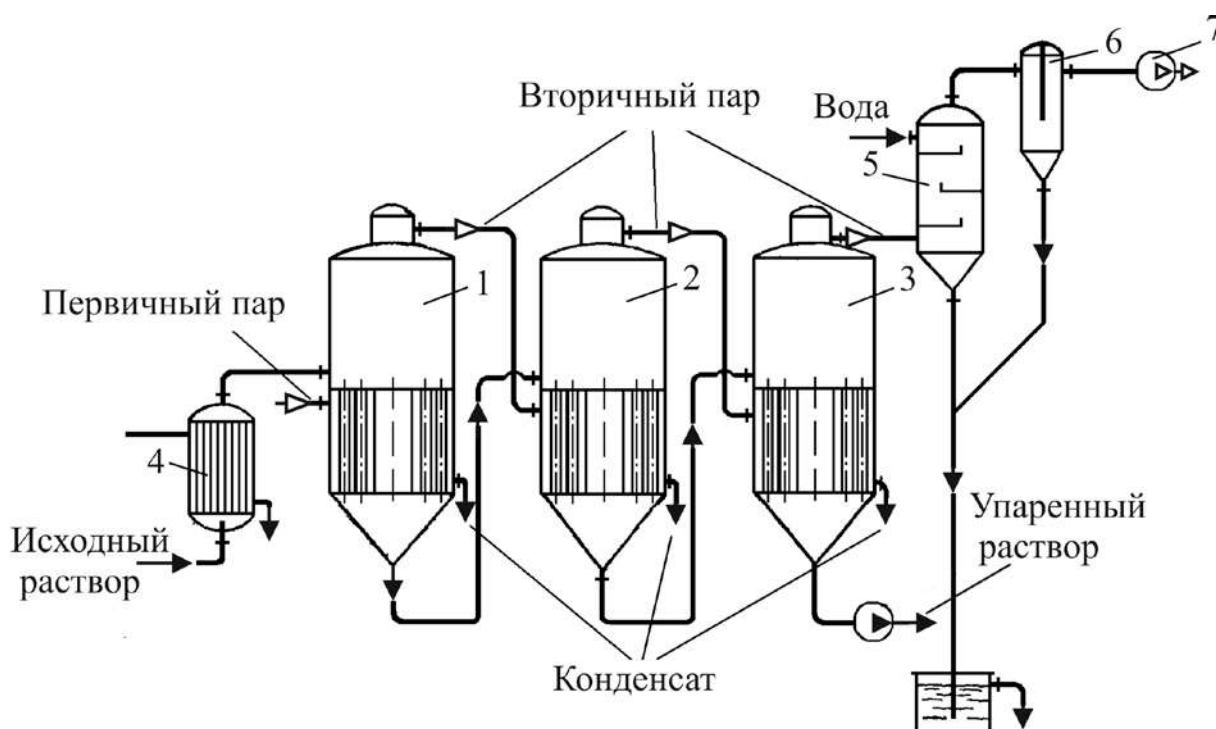


Рис. 11.13. Прямоточная многокорпусная выпарная установка: 1-3 – корпуса установки; 4 – подогреватель исходного раствора; 5 – барометрический конденсатор; 6 – ловушка; 7 – вакуум-насос

В прямоточной многокорпусной выпарной установке исходный раствор поступает непрерывно в первый корпус. В нем раствор упаривается до некоторой концентрации за счет теплоты конденсации первичного (греющего) пара, затем поступает во второй корпус (нумерация корпусов по ходу движения пара). Образовавшийся в первом корпусе в процессе выпаривания пар растворителя (вторичный пар) поступает во второй корпус в качестве греющего и имеет температуру ниже температуры первичного пара. Использование

вторичного пара из первого корпуса во втором корпусе в качестве греющего возможно лишь при искусственном поддержании давления во втором корпусе меньше, чем в первом, и обеспечивающем выпаривание (кипение) раствора. Раствор из первого корпуса, попадая во второй, охлаждается до температуры кипения во втором корпусе. За счет выделившегося при охлаждении раствора тепла образуется дополнительное количество вторичного пара. Это явление, происходящее во всех корпусах, кроме первого, называется самоиспарением. Во втором корпусе концентрация раствора в процессе выпаривания увеличивается и раствор поступает в третий корпус. В третьем корпусе раствор выпаривается до еще большей, чем во втором корпусе концентрации. В качестве греющего используется вторичный пар второго корпуса. Температура кипения раствора и давление в третьем корпусе ниже, чем во втором. И так раствор переходит из корпуса в корпус, его концентрация повышается до конечной. В каждом последующем корпусе поддерживается требуемое более низкое давление, чем в предыдущем корпусе. В качестве греющего в каждом последующем корпусе используется вторичный пар предыдущего корпуса. Во избежание чрезмерно высокого давления первичного пара, используемого в первом корпусе, часть последних корпусов, как правило, работает под вакуумом. Это обеспечивается за счет соединения последнего корпуса с источником вакуума (например, с барометрическим конденсатором смешения).

Прямоточные выпарные установки обладают рядом преимуществ. Отсутствие необходимости в принудительной перекачке раствора из корпуса в корпус, т.е. отсутствие перекачивающих насосов, достигается за счет понижения давления в корпусах. С упаренным раствором, уходящим из последнего корпуса, уносится наименьшее тепло, соответствующее минимальной температуре кипения раствора в корпусах. Однако в прямоточных установках создаются неблагоприятные условия теплопередачи. Поскольку вязкость растворов зависит от их температуры и концентрации ( $\mu \sim T^{-1}, \bar{x}$ ), то в каждом последующем корпусе с понижением температуры и ростом концентрации она возрастает, что приводит к уменьшению скорости движения раствора, его коэффициента теплоотдачи и, следовательно, коэффициента теплопередачи. Таким образом, коэффициенты теплопередачи в прямоточной выпарной установке существенно уменьшаются от первого корпуса к последующему.

В *противоточной многокорпусной выпарной установке* (рис. 11.14) раствор движется от последнего к предыдущему и так до первого корпуса, а пар – от первого к последнему. Таким образом, греющий пар движется противотоком по отношению к направлению движения упариваемого раствора. При такой организации процесса более концентрированный раствор в предыдущем корпусе выпаривается при более высокой температуре, чем раствор в последующем корпусе, т.е. рост вязкости раствора за счет увеличения концентрации компенсируется ее уменьшением за счет увеличения температуры. Коэффициенты теплопередачи значительно меньше изменяются по корпусам, чем при прямоточном движении. Однако перемещение раствора из корпуса с меньшим давлением в корпус с большим давлением требует дополнительной установки перекачивающих насосов. Кроме того, уходящий из первого корпуса упаренный раствор уносит больше количества тепла, чем в прямоточных выпарных установках. В связи этим противоточные выпарные установки применяются для выпаривания сильно вязких растворов, а также растворов, близких к состоянию насыщения при нежелательности выпадения твердого осадка.

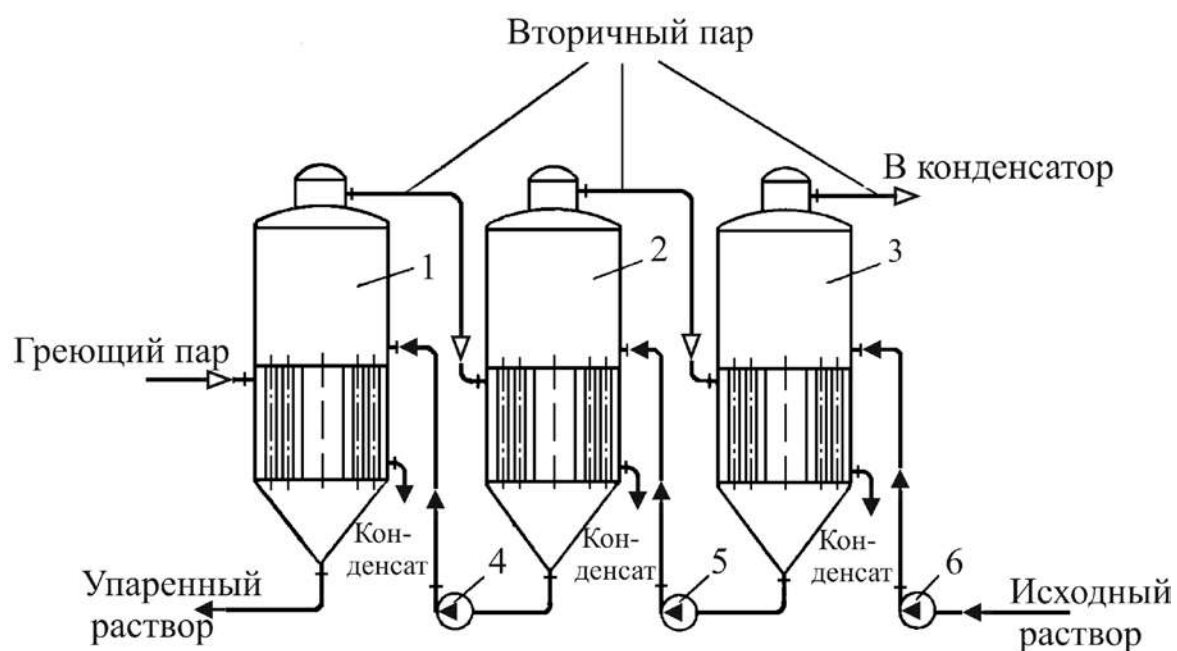


Рис. 11.14 Противоточная многокорпусная выпарная установка: 1-3 – корпуса; 4-6 – насосы



При выпаривании растворов, склонных к кристаллизации, может возникнуть сложность с перекачкой раствора с выпавшими кристаллами из корпуса в корпус. В такой ситуации, а также когда не требуется значительного повышения концентрации раствора, используются *установки с параллельным питанием корпусов* исходным раствором (рис. 11.15).

В каждый корпус такой установки поступает исходный раствор. В каждом корпусе исходный раствор доводится до одной и той же конечной концентрации. Греющий (первичный) пар поступает в первый корпус, а последующие корпуса обогреваются вторичным паром из предыдущего корпуса. В последующих корпусах поддерживается более низкое давление, чем в предыдущих.

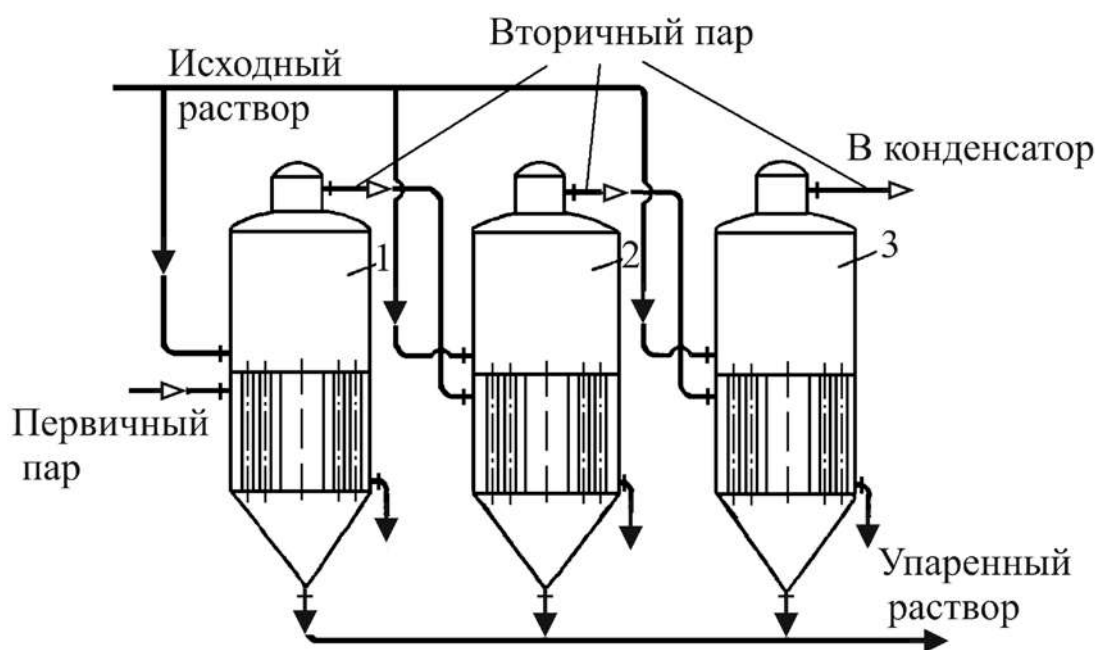


Рис. 11.15. Многокорпусная выпарная установка с параллельным питанием корпусов (1-3)

В многокорпусных выпарных установках многократно используется тепло первичного пара, причем с некоторым приближением расход греющего первичного пара на выпаривание равен

$$D_r \approx \frac{D_{r,1}}{N}, \quad (11.1)$$

где  $D_{r,1}$  – расход греющего пара в однокорпусной установке,  $N$  – число корпусов.

## 11.5. Материальный и тепловой балансы однокорпусной выпарной установки

Рассмотрим однокорпусную выпарную установку непрерывного действия (рис. 11.16). Аппараты, в которых проходит процесс выпаривания, являются открытыми системами. Для стационарных режимов таких открытых систем уравнение сохранения массы (материального баланса) в общем виде можно записать по (2.3):

$$\sum_{i=1}^m G_{\text{вх},i} = \sum_{j=1}^n G_{\text{вых},j}, \quad (11.2)$$

где  $G_{\text{вх},i}$ ,  $G_{\text{вх},j}$  – массовые расходы на входе и выходе аппарата;  $m$ ,  $n$  – число потоков массы. Рассмотрим содержание выражения (11.2). В данный аппарат (рис. 11.16) поступает  $G_{\text{н}}$ , кг/с, исходного раствора концентрацией  $\bar{x}_{\text{н}}$  массовых долей растворенного вещества и удаляется  $G_{\text{к}}$ , кг/с упаренного раствора концентрацией  $\bar{x}_{\text{к}}$  массовых долей и  $W$ , кг/с, растворителя в виде вторичного пара. Материальный баланс по раствору запишется в виде

$$G_{\text{н}} = G_{\text{к}} + W, \quad (11.3)$$

а по растворенному веществу

$$G_{\text{н}} \bar{x}_{\text{н}} = G_{\text{к}} \bar{x}_{\text{к}}. \quad (11.4)$$

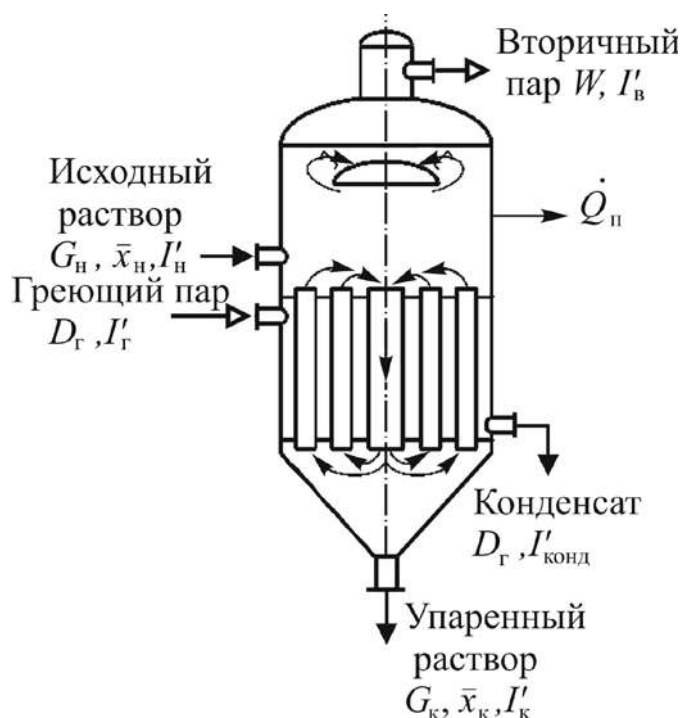


Рис. 11.16. Схема массовых и тепловых потоков выпарного аппарата.

Уравнения (11.3) и (11.4) обычно используются совместно. Это позволяет задавать в системе уравнений (11.3) и (11.4) любые три величины и находить две неизвестные. На практике обычно заданы: расход  $G_H$  и концентрация  $\bar{x}_H$  исходного раствора, а также конечная концентрация  $\bar{x}_K$  получаемого упаренного раствора. Тогда производительность аппарата: по упаренному раствору

$$G_K = G_H \bar{x}_H / \bar{x}_K, \quad (11.5)$$

по выпариваемому растворителю

$$W = G_H - G_K = G_H (1 - \bar{x}_H / \bar{x}_K). \quad (11.6)$$

Аналогично уравнению материального баланса (11.2) запишем уравнение сохранения энергии (теплового баланса) в стационарном режиме (2.42):

$$\sum_{i=1}^m \dot{Q}_{\text{вх},i} = \sum_{j=1}^n \dot{Q}_{\text{вых},j}, \quad (11.7)$$

где  $\dot{Q}_{\text{вх},i}$ ,  $\dot{Q}_{\text{вых},j}$  – расходы тепла на входе и выходе аппарата, Вт. Раскроем содержание выражения (11.7). Исходный раствор поступает в аппарат с энтальпией  $I'_H$ , Дж/кг, упаренный раствор удаляется из аппарата с энтальпией  $I'_K$ , Дж/кг, а вторичный пар – с энтальпией  $I'_B$ , Дж/кг. Кроме рассмотренных материальных потоков, в аппарат подается  $D_\Gamma$ , кг/с, греющего пара с энтальпией  $I'_\Gamma$ , Дж/кг, и удаляется  $D_\Gamma$ , кг/с, конденсата этого пара с энтальпией  $I'_{\text{конд}}$ . Потери тепла в окружающую среду обозначим  $\dot{Q}_\Pi$ , Вт. Рассмотрим приход и расход тепла в аппарате за единицу времени.

Приход тепла  $\sum_{i=1}^m \dot{Q}_{\text{вх},i}$ :

с исходным раствором

$$\dot{Q}_H = G_H I'_H,$$

с греющим паром

$$\dot{Q}_\Gamma = D_\Gamma I'_\Gamma.$$

Расход тепла  $\sum_{j=1}^n \dot{Q}_{\text{вых},j}$ :

с упаренным раствором  $\dot{Q}_K = G_K I'_K$ ,

с вторичным паром  $\dot{Q}_B = W I'_B$ ,

с конденсатом  $\dot{Q}_{\text{конд}} = D_\Gamma I'_{\text{конд}}$ ,

с потерями в окружающую среду  $\dot{Q}_\Pi$ .

Таким образом, уравнение теплового баланса рассмотренного аппарата (рис. 11.16) имеет вид

$$G_H I'_H + D_\Gamma I'_\Gamma = G_K I'_K + W I'_B + D_\Gamma I'_{\text{конд}} + \dot{Q}_\Pi. \quad (11.8)$$

Составим тепловой баланс смешения раствора конечной концентрации и растворителя при температуре  $T_K$ :

$$G_K I'_K + W I'_p(T_K) = G_H I'_H(T_K) + \dot{Q}_{\text{разб}}, \quad (11.9)$$

где  $I'_p(T_K)$  – удельная энтальпия чистого жидкого растворителя при температуре  $T_K$ , а  $\dot{Q}_{\text{разб}}$  – *теплота разбавления* (Вт), то есть тепловой эффект разбавления раствора от концентрации  $\bar{x}_K$  до  $\bar{x}_H$ . Он может быть как положительным (теплота при разбавлении выделяется), так и отрицательным (теплота при разбавлении поглощается). При выпаривании происходит не разбавление, а концентрирование раствора, поэтому, обычно пользуются *теплотой концентрирования*, равной теплоте разбавления с обратным знаком  $\dot{Q}_{\text{конц}} = -\dot{Q}_{\text{разб}}$ :

$$G_K I'_K = G_H I'_H(T_K) - W I'_p(T_K) - \dot{Q}_{\text{конц}}. \quad (11.10)$$

Подставив (11.10) в (11.8) и решив относительно  $D_\Gamma$ , получим

$$D_\Gamma = \frac{G_H(I'_H(T_K) - I'_H)}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} + \frac{W(I'_B - I'_p(T_K))}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} - \frac{\dot{Q}_{\text{конц}}}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} + \frac{\dot{Q}_\Pi}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}}, \quad (11.11)$$

или, выразив разность энтальпий с использованием удельной изобарной теплоемкости раствора при начальной концентрации ( $c_{p,H}$ ) и чистого растворителя ( $c_{p,p}$ ),

$$D_\Gamma = \frac{G_H c_{p,H}(T_K - T_H)}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} + \frac{W(I'_B - c_{p,p} T_K)}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} - \frac{\dot{Q}_{\text{конц}}}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}} + \frac{\dot{Q}_\Pi}{I'_\Gamma - I'_{\text{конд}}}. \quad (11.12)$$

Первое слагаемое в правой части (11.12) показывает расход греющего пара, необходимый для нагрева раствора от начальной температуры  $T_H$  до температуры кипения  $T_K$ . В том случае, если раствор подается в аппарат перегретым ( $T_H > T_K$ ), что характерно для многокорпусных выпарных установок, первое слагаемое становится отрицательным, свидетельствуя о выделении теплоты самоиспарения, приводящей к экономии греющего пара. Второе слагаемое характеризует затраты пара на испарение растворителя и, как показывает практика, значительно превосходит все остальные. Третье слагаемое позволяет определить расход пара на компенсацию тепла, поглощаемого при концентрировании раствора. Если при растворении вещества теплота выделяется ( $\dot{Q}_{\text{разб}} > 0$ , а  $\dot{Q}_{\text{конц}} < 0$ ), то для концентрирования такого раствора необходимо дополнительное тепло. Теплота концентрирования может быть найдена с использованием табличных данных по интегральным теплотам растворения растворов при определенных концентрациях и температурах  $q_i$  (Дж/кг) (тепловой эффект изотермического растворения 1 кг вещества в растворителе до

достижения определенной концентрации раствора). При использовании табличных данных необходимо учитывать, что в термохимии и термодинамике знак теплового эффекта принято определять по-разному. В термохимии тепловой эффект сопровождающийся выделением теплоты принято считать положительным, а в термодинамике – отрицательным, т.к. это приводит к уменьшению энтальпии раствора. Как видно из предыдущих рассуждений, в данном учебном пособии мы придерживались первого подхода:

$$\dot{Q}_{\text{конц}} = -G_{\text{сух}}(q_{\text{н}} - q_{\text{к}}) = -G_{\text{н}}\bar{x}_{\text{н}}(q_{\text{н}} - q_{\text{к}}) = -G_{\text{к}}\bar{x}_{\text{к}}(q_{\text{н}} - q_{\text{к}}). \quad (11.13)$$

Последнее слагаемое в (11.12) характеризует затраты греющего пара на компенсацию потерь тепла в окружающую среду. Тепловые потери, как правило, не превышают 3 – 5% от тепловой нагрузки выпарного аппарата, которая может быть найдена из уравнения

$$\dot{Q}^{\text{г}} = D_{\text{г}}(I'_{\text{г}} - I'_{\text{конд}}). \quad (11.14)$$

Принимаем следующие допущения: пренебрегаем теплотой концентрирования и потерями тепла в окружающую среду; исходный раствор подается в аппарат при температуре кипения; греющий пар находится в насыщенном состоянии, а его конденсат удаляется из аппарата при температуре конденсации; вторичный пар также находится в насыщенном состоянии при температуре кипения раствора. Тогда из уравнения (11.11) получим теоретический расход греющего пара при выпаривании:

$$D_{\text{г}} = \frac{W(I'_{\text{в}} - I'_{\text{р}}(T_{\text{к}}))}{I'_{\text{г}} - I'_{\text{конд}}} = \frac{Wr_{\text{р}}}{r_{\text{г.п}}}, \quad (11.15)$$

где  $r_{\text{р}}$ ,  $r_{\text{г.п.}}$  – удельные теплоты парообразования растворителя и конденсации греющего пара. Таким образом, при выпаривании воды из раствора с помощью водяного греющего пара при небольшом отличии давлений в испарительной и греющей камерах теоретический расход пара на выпаривание  $D_{\text{г}} \approx W$ , т.е. в однокорпусной установке на выпаривание 1 кг водного растворителя необходимо теоретически затратить приблизительно 1 кг водяного пара. На практике удельный расход греющего пара составляет 1,1 – 1,2 кг/кг воды, что характеризует отказ от принятых выше допущений. Поверхность нагрева непрерывно действующего аппарата определяется из уравнения теплопередачи:

$$F = \frac{\dot{Q}^r}{K_T \Delta T_{\text{пол}}}, \quad (11.16)$$

где  $K_T$  – коэффициент теплопередачи;  $\Delta T_{\text{пол}}$  – движущая сила процесса (полезная разность температур);  $\dot{Q}^r$  – тепловая нагрузка аппарата, определяемая из (11.14).

Движущей силой процесса выпаривания является полезная разность температур, представляющая собой разность между температурой конденсации первичного (греющего) пара  $T_{\text{г}}$  и температурой кипения  $T_{\text{к}}$  выпариваемого раствора:

$$\Delta T_{\text{пол}} = T_{\text{г}} - T_{\text{к}}. \quad (11.17)$$

Поверхность нагрева (11.16) является основным параметром при выборе конкретных габаритных размеров выпарного аппарата.

### 11.6. Материальный и тепловой балансы многокорпусной выпарной установки

Материальный и тепловой балансы многокорпусной выпарной установки составляются аналогично балансам однокорпусной установки (11.2) и (11.7). Общее количество выпариваемого растворителя в  $N$  корпусах установки может быть определено из (11.6):

$$W = \sum_{i=1}^N W_i = G_{\text{н}} (1 - \bar{x}_{\text{н}} / \bar{x}_{\text{к}}), \quad (11.18)$$

а расход и концентрации раствора на выходе из каждого  $i$ -го корпуса при их нумерации по ходу движения раствора – по уравнениям

$$G_i = G_{\text{н}} - \sum_{k=1}^i W_k, \quad i = \overline{1, N}, \quad (11.19)$$

$$\bar{x}_i = \frac{G_{\text{н}} \bar{x}_{\text{н}}}{G_{\text{н}} - \sum_{k=1}^i W_k}. \quad (11.20)$$

Тепловой баланс многокорпусной установки представляет систему уравнений, состоящую из уравнений теплового баланса, записанных для каждого корпуса (11.12). Однако число неизвестных в этой системе всегда будет на единицу больше числа уравнений. Поэтому систему уравнений теплового баланса многокорпусной установки решают совместно с уравнением материального баланса (11.18).

Конкретный вид системы уравнений теплового баланса зависит от схемы движения потоков пара и раствора в многокорпусной установке. Из уравнений теплового баланса определяют обычно требуемый расход греющего пара и тепловые нагрузки корпусов.

## 11.7. Температурные потери

**Температурными потерями** называют разность температур кипения раствора  $T_K$  и вторичного пара  $T_B$ :

$$\Delta T_{\text{пот}} = T_K - T_B. \quad (11.21)$$

Как правило, их расчет необходим для нахождения температуры кипения раствора при известной температуре вторичного пара. Рост температурных потерь играет негативную роль, так как приводит к увеличению температуры кипения раствора (11.21) и уменьшению полезной разности температур (11.17). Температурные потери могут определяться двумя способами в зависимости от того, в какой точке выпарной установки рассматривается температура вторичного пара. Если температура вторичного пара рассматривается непосредственно над кипящим раствором  $T'_B$ , то температурные потери складываются из *температурной (концентрационной) депрессии*  $\Delta T_{\text{т.д.}}$ , обусловленной увеличением температуры кипения раствора по сравнению с чистым растворителем, и *гидростатической депрессии*  $\Delta T_{\text{г.э.}}$ , вызванной повышением температуры кипения растворителя за счет гидростатического эффекта:

$$\Delta T'_{\text{пот}} = \Delta T_{\text{т.д.}} + \Delta T_{\text{г.э.}}. \quad (11.22)$$

Если же температура вторичного пара рассматривается на входе в последующий корпус многокорпусной выпарной установки  $T''_B$ , то при определении температурных потерь добавляется третья составляющая – *гидродинамическая (гидравлическая) депрессия*  $\Delta T_{\text{г.с.}}$ , обусловленная падением температуры вторичного пара, вследствие гидравлических сопротивлений (потерь давления) при прохождении пара через сепаратор и трубопроводы

$$\Delta T''_{\text{пот}} = \Delta T_{\text{т.д.}} + \Delta T_{\text{г.э.}} + \Delta T_{\text{г.с.}}. \quad (11.23)$$

**Температурная депрессия**  $\Delta T_{\text{т.д.}}$  равна разности между температурами кипения раствора и чистого растворителя:

$$\Delta T_{\text{т.д.}} = T_{\text{к,р-ра}} - T_{\text{к,р-ля}}. \quad (11.24)$$

Температурная депрессия зависит от свойств растворителя, растворенных веществ и концентраций компонентов, а также давления. Температурную депрессию определяют экспериментальным путем и приводят в зависимости от определяющих факторов в справочной литературе в виде таблиц или графиков (могут приводиться данные как непосредственно по температурным депрессиям, так и температурам кипения растворов и растворителей). На рис. 11.17 приведен вид зависимостей температурной депрессии для некоторых водных растворов от концентрации компонентов при атмосферном давлении.

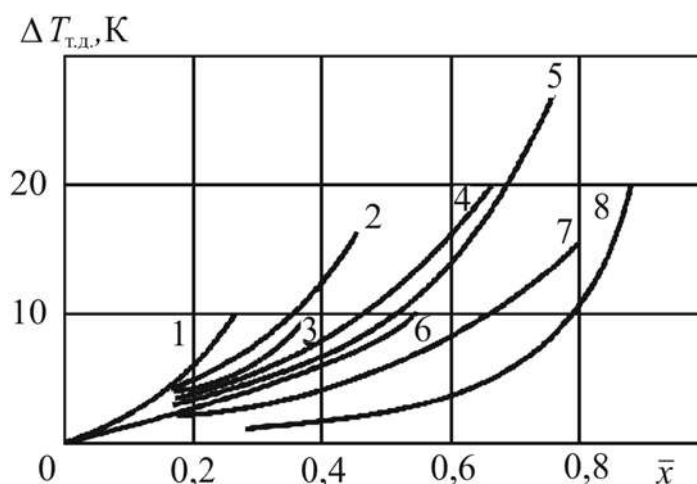


Рис. 11.17. Зависимость температурной депрессии  $\Delta T_{\text{т.д.}}$  при атмосферном давлении от массовой доли  $\bar{x}$  для растворов различных солей 1 – 8

Для определения депрессии при ином давлении, при отсутствии данных в справочной литературе, используют приближенные методы, например, метод Тищенко.

**Гидростатическая депрессия**  $\Delta T_{\text{г.э.}}$  равна разности температуры кипения чистого растворителя при среднем давлении кипящего раствора и температуры кипения растворителя на поверхности раствора, то есть температуры конденсации вторичного пара  $T'_в$

$$\Delta T_{\text{г.э.}} = T_{\text{к,р-ля}}(p_{\text{ср}}) - T'_в. \quad (11.25)$$

Упариваемый раствор в наиболее распространенных



конструкциях выпарных аппаратов кипит в вертикальных кипятильных трубах. Высота кипятильных труб  $H$  может достигать значительных величин. При этом температура кипения растворителя у границы раздела фаз пар-жидкость (вверху труб)  $T'_в$  будет отличаться от температуры кипения растворителя внизу труб  $T'_н$  на величину, обусловленную гидростатическим давлением столба парожидкостной смеси:

$$\Delta p = \rho g H, \quad (11.26)$$

где  $H$  – высота столба кипящей жидкости,  $\rho$  – плотность парожидкостной системы. Обычно величину гидростатической депрессии определяют для средней высоты столба жидкости, давление для которой равно

$$p_{cp} = p'_в + \rho g H / 2. \quad (11.27)$$

Температуры кипения растворителя (насыщенного пара) в зависимости от давления в (11.25) находят по справочным таблицам. Гидростатическая депрессия оказывает наиболее существенное влияние при работе аппаратов под вакуумом. В плёночных аппаратах гидростатическая депрессия отсутствует, чем обуславливается их применение при выпаривании под вакуумом.

**Гидродинамическая (гидравлическая) депрессия** равна разности температур вторичного пара непосредственно над кипящим раствором  $T'_в$  и на входе в последующий корпус  $T''_в$ :

$$\Delta T_{г.с.} = T'_в - T''_в. \quad (11.28)$$

Она обусловлена наличием гидравлических сопротивлений на пути движения вторичного пара через сепарационные устройства и соединительные паропроводы выпарных аппаратов. Уменьшение давления насыщенного пара сопровождается падением его температуры. Величина гидродинамической депрессии составляет обычно 0,5 – 1,5 К и принимается, как правило, равной 1 К для каждого аппарата.

## 11.8. Распределение полезной разности температур по корпусам

*Общая разность температур  $\Delta T_{общ}$*  многокорпусной установки представляет собой разность между температурой греющего первичного пара в первом корпусе  $T_{г,1}$  и температурой вторичного

пара  $T''_{в,N}$ , выходящего из последнего, по ходу движения пара, корпуса  $N$ :

$$\Delta T_{\text{общ}} = T_{г,1} - T''_{в,N}. \quad (11.29)$$

Полезная разность температур меньше общей разности на величину температурных потерь. Так, для одного корпуса полезная разность температур с учетом (11.21) равна

$$\Delta T_{\text{пол},i} = T_{г,i} - T_{к,i} = T_{г,i} - T''_{в,i} - \Delta T''_{\text{пот},i}. \quad (11.30)$$

Для многокорпусной выпарной установки *общая полезная разность температур*  $\Delta T_{\text{пол}}$  определяется как

$$\Delta T_{\text{пол}} = \sum_{i=1}^N \Delta T_{\text{пол},i} = T_{г,1} - T''_{в,N} - \sum_{i=1}^N \Delta T''_{\text{пот},i}, \quad (11.31)$$

где

$$\sum_{i=1}^N \Delta T''_{\text{пот},i} = \sum_{i=1}^N (\Delta T_{\text{т.д.},i} + \Delta T_{\text{г.э.},i} + \Delta T_{\text{г.с.},i}). \quad (11.32)$$

Общая полезная разность температур распределяется по корпусам многокорпусной установки. Распределение полезной разности температур может проводиться по-разному. Обычно используются два варианта: *равенство поверхностей нагрева корпусов* или *минимум суммарной поверхности нагрева корпусов*. Равенство поверхностей нагрева (теплопередачи) корпусов позволяет ввести унификацию и взаимозаменяемость аппаратов, а минимальная суммарная поверхность нагрева корпусов обеспечивает их меньшую металлоемкость.

Найдем распределение полезной разности температур при условии равенства поверхностей нагрева корпусов ( $F_i = \text{idem}$ ). На основе уравнений теплопередачи (11.16) для каждого корпуса можно записать

$$\Delta T_{\text{пол},i} = \frac{\dot{Q}_i^r}{K_{т,i}} \frac{1}{F_i}. \quad (11.33)$$

Складывая полезные разности по корпусам, найдем общую полезную разность температур, и при условии, что  $F_i = F'$ , получим

$$\Delta T_{\text{пол}} = \sum_{i=1}^N \Delta T_{\text{пол},i} = \frac{1}{F'} \sum_{i=1}^N \frac{\dot{Q}_i^r}{K_{т,i}}. \quad (11.34)$$

Из уравнения (11.34) находим

$$\frac{1}{F'} = \frac{\Delta T_{\text{пол}}}{\sum_{i=1}^N \frac{\dot{Q}_i^{\Gamma}}{K_{\text{т},i}}} . \quad (11.35)$$

Подставляя полученное значение  $1/F'$  (11.35) в уравнение (11.33), находим полезную разность температур в каждом корпусе:

$$\Delta T_{\text{пол},i} = \frac{\frac{\dot{Q}_i^{\Gamma}}{K_{\text{т},i}} \Delta T_{\text{пол}}}{\sum_{i=1}^N \frac{\dot{Q}_i^{\Gamma}}{K_{\text{т},i}}} . \quad (11.36)$$

Определим  $\Delta T_{\text{пол},i}$  при условии  $\min F$ . В этом случае общая поверхность нагрева установки определяется в соответствии с уравнением (11.16):

$$F = \sum_{i=1}^N F_i = \sum_{i=1}^N \frac{\dot{Q}_i^{\Gamma}}{K_{\text{т},i} \Delta T_{\text{пол},i}} . \quad (11.37)$$

Для нахождения минимума функции  $F$  дифференцируют уравнение (11.37) по  $\Delta T_{\text{пол},i}$ , приравнявая полученные частные производные нулю, что является необходимым условием экстремума:

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta T_{\text{пол},i}} = 0; \quad i = \overline{1, N-1} . \quad (11.38)$$

Независимыми при этом являются  $N-1$  полезная разность температур в корпусах, так как они связаны с общей полезной разностью температур соотношением (11.31). Это позволяет выразить полезную разность температур для  $N$ -го корпуса  $\Delta T_{\text{пол},N}$ .

$$\Delta T_{\text{пол},N} = \Delta T_{\text{пол}} - \sum_{j=1}^{N-1} \Delta T_{\text{пол},j} . \quad (11.39)$$

Продифференцируем в (11.38) с учетом (11.37) и (11.39):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Delta T_{\text{пол},i}} \left( \sum_{j=1}^N \frac{\dot{Q}_j^{\Gamma}}{K_{\text{т},j} \Delta T_{\text{пол},j}} \right) &= \frac{\partial}{\partial \Delta T_{\text{пол},i}} \left( \sum_{j=1}^{N-1} \frac{\dot{Q}_j^{\Gamma}}{K_{\text{т},j} \Delta T_{\text{пол},j}} + \frac{\dot{Q}_N^{\Gamma}}{K_{\text{т},N} (\Delta T_{\text{пол}} - \sum_{k=1}^{N-1} \Delta T_{\text{пол},k})} \right) = \\ &= -\frac{\dot{Q}_i^{\Gamma}}{K_{\text{т},i} \Delta T_{\text{пол},i}^2} + \frac{\dot{Q}_N^{\Gamma}}{K_{\text{т},N} (\Delta T_{\text{пол}} - \sum_{k=1}^{N-1} \Delta T_{\text{пол},k})^2} = 0 \end{aligned}$$

или

$$\frac{\dot{Q}_i^r}{K_{T,i}\Delta T_{\text{пол},i}^2} = \frac{\dot{Q}_N^r}{K_{T,N}\Delta T_{\text{пол},N}^2}; \quad i = \overline{1, N-1}. \quad (11.40)$$

Преобразуем уравнения (11.40) к виду

$$\frac{\Delta T_{\text{пол},i}}{\Delta T_{\text{пол},N}} = \frac{\sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}}{\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}}; \quad i = \overline{1, N-1}. \quad (11.41)$$

Найдем отношение  $\Delta T_{\text{пол},i}/\Delta T_{\text{пол}}$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T_{\text{пол},i}}{\Delta T_{\text{пол}}} &= \frac{\Delta T_{\text{пол},i}/\Delta T_{\text{пол},N}}{\Delta T_{\text{пол}}/\Delta T_{\text{пол},N}} = \frac{\Delta T_{\text{пол},i}/\Delta T_{\text{пол},N}}{\sum_{j=1}^N \Delta T_{\text{пол},j}/\Delta T_{\text{пол},N}} = \\ &= \frac{\sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}}{\sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\dot{Q}_j^r/K_{T,j}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}} + \frac{\Delta T_{\text{пол},N}}{\Delta T_{\text{пол},N}}} = \frac{\sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}}{\sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\dot{Q}_j^r/K_{T,j}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}} + 1} = \\ &= \frac{\sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}}{\sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\dot{Q}_j^r/K_{T,j}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}} + \sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}/\sqrt{\dot{Q}_N^r/K_{T,N}}} = \frac{\sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}}{\sum_{j=1}^N \sqrt{\dot{Q}_j^r/K_{T,j}}}. \end{aligned} \quad (11.42)$$

Отсюда для условия  $\min F$

$$\Delta T_{\text{пол},i} = \frac{\Delta T_{\text{пол}} \sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}}{\sum_{i=1}^N \sqrt{\dot{Q}_i^r/K_{T,i}}}. \quad (11.43)$$

Распределение общей полезной разности температур этим способом приводит к удорожанию изготовления аппаратов и эксплуатации, но дает преимущество в металлоемкости. Такой принцип организации процесса менее распространен, чем с равными поверхностями, и может быть более экономичен лишь в отдельных случаях при большой стоимости материалов, идущих на изготовление аппаратов.

## 11.9. Расчет многокорпусной выпарной установки

Свойства растворов, применяемых в промышленности, концентрируемых методом выпаривания, отличаются широким диапазоном изменения физико-химических показателей: плотность, вязкость, температура кипения, склонность к пенообразованию, кристаллизации, термостабильность и т.д. На основе указанных свойств растворов осуществляется выбор условий проведения

процесса (давление в системе аппаратов, их количество), конструкции выпарных аппаратов и схемы организации процесса (соединения выпарных аппаратов между собой: прямоточные, противоточные и другие установки). Многовариантность выполнения поставленной задачи разрешается сравнением технико-экономических показателей каждого варианта и выбором оптимального.

Рассмотрим технологическую часть расчета прямоточной многокорпусной выпарной установки. Пусть в качестве задания на проектирование известны:  $G_H$  – массовый расход исходного раствора, поступающего на концентрирование;  $\bar{x}_H$  – массовая доля растворенного вещества в исходном растворе;  $\bar{x}_K$  – массовая доля вещества в упаренном растворе;  $p_{г.п.}$  – давление греющего (первичного) пара;  $p_{б.к.}$  – давление в барометрическом конденсаторе.

1. Из уравнений материального баланса (11.5), (11.6), рассматривая всю установку в целом, определяются количество удаленного растворителя:

$$W = G_H \left( 1 - \frac{\bar{x}_H}{\bar{x}_K} \right) \quad (11.44)$$

и расход получаемого упаренного раствора:

$$G_K = G_H \frac{\bar{x}_H}{\bar{x}_K}. \quad (11.45)$$

2. В первом приближении задается число корпусов  $N$  и распределение на основе практического опыта нагрузки по выпариваемому растворителю по корпусам:

$$W_1 : W_2 : \dots : W_i : \dots : W_N = 1 : c'_2 : \dots : c'_i : \dots : c'_N, \quad (11.46)$$

где коэффициенты  $c'_1 = 1$ ,  $c'_i = c'_{i-1} + 0,1$ ;  $i = 2, N$ ,

$$W_i = \frac{c'_i W}{\sum_{i=1}^N c'_i}. \quad (11.47)$$

Допустим, что число корпусов в установке  $N = 3$ . Тогда (11.46) и (11.47) примут вид

$$W_1 : W_2 : W_3 = 1,0 : 1,1 : 1,2;$$

$$W_1 = \frac{1,0W}{1,0+1,1+1,2}; \quad W_2 = \frac{1,1W}{1,0+1,1+1,2}; \quad W_3 = \frac{1,2W}{1,0+1,1+1,2}.$$

3. Производится расчет концентраций и расходов растворов на выходе из корпусов

$$\bar{x}_i = \frac{G_{i-1} \bar{x}_{i-1}}{G_i}, \quad (11.48)$$

$$G_i = G_{i-1} - W_i, \quad (11.49)$$

где при  $i = 1$ ,  $G_0 = G_H$ ,  $\bar{x}_0 = \bar{x}_H$ .

4. Производится распределение в первом приближении перепада давлений между корпусами поровну ( $\Delta p_i = \text{idem}$ ) и определение давлений, температур и энтальпий греющих и вторичных паров в корпусах:

$$\Delta p_i = \frac{p_{\Gamma, \Pi} - p_{\text{б.к.}}}{N}, \quad (11.50)$$

$$p_{\Gamma, i} = p_{\Gamma, \Pi} - (i-1)\Delta p_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (11.51)$$

По давлению греющего пара в корпусе  $p_{\Gamma, i}$  из таблиц определяются температуры насыщенного пара и энтальпии в корпусах

$$T_{\Gamma, i} = T(p_{\Gamma, i}) \quad I'_{\Gamma, i} = I'(p_{\Gamma, i}), \quad i = \overline{1, N}, \quad (11.52)$$

$$p''_{\text{в}, i} = p_{\Gamma, i+1}, \quad T''_{\text{в}, i} = T_{\Gamma, i+1}, \quad T'_{\text{в}, i} = T''_{\text{в}, i} + \Delta T_{\Gamma, \text{с.}, i}, \quad p'_{\text{в}, i} = p(T'_{\text{в}, i}), \quad i = \overline{1, N-1}, \quad (11.53)$$

$$p''_{\text{в}, N} = p_{\text{б.к.}}, \quad T''_{\text{в}, N} = T(p_{\text{б.к.}}), \quad I'_{\text{в}, N} = I'(p_{\text{б.к.}}), \quad T'_{\text{в}, N} = T''_{\text{в}, N} + \Delta T_{\Gamma, \text{с.}, N}, \quad p'_{\text{в}, N} = p(T'_{\text{в}, N}). \quad (11.54)$$

5. Определение температурных потерь и температур кипения раствора в корпусах. При интенсивной циркуляции раствора в аппаратах выпаривания структура потока близка к модели идеального смешения. Поэтому концентрацию в корпусе принимают обычно равной концентрации выходящего из аппарата упаренного раствора. Таким образом, по известным концентрациям  $\bar{x}_i$ , давлениям  $p'_{\text{в}, i}$  и температурам  $T'_{\text{в}, i}$  в корпусах по соотношениям (11.23) – (11.28) находятся температурные потери в каждом корпусе, а затем по (11.32) – суммарные температурные потери всей выпарной установки. Далее определяется температура кипения растворов в корпусах:

$$T_{\text{к}, i} = T'_{\text{в}, i} + \Delta T''_{\text{пот}, i}. \quad (11.55)$$

6. Определяются полезные разности температур по корпусам:

$$\Delta T_{\text{пол}, i} = T_{\Gamma, i} - T_{\text{к}, i} \quad (11.56)$$

и общая полезная разность температур:

$$\Delta T_{\text{пол}} = \sum_{i=1}^N \Delta T_{\text{пол}, i}. \quad (11.57)$$

Правильность расчетов можно проверить, сравнив полученное

значение общей полезной разности температур по уравнению (11.57) и выражению

$$\Delta T_{\text{пол}} = T_{\Gamma,1} - T''_{\text{в},N} - \sum_{i=1}^N \Delta T''_{\text{пот},i}, \quad (11.58)$$

в котором разность  $T_{\Gamma,1} - T''_{\text{в},N} = \Delta T_{\text{общ}}$  – общая разность температур.

7. Определяются тепловые нагрузки аппаратов  $\dot{Q}_i^{\Gamma}$ , расход греющего пара  $D_{\Gamma}$ , производительности каждого аппарата по испаряемому растворителю  $W_i$  на основе совместного решения уравнений теплового и материального балансов по корпусам (11.12), (11.18):

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i^{\Gamma} = W_{i-1}(I'_{\Gamma,i} - I'_{\text{конд},i}) = \varepsilon(G_{i-1}c_{p,i-1}(T_{\kappa,i} - T_{\kappa,i-1}) + \\ + W_i(I'_{\text{в},i} - c_{p,p,i}T_{\kappa,i}) - Q_{\text{конд},i}), \quad i = \overline{1, N} \end{aligned} \quad (11.59)$$

$$W = \sum_{i=1}^N W_i, \quad (11.60)$$

где  $c_{p,0} = c_{p,n}$ ,  $G_0 = G_n$ ,  $W_0 = D_{\Gamma}$ ,  $T_{\kappa,0} = T_n$ , а  $\varepsilon = 1,03-1,05$  – коэффициент, учитывающий потери тепла в окружающую среду. Напомним, что  $c_{p,i}$  – теплоемкость раствора с концентрацией  $\bar{x}_i$  при температуре  $T_{\kappa,i}$ , а  $c_{p,p,i}$  – теплоемкость чистого растворителя при температуре  $T_{\kappa,i}$ . Искомые величины:  $\dot{Q}_i^{\Gamma}$ ,  $W_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ ;  $D_{\Gamma} = W_0$ .

Если распределение выпариваемого растворителя по корпусам, найденное из решения данной системы уравнений, не соответствует принятому ранее, то расчет повторяется, начиная с пункта 3, используя новое распределение  $W_i$ .

8. Рассчитываются коэффициенты теплопередачи  $K_{\Gamma,i}$  по корпусам установки. Для этого используется уравнение аддитивности термических сопротивлений (10.15) и расчетные зависимости для определения коэффициентов теплоотдачи в выпарном аппарате, рассмотренные в предыдущих главах, а также имеющиеся в справочной литературе.

9. Производится распределение полезной разности температур по корпусам и определение поверхностей нагрева корпусов. Такое распределение проводится либо на основе равенства поверхностей теплопередачи корпусов ( $F_i = \text{idem}$ ) (11.36), либо на основе обеспечения минимума поверхности теплопередачи всей установки ( $\min F$ ) (11.43). Для выбора одного из этих способов необходимо рассчитать полезные разности температур  $\Delta T_{\text{пол},i}$  по (11.36) и (11.43), из уравнения теплопередачи поверхность каждого аппарата

$$F_i = \frac{\dot{Q}_i^r}{K_{\tau,i} \Delta T_{\text{пол},i}}, \quad (11.61)$$

а затем суммарную поверхность теплопередачи установки  $F = \sum_{i=1}^N F_i$  для обоих способов. Окончательное решение следует принимать на основе технико-экономического расчета. Однако в качестве упрощающей процедуры в учебных целях можно рекомендовать следующую: если суммарная поверхность теплопередачи варианта  $\min F$  меньше поверхности варианта  $F_i = \text{idem}$  на 10% и более, то предпочтителен вариант  $\min F$ , в противном случае выбирается  $F_i = \text{idem}$ .

На основе рассчитанных поверхностей теплопередачи производится выбор стандартных аппаратов.

Найденное распределение полезной разности температур по корпусам (из условий  $F_i = \text{idem}$  или  $\min F$ ) может отличаться от полученного ранее в пункте 6 из условия равного перепада давлений по корпусам  $\Delta p_i = \text{idem}$ , поэтому заново распределяются температуры и давления по корпусам на основе выбранного варианта:

$$T_{\kappa,i} = T_{\Gamma,i} - \Delta T_{\text{пол},i}, \quad (11.62)$$

$$T''_{\text{в},i} = T_{\kappa,i} - \Delta T''_{\text{пот},i}, \quad (11.63)$$

$$p''_{\text{в},i} = p(T''_{\text{в},i}), \quad T_{\Gamma,i+1} = T''_{\text{в},i}. \quad (11.64)$$

Расчет по формулам (11.62) – (11.64) производится последовательно от первого корпуса к последнему.

Если разницы между принятыми давлениями в корпусах (п.4) и найденными (п.9) не будут превышать заданную величину  $\varepsilon$ , обычно составляющую 3%, то сходимость можно считать удовлетворительной.

$$\left| \frac{p''_{\text{в},i}(\text{п.9}) - p''_{\text{в},i}(\text{п.4})}{p''_{\text{в},i}(\text{п.9})} \right| < 0,03. \quad (11.65)$$

В противном случае принимается найденное в пункте 9 распределение давлений, подставляется в пункт 4, и расчеты производятся вновь до выполнения условия (11.65).

10. Выбирается оптимальное число корпусов. Как было показано выше, с увеличением числа корпусов расход греющего пара уменьшается обратно пропорционально их количеству  $D_{\Gamma} \sim N^{-1}$ .



Однако при этом возрастают температурные потери, уменьшаются полезные разности температур, что приводит к увеличению суммарной поверхности нагрева корпусов. Можно записать суммарные затраты на функционирование выпарной установки в виде двух слагаемых, одно из которых пропорционально поверхности нагрева  $F$ , а другое – расходу греющего пара:

$$Z = Z_1 + Z_2 = AF + BD_r. \quad (11.66)$$

Коэффициент  $A$  будет учитывать стоимость материалов, изготовления, монтажа, ремонта, срок службы аппаратов, а  $B$  – стоимость греющего пара. Рассчитывая величину затрат для различного числа корпусов, выбирается оптимальный вариант, обеспечивающий минимум затрат. Как правило,  $N_{\text{opt}}$  составляет 3–5 (рис. 11.18).

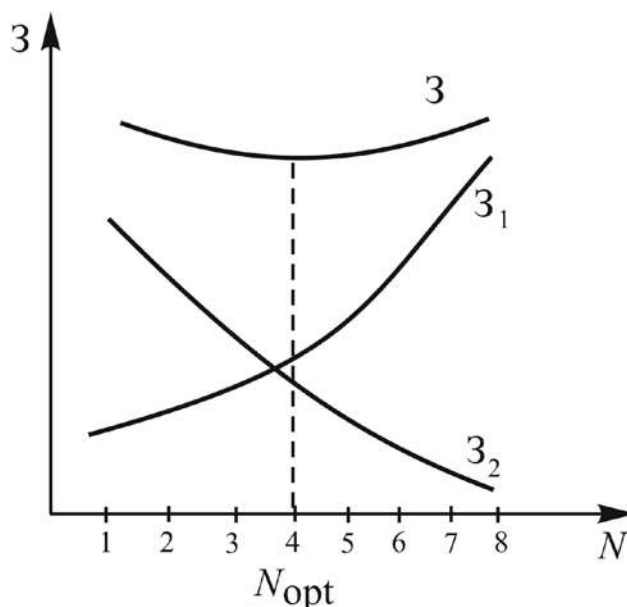


Рис. 11.18 Зависимость затрат на функционирование выпарной установки от числа корпусов

### Контрольные вопросы

1. Что называется выпариванием и с какими целями оно может осуществляться?
2. Дайте определение следующих понятий: греющий (первичный) и вторичный пар, экстра-пар, полезная разность температур, температурные потери.

3. По каким признакам и как подразделяются способы выпаривания?
4. Приведите классификацию выпарных аппаратов.
5. Рассмотрите принцип работы и устройство различных выпарных аппаратов, проведите их сравнительный анализ.
6. Изобразите схемы многокорпусных выпарных установок: прямоточную, противоточную и с параллельным питанием корпусов; проанализируйте их преимущества и недостатки.
7. Запишите материальный и тепловой балансы однокорпусной выпарной установки.
8. Из каких составляющих складываются температурные потери и как их определить?
9. Какие способы распределения полезной разности температур вам известны? Проанализируйте их преимущества и недостатки.
10. Сформулируйте основные этапы расчета многокорпусной выпарной установки.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Выполнение какого условия необходимо для функционирования многокорпусной выпарной установки?
2. Для чего требуется определять температурные потери?
3. В чем заключаются преимущества и недостатки многокорпусных выпарных установок?

## Часть IV. МАССООБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ

### Глава 12. МАССООБМЕН

Основой алгоритмов проектного и поверочного расчета массообменных аппаратов является уравнение массопередачи в интегральной форме. Однако его использование в виде (4.109) затруднительно. Первая проблема заключается в нахождении средней движущей силы процесса – разности химических потенциалов компонентов в фазах. Если провести аналогию с уже изученным процессом теплопередачи, то температуры фаз могли быть замерены термометрами или найдены с применением уравнения теплового баланса. Аналогичные способы определения химических потенциалов отсутствуют. Химический потенциал компонента непосредственно измерить невозможно. Для его расчета используют соотношения между термодинамическими функциями, которые, в свою очередь, зависят от состава смеси. Поскольку концентрации компонентов могут непосредственно измеряться, например, с помощью хроматографа или ЯМР спектрометра, а также определяться из уравнения материального баланса, то на практике обычно применяются различные модификации уравнения массопередачи, в которых движущие силы выражены через концентрации. Однако движущей силой массопередачи, как это будет показано в разделе 12.2.2, является не разность концентраций компонента в фазах, а отличие концентрации компонента от равновесного значения. Таким образом, возникает необходимость определения концентраций, соответствующих условию фазового равновесия. Этот вопрос освещается в первом разделе данной главы.

Другой проблемой применения интегральной формы уравнения массопередачи является сложность определения величины межфазной поверхности во многих случаях массообмена, особенно в газожидкостных системах. Поверхностью контакта фаз в аппарате зачастую, является совокупная поверхность газовых струй и пузырей, а также пены и капель жидкости. В таких случаях используют различные модификации уравнений массопередачи, не требующие знания величины межфазной поверхности. Модифицированные уравнения массопередачи приводятся в разделе 12.2.

В данной главе по аналогии с теплообменом также рассматриваются способы нахождения полей концентраций и потоков

массы, а также локальных и средних коэффициентов массоотдачи. Кроме того, приводятся классификация и схема расчета массообменных аппаратов.

## 12.1. Фазовые равновесия

Основная цель данного раздела – установить вид зависимости между концентрациями компонентов в фазах в состоянии равновесия. Массообменные процессы химической технологии протекают в системах, состоящих из двух и более компонентов, поэтому рассматриваться будут бинарные и многокомпонентные смеси. Материал изложен с учетом достаточно подробного изучения этого вопроса в курсах физики и физической химии.

Условиями равновесия в гетерофазной системе, не находящейся под воздействием внешних сил, являются равенство давлений, температур и химических потенциалов компонентов во всех фазах. Химический потенциал компонента  $i$  в каждой из фаз определяют как частную производную от энергии Гиббса по числу молей  $i$ -го компонента при фиксированных давлении, температуре и количестве вещества остальных компонентов:

$$\mu_i = \left( \frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{p, T, N_j = \text{const}}; \quad G = G(p, T, N_1, N_2, \dots, N_n). \quad (12.1)$$

Определим *число степеней свободы*, которое можно произвольно изменять, не нарушая равновесия между фазами, иначе – это количество независимых переменных, однозначно задающих состояние равновесия в гетерофазной системе. Состояние каждой из фаз определяется давлением, температурой и составом. Последний наиболее удобно выражать в мольных долях  $x_i$ . Поскольку сумма мольных долей всех  $n$  компонентов по определению равна единице, число независимых концентраций будет равно  $n-1$ . Следовательно, задать состояние каждой фазы можно с помощью  $n-1$  концентрации, давления и температуры, т.е.  $n-1+2$  независимых переменных.

В условиях равновесия давление и температура во всех фазах одинаковы, а концентрации компонентов в фазах могут отличаться. С учетом этого равновесное состояние в системе из  $\Phi$  фаз должно задаваться  $\Phi(n-1)+2$  переменными. Однако необходимо принять во внимание равенство химических потенциалов компонентов в фазах, которое характеризуется  $(\Phi-1)n$  уравнениями:

$$\mu_i^I = \mu_i^{II}, \mu_i^I = \mu_i^{III}, \dots, \mu_i^I = \mu_i^{\Phi}, i = \overline{1, n}. \quad (12.2)$$

Поскольку химический потенциал является функцией температуры, давления и состава  $\mu_i = \mu_i(p, T, x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ , как это следует из (12.1), то уравнения (12.2) устанавливают связь между этими величинами, уменьшая количество независимых переменных на число уравнений. С учетом этого число степеней свободы  $C$  (количество независимых переменных) в равновесной гетерофазной системе будет равно

$$C = \Phi(n-1) + 2 - (\Phi-1)n = n - \Phi + 2. \quad (12.3)$$

Мы получили соотношение, известное как правило фаз Гиббса.

Теперь перейдем к установлению связи между концентрациями компонентов в фазах в условиях равновесия. Формальные соотношения, заменяющие (12.2), могут быть записаны чрезвычайно просто, они называются уравнениями равновесия:

$$c_i^I = m_{i,c}^{I,II} c_i^{II}, \quad c_i^I = m_{i,c}^{I,III} c_i^{III}. \quad (12.4)$$

Коэффициенты пропорциональности между концентрациями в условиях равновесия носят название *коэффициентов распределения*. Вся сложность заключается в том, чтобы их найти. Используя правило фаз Гиббса (12.3), можно определить число независимых переменных, от которых будут зависимы коэффициенты распределения. Конкретные их значения могут быть найдены из (12.4) по экспериментальным данным о равновесных концентрациях либо из (12.2), если установлен вид зависимости химических потенциалов от концентраций.

Следует отметить, что величина коэффициента распределения зависит от способа выражения концентраций в (12.4). Так, если вместо объемной мольной концентрации  $c_i$  использовать мольную долю  $x_i$  или относительную массовую концентрацию  $\bar{X}_i$ , то соответствующие коэффициенты распределения будут отличаться:  $m_{i,c} \neq m_{i,x} \neq m_{i,\bar{X}}$ . Поскольку в дальнейшем мы будем рассматривать лишь двухфазные системы, то верхние индексы у коэффициентов распределения указывать не будем. Если в каждой из фаз находится не более двух компонентов то обычно у величин не указывается и нижний индекс  $i$ , обозначающий номер компонента. При этом подразумевается, что величины относятся к распределяемому компоненту. Если границу раздела фаз пересекают оба компонента, то величины относят к легколетучему. Зачастую, чтобы не указывать номер фазы,

концентрацию компонента в фазах обозначают различными буквами. Так, для обозначения мольной доли в газовой фазе обычно используют букву  $y$ , а в жидкой –  $x$ . В этом случае уравнения равновесия можно записать в виде

$$y_i = \frac{c_i^I}{c_i^I + c_j^I} = y, \quad x_i = \frac{c_i^{II}}{c_i^{II} + c_j^{II}} = x, \quad y = m_x x, \quad (12.5)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{m'_i c_i^I}{m'_j c_j^I} = \bar{Y}, \quad \bar{X}_i = \frac{m'_i c_i^{II}}{m'_j c_j^{II}} = \bar{X}, \quad \bar{Y} = m_{\bar{x}} \bar{X}, \quad (12.6)$$

где  $m'_i$  – мольная масса компонента  $i$ . Связь коэффициентов распределения при различных способах выражения концентрации приведена в [49].

Нахождение коэффициентов распределения из экспериментальных данных по равновесным концентрациям с использованием соотношений типа (12.4) – (12.6) осуществляется чрезвычайно просто. Однако следует учитывать, что даже для двухкомпонентной двухфазной системы в соответствии с (12.3)  $C=2$ , коэффициент распределения будет зависеть от двух переменных.  $m_x = m_x(T, x) = m_x(p, x) = m_x(T, p)$ . Следовательно, необходимо иметь набор экспериментальных данных по равновесию во всей области изменения двух параметров. При увеличении числа компонентов в системе ситуация еще более усложняется.

При отсутствии необходимого количества экспериментальных данных, а также при желании иметь аналитическую зависимость коэффициентов распределения от параметров состояния используют другой путь – устанавливают связь концентраций с химическими потенциалами, для которых условие равновесия имеет простой вид (12.2). Попытаемся такую связь установить. Льюисом было предложено записать химический потенциал в виде

$$\mu_i = \mu_i^+ + RT \ln(f_i), \quad (12.7)$$

где  $\mu_i^+$  – некоторая функция, зависящая только от температуры, а  $f_i$  – *летучесть* или *фугитивность* компонента  $i$ . Удобнее бывает использовать не абсолютную величину летучести, а относительную  $a_i$ , отнеся ее к некоторой стандартной летучести  $f_i^0$ . Относительную летучесть  $a_i$  называют *активностью* компонента  $i$ :

$$f_i = a_i f_i^0, \quad \mu_i = \mu_i^0 + RT \ln(a_i), \quad \mu_i^0 = \mu_i^+ + RT \ln(f_i^0). \quad (12.8)$$

Найдем зависимость летучести от давления при постоянной

температуре системы. Воспользуемся известными из термодинамики дифференциальными соотношениями:

$$\frac{\partial G}{\partial p} = V, \quad (12.9) \qquad \frac{\partial V}{\partial N_i} = V_i. \quad (12.10)$$

Тогда с учётом (12.1) получим

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial G}{\partial N_i} \right) = \frac{\partial}{\partial N_i} \left( \frac{\partial G}{\partial p} \right) = V_i, \quad (12.11)$$

где  $V_i$  – парциальный объем компонента  $i$  в смеси;  $N_i$  – число молей компонента  $i$ .

Продифференцируем обе части уравнения (12.7) по  $p$  при  $T=\text{const}$  с учетом (12.11):

$$\frac{\partial \ln(f_i)}{\partial p} = \frac{1}{RT} \frac{\partial \mu_i}{\partial p} = \frac{V_i}{RT}. \quad (12.12)$$

При постоянных температуре и составе смеси частная производная может быть заменена обыкновенной, так как  $p$  будет единственным аргументом:

$$\frac{d \ln(f_i)}{dp} = \frac{V_i}{RT}, \quad (12.13) \qquad \ln(f_i) = \frac{1}{RT} \int V_i dp + C'_i. \quad (12.14)$$

Парциальный объем компонента можно выразить через коэффициент сжимаемости  $z_i$  компонента  $i$  в смеси:

$$pV = \sum_{i=1}^n N_i z_i RT, \quad (12.15) \qquad \frac{\partial V}{\partial N_i} = z_i \frac{RT}{p} = V_i, \quad (12.16)$$

$$\ln(f_i) = \int \frac{z_i}{p} dp + C'_i. \quad (12.17)$$

Для определения констант интегрирования  $C'_i$  необходимо воспользоваться результатами статистической механики. Напомним, что термодинамика устанавливает лишь связи между величинами, но не позволяет найти их абсолютные значения. Рассмотрим идеальный газ – модельную систему частиц, энергия взаимодействия которых пренебрежимо мала по сравнению с полной энергией системы. Статистическая механика позволяет получить для смеси идеальных газов уравнение состояния ( $z_i=1$  в (12.15)) и равенства летучестей компонентов их парциальным давлениям:

$$p_i V = N_i RT, \quad (12.18) \qquad f_i^{\text{н.г.}} = p_i. \quad (12.19)$$

Используя этот результат в (12.17), можно найти  $C'_i$  :

$$\ln(p_i) = \ln(p) + C'_i, \quad (12.20) \quad C'_i = \ln\left(\frac{p_i}{p}\right) = \ln(y_i). \quad (12.21)$$

Отметим, что из соотношения (12.19) следует уменьшение энергии Гиббса при изобарно-изотермическом смешении чистых идеальных газов или, что эквивалентно, увеличение энтропии.

В реальных газах (парах) летучесть компонента не совпадает с парциальным давлением. Ее принято выражать через активность  $a_i$  или коэффициент летучести  $\phi_i$ , выбирая в качестве стандартного состояния чистый идеальный газ сорта  $i$  при температуре и давлении реальной смеси:

$$f_i^{0,r} = f_i^{и.г.}_{y_i \rightarrow 1} = p, \quad (12.22) \quad a_i = \frac{f_i^r}{f_i^{0,r}} = \phi_i y_i, \quad (12.23)$$

$$f_i^r = a_i f_i^{0,r} = a_i p = \phi_i y_i p. \quad (12.24)$$

Таким образом, задача отыскания летучести реальных газов сводится к определению коэффициента летучести  $\phi_i$ .

Найдем эту величину, учитывая, что при бесконечно малом давлении реальный газ приближается к идеальному. Прибавим к правой части уравнения (12.13) и отнимем  $p^{-1}$ :

$$\frac{d\ln(f_i)}{dp} = \left( \frac{V_i}{RT} - \frac{1}{p} \right) + \frac{1}{p}, \quad (12.25)$$

$$\frac{d(\ln(f_i) - \ln(p))}{dp} = \frac{d\ln\left(\frac{f_i}{p}\right)}{dp} = \frac{V_i}{RT} - \frac{1}{p}. \quad (12.26)$$

Проинтегрируем (12.26) по  $dp$  от 0 до  $p$ :

$$\ln\left(\frac{f_i}{p}\right)_{p=p} - \ln\left(\frac{y_i p}{p}\right)_{p=0} = \ln\left(\frac{f_i}{y_i p}\right) = \int_0^p \left( \frac{V_i}{RT} - \frac{1}{p} \right) dp, \quad (12.27)$$

$$f_i = y_i p \exp\left( \int_0^p \left( \frac{V_i}{RT} - \frac{1}{p} \right) dp \right) = y_i p \exp\left( \int_0^p \frac{(z_i - 1)}{p} dp \right), \quad (12.28)$$

$$\phi_i = \frac{f_i^r}{y_i p} = \exp\left( \int_0^p \left( \frac{V_i}{RT} - \frac{1}{p} \right) dp \right) = \exp\left( \int_0^p \frac{(z_i - 1)}{p} dp \right). \quad (12.29)$$

Нетрудно убедиться, что для идеального газа ( $z_i=1$ )  $\phi_i = 1$  по (12.29), а  $f_i^r = p_i$  по (12.28). В реальном газе  $z_i \neq 1$ ,  $\phi_i \neq 1$ ,  $f_i^r \neq p_i$ . Для расчета летучести реального газа необходимо знание уравнения состояния, т.е.



зависимости  $z_i(p)$ . При этом можно использовать как теоретические, полученные с помощью методов статистической механики, так и эмпирические уравнения состояния.

При рассмотрении жидких смесей принято использовать два различных стандартных состояния. Если при температуре и давлении смеси чистый компонент  $i$  будет находиться в жидком состоянии, то именно оно выбирается в качестве стандартного. Если же при температуре и давлении смеси чистый компонент находится в газовом или твердом состоянии, то для него в качестве стандартного выбирается бесконечно разбавленное состояние:

$$f_i^{ж,0} = f_i^{ж'} = f_i^{ж}, x_i \rightarrow 1, \quad (12.30) \quad a_i' = \frac{f_i^{ж}}{f_i^{ж'}} = \gamma_i' x_i, \quad (12.31)$$

$$f_i^{ж} = a_i' f_i^{ж'} = \gamma_i' x_i f_i^{ж'}, \quad (12.32) \quad x_i \rightarrow 1, \gamma_i' \rightarrow 1, a_i' \rightarrow x_i, \quad (12.33)$$

$$f_i^{ж,0} = f_i^{ж''} = f_i^{ж} / x_i, x_i \rightarrow 0, \quad (12.34) \quad a_i'' = \frac{f_i^{ж}}{f_i^{ж''}} = \gamma_i'' x_i, \quad (12.35)$$

$$f_i^{ж} = a_i'' f_i^{ж''} = \gamma_i'' x_i f_i^{ж''}, \quad (12.36) \quad x_i \rightarrow 0, \gamma_i'' \rightarrow 1, a_i'' \rightarrow x_i. \quad (12.37)$$

Здесь и в дальнейшем штрихом обозначаются величины, характеризующие чистый компонент  $i$  ( $x_i \rightarrow 1$ ), двумя штрихами – бесконечное разбавление ( $x_i \rightarrow 0$ ), за исключением активностей  $a_i$  и коэффициентов активности  $\gamma_i$ , для которых штрихи указывают лишь на выбор первого или второго стандартного состояния.

Для определения коэффициентов активности воспользуемся соотношением (12.28), справедливым для любого фазового состояния. Прибавим и отнимем под интегралом коэффициент сжимаемости  $z_i'$  чистого компонента  $i$  при выборе первого стандартного состояния:

$$\begin{aligned} f_i^{ж} &= x_i p \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z_i')}{p} dp + \int_0^p \frac{(z_i' - 1)}{p} dp \right) = \\ &= x_i \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z_i')}{p} dp \right) p \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i' - 1)}{p} dp \right), \end{aligned} \quad (12.38)$$

$$f_i^{ж'} = p \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i' - 1)}{p} dp \right). \quad (12.39)$$

Сопоставив (12.38) с (12.32), найдем  $\gamma_i'$ :

$$\gamma'_i = \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z'_i)}{p} dp \right). \quad (12.40)$$

Аналогичным образом можно определить коэффициент активности и для второго стандартного состояния:

$$\begin{aligned} f_i^{\text{ж}} &= x_i p \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z''_i)}{p} dp + \int_0^p \frac{(z''_i - 1)}{p} dp \right) = \\ &= x_i \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z''_i)}{p} dp \right) f_i^{\text{ж}''}, \end{aligned} \quad (12.41)$$

$$f_i^{\text{ж}''} = p \exp \left( \int_0^p \frac{(z''_i - 1)}{p} dp \right), \quad (12.42) \quad \gamma''_i = \exp \left( \int_0^p \frac{(z_i - z''_i)}{p} dp \right), \quad (12.43)$$

где  $f_i^{\text{ж}''} = \lim (f_i^{\text{ж}} / x_i)$  при  $x_i \rightarrow 0$ . Для двухкомпонентной смеси  $f_i^{\text{ж}''}$  можно рассматривать как гипотетическую летучесть, которой бы равнялась  $f_i^{\text{ж}}$  при  $x_i \rightarrow 1$ , если бы смесь была идеальной и жидкой во всей области изменения концентраций.

Необходимо учитывать, что интегрирование по  $dp$  в соотношениях (12.38)–(12.43) проводится при малых  $p$  в газовой области, а при давлении больше равновесного – в жидкой. Это требует знания уравнений состояния смеси в газовой и жидкой фазах. Из (12.40) – (12.43) видно, что коэффициенты активности будут равны единице, если коэффициент сжимаемости компонента  $i$  в смеси или парциальный объем  $V_i$  не отличается от его значения в стандартном состоянии. Такие смеси называются идеальными. Не следует путать идеальную смесь с идеальным газом, для которого коэффициенты летучести  $\phi_i=1$  и сжимаемости  $z_i=1$  равны единице.

Используя летучесть, можно по-иному сформулировать условие фазового равновесия (12.2). Учитывая равенство температур в фазах, а следовательно, и  $\mu_i^+$ , из (12.2) и (12.7) получим

$$f_i^{\text{I}} = f_i^{\text{II}} = \dots = f_i^{\text{Ф}}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (12.44)$$

Найдем теперь коэффициенты распределения  $m_i$  для различных случаев равновесия в двухфазных системах.

**Равновесие в системе пар – жидкость.** Условие равновесия будет иметь вид

$$f_i^{\text{п}} = f_i^{\text{ж}} \quad \text{или} \quad y_i \phi_i p = x_i \gamma_i' f_i^{\text{ж}'}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12.45)$$

$$m_{i,x} = \frac{y_i}{x_i} = \frac{\gamma_i' f_i^{\text{ж}'}}{\phi_i p}. \quad (12.46)$$

Имея уравнения состояния рассматриваемой смеси в паровой и жидкой фазах по соотношениям (12.29), (12.39), (12.40), (12.46) можно определить коэффициенты распределения для всех компонентов. Однако необходимо иметь в виду, что в двухфазной системе, в соответствии с правилом фаз Гиббса, число степеней свободы соответствует числу компонентов. Поэтому задав, например, состав жидкой фазы  $(n-1)$  мольной долей  $x_i$  и температуру  $T$ , мы уже не можем произвольно задать давление  $p$ . Оно будет определяться условиями равновесия. Это затрудняет расчет коэффициентов распределения по предложенным соотношениям. Задачу приходится решать, как правило, методом последовательных приближений, определяя  $p$  из соотношения

$$p = \sum_{i=1}^n \frac{x_i \gamma_i' f_i^{\text{ж}'}}{\phi_i}, \quad (12.47)$$

либо непосредственно решать численными методами систему уравнений (12.29), (12.39), (12.40), (12.45), (12.46).

Вместо  $f_i^{\text{ж}'}$  подставим выражение (12.39), интеграл в котором разделим на две части. Проведем интегрирование от нуля до давления насыщенного пара  $p_i^{\text{н}'}$  чистого компонента  $i$  при температуре смеси, а затем от  $p_i^{\text{н}'}$  до давления смеси  $p$  и выполним ряд математических преобразований.

Проведем некоторые полезные для практического использования упрощения:

$$\begin{aligned} f_i^{\text{ж}'} &= p \exp \left( \int_0^{p_i^{\text{н}'}} \frac{(z_i' - 1)}{p} dp + \int_{p_i^{\text{н}'}}^p \frac{(z_i' - 1)}{p} dp \right) = \\ &= p \phi_i^{\text{н}'} \exp \left( \int_{p_i^{\text{н}'}}^p \frac{z_i' dp}{p} - \int_{p_i^{\text{н}'}}^p \frac{dp}{p} \right) = p \phi_i^{\text{н}'} \exp \left( \int_{p_i^{\text{н}'}}^p \frac{z_i' dp}{p} - \ln \left( \frac{p}{p_i^{\text{н}'}} \right) \right) = \\ &= p_i^{\text{н}'} \phi_i^{\text{н}'} \exp \left( \int_{p_i^{\text{н}'}}^p \frac{z_i' dp}{p} \right), \end{aligned} \quad (12.48)$$

$$\phi_i^{H'} = \exp \left( \int_0^{p_i^{H'}} \frac{(z'_i - 1)}{p} dp \right). \quad (12.49)$$

Подставив (12.48) в (12.46), получим

$$m_{i,x} = \frac{\gamma'_i p_i^{H'}}{p} \phi_i, \quad (12.50) \quad \phi_i = \frac{\Phi_i^{H'}}{\Phi_i} \exp \left( \int_{p_i^{H'}}^p \frac{z'_i}{p} dp \right). \quad (12.51)$$

Для умеренных давлений величина  $\phi_i$  близка к единице, что позволяет приближенно рассчитывать коэффициенты распределения и давление без учета  $\phi_i$ :

$$m_{i,x} = \frac{\gamma'_i p_i^{H'}}{p}, \quad p = \sum_{i=1}^n \gamma'_i p_i^{H'} x_i \quad (12.52)$$

Если жидкая смесь является идеальной,  $\gamma_i = 1$  и

$$m_{i,x} = \frac{p_i^{H'}}{p} \quad \text{или} \quad p_i = p_i^{H'} x_i. \quad (12.53)$$

Соотношение (12.53) является выражением так называемого закона Рауля, справедливого для идеальных смесей, и позволяет определять коэффициенты распределения без итерационных процедур, так как проведенные упрощения приводят к простому выражению для давления смеси:

$$p = \sum_{i=1}^n x_i p_i^{H'} = \sum_{i=1}^n p_i. \quad (12.54)$$

**Равновесие в системе газ – жидкость.** Для компонентов, обладающих критической температурой ниже температуры смеси, воспользоваться соотношениями (12.50) или (12.53) не представляется возможным, так как при температуре смеси для чистого компонента  $i$  не существует давления, при котором газ конденсировался бы, т.е. для такого компонента понятие «давление насыщенного пара» (находящегося в равновесии с жидкостью)  $p_i^{H'}$  не имеет смысла. В этом случае обычно используют второе стандартное состояние – бесконечно разбавленный раствор данного компонента в жидкой фазе. Условие равновесия будет иметь вид

$$f_i^{\Gamma} = f_i^{\text{ж}} \quad \text{или} \quad y_i \phi_i p = x_i \gamma_i'' f_i^{\text{ж}''}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12.55)$$

$$m_{i,x} = \frac{y_i}{x_i} = \frac{\gamma_i'' f_i^{ж''}}{\phi_i p}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (12.56)$$

Совместное использование соотношений (12.29), (12.42), (12.43), (12.55), (12.56) для газовых компонентов системы количеством  $n_r$  и (12.39), (12.46), (12.45) для паровых, позволяет строго определить коэффициенты распределения. В случае малых концентраций газового компонента  $i$  в жидкой смеси ее можно считать идеальной  $\gamma_i'' = 1$ , для невысоких давлений  $\phi_i = 1$  и выражение для  $m_{i,x}$  упрощается:

$$m_{i,x} = \frac{f_i^{ж''}}{p}, \quad (12.57) \quad p \approx \sum_{i=1}^{n_r} x_i f_i^{ж''} + \sum_{i=n_r+1}^n x_i p_i^{п''}. \quad (12.58)$$

Для бинарной смеси (12.57) приобретает вид, называемый законом Генри:

$$m_{i,x} = \frac{E_{ij}}{p} \quad \text{или} \quad p_i = E_{ij} x_i, \quad (12.59)$$

где  $E_{ij}$  – коэффициент Генри, существенно зависящий от температуры и характеризующий растворимость  $i$ -го газа в  $j$ -й жидкости. Значения коэффициентов Генри для различных систем и их зависимости от температуры приводятся в справочной литературе. Если газ  $i$  растворяется в смеси компонентов, то в первом приближении  $f_i^{ж''}$  может быть найдена с использованием коэффициентов Генри следующим образом:

$$\ln f_i^{ж''} = \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j \ln(E_{ij}). \quad (12.60)$$

Соотношения (12.55) – (12.60) могут применяться не только для газовых, но и для паровых компонентов, особенно если они присутствуют в небольшом количестве в неидеальной жидкой смеси.

**Равновесие в системе жидкость – жидкость.** Ряд жидкостей обладает ограниченной растворимостью, что приводит к расслоению системы на фазы, например, керосин – вода. Расслаиваться могут только сильно неидеальные смеси, у которых энергия притяжения разнородных молекул значительно меньше, чем у однородных. Расслоение может иногда наблюдаться лишь в определенной области температур и концентраций, а за ее пределами система будет однофазной. Давление оказывает незначительное влияние на

равновесие в системе жидкость – жидкость. Условие равновесия в двухфазной жидкой системе имеет вид

$$f_i^{ж,I} = f_i^{ж,II} \quad \text{или} \quad x_i^I \gamma_i^I = x_i^{II} \gamma_i^{II}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12.61)$$

$$m_{i,x} = \frac{x_i^I}{x_i^{II}} = \frac{\gamma_i^{II}}{\gamma_i^I}. \quad (12.62)$$

Таким образом, нахождение коэффициента распределения сводится к расчету коэффициентов активности компонента  $i$  в различных фазах.

Определение коэффициентов активности представляет сложную задачу ввиду отсутствия надежных уравнений состояния неидеальных жидких смесей, необходимых для (12.40). На практике часто используют модельные уравнения, описывающие отклонение жидкой смеси от идеальной. Они основаны на различных моделях определения избыточной по отношению к идеальной смеси энергии Гиббса и позволяют рассчитать коэффициенты активности с использованием нескольких параметров для каждой пары компонентов, составляющих смесь. Эти параметры извлекаются из экспериментальных данных по фазовому равновесию бинарных систем и приведены в справочной литературе. Наиболее универсальным является единое квазихимическое уравнение ЮНИКВАК, кроме того, широко используются более простые уравнения Вильсона и НРТЛ. Для смесей веществ, у которых отсутствуют какие-либо экспериментальные равновесные данные, возможен прогнозный расчет коэффициентов активности с помощью уравнения ЮНИФАК. Оно базируется на уравнении ЮНИКВАК и методе групповых составляющих, суть которого заключается в определении свойств вещества по составляющим его структурным группам (метильная, карбонильная и т.д.) [46].

**Равновесие в системе твердое тело – жидкость.** Рассмотрим простейший случай, когда твердое тело представляет собой чистый компонент  $i$ . Условие равновесия его со смесью жидких компонентов будет иметь вид

$$f_i^T = f_i^ж \quad \text{или} \quad f_i^{T'} = \gamma_i'' x_i f_i^{ж''}. \quad (12.63)$$

Использование коэффициента распределения в этом случае не имеет смысла, так как мольная доля компонента  $i$  в твердой фазе известна (равна единице). величиной, подлежащей определению, является равновесная концентрация компонента  $i$  в жидкой фазе, называемая концентрацией насыщения, или растворимостью:

$$x_i^* = \frac{f_i^{T'}}{\gamma_i'' f_i^{ж''}}. \quad (12.64)$$

В частном случае двухкомпонентной двухфазной системы число степеней свободы равно двум. Учитывая малую зависимость свойств конденсированных сред от давления, можно считать единственной величиной, определяющей растворимость твердого вещества в однокомпонентном растворителе, температуру. Растворимости твердых веществ в различных растворителях при определенных температурах приводятся в справочной литературе.

## **12.2. Различные модификации уравнений массоотдачи и массопередачи**

В разделе 4.4 было получено уравнение массопередачи (4.94), движущей силой в котором являлась разница химических потенциалов компонента в ядрах различных фаз. Расчет химических потенциалов представляет собой достаточно сложную задачу, о чем свидетельствует содержание предыдущего раздела. В связи с этим на практике обычно пользуются уравнениями массоотдачи и массопередачи, содержащими в качестве движущей силы разность концентраций компонента. При использовании интегральной формы уравнений массоотдачи и массопередачи (4.15), (4.109) зачастую большой проблемой является определение поверхности контакта фаз в реальном аппарате, так как она может складываться из поверхности струй, капель, пузырей, пены. В этом случае применяют модифицированные уравнения, не содержащие величину межфазной поверхности. Прежде чем приступить к выводам модифицированных уравнений массоотдачи и массопередачи получим некоторые потребующиеся при этом соотношения. Вначале рассматриваться будут двухкомпонентные смеси, а затем в разделе 12.8 – многокомпонентные.

### 12.2.1. Уравнения материального баланса, рабочих и равновесных линий массообменных процессов

Пусть в типичном цилиндрическом вертикальном аппарате для проведения массообменных процессов противоток друг другу, в режиме идеального вытеснения, движутся две фазы I и II с расходами  $G$  и  $L$ , концентрацию распределяемого компонента в них обозначим  $y$  и  $x$ . Допустим, что концентрации могут изменяться только по высоте аппарата, являясь постоянными или средними для каждого поперечного сечения, т.е. упростим задачу до одномерной. Единицы измерения расходов лучше выбрать такими, чтобы  $G$  и  $L$  не изменялись по высоте аппарата (кг/с инертного компонента при абсорбции, кмоль/с смеси при ректификации и т.д.).

В стационарных условиях закон сохранения массы (вещества) для всего аппарата рис. 12.1 может быть записан в соответствии с (2.3) в виде уравнения материального баланса: суммарный приход массы (вещества) должен равняться расходу:

$$G_{\text{н}} + L_{\text{н}} = G_{\text{к}} + L_{\text{к}}. \quad (12.65)$$

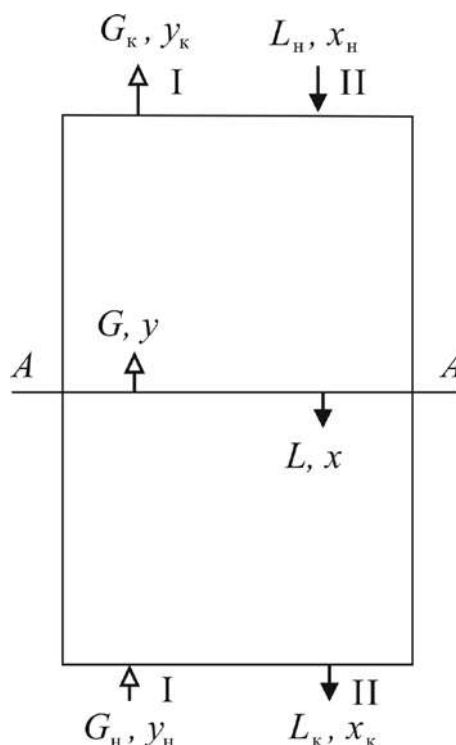


Рис. 12.1. Схема массообменного процесса в вертикальном противоточном аппарате:  $L$ ,  $G$  – расходы фаз;  $x$ ,  $y$  – концентрации распределяемого компонента в фазах; индексы «н» и «к» – начальное и конечное состояния; I, II – номера фаз; A – A – произвольное поперечное сечение аппарата



Можно записать материальный баланс по распределяемому компоненту при отсутствии химических реакций:

$$G_{\text{н}} y_{\text{н}} + L_{\text{н}} x_{\text{н}} = G_{\text{к}} y_{\text{к}} + L_{\text{к}} x_{\text{к}}. \quad (12.66)$$

В случае постоянства расходов  $G, L = \text{const}$  уравнение (12.66) упрощается:

$$G(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) = L(x_{\text{к}} - x_{\text{н}}), \quad (12.67)$$

или для элементарного участка аппарата

$$-Gdy = Ldx. \quad (12.68)$$

Знак «минус» свидетельствует о противоположном изменении концентрации распределяемого компонента в фазах: если в одной фазе концентрация увеличивается, то в другой уменьшается.

Из уравнения материального баланса можно получить уравнение рабочей линии. Запишем уравнение материального баланса для участка аппарата от нижнего сечения до некоторого текущего  $A - A$  (рис. 12.1) и разрешим его относительно концентрации распределяемого компонента в одной из фаз:

$$G_{\text{н}} y_{\text{н}} + Lx = Gy + L_{\text{к}} x_{\text{к}}, \quad (12.69)$$

$$y = \frac{L}{G} x + \frac{G_{\text{н}}}{G} y_{\text{н}} - \frac{L_{\text{к}}}{G} x_{\text{к}}. \quad (12.70)$$

Это уравнение называется *уравнением рабочей линии* противоточного массообменного процесса, связывающего рабочие концентрации распределяемого компонента в фазах для произвольного сечения аппарата. Под *рабочими концентрациями* понимают средние по сечению или неизменные в сечении аппарата концентрации ядра фазы. В случае постоянства расходов уравнение рабочей линии упрощается:

$$y = \frac{L}{G} x + y_{\text{н}} - \frac{L}{G} x_{\text{к}}; \quad G, L = \text{const}. \quad (12.71)$$

Это уравнение прямой линии можно представить в виде

$$y = Ax + B, \quad \text{где} \quad A = \frac{L}{G}, \quad B = y_{\text{н}} - \frac{L}{G} x_{\text{к}}. \quad (12.72)$$

Аналогичным образом может быть получено уравнение рабочей линии для прямоточного движения фаз:

$$G_{\text{н}} y_{\text{н}} + L_{\text{н}} x_{\text{н}} = Gy + Lx, \quad (12.73)$$

$$y = -\frac{L}{G}x + \frac{G_H}{G}y_H + \frac{L_H}{G}x_H, \quad (12.74)$$

$$y = -\frac{L}{G}x + y_H + \frac{L}{G}x_H; \quad G, L = \text{const}, \quad (12.75)$$

$$y = -Ax + B', \quad \text{где} \quad A = \frac{L}{G}, \quad B' = y_H + \frac{L}{G}x_H. \quad (12.76)$$

Запишем *уравнение равновесной линии*, связывающее рабочую концентрацию распределяемого компонента в одной из фаз с его равновесной концентрацией в другой фазе. Под *равновесной концентрацией* в произвольном сечении аппарата понимают концентрацию компонента в фазе, находящейся в равновесии с другой, состав которой определяется рабочей концентрацией. Уравнение равновесной линии может быть записано в соответствии с (12.5):

$$y^* = mx, \quad (12.77)$$

где  $y^*$  – равновесная концентрация в фазе I,  $x$  – рабочая концентрация в фазе II,  $m$  – коэффициент распределения. Способы определения коэффициента распределения рассмотрены в предшествующем разделе. Величина  $m$  может быть постоянной (для разбавленных растворов), тогда равновесная линия будет прямой, или зависеть от  $x$ , тогда равновесная линия будет кривой.

На рис. 12.2 изображены рабочие и равновесная линии, причем рабочая концентрация в фазе I превышает равновесную. При стремлении системы к состоянию равновесия рабочая концентрация в каждой из фаз сближается с равновесной. Если рабочая концентрация распределяемого компонента в фазе выше равновесной, то он будет уходить из данной фазы в другую, где его концентрация ниже равновесной. В данном случае распределяемый компонент будет переходить из фазы I в фазу II, так как  $y_A > y_A^*$ ,  $x_A < x_A^*$ . В случае если рабочая концентрация компонента равна равновесной, межфазный перенос вещества отсутствует. Таким образом, по взаимному расположению рабочей и равновесной линий можно судить об отсутствии или наличии процесса массопередачи, а также о его направлении. Можно также предположить, что величина межфазного потока компонента будет пропорциональна отклонению системы от состояния равновесия, т.е. разнице рабочей и равновесной концентраций. Подтвердим данное предположение.

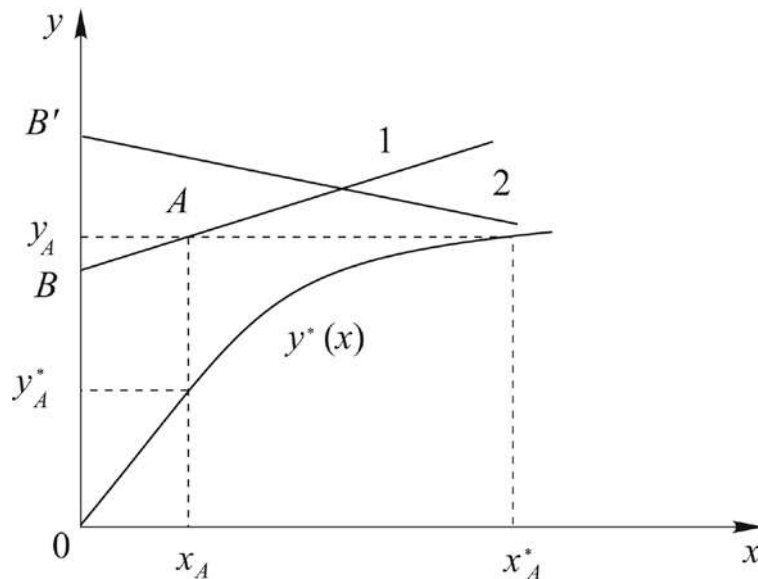


Рис. 12.2. Рабочие (1 и 2) и равновесная линии на диаграмме  $x - y$ : 1 – противоточное и 2 – прямоточное движение фаз

### 12.2.2. Уравнение массопередачи в локальной форме

Запишем уравнения массоотдачи для двух фаз I и II, обозначив их индексами  $y$  и  $x$  соответственно. В качестве движущих сил используем разность концентраций. С целью упрощения записи будем опускать верхний индекс «д» и нижний «у» в обозначении межфазного потока, верхний индекс «я» при обозначении концентраций, нижний индекс «i», соответствующий номеру компонента. Предположим, что распределяемый компонент переходит из фазы I в фазу II:

$$j^r = \beta_y (y - y^r), \quad (12.78) \quad j^r = \beta_x (x^r - x), \quad (12.79)$$

где  $x, y$  – рабочие концентрации распределяемого компонента в фазах.

Используем допущение, принятое нами в разделе 4.4, об отсутствии сопротивления переносу вещества со стороны межфазной поверхности или равновесии на границе раздела фаз, выразив его в виде

$$\mu_{i,I}^r = \mu_{i,II}^r \quad \text{или} \quad y^r = m(x^r)x^r. \quad (12.80)$$

Дальнейший вывод уравнения массопередачи аналогичен (4.90) – (4.93). Выразим  $x^r$  из (12.80), подставим в (12.79). Разрешим

уравнения (12.78) и (12.79) относительно разности концентраций и сложим. Найдем из полученного уравнения выражение для потока:

$$j^r = \left( \frac{1}{\beta_y} + \frac{m(x^r)}{\beta_x} \right)^{-1} (y - m(x^r)x) = \left( \frac{1}{\beta_y} + \frac{m(x^r)}{\beta_x} \right)^{-1} \left( y - \frac{m(x^r)}{m(x)} y^* \right). \quad (12.81)$$

Нетрудно видеть, что если коэффициент распределения не зависит от состава фазы,  $m(x^r) = m(x) = m$ , то уравнение (12.81) упрощается:

$$j^r = K_y(y - y^*), \quad (12.82) \quad \frac{1}{K_y} = \frac{1}{\beta_y} + \frac{m}{\beta_x}. \quad (12.83)$$

В общем случае уравнение (12.81) можно привести к традиционному виду уравнения массопередачи (12.82) с использованием (12.78)–(12.80). Однако коэффициент массопередачи  $K_y$  при зависимости  $m$  от состава будет определяться следующим образом:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{\beta_y} + \frac{m_{1,y}}{\beta_x}, \quad (12.84) \quad m_{1,y} = \frac{m(x^r)x^r - m(x)x}{x^r - x} = \frac{y^{r*} - y^*}{x^r - x}. \quad (12.85)$$

Для нахождения  $m_{1,y}$  требуется знать величину граничной концентрации  $x^r$ , которая определяется из решения системы уравнений (12.78) – (12.80). Если для сечения аппарата  $A - A$  равновесная линия на участке от  $x_A$  до  $x_A^*$  может быть аппроксимирована прямой, то для отыскания  $m_{1,y}$  нет необходимости решать систему уравнений и определять  $x_A^r$ , в этом случае (рис. 12.3)

$$m_{1,y} \approx \left. \frac{dy^*}{dx} \right|_{x=\frac{x_A+x_A^*}{2}} \quad \text{или} \quad m_{1,y} \approx \frac{y - y^*}{x^* - x} = \frac{y_A - m(x_A)x_A}{y_A/m(y_A) - x_A}. \quad (12.86)$$

Если  $y^r$  из (12.80) подставить в (12.78), а затем провести вышеуказанные преобразования, то уравнение массопередачи примет вид

$$j^r = K_x(x^* - x), \quad (12.87)$$

$$\frac{1}{K_x} = \frac{1}{\beta_x} + \frac{1}{m\beta_y}, \quad (12.88) \quad \frac{1}{K_x} = \frac{1}{\beta_x} + \frac{1}{m_{1,x}\beta_y}, \quad (12.89)$$

$$m_{1,x} = \frac{y - y^r}{y/m(x) - y^r/m(x^r)} = \frac{y - y^r}{x^* - x^{r*}}. \quad (12.90)$$

При аппроксимации равновесной линии прямой на участке от  $y_A^*$  до  $y_A$  величина  $m_{1,x} = m_{1,y} = m_1$  и определяется по соотношению (12.86).

Итак, мы получили уравнения массопередачи, движущими силами которых являются разности рабочей и равновесной концентраций компонента в одной из фаз. Использование коэффициента массопередачи  $K_y$  или  $K_x$  зависит от выбора фазы, через концентрации в которой записана движущая сила. При расчете и использовании коэффициентов массоотдачи и массопередачи необходимо соблюдать соответствие размерностей потоков, движущих сил, коэффициентов распределения, массоотдачи и массопередачи. Если движущая сила выражена в мольных долях, а поток вещества – в кмоль/(м<sup>2</sup>с), то коэффициенты массоотдачи и массопередачи будут иметь размерность кмоль/(м<sup>2</sup>с мольная доля). Коэффициент распределения при этом также должен связывать равновесные концентрации компонента, выраженные в мольных долях. Из уравнений (12.82) и (12.87) легко установить связь между этими коэффициентами:

$$\frac{K_x}{K_y} = \frac{y - y^*}{x^* - x} = \frac{y - m(x)x}{y/m(y) - x}. \quad (12.91)$$

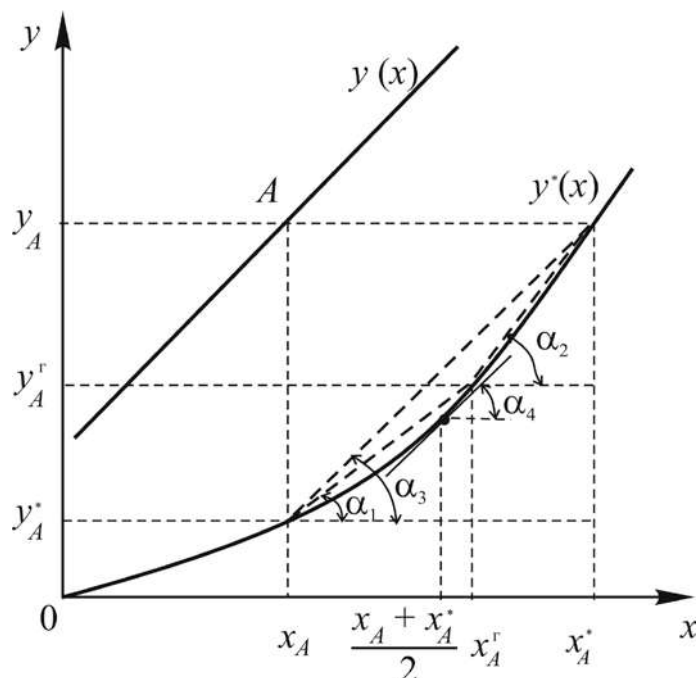


Рис. 12.3. Определение величин  $m_1$ :  $m_{1,y} = \operatorname{tg} \alpha_1$ ,  
 $m_{1,x} = \operatorname{tg} \alpha_2$ ,  $m_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_3 \approx \operatorname{tg} \alpha_4$

В частных случаях соотношение (12.91) может упрощаться. Так, при  $m=\text{const}$  оно сводится к соотношению

$$\frac{K_x}{K_y} = m. \quad (12.92)$$

При аппроксимации равновесной линии прямой на участке от  $x$  до  $x^*$  из (12.86) следует

$$\frac{K_x}{K_y} = m_1. \quad (12.93)$$

В заключение можно сделать вывод, что в общем случае при существенной зависимости коэффициента распределения от состава использование уравнений массопередачи (12.82) и (12.87) не дает преимуществ по сравнению с (4.94), в котором движущей силой является разница химических потенциалов компонента в фазах. Оба вида уравнений требуют знания зависимости летучестей компонента от состава фаз. Более того, применение уравнений (12.82) или (12.87) предполагает еще и решение системы уравнений (12.78) – (12.80) для нахождения  $x^F$ ,  $y^F$ . Однако для частных случаев постоянства коэффициента распределения или возможности аппроксимации равновесной линии на участке от  $x$  до  $x^*$  прямой более удобны и наглядны уравнения (12.82), (12.87).

### 12.2.3. Интегральная форма уравнения массопередачи

Проинтегрировав уравнения (12.82), (12.87) по величине межфазной поверхности всего аппарата или его участка, можно получить уравнения массопередачи в интегральной форме:

$$\dot{M}^F = \int_0^F j^F dF = \int_0^F K_y (y - y^*) dF = \int_0^F K_x (x^* - x) dF. \quad (12.94)$$

Практический смысл эти уравнения приобретают в случае, если величины коэффициентов массопередачи на рассматриваемом участке интегрирования можно считать постоянными  $K_y$ ,  $K_x = \text{const}$ . Тогда их можно вынести из-под интеграла и записать

$$\dot{M}^F = K_y \int_0^F (y - y^*) dF = K_y F \Delta y_{cp}, \quad (12.95)$$

$$\Delta y_{cp} = \frac{1}{F} \int_0^F (y - y^*) dF, \quad (12.96)$$

$$\dot{M}^{\Gamma} = K_x \int_0^F (x^* - x) dF = K_x F \Delta x_{\text{cp}}, \quad (12.97)$$

$$\Delta x_{\text{cp}} = \frac{1}{F} \int_0^F (x^* - x) dF. \quad (12.98)$$

Уравнения (12.95) и (12.97) носят название *основных уравнений массопередачи*. Определим средние движущие силы массопередачи при неизменности расходов по высоте аппарата ( $G, L = \text{const}$ ) для модели идеального вытеснения. Для элементарного участка межфазной поверхности  $dF$  количество распределяемого компонента, переносимого из фазы I( $y$ ) в фазу II( $x$ ) за единицу времени  $d\dot{M}^{\Gamma}$ , можно выразить как из уравнения материального баланса (12.68), так и уравнения массопередачи (12.82):

$$d\dot{M}^{\Gamma} = j^{\Gamma} dF = -G dy = K_y (y - y^*) dF. \quad (12.99)$$

Разделим переменные и проинтегрируем по поверхности контакта фаз рассматриваемого аппарата (участка аппарата):

$$-\int_{y_{\text{н}}}^{y_{\text{к}}} \frac{dy}{y - y^*} = \int_0^F \frac{K_y}{G} dF = \frac{K_y F}{G}. \quad (12.100)$$

Используя интегральную форму уравнения материального баланса, можно записать

$$\dot{M}^{\Gamma} = G(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}). \quad (12.101)$$

Найдем из (12.101)  $G$  и подставим в (12.100), поменяем пределы интегрирования в левой части этого уравнения, чтобы избавиться от знака «минус», и решим относительно  $\dot{M}^{\Gamma}$ :

$$\dot{M}^{\Gamma} = K_y F \frac{y_{\text{н}} - y_{\text{к}}}{\int_{y_{\text{к}}}^{y_{\text{н}}} \frac{dy}{y - y^*}}. \quad (12.102)$$

Сопоставив (12.102) и (12.95), найдем  $\Delta y_{\text{cp}}$ :

$$\Delta y_{\text{cp}} = \frac{y_{\text{н}} - y_{\text{к}}}{\int_{y_{\text{к}}}^{y_{\text{н}}} \frac{dy}{y - y^*}}. \quad (12.103)$$

Аналогичным образом можно получить выражение и для  $\Delta x_{\text{cp}}$ :

$$\Delta x_{\text{cp}} = \frac{x_{\text{к}} - x_{\text{н}}}{\int_{x_{\text{н}}}^{x_{\text{к}}} \frac{dx}{x^* - x}}. \quad (12.104)$$

Расчет средних движущих сил массопередачи предусматривает нахождение определенного интеграла. В частном случае, если в пределах интегрирования коэффициент распределения  $m = \text{const}$  (рис. 12.4) или линию равновесия можно аппроксимировать прямой, средняя движущая сила определяется средней логарифмической величиной. В этом можно убедиться, подставив соответствующие зависимости в (12.103) или (12.104):

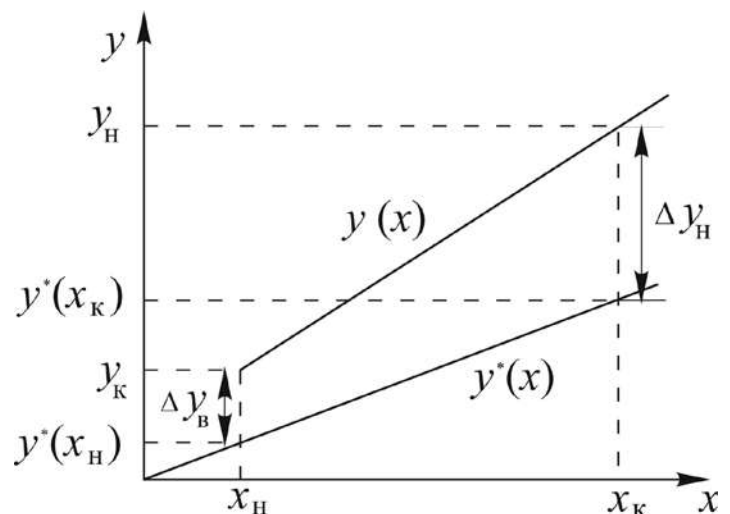
$$\Delta y_{\text{cp}} = \frac{\Delta y_{\text{в}} - \Delta y_{\text{н}}}{\ln \left( \frac{\Delta y_{\text{в}}}{\Delta y_{\text{н}}} \right)}, \quad (12.105)$$

где  $\Delta y_{\text{в}}$  и  $\Delta y_{\text{н}}$  – движущие силы массопередачи в верхнем и нижнем сечениях аппарата (участка аппарата). Аналогичное соотношение справедливо и для  $\Delta x_{\text{cp}}$ .

Если линия равновесия обладает существенной кривизной, то интегралы в соотношениях (12.103) и (12.104) могут находиться аналитически при условии, что это позволяют зависимости  $m(x)$ ,  $m(y)$ , либо численными методами на компьютере. Возможно и графическое интегрирование. Однако в этом случае, как следует из (12.84), (12.89),  $K_y$ ,  $K_x$ , по-видимому, нельзя считать постоянными величинами, а следовательно, не применимы соотношения (12.95) – (12.104). Один из путей решения проблемы – разбиение аппарата на ряд участков ( $m'$ ), для каждого из которых  $K_y$ ,  $K_x$  можно считать постоянными:

$$\dot{M}^{\Gamma} = \sum_{\ell=1}^{m'} K_{y,\ell} F_{\ell} \Delta y_{\text{cp},\ell}. \quad (12.106)$$

Рис. 12.4. Определение средней движущей силы массопередачи при близости равновесной линии к прямой:  $\Delta y_{\text{в}}$  и  $\Delta y_{\text{н}}$  – движущие силы массопередачи в верхнем и нижнем сечениях аппарата





Для неизменности коэффициентов массопередачи по высоте аппарата необходимо в соответствии с (12.83), (12.84), (12.88), (12.89) выполнение условий:  $\beta_x, \beta_y, m = \text{const}$  или при постоянных коэффициентах массоотдачи возможность аппроксимации линии равновесия прямой на участке интегрирования, или совокупное изменение этих величин, приводящее к неизменности коэффициентов массопередачи. Последнее маловероятно. В случаях если эти условия не выполняются,  $K_y, K_x \neq \text{const}$  либо не соблюдается постоянство расходов фаз по высоте аппарата или структура потока не соответствует модели идеального вытеснения, то для определения поля концентраций по высоте аппарата  $x(L), y(L)$ , средней движущей силы  $\Delta u_{\text{ср}}$ , количества вещества, переносимого в аппарате из одной фазы в другую за единицу времени  $\dot{M}^r$ , необходимо решать систему дифференциальных уравнений, аналогичную (4.112) – (4.117).

Структура потока влияет на величину средней движущей силы массопередачи так же, как и на среднюю движущую силу теплоотдачи или теплопередачи. Максимальна движущая сила для МИВ, а минимальна для МИС (см. рис. 4.2).

#### 12.2.4. Объемные коэффициенты массоотдачи и массопередачи

Как уже отмечалось, зачастую бывает сложно определить поверхность контакта фаз в реальном аппарате, так как она может складываться из поверхностей струй, пузырей, капель и т.д. Это затрудняет использование основного уравнения массопередачи, содержащего величину  $F$ . Один из путей решения данной проблемы заключается в применении *модифицированных* уравнений массоотдачи и массопередачи, в которые межфазная поверхность  $F$  не входит.

Используем понятие *удельной поверхности контакта фаз  $a$*  как поверхности контакта, образующейся в единичном рабочем объеме аппарата:

$$a = F/V, \text{ м}^2/\text{м}^3. \quad (12.107)$$

Выразив  $F = a V$ , перепишем уравнения массоотдачи и массопередачи в виде

$$\dot{M}^r = \beta_y a V \overline{(y - y^r)} = \beta_{y,v} V \overline{(y - y^r)}, \quad (12.108)$$

$$\dot{M}^{\Gamma} = \beta_x a V \overline{(x^{\Gamma} - x)} = \beta_{x,V} V \overline{(x^{\Gamma} - x)}, \quad (12.109)$$

$$\dot{M}^{\Gamma} = K_y a V \Delta y_{cp} = K_{y,V} V \Delta y_{cp}, \quad (12.110)$$

$$\dot{M}^{\Gamma} = K_x a V \Delta x_{cp} = K_{x,V} V \Delta x_{cp}. \quad (12.111)$$

Коэффициенты массопередачи и массоотдачи с индексами «V» называются *объемными*, они связаны с обычными, отнесенными к поверхности контакта фаз, простыми соотношениями, как это следует из (12.108) – (12.111):

$$\beta_{y,V} = \beta_y a, \quad \beta_{x,V} = \beta_x a, \quad K_{y,V} = K_y a, \quad K_{x,V} = K_x a. \quad (12.112)$$

Выражения объемных коэффициентов массопередачи через объемные коэффициенты массоотдачи аналогичны (12.83), (12.84), (12.88), (12.89). Если нам известны объемные коэффициенты массоотдачи или массопередачи, то из уравнений (12.108) – (12.111) чрезвычайно просто определить, в зависимости от постановки задачи, рабочий объем аппарата  $V$  или количество вещества, передаваемое из одной фазы в другую за единицу времени  $\dot{M}^{\Gamma}$ . При этом нет необходимости решать сложную задачу определения удельной поверхности контакта фаз  $a$ .

Однако объемные коэффициенты сложнее найти теоретически. Затруднительно получить для них и обобщенные уравнения методом физического моделирования. Следует обратить внимание на размерность объемных коэффициентов массоотдачи и массопередачи. В системе СИ они измеряются в  $\text{с}^{-1}$ , если отнесенные к поверхности контакта фаз в м/с.

При расчете аппаратов со ступенчатым контактом фаз коэффициенты массоотдачи и массопередачи удобнее относить не к объему аппарата, а к площади рабочего сечения контактного устройства  $f$ , например, площади рабочего сечения тарелки. Вводя удельную поверхность контакта фаз  $a_f$  (межфазная поверхность, образующаяся на данном контактном устройстве, отнесенная к его рабочему сечению), можно записать уравнение массопередачи следующим образом:

$$a_f = F/f, \quad (12.113)$$

$$\dot{M}^{\Gamma} = K_y a_f f \Delta y_{cp} = K_{y,f} f \Delta y_{cp}. \quad (12.114)$$

Аналогичным образом можно переписать и другие уравнения (12.108) – (12.111) с использованием коэффициентов массопередачи и массоотдачи, отнесенных к площади рабочего сечения контактного устройства:

$$\beta_{y,f} = \beta_y a_f, \quad \beta_{x,f} = \beta_x a_f, \quad K_{y,f} = K_y a_f, \quad K_{x,f} = K_x a_f. \quad (12.115)$$

### 12.2.5. Число и высота единиц переноса

Для наиболее распространенного типа массообменных аппаратов (цилиндрические вертикальные колонны) основным размером, зависящим от скорости массопередачи, является высота  $H$ . Если площадь поперечного сечения аппарата  $S$  постоянна, то его объем можно записать

$$V = SH. \quad (12.116)$$

Подставив в уравнение (12.110)  $V$  из (12.116), а  $\dot{M}^r$  из (12.101) и решив его относительно  $H$ , получим

$$H = \frac{G}{K_{y,V} S} \frac{y_n - y_k}{\Delta y_{cp}} = h_{o,y} n_{o,y}. \quad (12.117)$$

Это еще одна модификация уравнения массопередачи, также не содержащая величину межфазной поверхности. Аналогичным образом можно преобразовать и другие уравнения (12.108) – (12.111):

$$H = \frac{L}{K_{x,V} S} \frac{x_k - x_n}{\Delta x_{cp}} = h_{o,x} n_{o,x}, \quad (12.118)$$

$$H = \frac{G}{\beta_{y,V} S} \frac{y_n - y_k}{(y - y^r)} = h_y n_y, \quad (12.119)$$

$$H = \frac{L}{\beta_{x,V} S} \frac{x_k - x_n}{(x^r - x)} = h_x n_x. \quad (12.120)$$

Первые сомножители этих уравнений называются *высотой единиц переноса* (ВЕП), а вторые – *числом единиц переноса* (ЧЕП). Причем, когда идет речь о величине, характеризующей процесс массопередачи ( $h_{o,y}$ ,  $h_{o,x}$ ,  $n_{o,y}$ ,  $n_{o,x}$ ), перед ее названием добавляется определение «общая» («общее»). Величины, характеризующие процесс массоотдачи ( $h_y$ ,  $h_x$ ,  $n_y$ ,  $n_x$ ), называются «частными», или «фазовыми».

Число единиц переноса – это изменение рабочей концентрации фазы на участке аппарата, отнесенное к средней по данному участку движущей силе процесса. Тогда одна единица переноса соответствует участку аппарата, для которого изменение рабочей концентрации фазы равно средней движущей силе на этом участке. Используя выражения (12.103), (12.104) или (12.107) – (12.120), можно по-разному представить общие числа единиц переноса:

$$n_{o,y} = \frac{y_H - y_K}{\Delta y_{cp}} = \int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^*} = \frac{FK_y}{G} = \frac{VK_{y,V}}{G} = \frac{fK_{y,f}}{G}, \quad (12.121)$$

$$n_{o,x} = \frac{x_K - x_H}{\Delta x_{cp}} = \int_{x_H}^{x_K} \frac{dx}{x^* - x} = \frac{FK_x}{L} = \frac{VK_{x,V}}{L} = \frac{fK_{x,f}}{L}. \quad (12.122)$$

Аналогичные соотношения могут быть получены и для частных чисел единиц переноса:

$$n_y = \frac{y_H - y_K}{(y - y^r)} = \int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^r} = \frac{F\beta_y}{G} = \frac{V\beta_{y,V}}{G} = \frac{f\beta_{y,f}}{G}, \quad (12.123)$$

$$n_x = \frac{x_K - x_H}{(x^r - x)} = \int_{x_H}^{x_K} \frac{dx}{x^r - x} = \frac{F\beta_x}{L} = \frac{V\beta_{x,V}}{L} = \frac{f\beta_{x,f}}{L}. \quad (12.124)$$

При возможности расчета средней движущей силы как средней логарифмической величины ЧЕП достаточно просто находятся аналитически. Подобно тому, как коэффициенты массопередачи выражаются через коэффициенты массоотдачи, общие числа единиц переноса могут быть выражены через частные. Так, при  $m = \text{const}$

$$\frac{1}{n_{o,y}} = \frac{1}{n_y} + \frac{1}{A_m n_x}, \quad (12.125) \quad \frac{1}{n_{o,x}} = \frac{1}{n_x} + \frac{A_m}{n_y}, \quad (12.126)$$

где  $A_m = L/(mG)$  – фактор процесса массопередачи.

Высота единиц переноса соответствует высоте участка аппарата, эквивалентного одной единице переноса. Как следует из уравнений (12.117) – (12.120), ВЕП обратно пропорциональны коэффициентам массоотдачи и массопередачи. Чем больше эти коэффициенты, тем меньше ВЕП и тем меньшую высоту  $H$  будет иметь аппарат, обеспечивающий требуемое разделение веществ. Таким образом, необходимо стремиться к проектированию аппаратов с меньшими ВЕП, обеспечивающими их меньшую металлоемкость,

разумеется, учитывая при этом и другие статьи затрат. Общие высоты единиц переноса также можно выразить через частные:

$$h_{o,y} = h_y + \frac{h_x}{A_m}, \quad (12.127)$$

$$h_{o,x} = h_x + A_m h_y. \quad (12.128)$$

Как и объемные коэффициенты массоотдачи и массопередачи, высоты единиц переноса находятся обычно из уравнений, полученных обобщением экспериментальных данных.

### 12.3. Аналогия тепло- и массообмена

В разделе 4.3 уже отмечалось, что аналогия в узком смысле слова подразумевает возможность использования результатов, полученных для межфазного переноса одной субстанции, применительно к описанию переноса другой субстанции. Это становится возможным при идентичности дифференциальных уравнений и условий однозначности. В случае массопереноса в двухкомпонентных смесях дифференциальные уравнения нестационарной конвективной диффузии (2.27) и теплопроводности (2.55) идентичны. Это позволяет использовать соотношения, характеризующие теплообмен, для описания массообмена при соблюдении гидродинамического подобия и идентичности начальных и граничных условий переноса тепла и массы. Удобнее всего использовать безразмерные соотношения, в которых следует просто заменить критерии теплового подобия  $Nu_T$ ,  $Pr_T$ ,  $\pi_{T-G}$  диффузионными  $Nu_d$ ,  $Pr_d$ ,  $\pi_{d-G}$  (см. разделы 4.2, 4.3).

При массообмене плоской полубесконечной пластины с неограниченной средой (растворение пластины, экстрагирование, адсорбция, сушка, ионообмен) по аналогии с тепловым возникает диффузионный пограничный слой. Для его описания применимы все соотношения раздела 9.2.1 при замене тепловых характеристик диффузионными. Так, при ламинарном режиме движения толщина диффузионного пограничного слоя  $\delta_d$  по аналогии с (9.31) находится делением толщины гидродинамического пограничного слоя  $\delta_T$  на  $Pr_d^{1/3}$ . Коэффициент массоотдачи  $\beta_i$  рассчитывается из (9.47) с заменой коэффициента теплопроводности  $\lambda$  на коэффициент бинарной диффузии  $^r D_{ij}$  и  $\delta_T$  на  $\delta_d$ , а в безразмерном виде  $Nu_{d,x}$  из (9.49) или  $\pi_{d-G,x}$  (9.52) с заменой  $Pr_T^{1/3}$  на  $Pr_d^{1/3}$ . Для описания поля концентраций  $c_i$

вводится безразмерная концентрация, определяющаяся аналогично (9.29):

$$c'_i = (c_i - c_i^r) / (c_i^0 - c_i^r).$$

Для турбулентного пограничного слоя, аналогично тепловому, вводится понятие диффузионного подслоя, толщина  $\delta_{1,d}$  которого находится из (9.77) с заменой  $Pr_T$  на  $Pr_d$ . Коэффициент массоотдачи  $\beta_i$  рассчитывается по (9.80) делением  $\alpha$  на  $c_{pr}$  с заменой  $Pr_T$  на  $Pr_d$  или в безразмерном виде  $Nu_{d,x}$  и  $\pi_{d-r,x}$  из (9.83) при замене теплового критерия Прандтля диффузионным. Поле безразмерных концентраций  $c'_i$  определяется аналогично (9.85)–(9.88).

Для расчета массообмена в трубе точно таким же образом можно использовать все соотношения раздела 9.2.2. Критериальные уравнения, найденные методом физического моделирования для теплообмена, тоже применимы к массообмену при соблюдении гидродинамического подобия и идентичности начальных и граничных условий.

Массообмен в твердой фазе описывается аналогично теплообмену (разделы 9.1, 9.4). Особенность заключается только в переносе распределяемого компонента внутри пористых твердых тел, которые используются, как правило, в процессах экстрагирования, адсорбции, ионообмена, сушки, мембранного разделения. Основным механизмом переноса является молекулярный, но в крупных порах при наличии градиента давления и капиллярных сил он может дополняться конвективным. Молекулярная диффузия в узких порах приобретает специфику ограниченной или кнудсеновской диффузии, когда молекулы распределяемого компонента в большей мере взаимодействуют с молекулами твердого каркаса, чем с себе подобными. Кроме того диффузия может осуществляться и в матрице пористого тела, а также по поверхности пор. Теоретическое описание всех этих эффектов вызывает определенные сложности, поэтому на практике часто пользуются эмпирическими коэффициентами массопроводности  $K_i$  или эффективными коэффициентами диффузии  $D_{i,e}$ , используя их вместо коэффициента молекулярной диффузии в уравнениях первого (1.23) и второго (2.29) законов Фика.

Применение уравнений массопроводности позволяет, заменив  $\lambda$  на  $K_i$ , использовать тепловую аналогию при описании массообмена с твердым пористым телом. Так, нестационарный массообмен с граничными условиями третьего рода по аналогии (9.191) может быть представлен в виде

$$\frac{c_i(y,t) - c_i^*}{c_i^0 - c_i^*} = f(\text{Fo}_d, \text{Bi}_d, y/\delta), \quad (12.129)$$

$$\text{Bi}_d = \frac{\beta_i \delta}{K_i}, \quad (12.130) \quad \text{Fo}_d = \frac{K_i t}{\delta^2}, \quad (12.131)$$

где  $c_i$  – концентрация распределяемого компонента в твердой фазе:  $c_i(y,t)$  – в точке  $y$  в момент времени  $t$ ,  $c_i^0$  – в начальный момент времени;  $c_i^*$  – равновесная с концентрацией компонента  $i$  в ядре потока;  $\text{Bi}_d$ ,  $\text{Fo}_d$  – диффузионные критерии Био и Фурье;  $\delta$  – характерный линейный размер. Зависимости из (9.191), представленные в справочной литературе для теплообмена, могут применяться и для массообмена в (12.129).

Постановка и подход к решению задачи оптимизации массообмена также могут быть рассмотрены по аналогии с теплообменом (раздел 9.5).

#### 12.4. Упрощенные модели массоотдачи

Как показано в главе 4, наиболее строгое и общее выражение для локального коэффициента массоотдачи в двухкомпонентных смесях имеет вид

$$\beta_i = \left( \int_0^{\delta_d} \frac{j_i^* dy}{D_{ij} + D_T} \right)^{-1}. \quad (12.132)$$

Его использование предполагает знание характера изменения коэффициента турбулентной диффузии  $D_T(y)$  и относительного диффузионного потока  $j_i^*(y)$  в пограничном слое. Для нахождения  $D_T(y)$  вблизи твердых поверхностей можно воспользоваться моделью пристенной турбулентности Прандтля (9.56) и степенной зависимостью в области вязкого подслоя (9.75), полагая  $D_T(y) \approx \nu_T \approx a_T$ . Однако для массоотдачи через свободную (подвижную) поверхность контакта фаз в системах газ – жидкость, жидкость – жидкость такой универсальной модели не существует. Определение  $j_i^*$  требует совместного решения уравнений движения, неразрывности и конвективной диффузии, что возможно лишь для ограниченного числа простейших случаев (см. нахождение теплового аналога  $q^*(y)$  для

трубы и пограничного слоя на плоской пластине). Поэтому для определения коэффициента массоотдачи иногда пользуются упрощенными моделями (см. разд. 12.5).

**Пленочная модель (Нернст, Льюис, Уитмен).** Предполагается, что вблизи межфазной поверхности располагается тонкая неподвижная или ламинарно движущаяся пленка толщиной  $\delta_3$ , в которой сосредоточено все сопротивление массоотдачи. Таким образом, эта пленка представляет собой диффузионный пограничный слой. Предполагается также неизменность диффузионного потока поперек слоя  $j_i^*=1$ . Тогда из (12.132) имеем

$$\beta_i = \left( \int_0^{\delta_3} \frac{dy}{D_{ij}} \right)^{-1} = \frac{D_{ij}}{\delta_3}. \quad (12.133)$$

Параметром модели является эффективная толщина пленки  $\delta_3$ , которая в рамках самой модели не определяется, что является существенным недостатком. Кроме того, соотношением (12.133) устанавливается линейная связь коэффициентов массоотдачи и молекулярной диффузии, что для многих случаев не подтверждается на практике. Устранить этот недостаток можно, предположив зависимость  $\delta_3$  от  $D_{ij}$ . Данная модель является слишком упрощенной и пригодна в основном лишь для качественного анализа.

**Модель турбулентного диффузионного пограничного слоя Ландау - Левича.** Модель применима при больших значениях диффузионного критерия Прандтля, которые наблюдаются для большинства жидкостей ( $Pr_d \sim 10^3$ ). В этом случае можно допустить, что все сопротивление массоотдачи сосредоточено в вязком подслое толщиной  $\delta_{1,r}$ , в чем нетрудно убедиться, сопоставив величины слагаемых в знаменателе соотношения типа (9.80). Изменение диффузионного потока в пределах вязкого подслоя незначительно, что позволяет допустить  $j_i^*=1$ . Используя степенной закон затухания турбулентных пульсаций в вязком подслое, из (12.132) получим:

$$\beta_i = \left( \int_0^{\delta_{1,r}} \frac{dy}{D_{ij} + D_\tau} \right)^{-1} = \left( \int_0^{\delta_{1,r}} \frac{dy}{D_{ij} + Ay^m} \right)^{-1}, \quad (12.134)$$

где  $m = 3$  для систем с твердой фазой и  $m = 2$  для систем со свободной межфазной поверхностью,  $A$  – некоторый коэффициент, не зависящий от  $y$ .



Пусть  $m = 2$ , тогда проинтегрировав (12.134), можно получить

$$\beta_i = \sqrt{A {}^r D_{ij}} \left( \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{A}{{}^r D_{ij}}} y \right) \right) \Big|_0^{\delta_{1,r}}^{-1} = \sqrt{A {}^r D_{ij}} \left( \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{D_T(\delta_{1,r})}{{}^r D_{ij}}} \right)^{-1}. \quad (12.135)$$

Несложно показать, что

$$\frac{D_T(\delta_{1,r})}{{}^r D_{ij}} = \left( \frac{\delta_{1,r}}{\delta_{1,d}} \right)^m = \operatorname{Pr}_d. \quad (12.136)$$

Следовательно,

$$\beta_i = \sqrt{A {}^r D_{ij}} \left( \operatorname{arctg}(\sqrt{\operatorname{Pr}_d}) \right)^{-1}. \quad (12.137)$$

При значениях  $\operatorname{Pr}_d > 200$  с погрешностью менее 5 % можно заменить

$$\operatorname{arctg}(\sqrt{\operatorname{Pr}_d}) \approx \operatorname{arctg}(\infty) = \frac{\pi}{2},$$

тогда 
$$\beta_i = 2\sqrt{A {}^r D_{ij}} / \pi. \quad (12.138)$$

Для  $m = 3$  аналогичные преобразования дают

$$\beta_i = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} A^{1/3} {}^r D_{ij}^{2/3}. \quad (12.139)$$

Величина  $A$  с использованием модели пристенной турбулентности может быть найдена из условия равенства  $\beta_i$  по аналогии с соотношением (9.79) при  $\operatorname{Pr}_d \gg 1$  и (12.139):

$$\beta_i = \frac{W_*}{\delta_{1,r}^* \left( 1 + \frac{1}{2b} \right) \operatorname{Pr}_d^{2/3}} = \frac{3\sqrt{3} A^{1/3} \nu^{2/3}}{2\pi \operatorname{Pr}_d^{2/3}}, \quad (12.140)$$

$$A = 8,33 \cdot 10^{-4} W_*^3 / \nu^2. \quad (12.141)$$

Данная модель применима для количественного описания массоотдачи в жидкой фазе.

**Модель проникания (Хигби).** Предполагается нестационарный молекулярный массоперенос в слой неограниченной толщины, неподвижный относительно границы раздела фаз. Процесс будет описываться вторым законом Фика (2.29):

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = {}^r D_{ij} \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2} \quad (12.142)$$

с начальными и граничными условиями для  $c_i(t, y)$ :

$$c_i(0, y) = c_i^0; \quad c_i(t, 0) = c_i^r; \quad c_i(t, \infty) = c_i^0; \quad t > 0. \quad (12.143)$$

Учитывая полную аналогию рассматриваемой задачи с нестационарным нагревом полубесконечного слоя (раздел 9.4), можно записать соответствующее

(9.187) решение, заменив температуру концентрацией, а коэффициент температуропроводности коэффициентом диффузии:

$$c'_i = \frac{c_i(t, y) - c_i^0}{c_i^r - c_i^0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} \exp(-\eta^2) d\eta = 1 - \operatorname{erf}(\eta), \quad (12.144)$$

$$\eta = \frac{y}{2\sqrt{{}^r D_{ij} t}}. \quad (12.145)$$

Зависимость  $c'_i$  идентична  $T^*(\eta)$ , изображенной на рис. 9.16.  $c_i(y)$  при различных  $t$  приведена на рис. 12.5. Зная профиль концентраций, можно найти поток вещества, мгновенный и средний по времени коэффициенты массоотдачи:

$$j_{i,y} = -{}^r D_{ij} \frac{\partial c_i}{\partial y} = -{}^r D_{ij} \frac{dc_i}{d\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = {}^r D_{ij} (c_i^r - c_i^0) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\eta^2) \frac{1}{2\sqrt{{}^r D_{ij} t}}, \quad (12.146)$$

$$j_{i,y}^r = j_{i,y=0} = \sqrt{\frac{{}^r D_{ij}}{\pi t}} (c_i^r - c_i^0), \quad (12.147) \quad \beta_i = \sqrt{\frac{{}^r D_{ij}}{\pi t}}, \quad (12.148)$$

$$\bar{\beta}_i^{t_k} = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \beta_i dt = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} \sqrt{\frac{{}^r D_{ij}}{\pi}} t^{-1/2} dt = 2\sqrt{\frac{{}^r D_{ij}}{\pi t_k}}. \quad (12.149)$$

Можно определить и толщину диффузионного пограничного слоя как расстояние от границы раздела фаз, на котором  $c'_i = 0,01$ :

$$0,01 = 1 - \operatorname{erf}(\eta); \operatorname{erf}(\eta) = 0,99; \eta = 1,82; \delta_d = 3,64\sqrt{{}^r D_{ij} t}. \quad (12.150)$$

Толщина диффузионного пограничного слоя пропорциональна квадратному корню из коэффициента диффузии и увеличивается с течением времени.

На рис. 12.5 показан профиль концентраций для различных моделей массоотдачи.

Модель проникания может применяться для массоотдачи в слой ограниченной толщины, но толщина слоя при этом должна быть существенно больше  $\delta_d$ , что в соответствии с (12.150) накладывает ограничение на продолжительность процесса. Расширяет сферу применения данной модели предположение о возможности, по истечении времени контакта  $t_k$ , замещения приграничного слоя элементами из ядра фазы с однородной концентрацией. Так, в насадочном аппарате при стекании жидкой пленки с одного элемента насадки на другой можно допустить ее полное перемешивание. В этом случае в качестве времени контакта  $t_k$  можно рассматривать время стекания пленки по отдельному элементу насадки.

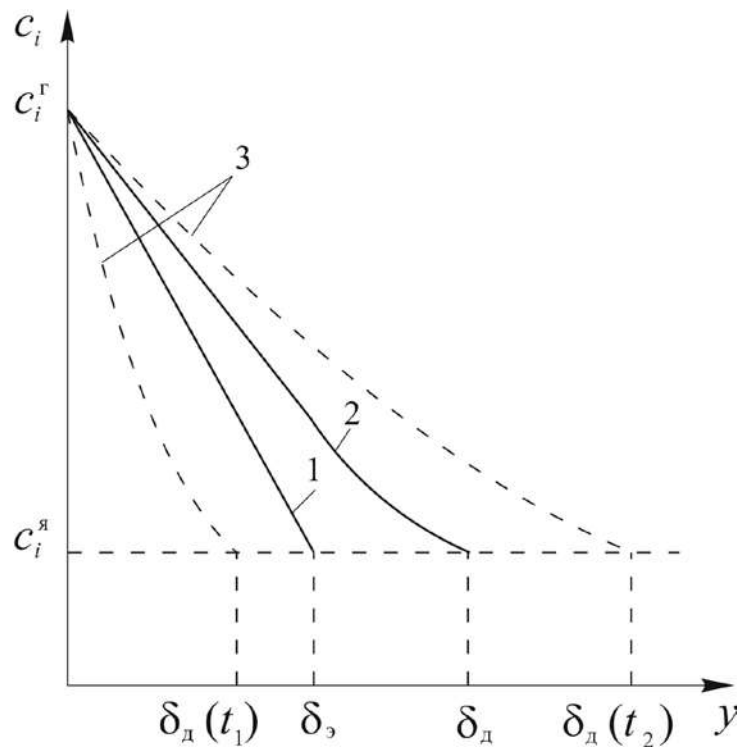


Рис. 12.5. Профили концентраций в диффузионном пограничном слое для различных моделей массоотдачи: 1 – пленочной; 2 – турбулентного пограничного слоя Ландау-Левича; 3 – проникания

***Модель обновления поверхности (Данквертс, Кишиневский).***

Как и в модели проникания, предполагается нестационарный массоперенос к неподвижному относительно границы раздела фаз слою. Однако допускается, что отдельные элементы приграничного слоя периодически замещаются другими, подводимыми за счет турбулентных пульсаций из ядра фазы, причем время контакта элементов с поверхностью может быть различным. Коэффициент массоотдачи может рассчитываться по (12.149), в котором величина  $t_k$  заменяется на  $t_{cp}$  – среднее время контакта элемента слоя с межфазной поверхностью. Существуют модификации модели обновления поверхности. Одна из них предполагает дополнительный учет турбулентного переноса массы за время контакта (Кишиневский), другая – использование вместо среднего времени обратной величины – скорости обновления поверхности  $s$ . Недостатком модели обновления поверхности является наличие неизвестных параметров  $t_{cp}$ ,  $s$ .

## 12.5. Массообмен с тонкой пленкой жидкости

В промышленных аппаратах часто используется массообмен с тонкой пленкой жидкости, стекающей по твердой поверхности. При этом массопередача может происходить как между пленкой и твердой фазой, так и между пленкой и газовой фазой, контактирующей с внешней поверхностью пленки. На примере массообмена с жидкой пленкой покажем возможность нахождения коэффициентов массоотдачи на основе теоретического описания процессов переноса, а также с использованием упрощенных моделей.

**Массоотдача в газовой фазе.** Рассмотрим массопередачу между газом, движущимся по вертикальной трубе круглого сечения, и жидкой пленкой, стекающей по внутреннему периметру трубы. Возможны следующие варианты направления движения фаз: нисходящий прямоток (газ и пленка движутся вниз), противоток (газ движется вверх, а пленка вниз), восходящий прямоток (пленка движется вверх, увлекаемая потоком газа). Если ввести среднемассовую концентрацию  $\bar{c}_i(x)$  по аналогии со среднемассовой температурой  $\bar{T}(x)$  (9.91), то все соотношения, описывающие массоотдачу в газовой фазе, будут аналогичны соотношениям для теплоотдачи в трубе (раздел 9.2.2). Отличие будет заключаться лишь в том, что диаметр проходного сечения для газа необходимо уменьшить на толщину пленки, а скорость газа рассматривать относительно границы раздела фаз газ – жидкость (раздел 5.4.3):

$$d' = d - 2\delta, \quad (12.151) \quad \bar{W}'_{x,\Gamma} = \frac{G_\Gamma}{\pi \rho_\Gamma (R - \delta)^2} - W_x^{\text{гп}}, \quad (12.152)$$

$$\text{Re}'_\Gamma = \frac{\bar{W}'_{x,\Gamma} d'}{v_\Gamma}, \quad (12.153)$$

где  $d$  – внутренний диаметр трубы,  $\delta$  – толщина пленки,  $\bar{W}'_{x,\Gamma}$  – средняя скорость газа относительно границы раздела фаз газ – жидкость,  $W_x^{\text{гп}}$  – скорость движения границы раздела фаз газ – жидкость относительно стенок трубы.

В режиме слабого взаимодействия газа с жидкостью, при котором поток импульса через границу раздела фаз газ – жидкость значительно меньше потока импульса на границе жидкость – стенка, скорость  $W_x^{\text{гп}}$  может определяться из соотношений для

гравитационного течения пленки. При сильном взаимодействии для нахождения  $W_x^{\text{гп}}$  необходимо рассматривать импульсопередачу из газовой в жидкую фазу (раздел 5.4.3). На практике для тонких пленок при  $\delta \ll d$  зачастую пренебрегают отличиями в движении газа, вызванными наличием пленки, используя для расчета массоотдачи соотношения, аналогичные теплоотдаче, без учета (12.151) – (12.153).

**Массоотдача в ламинарной безволновой пленке.** Пленку будем рассматривать гидродинамически стабилизированную, в режиме слабого взаимодействия с газовым потоком. В этом случае стационарный массообмен в ней описывается уравнением

$$W_x \frac{\partial c_i}{\partial x} = {}^{\text{г}}D_{ij} \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2}, \quad (12.154)$$

где  $x$  – вертикальная (продольная) координата, совпадающая с направлением движения пленки,  $y$  – поперечная координата. Вследствие малой толщины пленки ( $\delta \ll d$ ) даже при ее течении в круглой трубе задачу можно рассматривать как плоскую в декартовых координатах. Если считать, что  $W_x$  является известной функцией от  $y$ , а  ${}^{\text{г}}D_{ij} = \text{const}$ , то уравнение (12.154) имеет точное решение и поле концентраций  $c_i(x, y)$  представляется в виде бесконечного ряда, содержащего параметры, определяемые из граничных условий. Однако в некоторых случаях можно получить аналитическое решение.

Рассмотрим простейший с математической точки зрения случай: на внешней границе пленки распределяемый компонент абсорбируется из большого объема газовой фазы, а на внутренней – адсорбируется стенкой; все сопротивление массопередачи сосредоточено в жидкой фазе, т.е. на границе с газом концентрация распределяемого компонента  $i$  в жидкости равновесна с его концентрацией в газе и постоянна  $c_i = c_i^{\text{г}} = \text{const}$ , а на границе со стенкой  $c_i = 0$ . В этом случае при стабилизированном массообмене  $c_i$  не будет зависеть от координаты  $x$  и левая часть уравнения (12.154) обратится в ноль. Совместив начало координаты  $y$  с границей раздела газ – жидкость, представим упрощившуюся задачу в следующем виде

$${}^{\text{г}}D_{ij} \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2} = 0, \quad (12.155)$$

$$c_i(0) = c_i^{\text{г}}; \quad c_i(\delta) = 0. \quad (12.156)$$

Этот случай аналогичен теплоотдаче при пленочной конденсации пара на вертикальной стенке с постоянной температурой (раздел 9.2.3) или теплопроводности через плоскую стенку (9.5), (9.6). Проинтегрировав уравнение (12.155) с граничными условиями (12.156), получим линейный профиль концентрации и, следовательно, по (1.23) постоянный поток вещества  $j_{i,y} = \text{const}$ . Все эти условия соответствуют пленочной модели массоотдачи, толщина пограничного слоя при этом совпадает с толщиной пленки и коэффициент массоотдачи  $\beta_i$  определяется по (12.133):

$$\beta_i = \frac{j_{i,y}^r}{c_i^r - 0} = {}^r D_{ij} / \delta \quad \text{или} \quad \text{Nu}_{d,\delta} = \frac{\beta_i \delta}{{}^r D_{ij}} = 1. \quad (12.157)$$

Это один из немногих случаев, когда пленочная модель адекватно описывает реальный процесс массоотдачи.

Рассмотрим более сложный, но более часто встречающийся на практике случай: абсорбцию из газа жидкой пленкой на участке массообменной стабилизации при условии, что распределяемый компонент не успевает достаточно глубоко проникнуть вглубь пленки. Последнее условие позволяет рассматривать только область  $y \ll \delta$ , в которой  $W_x \approx W_x^{\text{rp}} = 1,5 \overline{W}_x = \text{const}$  (см. раздел 5.4.1). Совместим начало координаты  $x$  с поперечным сечением пленки, в котором возникает контакт газовой фазы с жидкой и начинается процесс абсорбции. Граничные условия  $c_i(x, y)$  будут иметь вид

$$c_i(0, y) = c_i^0; \quad c_i(x, 0) = c_i^r; \quad c_i(x, \infty) = c_i^0, \quad x > 0. \quad (12.158)$$

От пространственной координаты  $x$  можно перейти ко времени  $t$ :

$$t = \frac{x}{W_x^{\text{rp}}}. \quad (12.159)$$

С использованием новой переменной уравнение (12.154) приобретет вид (12.142), а граничные условия (12.158) совпадут с (12.143). Следовательно, процесс массоотдачи в данном случае можно описать с помощью модели проникания. Достаточно в решения (12.144) – (12.150) подставить (12.159). Локальный и средний по длине  $\ell$  коэффициенты массоотдачи примут вид

$$\beta_i = \frac{j_{i,y}^r}{(c_i^r - c_i^0)} = \sqrt{\frac{{}^r D_{ij} W_x^{\text{rp}}}{\pi x}} = \sqrt{\frac{3 {}^r D_{ij} \overline{W}_x}{2\pi x}} = 0,69 \sqrt{\frac{{}^r \mathbf{D}_{ij} \overline{W}_x}{x}}, \quad (12.160)$$

$$\bar{\beta}_i^\ell = 1,38 \sqrt{\frac{{}^\Gamma D_{ij} \bar{W}_x}{\ell}}. \quad (12.161)$$

Условиями применимости данного решения являются малость толщины диффузионного пограничного слоя (12.150) по сравнению с толщиной пленки, а также  $W_x \approx W_x^{\text{гп}} = 1,5 \bar{W}_x = \text{const}$ . Если считать, что эти условия с достаточной точностью выполняются при  $\delta_d / \delta < 0,1$ , то

$$\delta_d = 3,64 \sqrt{\frac{{}^\Gamma D_{ij} x}{W_x^{\text{гп}}}} = 3 \sqrt{\frac{{}^\Gamma D_{ij} x}{\bar{W}_x}} < 0,1 \delta, \quad \frac{x}{\delta} < 10^{-3} \frac{\bar{W}_x \delta}{{}^\Gamma D_{ij}} = 10^{-3} \text{Pe}_{d,\delta} \quad \text{или} \quad \frac{x}{{}^\Gamma D_{ij}} = \text{Fo}_{d,\delta} < 10^{-3}. \quad (12.162)$$

Коэффициенты массоотдачи (12.160) – (12.161) можно представить в безразмерном виде при условии (12.162):

$$\text{Nu}_{d,\delta} = \frac{\beta_i \delta}{{}^\Gamma D_{ij}} = 0,69 \sqrt{\text{Pe}_{d,\delta} \frac{\delta}{x}} = 0,69 \text{Fo}_{d,\delta}^{-0,5}, \quad (12.163)$$

$$\bar{\text{Nu}}_{d,\delta} = \frac{\bar{\beta}_i^\ell \delta}{{}^\Gamma D_{ij}} = 1,38 \sqrt{\text{Pe}_{d,\delta} \frac{\delta}{\ell}} = 1,38 \text{Fo}_{d,\delta}^{-0,5}. \quad (12.164)$$

Напомним, что эти соотношения получены для начального участка массообменной стабилизации. Для описания стабилизированного массообмена в пленке обычно используют по-иному определенные коэффициенты массоотдачи:

$$\beta_i'(x) = \frac{j_{i,y}^\Gamma(x)}{c_i^\Gamma - \bar{c}_i(x)}, \quad (12.165) \quad \bar{c}_i(x) = \frac{1}{\delta W_x} \int_0^\delta W_x c_i(y) dy, \quad (12.166)$$

$$\bar{\beta}_i'(\ell) = \frac{j_{i,y}^\Gamma(\ell)}{(c_i^\Gamma - \bar{c}_i(\ell))} = \frac{\dot{M}_i^\Gamma}{F \Delta c_{i,\text{ср}}}. \quad (12.167)$$

Средняя движущая сила массоотдачи в (12.167) находится как среднелогарифмическая величина по аналогии с (4.31). На начальном участке при  $\delta_d / \delta \ll 0,1$   $c_i \approx c_i^0$ ,  $\beta_i \approx \beta_i'$ . Однако при увеличении  $\text{Fo}_{d,\delta}$  различие между  $\beta_i$  и  $\beta_i'$  может быть весьма существенным.

Точное решение уравнения (12.154) с граничными условиями (12.168) может аппроксимироваться следующими зависимостями:

$$c_i(0, y) = c_i^0; \quad c_i(x, 0) = c_i^r; \quad \frac{\partial c_i(x, \delta)}{\partial y} = 0, \quad x > 0; \quad (12.168)$$

$$\overline{Nu'_{d,\delta}} = \frac{\beta_i'' \delta}{\Gamma D_{ij}} = 1,38 Fo_{d,\delta}^{-0,5}, \quad Fo_{d,\delta} < 0,02; \quad (12.169)$$

$$\overline{Nu'_{d,\delta}} = 3,41 + 0,216/Fo_{d,\delta}, \quad Fo_{d,\delta} > 0,05. \quad (12.170)$$

В пределе при больших значениях критерия Фурье стабилизированная массоотдача от границы газ–жидкость к ламинарной пленке характеризуется постоянным критерием Нуссельта  $Nu'_{d,\delta} = 3,41$ .

Последнее соотношение в (12.168) выражает отсутствие переноса компонента  $i$  через границу пленки со стенкой. Можно рассмотреть и противоположный случай: распределяемый компонент переходит из твердой фазы в пленку, а границу пленка – газ не пересекает (экстрагирование, растворение стенки). Рассмотрим начальный участок массообменной стабилизации. Ось  $y$  направим от стенки к границе пленки с газом. Тогда задача будет состоять в решении уравнения (12.154) с граничными условиями (12.158). Однако в отличие от рассмотренного выше случая абсорбции нет возможности использовать модель проникания, так как нельзя принять допущения о постоянстве скорости  $W_x$  вблизи твердой поверхности.

Имея в виду параболический профиль скорости в ламинарной пленке (5.127), более разумно допущение ее линейной зависимости при  $y \ll \delta$ :

$$W_x \approx \frac{g\delta y}{\nu} = \frac{3\overline{W}_x}{\delta} y. \quad (12.171)$$

С учетом этого уравнение (12.154) примет вид

$$\frac{3y\overline{W}_x}{\delta} \frac{\partial c_i}{\partial x} = \Gamma D_{ij} \frac{\partial^2 c_i}{\partial y^2}. \quad (12.172)$$

Процедура его решения аналогична изложенной при решении уравнения нестационарной теплопроводности в полубесконечном слое (раздел 9.4). Осуществив переход к новым безразмерным переменным  $\eta$  и  $c'_i$ , дифференциальное уравнение с частными производными (12.172) трансформируется в обыкновенное:

$$\frac{d^2 c'_i}{d\eta_1^2} + \frac{\eta_1^2}{3} \frac{dc'_i}{d\eta_1} = 0, \quad (12.173)$$

$$\eta_1 = y \sqrt{\frac{3\overline{W}_x}{x\delta \Gamma D_{ij}}}, \quad (12.174)$$

$$c'_i = \frac{c_i(\eta_1) - c_i^0}{c_i^r - c_i^0}, \quad (12.175)$$



$$\eta_1 = 0, \quad c'_i = 1; \quad \eta_1 = \infty, \quad c'_i = 0. \quad (12.176)$$

Учитывая, что

$$\int_0^{\infty} \exp(-\eta^3) d\eta = \Gamma(4/3) = 0,893, \quad (12.177)$$

где  $\Gamma(z)$  – табулированная в справочниках гамма-функция, решение может быть представлено в виде

$$c'_i(\eta_2) = 1 - 1,12 \int_0^{\eta_2} \exp(-\eta_2^3) d\eta_2, \quad (12.178)$$

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{\sqrt[3]{9}} = y^3 \sqrt{\frac{\overline{W}_x}{3x^r D_{ij} \delta}}. \quad (12.179)$$

Зная поле концентраций (12.178), аналогично (12.146) – (12.150) получим поле диффузионных потоков, локальные и средние коэффициенты массоотдачи, а также толщину диффузионного слоя:

$$j_{i,y} = -^r D_{ij} \frac{\partial c_i}{\partial y} = 1,12 \, ^r D_{ij} \exp(-\eta_2^3) \left( \frac{\overline{W}_x}{3x^r D_{ij} \delta} \right)^{1/3} (c_i^r - c_i^0), \quad (12.180)$$

$$j_{i,y}^r = 0,78 \left( \frac{^r D_{ij}^2 \overline{W}_x}{x \delta} \right)^{1/3} (c_i^r - c_i^0), \quad (12.181)$$

$$\beta_i = 0,78 \left( \frac{^r D_{ij}^2 \overline{W}_x}{x \delta} \right)^{1/3}, \quad (12.182)$$

$$\overline{\beta}_i^\ell = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \beta_i(x) dx = 1,17 \left( \frac{^r D_{ij}^2 \overline{W}_x}{\ell \delta} \right)^{1/3}, \quad (12.183)$$

$$\delta_d = 2,1 \left( \frac{x^r D_{ij} \delta}{\overline{W}_x} \right)^{1/3}. \quad (12.184)$$

Ограничив аналогично (12.162) область применимости данных соотношений условием  $\delta_d/\delta < 0,1$ , его и критериальную форму коэффициентов массоотдачи можно представить в виде

$$\frac{x}{\delta} < 10^{-4} \text{Pe}_{d,\delta} \quad \text{или} \quad \text{Fo}_{d,\delta} < 10^{-4}, \quad (12.185)$$

$$\text{Nu}_{d,\delta} = 0,78 \sqrt[3]{\text{Pe}_{d,\delta} \frac{\delta}{x}} = 0,78 \text{Fo}_{d,\delta}^{-1/3}, \quad (12.186)$$

$$\overline{\text{Nu}}_{d,\delta} = 1,17 \sqrt[3]{\text{Pe}_{d,\delta} \frac{\delta}{\ell}} = 1,17 \text{Fo}_{d,\delta}^{-1/3}. \quad (12.187)$$

Используя коэффициенты массоотдачи  $\beta_i'$ , определяемые по (12.165), точное решение уравнения (12.154) с параболическим профилем скорости и граничными условиями (12.168) для массоотдачи от границы стенки в ламинарную пленку может быть аппроксимировано:

$$\overline{Nu'_{d,\delta}} = 1,17 \sqrt[3]{Pe_{d,\delta} \frac{\delta}{\ell}} = 1,17 Fo_{d,\delta}^{-1/3}, \quad Fo_{d,\delta} < 0,24; \quad (12.188)$$

$$\overline{Nu'_{d,\delta}} = 1,88, \quad Fo_{d,\delta} \geq 0,24. \quad (12.189)$$

Проанализируем наличие аналогии переноса массы и других субстанций в жидкой ламинарной пленке, стекающей по вертикальной стенке под действием силы тяжести. Предполагать гидродинамическую аналогию массообмена в данном случае не следует вследствие отличия уравнений движения (5.124) и конвективной диффузии (12.154). В первом присутствует источник импульса, обусловленный силой тяжести, а во втором таковой отсутствует. Соответственно, в области стабилизированного импульсо- и массообмена пленки со стенкой  $Nu'_{г,\delta} = 3 \neq Nu'_{д,\delta} = 1,88$  при любых значениях  $Pr_d$ . Импульсоотдача от границы с газом к пленке в режиме слабого взаимодействия вообще пренебрежимо мала. Идентичность дифференциальных уравнений переноса тепла и массы в пленке предопределяет возможность аналогии при идентичности граничных условий. Рассмотренный первый случай одновременной абсорбции распределяемого компонента пленкой и его адсорбции стенкой идентичен по граничным условиям пленочной конденсации пара (9.143), (12.157) и  $Nu_{г,\delta} = Nu_{д,\delta} = 1$ . Результаты, полученные для массоотдачи от границы с газом к пленке, можно применить для теплоотдачи от газовой фазы к пленке при нулевом потоке тепла через стенку, что реально воплощается при надежной наружной тепловой изоляции трубы. Соотношения для массоотдачи от стенки к пленке могут использоваться для описания теплоотдачи при нулевом потоке тепла на границе пленка – газ, что сложно реализуемо, особенно в области стабилизированного теплообмена. Однако эти результаты применимы для теплообмена между двумя параллельными пластинами с постоянной температурой, расположенными на расстоянии  $2\delta$ , и движущейся между ними средой. Тепловой поток через поверхность, равностоящую от обеих пластин, будет равен нулю из условия симметрии.

**Массоотдача в турбулентной пленке.** Рассмотрим массоотдачу в области стабилизированного импульсо- и массообмена в турбулентной пленке, стекающей под действием силы тяжести по вертикальной стенке в режиме слабого взаимодействия с газом.

Начнем с массопередачи между стенкой и пленкой. Для нахождения коэффициента массоотдачи в пленке воспользуемся моделью турбулентного диффузионного пограничного слоя Ландау-Левича, предполагая, что все сопротивление массоотдачи сосредоточено в вязком подслое вблизи стенки, а вне его концентрация не меняется вдоль оси  $y$ . В соответствии с (12.139), (12.141), (5.137) и (5.151) получим

$$\begin{aligned}\beta_i' &= \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} A^{1/3} D_{ij}^{2/3} = 7,78 \cdot 10^{-2} W_* \text{Pr}_d^{-2/3} = \\ &= 7,78 \cdot 10^{-2} \sqrt{g\delta} \text{Pr}_d^{-2/3} = 7,78 \cdot 10^{-2} \text{Pr}_d^{-2/3} \left( g\nu \sqrt{\frac{c_f'}{2}} \text{Re}_\delta \right)^{1/3},\end{aligned}\quad (12.190)$$

$$\text{Nu}'_{d,\delta} = 7,78 \cdot 10^{-2} \text{Pr}_d^{1/3} \sqrt{\frac{c_f'}{2}} \text{Re}_\delta. \quad (12.191)$$

Коэффициент трения Фаннинга для турбулентной пленки находится из соотношения (5.148) или (5.157). Учитывая, что  $\text{Nu}'_{d,\delta}$  определяется формулой (5.154), гидродинамическая аналогия массообмена в данном случае, на первый взгляд, отсутствует. Тем не менее приближенная гидродинамическая аналогия, как и для теплообмена в трубе, наблюдается. Соотношение (12.191) можно получить с использованием (9.82), справедливого как для плоского пограничного слоя, так и для трубы:

$$\text{Nu}'_{d,\delta} = \text{Nu}'_{r,\delta} \pi_{d-2} = \frac{c_f' \text{Re}_\delta}{2} \frac{\text{Pr}_d}{1 + 12,85 \sqrt{c_f'/2} (\text{Pr}_d^{2/3} - 1)}. \quad (12.192)$$

Полагая  $\text{Pr}_d \gg 1$ , несложно из (12.192) получить (12.191). Если значение критерия Прандтля невелико, то следует пользоваться соотношением (12.192), в том числе и для теплообмена стенки с пленкой.

Рассмотрим теперь массопередачу между пленкой и газовой фазой. Для нахождения коэффициента массоотдачи в пленке также используем модель Ландау-Левича. При этом необходимо знать величину  $A$  в (12.138) для свободной поверхности. Она может быть определена из корреляции для  $D_t$ , рекомендованной в [26]:

$$A = 1,43 \cdot 10^{-5} g^{2/3} \frac{\text{Re}_\delta^{1,42}}{\nu^{1/3}}, \quad (12.193)$$

$$\beta_i' = 2,4 \cdot 10^{-3} (g\nu)^{1/3} \text{Re}_\delta^{0,71} \text{Pr}_d^{-1/2}, \quad (12.194)$$

$$\text{Nu}'_{\text{д},\delta} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{Pr}_\text{д}^{1/2} \left( \frac{c'_f}{2} \right)^{1/3} \text{Re}_\delta^{1,38}. \quad (12.195)$$

Для массоотдачи от границы газ – жидкость к турбулентной пленке в режиме слабого взаимодействия гидродинамическая аналогия, даже приближенная, отсутствует:

$$\text{Nu}'_{\text{д},\delta} \neq \text{Nu}'_{\text{г},\delta} \approx 0.$$

Итак, рассмотрена массоотдача в ламинарной безволновой и турбулентной пленке в режиме слабого взаимодействия с газом. При ламинарном волновом течении пленки  $3 < \text{Re}_\delta < 300$  коэффициенты массоотдачи от границы газ – жидкость к пленке оказываются большими по сравнению с величинами, найденными из соотношений для ламинарной безволновой пленки.

В режиме сильного взаимодействия движение газа оказывает влияние на массоотдачу в пленке. В случае прямотока увеличение скорости газа приводит к возрастанию скорости жидкости и коэффициентов массоотдачи. Для противотока наблюдается обратная картина. В режиме сильного взаимодействия, когда основным источником импульса в пленке становится сила трения с газом, а не сила тяжести ( $\rho_\text{ж} g \delta / \tau_{yx}^\Gamma \rightarrow 0$ ), может наблюдаться приближенная гидродинамическая аналогия массоотдачи в пленке, разумеется, при идентичности граничных условий.

## 12.6. Физическое моделирование массообмена

В предыдущем разделе коэффициенты массоотдачи для жидкой пленки определялись путем решения уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, или с использованием упрощенных моделей. Однако не для всех случаев это возможно. Тогда коэффициенты массоотдачи находят с помощью метода физического моделирования. Рассмотрим несколько примеров, достаточно часто встречающихся на практике.

### *Массообмен через известную межфазную поверхность.*

Начнем рассмотрение со случаев массообмена, когда поверхность контакта фаз может быть достаточно просто определена. В этих случаях пользуются обычными коэффициентами массоотдачи  $\bar{\beta}_i$ ,  $\beta_i$ , отнесенными к межфазной поверхности. К такому виду можно отнести массоперенос в насадочном аппарате при пленочном течении

жидкой фазы. Такой аппарат представляет собой полый вертикальный цилиндр, заполненный насадкой (рис. 13.9, 13.10), в качестве которой могут использоваться твердые тела различной формы, например, кольца. Насадка необходима для создания большей поверхности контакта газовой и жидкой фаз, между которыми осуществляется массообмен. Жидкая фаза движется сверху вниз, стекая в виде пленки с одного элемента насадки на другой, а газовый поток обычно направляют противотоком снизу, он проходит в свободном сечении между элементами насадки.

Данный случай схож с рассмотренным выше массообменом между газом и жидкой пленкой в вертикальной трубе. Однако есть и некоторые отличия. Во-первых, движение фаз нельзя рассматривать как одномерное, так как они движутся по извилистым каналам переменного сечения, образованным соприкасающимися элементами насадки. Во-вторых, не вся поверхность насадки, покрытая пленкой, является активной для массообмена. Образуются застойные зоны жидкости, как правило, в местах соприкосновения элементов насадки. За счет длительного контакта с газом жидкость в застойных зонах близка к состоянию равновесия с газовой фазой, и массоперенос практически отсутствует. В связи с этим используются два понятия: доля смоченной поверхности насадки  $\psi$  и доля активной поверхности  $\psi_a$ . Величина  $\psi_a$  может быть и больше единицы за счет образования волн на поверхности пленки и брызг жидкости при высоких скоростях газового потока. Поверхность контакта газовой и жидкой фаз в насадочном аппарате находят через удельную поверхность насадки  $a_n$  и заполненный ею объем аппарата  $V$ :

$$F = \psi_a a_n V. \quad (12.196)$$

В качестве характерного линейного размера используют эквивалентный диаметр каналов в насадке (5.230):

$$d_э = \frac{4\epsilon_n}{a_n}, \quad (12.197)$$

где  $\epsilon_n$  – доля свободного объема насадки.

Следует отметить, что турбулизация газового потока в насадке осуществляется при скоростях значительно меньших, чем в трубе. Даже при однофазном движении ламинарная область заканчивается при  $Re_T \approx 40$ , а развитый турбулентный режим начинается с  $Re_T \approx 2000$ . Вид критериальных уравнений, описывающих массоотдачу

в газовой и жидкой фазах в насадочном аппарате, найденных обработкой экспериментальных данных, мало отличается от соотношений, полученных в предшествующем разделе для массоотдачи при пленочном течении в трубе. Отличие может заключаться лишь в коэффициентах пропорциональности в уравнении для  $Nu_d$ , которые будут зависеть от вида насадки.

Рассмотрим еще один типичный случай массообмена между сплошной фазой (газовой или жидкой) и распределенными в ней элементами дисперсной фазы (твердые частицы, пузыри, капли). Для твердых растворяющихся частиц все сопротивление массопередачи сосредоточено в сплошной фазе. Для сферических частиц малого диаметра, медленно движущихся относительно сплошной фазы ( $Re_d \ll 1$ ), найдено решение в приближении пограничного слоя [25]:

$$\overline{Nu}_{d,d} \approx (Re_d Pr_d)^{1/3} = Pe_d^{1/3}. \quad (12.198)$$

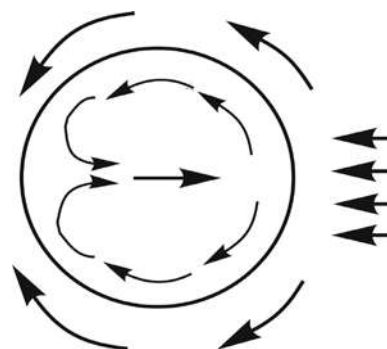
При  $Re_d \rightarrow 0$ , т.е. для покоящихся частиц, выражение (12.198) не применимо, в этом случае  $Nu_{d,d}=2$ . При увеличении  $Re$ , как и в случае обтекания цилиндра, наблюдается отрыв пограничного слоя даже при ламинарном режиме, что не позволяет получить в этих условиях теоретического решения. Найденные методом физического моделирования критериальные уравнения справедливы в гораздо более широкой области (до  $Re_d \sim 10^4$ ), но дают более сложную зависимость от  $Re_d$ .

Отличие медленного движения малых капель и пузырей в сплошной среде при  $Re_d \ll 1$  от сферических твердых частиц заключается в подвижности границы раздела фаз. Это обусловлено конечными значениями коэффициента динамической вязкости в дисперсной фазе  $\mu_d$  и неразрывностью потока импульса, что приводит к градиенту скорости в дисперсной фазе. Ближайшие к границе слои дисперсной фазы вовлекаются в движение, возникают циркуляционные токи (рис. 12.6). Это приводит к несколько иной зависимости для коэффициента массоотдачи в сплошной фазе:

$$\overline{Nu}_{d,d} = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} Pe_d^{1/2} \left( \frac{\mu_c}{\mu_c + \mu_d} \right)^{1/2}. \quad (12.199)$$

Рис. 12.6. Образование циркуляционных токов в пузырях и каплях при их движении относительно сплошной фазы

При больших числах  $Re_d$  капли и пузыри деформируются, их форма становится отличной от сферической, и зависимости для коэффициентов массоотдачи усложняются. Следует отметить, что



наличие в системе поверхностно-активных веществ приводит к большому сходству пузырей и капель с твердыми сферическими частицами в отношении как гидродинамики, так и массообмена.

Массообмен внутри дисперсной фазы является нестационарным – поле концентраций изменяется с течением времени. В предположении отсутствия конвективного движения внутри сферических капли и пузыря задача может решаться аналитически:

$$\overline{Nu'_{д,д}} = 1,13Fo_{д,д}^{-0,5}, \quad Fo_{д,д} < 10^{-2}, \quad (12.200)$$

$$\overline{Nu'_{д,д}} = 6,6, \quad Fo_{д,д} > 10^{-1}. \quad (12.201)$$

Существование циркуляционных конвективных токов внутри капель и пузырей приводит к увеличению коэффициентов массоотдачи до 2,5 раз по сравнению с (12.200), (12.201).

**Массообмен при неизвестной межфазной поверхности.** Как уже отмечалось, в реальных аппаратах зачастую затруднительно определить поверхность контакта фаз. В этом случае процесс массоотдачи характеризуют с помощью коэффициентов, отнесенных к рабочему объему аппарата или к поверхности контактного устройства, либо используют высоту и число единиц переноса (см. разд. 12.2.4, 12.2.5).

Рассмотрим массообмен в тарельчатом аппарате (рис. 12.7), представляющем собой вертикальный полый цилиндр с горизонтальными тарелками, установленными через определенное расстояние (межтарельчатое расстояние  $h_m$ ). Существует множество вариантов конструкций тарелок. Рассмотрим одну из простейших тарелок – ситчатую. Это диск с множеством отверстий 1, по которым газовая фаза проходит снизу вверх. Жидкая фаза движется сверху, перетекая с одной тарелки на другую через сливные устройства 2, снабженные гидравлическим затвором 3, препятствующим проходу газа через сливное устройство. Непосредственно на тарелке осуществляется перекрестное движение фаз. Газ проходит через слой жидкости в виде струй, которые затем распадаются с образованием пузырей и пены (барботажный слой). При выходе из барботажного слоя поток газа увлекает с собой мелкие капли жидкости, которые может уносить на вышерасположенную тарелку (явление уноса). Таким образом, суммарная поверхность контакта газовой и жидкой фаз на каждой тарелке складывается из поверхности струй, пузырей, пены, капель, замерить, а тем более рассчитать которую весьма сложно.

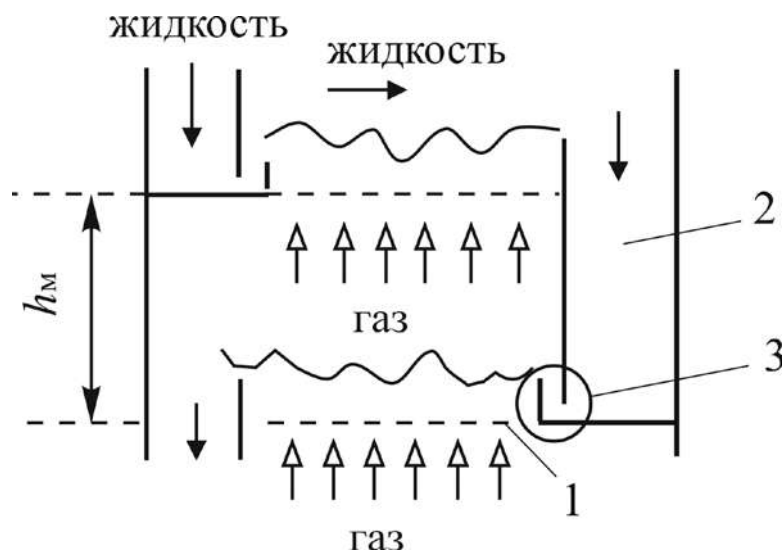


Рис. 12.7. Колонна с ситчатыми тарелками:  
1 – тарелка; 2 – сливное устройство,  
3 – гидравлический затвор

Массоотдачу в каждой из фаз обычно характеризуют коэффициентами  $\beta_f$  (12.115), отнесенными к площади рабочего сечения тарелки  $f$  (площадь всей тарелки за исключением площади переливов). Вид зависимостей для  $\beta_f$  определяется конструкцией тарелки и может быть достаточно сложным, так как должен учитывать, кроме всего прочего, изменение удельной поверхности контакта фаз  $a_f$  при различных расходах и теплофизических свойствах фаз. Массоотдача для тарельчатых аппаратов может описываться и с помощью чисел единиц переноса  $n_x$ ,  $n_y$ , которые соотношениями (12.123), (12.124) связаны с  $\beta_{x,f}$ ,  $\beta_{y,f}$ . Уравнения как для тех, так и для других приводятся в справочной литературе.

Массообмен в аппаратах с непрерывным контактом фаз, обычно, характеризуется объемными коэффициентами массоотдачи  $\beta_{x,V}$ ,  $\beta_{y,V}$  или высотами единиц переноса  $h_x$ ,  $h_y$ . Они могут применяться для насадочных аппаратов, в этом случае нет необходимости определять долю активной поверхности насадки  $\psi_a$  в (12.196), что особенно существенно для режима эмульгирования, когда при больших расходах фаз происходит их инверсия, газ становится дисперсной фазой и проходит в виде пузырей сквозь сплошной слой накопившейся в насадке жидкости.



## **12.7. Основы классификации и расчета массообменных аппаратов**

Массообменные аппараты предназначены для проведения процессов, в которых осуществляется перенос распределяемого компонента (одного или нескольких) из одной фазы в другую. Такие аппараты должны обеспечивать, как это следует из уравнений массопередачи (12.95), (12.110), (12.114), по возможности, большие значения коэффициентов массопередачи, удельной поверхности контакта фаз и средней движущей силы процесса при наименьших затратах на его проведение.

### **12.7.1. Классификация массообменных аппаратов**

Массообменные аппараты могут подразделяться по различным признакам.

1. По способу организации процесса:
  - а) периодические; б) непрерывные.
2. По расположению в пространстве:
  - а) вертикальные; б) горизонтальные; в) наклонные.
3. По давлению в аппарате:
  - а) атмосферные; б) под избыточным давлением; в) под вакуумом.
4. По назначению:
  - а) абсорберы; б) перегонные аппараты; в) ректификационные колонны; г) экстракторы; д) адсорберы; е) ионнообменники; ж) сушилки; з) кристаллизаторы; и) аппараты для растворения; к) мембранные аппараты.
5. По способу организации контакта фаз:
  - а) с непрерывным контактом фаз, например, пленочные, насадочные; б) со ступенчатым контактом фаз, например, тарельчатые.
6. По конструкции (подразделение аппаратов по этому признаку будет рассматриваться при изучении конкретных типовых процессов).

### 12.7.2. Схема технологического расчета аппарата с непрерывным контактом фаз

Большинство массообменных процессов проводят в цилиндрических вертикальных аппаратах (колоннах) непрерывного действия. На их примере рассмотрим схему проектного технологического расчета. Технологический расчет заключается в определении основных размеров аппарата, для колонны это диаметр  $D$  и высота  $H$ . Исходными данными при проектном расчете являются, как правило, расход одной из фаз  $G$ ; начальная и конечная концентрации распределяемого компонента в ней  $y_n$ ,  $y_k$ ; начальная концентрация распределяемого компонента в другой фазе  $x_n$ . Конечная концентрация  $x_k$  и расход второй фазы  $L$  зачастую не заданы и определяются в ходе расчета.

Используем в качестве основы расчета основное уравнение массопередачи (12.95). Напомним, что воспользоваться им можно лишь при условии постоянства коэффициента массопередачи  $K_y$  в аппарате. Из (12.95) следует, что для определения требуемой поверхности контакта фаз  $F$  необходимо найти количество распределяемого компонента, переходящего из одной фазы в другую за единицу времени  $\dot{M}^r$ , среднюю движущую силу  $\Delta u_{ср}$ , коэффициент массопередачи  $K_y$ . В соответствии с этим можно выделить основные этапы технологического расчета.

**1. Определение  $\dot{M}^r$  и  $\Delta u_{ср}$ .** Запишем уравнение материального баланса для аппарата в целом (12.67):

$$\dot{M}^r = G(y_n - y_k) = L(x_k - x_n). \quad (12.202)$$

Из него чрезвычайно просто находится  $\dot{M}^r$ , так как  $G$ ,  $y_n$ ,  $y_k$  заданы. В том случае если одна из величин  $L$  или  $x_k$  известна, определение второй из (12.202) не составляет труда. Если же обе эти величины не заданы, то задача становится неопределенной. Задаваясь произвольным значением  $L$ , можно из (12.202) найти соответствующее значение  $x_k$ . Однако на выбор величины  $L$  существует ограничение, связанное с направлением процесса массопередачи. Допустим, требуется организовать процесс переноса распределяемого компонента из фазы  $y$  в фазу  $x$ . Условием его проведения будет  $y > y^* = mx$ , т.е. рабочая концентрация распределяемого компонента в фазе  $y$  должна быть больше равновесной (рис. 12.8).

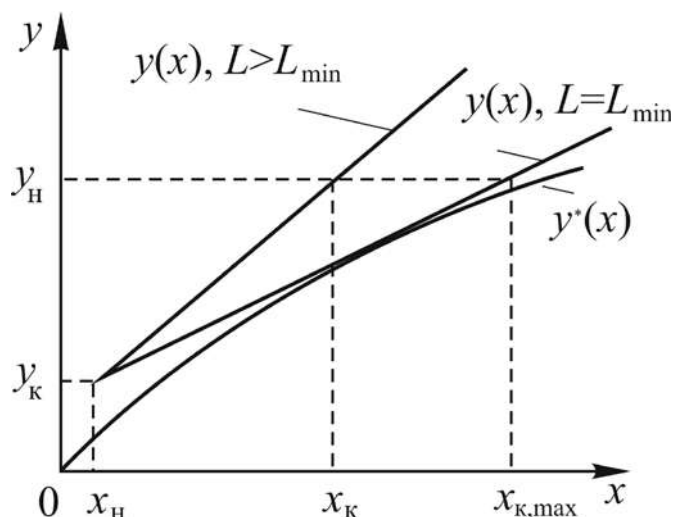


Рис. 12.8. Расположение рабочих и равновесной линий  $L=L_{\min}$  и  $L>L_{\min}$

Из уравнения рабочей линии для обычно применяемого противоточного движения фаз (12.71) видно, что при уменьшении расхода  $L$  рабочая линия снижается. Из точки с известными координатами  $(x_H, y_K)$ , соответствующей верхнему сечению аппарата, можно провести серию рабочих линий для различных значений  $L$  вплоть до  $L = L_{\min}$ , при котором рабочая линия коснется линии равновесия. В точке касания движущая сила процесса массопередачи будет равна нулю. При  $L < L_{\min}$  процесс пойдет в обратную сторону, распределяемый компонент будет переходить из фазы  $x$  в фазу  $y$ .

Каждому значению расхода  $L$  соответствует значение  $x_K$ . Как видно из рис. 12.8 и из уравнения (12.202), минимальному расходу  $L_{\min}$  соответствует максимальное значение  $x_{K,\max}$ . Величины  $L_{\min}$  и  $x_{K,\max}$  можно определить как графически, так и аналитически. В последнем случае следует решить относительно  $L_{\min}$  уравнение (12.203) в области  $y_K \leq y \leq y_H$ , определив максимальное из  $L_{\min}(x)$ , а затем (12.202) относительно  $x_K$ :

$$\frac{L_{\min}}{G}x + y_K - \frac{L_{\min}}{G}x_H = m(x)x. \quad (12.203)$$

Таким образом, на величину рабочего расхода накладывается ограничение

$L > L_{\min}$ , однако неопределенность при этом сохраняется, так как существует множество значений  $L$ , удовлетворяющих этому ограничению. Для окончательного выбора величины  $L$  требуется решить задачу оптимизации. В качестве критерия оптимальности, как

и для теплообмена, используют обычно экономические затраты на проведение процесса. Влияние величины расхода на различные составляющие затрат и размеры аппарата рассмотрим далее. В качестве начального приближения задаются некоторым значением  $L$ , следуя практическим рекомендациям, например,  $L/L_{\min} = 1,5$ . Задав расход, из (12.202) находят  $x_k$ , а затем среднюю движущую силу массопередачи  $\Delta u_{\text{ср}}$  по (12.103) или (12.105).

**2. Определение скорости движения фаз и диаметра аппарата  $D$ .** Диаметр цилиндрического аппарата связан простым соотношением с фиктивными скоростями движения фаз в нем:

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\dot{V}_y}{W_y^0} = \frac{\dot{V}_x}{W_x^0}, \quad (12.204) \quad D = \sqrt{\frac{4\dot{V}_y}{\pi W_y^0}} = \sqrt{\frac{4\dot{V}_x}{\pi W_x^0}}, \quad (12.205)$$

где  $\dot{V}_y$ ,  $\dot{V}_x$ ,  $W_y^0$ ,  $W_x^0$  – объемные расходы и фиктивные скорости движения фаз,  $S$  – площадь поперечного сечения аппарата (сводное сечение колонны). Фиктивная скорость фазы – это скорость, с которой при заданном расходе двигалась бы фаза в полном цилиндре с внутренним диаметром  $D$ . Истинная скорость движения фазы отличается от фиктивной, при ее определении необходимо учитывать, что часть поперечного сечения аппарата занята насадкой, сливными устройствами и т.д., а также другой фазой.

От скоростей движения фаз зависят гидродинамический режим работы аппарата, коэффициенты массопередачи, поверхность контакта фаз. Таким образом, скорость движения или жестко связанный с ней диаметр аппарата (12.205) являются вторым параметром оптимизации. Обычно пользуются эмпирическими соотношениями для первоначального выбора рабочей скорости одной из фаз в аппарате, из (12.205) рассчитывают диаметр аппарата  $D$ , по каталогам колонных аппаратов подбирают ближайший стандартный диаметр аппарата  $D'$ , а затем уточняют значение фиктивной скорости для аппарата с выбранным диаметром:

$$W^{0'} = W^0 (D/D')^2. \quad (12.206)$$

**3. Расчет коэффициента массопередачи  $K$ .** Вначале находят коэффициенты массоотдачи для каждой из фаз, пользуясь, как правило, критериальными уравнениями для  $Nu_d$ . Если они содержат истинные скорости движения фаз, то предварительно рассчитывают их с учетом конструктивных особенностей аппарата. При выборе

критериальных зависимостей следует отдавать предпочтение полученным путем решения дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса. Внимательно нужно пользоваться эмпирическими зависимостями, так как они справедливы, как правило, в узком диапазоне изменения параметров.

Определив коэффициенты массоотдачи по соотношениям (12.83) – (12.86), находят коэффициент массопередачи.

#### **4. Определение требуемой межфазной поверхности $F$ .**

Выполнение предшествующих этапов расчета позволяет достаточно просто найти межфазную поверхность, которая обеспечит необходимый перенос распределяемого компонента. Решим уравнение массопередачи (12.95) относительно  $F$ :

$$F = \frac{\dot{M}^r}{K_y \Delta y_{cp}}. \quad (12.207)$$

**5. Нахождение высоты аппарата  $H$ .** Используя величину удельной поверхности контакта фаз  $a$  (12.107), вначале можно определить рабочий объем аппарата:

$$V = \frac{F}{a}, \quad (12.208)$$

а затем его высоту:

$$H = \frac{V}{S} = \frac{4V}{\pi(D')^2}. \quad (12.209)$$

Проблема состоит в нахождении удельной поверхности контакта фаз. При пленочном течении жидкости по стенкам цилиндрического аппарата и контакте ее с газовым потоком величина  $a$  определяется из геометрических соображений:

$$a = \frac{F}{V} = \frac{\pi D H}{\pi D^2 H / 4} = \frac{4}{D}, \text{ м}^2/\text{м}^3. \quad (12.209)$$

Для насадочного аппарата с учетом (12.196) величину  $a$  можно выразить через удельную поверхность насадки  $a_n$  и долю активной поверхности  $\psi_a$ :

$$a = \psi_a a_n. \quad (12.210)$$

Таким образом, проектный расчет аппарата с непрерывным контактом фаз в первом приближении можно считать завершенным, диаметр  $D$  и высота  $H$  найдены. Однако нельзя гарантировать, что данный аппарат будет оптимальным. Поэтому необходим еще один этап расчета.

**6. Определение оптимальных размеров аппарата.** Как и в случае теплообмена, критерием оптимальности могут служить затраты на проведение процесса. При заданных характеристиках первой фазы ( $G$ ,  $y_n$ ,  $y_k$ ) затраты на проведение процессов абсорбции и экстракции можно представить в виде трех слагаемых, первое из которых пропорционально объему аппарата  $V$ , второе – его гидравлическому сопротивлению  $\Delta p_{\text{г}}$ , а третье – расходу второй фазы  $L$ . В процессе ректификации второе и третье слагаемые могут заменяться одним, пропорциональным расходу испаряемой жидкости.

В качестве первого параметра оптимизации мы выбрали расход второй фазы  $L$ . При его увеличении возрастают движущая сила процесса  $\Delta u_{\text{ср}}$  и коэффициент массопередачи, что приводит к уменьшению объема аппарата (12.207), (12.208). Однако возрастают затраты на прокачку и возможную регенерацию второй фазы (абсорбция, экстракция). В качестве второго параметра оптимизации можно выбрать фиктивную скорость  $W_y^0$  или однозначно связанный с ней диаметр аппарата  $D$  (12.205). При увеличении скорости уменьшается диаметр аппарата  $D$ , возрастают коэффициенты массоотдачи  $\beta_y$  и массопередачи  $K_y$ , что приводит к уменьшению объема аппарата  $V$  и увеличению его гидравлического сопротивления. Увеличение скорости  $W_y^0$  может вызвать обратное перемешивание и унос другой фазы, что снижает движущую силу процесса. Гидродинамические режимы работы аппарата определяются  $W_y^0$ , которая влияет на величину удельной поверхности контакта фаз  $a$ . Параметрами оптимизации могут также являться температура, давление и конструктивные характеристики аппарата, например, конструкция и размер элементов насадки. Варьирование значениями параметров оптимизации позволяет спроектировать аппарат, обеспечивающий минимальные затраты на проведение процесса.

Итак, рассмотрена схема проектного технологического расчета массообменного аппарата с непрерывным контактом фаз, базирующаяся на использовании основного уравнения массопередачи (12.95). Однако могут применяться и другие модификации уравнения

массопередачи. Так, при использовании объемных коэффициентов массопередачи отпадает необходимость определять поверхность контакта фаз (этап 4), а объем аппарата может быть найден непосредственно из уравнения массопередачи (12.110):

$$V = \frac{\dot{M}^r}{K_{y,V} \Delta y_{cp}}. \quad (12.211)$$

Применение числа и высоты единиц переноса позволяет находить высоту аппарата из уравнения (12.117), исключая этапы с третьего по пятый вышеприведенной схемы. Однако при этом следует рассчитать  $n_{o,y}$  по (12.121), а также  $h_{o,y}$  по (12.127), предварительно определив  $h_x$  и  $h_y$ . Расчет с использованием числа и высоты единиц переноса применим и в том случае, когда коэффициент массопередачи существенно изменяется по высоте аппарата (например, при большой кривизне равновесной линии или значительном изменении теплофизических свойств). В этом случае аппарат (область изменения концентрации от  $y_n$  до  $y_k$ ) разбивается на  $m'$  участков, на каждом из которых коэффициент массопередачи можно считать постоянным. Тогда высота аппарата находится следующим образом:

$$H = \sum_{\ell=1}^{m'} h_{o,y,\ell} n_{o,y,\ell}. \quad (12.212)$$

Более строгий, но и более сложный способ определения высоты аппарата в случае существенного изменения коэффициента массопередачи заключается в интегрировании дифференциальных уравнений аналогичных (4.112), (4.113), в которых температуры в ядрах фаз заменяются рабочими концентрациями компонентов, а источниковый член можно представить в виде  $K_{y,V}(y - y^*)$ , например, (16.14) – (16.19).

### 12.7.3. Специфика расчета аппарата со ступенчатым контактом фаз

Основная особенность аппаратов со ступенчатым контактом фаз заключается в существенной дискретной неоднородности удельной поверхности контакта фаз по высоте аппарата. Кроме того, в большинстве случаев для них неприемлемо допущение о параллельном движении фаз в режиме идеального вытеснения,

которое использовалось при выводе основного уравнения массопередачи.

Рассмотрим схему проектного технологического расчета массообменного аппарата со ступенчатым контактом фаз на примере тарельчатой колонны с противоточным движением газовой и жидкой фаз, наиболее широко применяемой в промышленности (рис. 12.7). Сохраним постановку задачи, сформулированную в предыдущем разделе. Расход жидкой фазы  $L$ , конечная концентрация распределяемого компонента в ней  $x_k$ , диаметр аппарата  $D$  и скорости движения фаз определяются в соответствии с первым и вторым этапами расчета аппаратов с непрерывным контактом фаз.

Высоту колонны можно связать с числом тарелок  $N$  и межтарельчатым расстоянием  $h_m$ :

$$H = (N - 1)h_m. \quad (12.213)$$

Величина  $h_m$ , являясь одним из параметров оптимизации, в первом приближении может определяться из условия максимально допустимого уноса капель жидкости газовым потоком. Для различных типов тарелок имеются соотношения, связывающие величину уноса  $e$  с межтарельчатым расстоянием  $h_m$ , скоростью газовой фазы  $W_y^0$ , теплофизическими свойствами газовой и жидкой фаз. Обычно допускают  $e \leq 0,1$  кг жидкости / кг газа.

Основной задачей технологического расчета тарельчатой колонны является определение числа тарелок  $N$ , обеспечивающих необходимый перенос распределяемого компонента из одной фазы в другую. Для этого вводится понятие *эффективности тарелки по Мэрффри* (к.п.д. тарелки)  $E_{y,\ell}$ , характеризующее степень достижения равновесия между уходящими с тарелки фазами. Математическим определением этой величины с учетом обозначений, приведенных на рис. 12.9, является (12.214):

$$E_{y,\ell} = \frac{y_\ell - y_{\ell+1}}{y_\ell - y_\ell^*}, \quad (12.214)$$

где  $y_\ell^* = mx_\ell = y^*(x_\ell)$  – концентрация распределяемого компонента в газовой фазе, равновесная с уходящим с  $\ell$ -й тарелки потоком жидкости. Аналогичным образом можно определить  $E_{x,\ell}$ , используя концентрации жидкой фазы. Если  $E_{y,\ell} = 1$ , то такую тарелку называют теоретической. Таким образом, *теоретической тарелкой* (*теоретической ступенью изменения концентрации*) называют



участок аппарата, обеспечивающий выполнение равновесных соотношений между покидающими его составами фаз  $y_{\ell+1} = y_{\ell}^*$ . Следует отметить, что при этом составы фаз рассматриваются в различных сечениях аппарата ( $y_{\ell+1}$  – над  $\ell$ -й тарелкой,  $y_{\ell}^* = mx_{\ell}$  – под ней). Таким образом, в любом поперечном сечении аппарата равновесие не достигается  $y_{\ell} \neq y_{\ell}^*(x_{\ell})$ , иначе отсутствовала бы движущая сила массопередачи.

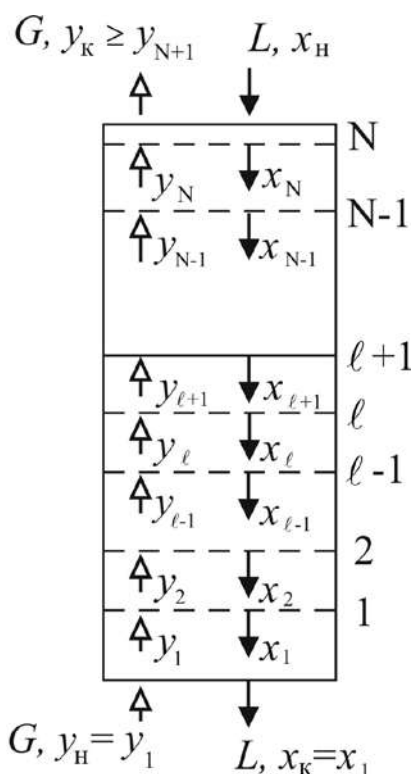


Рис. 12.9. Изменение концентраций фаз по высоте тарельчатой колонны

Вначале рассмотрим различные способы определения числа тарелок  $N$ , необходимого для нахождения высоты аппарата  $H$  по (12.213), а затем более подробно остановимся на расчете эффективности по Мэрфри, зависящей от коэффициентов массопередачи, межфазной поверхности, уноса и структуры потоков на тарелке.

**Потарелочный расчет колонны.** Этот аналитический способ определения числа тарелок основан на решении уравнений материального баланса, равновесия и использовании эффективности по Мэрфри для каждой тарелки. Для нижней тарелки под номером 1 (рис. 12.9) составы фаз известны  $y_1 = y_H$ ,  $x_1 = x_K$ . Последовательно решая уравнения равновесия, (12.214) и рабочей линии, можно определить составы фаз для тарелки номер 2, затем номер 3 и т.д.

$$y_1^* = mx_1, \quad (12.215)$$

$$y_2 = y_1 - E_{y,1}(y_1 - y_1^*), \quad (12.216)$$

$$x_2 = \frac{G}{L} y_2 - \frac{G}{L} y_H + x_K, \quad (12.217)$$

.....

$$y_{\ell}^* = mx_{\ell}, \quad (12.218)$$

$$y_{\ell+1} = y_{\ell} - E_{y,\ell}(y_{\ell} - y_{\ell}^*), \quad (12.219)$$

$$x_{\ell+1} = \frac{G}{L} y_{\ell+1} - \frac{G}{L} y_n + x_k. \quad (12.220)$$

.....

Расчет заканчивается при значении  $\ell$ , для которого начинает выполняться условие  $y_{\ell+1} \leq y_k$ , при этом число тарелок  $N = \ell$ . Следует отметить, что для аппаратов со ступенчатым контактом фаз рабочая линия приобретает дискретный характер и говорить о связи рабочих концентраций фаз имеет смысл лишь для определенных сечений аппарата, например, непосредственно под каждой тарелкой (12.217), (12.220). Поскольку число тарелок в аппарате может достигать сотни и более, данный алгоритм имеет смысл реализовать на компьютере.

Для ориентировочных расчетов, выполняемых вручную, используют упрощенные графические способы нахождения числа тарелок.

**Определение числа тарелок с помощью кинетической кривой.** Упрощение по сравнению с предыдущим способом заключается в следующем: эффективности по Мэрфри рассчитываются не для каждой тарелки, а лишь для нескольких сечений колонны; аналитическое решение уравнений (12.215) – (12.220) заменяется графическим. Алгоритм действий следующий:

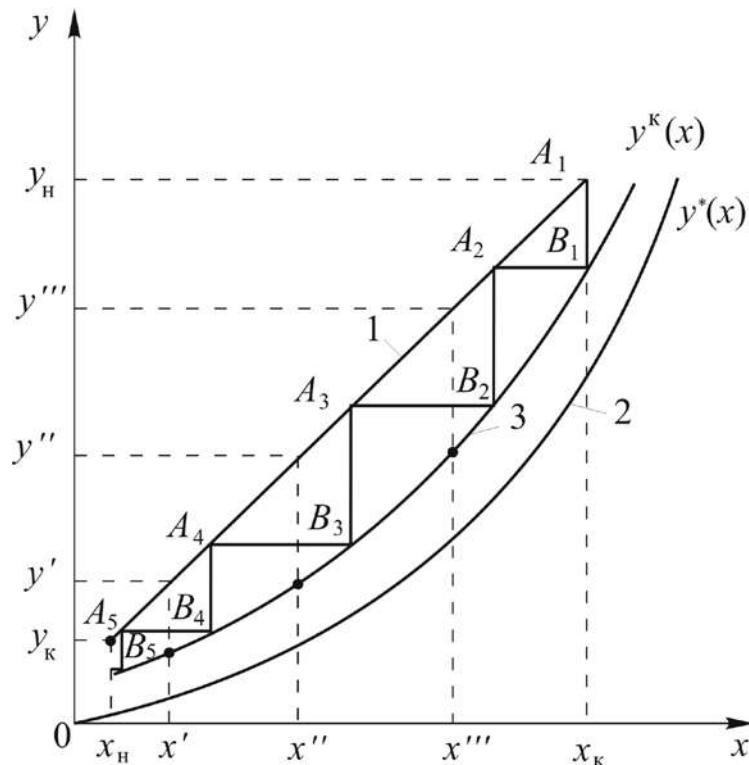
а) на  $x$ – $y$  диаграмме строятся рабочая и равновесная линии (рис. 12.10);

б) для нескольких сечений аппарата (нескольких рабочих концентраций  $x', y', x'', y'', x''', y''' \dots$  рассчитываются эффективности тарелки по Мэрфри  $E'_y, E''_y, E'''_y \dots$ ;

в) находятся величины  $y^{k'}, y^{k''}, y^{k'''} \dots$

$$y^{k'} = y' - E'_y (y' - y^*(x')), \quad (12.221)$$

г) на  $x$ – $y$  диаграмме наносятся точки с координатами  $x', y^{k'}; x'', y^{k''}; x''', y^{k'''}; \dots$  и соединяются линией, называемой кинетической кривой. Если все  $E_y < 1$ , то кинетическая кривая располагается между рабочей и равновесной линиями; если все  $E_y = 1$ , то кинетическая кривая, как следует из (12.221), совпадает с равновесной линией;



.....

Рис. 12.10. Определение числа тарелок с помощью кинетической кривой: 1 – рабочая линия; 2 – равновесная линия; 3 – кинетическая кривая

д) из точки  $A_1$  с координатами  $x_1 = x_k$ ,  $y_1 = y_H$  проводится линия, параллельная оси  $y$ , до пересечения с кинетической кривой. Находится ордината точки  $B_1(x_1, y_2)$ , т.е. графическим способом решается уравнение (12.216). Из точки  $B_1$  проводится прямая, параллельная оси  $x$ , до пересечения с рабочей линией; находится абсцисса точки  $A_2(x_2, y_2)$ , т.е. графически решается уравнение (12.217);

е) процедура пункта д) повторяется для точки  $A_2$ , затем  $A_3$  и т.д. до тех пор, пока для ординаты точки  $B_\ell$  не выполнится условие  $y_{\ell+1} \leq y_k$ . На этом построения заканчиваются, необходимое число тарелок в колонне  $N = \ell$ .

Таким образом, аналитическое решение уравнений (12.215) – (12.220), составляющих алгоритм потарелочного расчета, заменяется графическим вписыванием и определением количества прямоугольных ступеней между рабочей линией и кинетической кривой в заданном интервале изменения рабочих концентраций.

**Определение числа тарелок с помощью к.п.д. колонны.**

Вводится понятие к.п.д. колонны  $\eta$  как отношение числа теоретических тарелок  $N_T$  к числу действительных тарелок  $N$ :

$$\eta = \frac{N_T}{N}. \quad (12.222)$$

Величина  $\eta$  находится из эмпирических формул. Недостатком данного способа является сложность обобщений к.п.д. колонны. Надежные результаты для  $\eta$  могут быть найдены лишь при наличии опытных данных по работе идентичной колонны.

Алгоритм определения необходимого числа тарелок  $N$  в колонне следующий:

а) аналитическим или графическим способом находится число теоретических тарелок  $N_T$ . Аналитический способ заключается в решении уравнений (12.215)–(12.220) при  $E_{y,\ell} = 1$ . Графический способ определения  $N_T$  аналогичен рассмотренному выше, однако поскольку все  $E_y = 1$  и кинетическая кривая совпадает с равновесной линией, отпадает необходимость выполнения пунктов б) – г) и прямоугольные ступени вписываются между рабочей и равновесной линиями;

б) по известным эмпирическим формулам рассчитывается к.п.д. колонны  $\eta$ ;

в) из соотношения (12.222) определяется число действительных тарелок  $N$ .

Остановимся теперь более подробно на определении эффективности тарелки по Мэрфри  $E_{y,\ell}$ .

**Расчет эффективности тарелки по Мэрфри.** Введем еще одну величину – локальную эффективность массопередачи  $\ell$ -й тарелки  $E_{y,\ell}^0$ , характеризующую в отличие от эффективности по Мэрфри не всю тарелку, а бесконечно малый ее участок. Рассматривается вертикальное прохождение газа сквозь барботажный слой в фиксированной точке на плоскости тарелки

$$E_{y,\ell}^0 = \frac{y_\ell^0 - y_{\ell+1}^0}{y_\ell^0 - y_\ell^{0*}}, \quad (12.223)$$

где  $y_\ell^0, y_{\ell+1}^0$  – локальные, а не средние по сечению колонны, как в (12.214), концентрации распределяемого компонента в газовой фазе на входе и выходе из барботажного слоя  $\ell$ -й тарелки;  $y_\ell^{0*}$  – концентрация в газовой фазе, равновесная с концентрацией распределяемого

компонента в жидкой фазе для данной точки на поверхности тарелки. Благодаря интенсивному воздействию газового потока предполагается, что жидкость полностью перемешана в вертикальном направлении. Таким образом, на локальную эффективность будет влиять структура потока лишь газовой фазы.

Допустим, что газ движется в барботажном слое в соответствии с моделью идеального вытеснения. Получим в этом случае расчетное соотношение для  $E_{y,\ell}^0$ . Запишем выражение общего числа единиц переноса для выбранного локального участка барботажного слоя на  $\ell$ -й тарелке:

$$n_{o,y,\ell} = \frac{y_n^0 - y_k^0}{\Delta y_{cp}^0} = \frac{y_\ell^0 - y_{\ell+1}^0}{\Delta y_{cp}^0}. \quad (12.224)$$

В случае МИВ для газовой фазы и МИС для жидкой (рассматривается вертикальное направление в барботажном слое) величина  $\Delta y_{cp}^0$  будет определяться как средняя логарифмическая аналогично (4.31):

$$\Delta y_{cp}^0 = \frac{(y_\ell^0 - y_\ell^{0*}) - (y_{\ell+1}^0 - y_\ell^{0*})}{\ln\left(\frac{y_\ell^0 - y_\ell^{0*}}{y_{\ell+1}^0 - y_\ell^{0*}}\right)} = \frac{y_\ell^0 - y_{\ell+1}^0}{\ln\left(\frac{y_\ell^0 - y_\ell^{0*}}{y_{\ell+1}^0 - y_\ell^{0*}}\right)},$$

$$\frac{(y_\ell^0 - y_{\ell+1}^0)}{\Delta y_{cp}^0} = \ln\left(\frac{y_\ell^0 - y_\ell^{0*}}{y_{\ell+1}^0 - y_\ell^{0*}}\right) = n_{o,y,\ell}. \quad (12.225)$$

В знаменателе выражения, стоящего под логарифмом, прибавим и отнимем  $y_\ell^0$ , а затем числитель и знаменатель разделим на  $y_\ell^0 - y_\ell^{0*}$ :

$$n_{o,y,\ell} = \ln\left(\frac{y_\ell^0 - y_\ell^{0*}}{(y_{\ell+1}^0 - y_\ell^0) + (y_\ell^0 - y_\ell^{0*})}\right) = \ln\left(\frac{1}{\frac{(y_{\ell+1}^0 - y_\ell^0)}{(y_\ell^0 - y_\ell^{0*})} + 1}\right) =$$

$$= \ln\left(\frac{1}{-E_{y,\ell}^0 + 1}\right).$$

Решим последнее уравнение относительно  $E_{y,\ell}^0$ :

$$E_{y,\ell}^0 = 1 - \exp(-n_{o,y,\ell}). \quad (12.227)$$

Мы получили соотношение, связывающее локальную эффективность массопередачи при идеальном вытеснении по газу с общим числом единиц переноса на тарелке. В соответствии с (12.121)

$$n_{o,y,\ell} = \frac{fK_{y,f,\ell}}{G}, \quad (12.228)$$

где  $f$  – площадь рабочего сечения тарелки;  $G$  – расход газовой фазы;  $K_{y,f,\ell}$  – коэффициент массопередачи, отнесенный к единичной площади рабочего сечения тарелки, при расчете которого использованы температура, давление, состав, коэффициент распределения и теплофизические свойства, соответствующие тарелке под номером  $\ell$ . Из (12.227) следует, что чем больше коэффициент массопередачи, тем больше  $n_{o,y,\ell}$  и  $E_{y,\ell}^0$ . При  $n_{o,y,\ell} \rightarrow \infty$ ,  $E_{y,\ell}^0 \rightarrow 1$  при  $n_{o,y,\ell} \rightarrow 0$ ,  $E_{y,\ell}^0 \rightarrow 0$ . Таким образом, локальная эффективность изменяется от 0 до 1.

Можно получить зависимость  $E_{y,\ell}^0(n_{o,y,\ell})$  для других моделей структуры газового потока, однако качественный характер зависимости при этом не изменится.

Чтобы связать локальную эффективность массопередачи с эффективностью тарелки по Мэрфри, необходимо учесть структуру жидкостного потока на тарелке в горизонтальном направлении. Так, в случае полного перемешивания жидкости на тарелке  $E_{y,\ell} = E_{y,\ell}^0$ . Для других моделей структуры жидкостного потока они не совпадают, соответствующие выражения для идеального вытеснения, диффузионной и ячеечной моделей приведены в [8]. Там же приведены соотношения, позволяющие учитывать влияние на  $E_{y,\ell}$  таких явлений, уменьшающих эффективность по Мэрфри, как унос капель жидкости газовым потоком и байпас (проскок части жидкости без взаимодействия с газовым потоком). Величина эффективности тарелки по Мэрфри увеличивается при уменьшении обратного перемешивания по жидкости вдоль тарелки, достигая максимума для МИВ. Она в отличие от локальной эффективности может быть больше единицы.

Существенной проблемой при расчете эффективности тарелки по Мэрфри является определение параметров модели структуры жидкостного потока  $Re_L$  (МД) или  $m$  – число ячеек (МЯ). Они могут быть найдены из эмпирических соотношений [8].

Таким образом, можно сформулировать основные этапы проектного технологического расчета аппарата со ступенчатым контактом фаз.

1. Предварительное определение расхода второй фазы  $L$ , если эта величина не задана.

2. Предварительное определение скоростей движения фаз и диаметра аппарата  $D$ .

3. Предварительное нахождение межтарельчатого расстояния  $h_m$ .

4. Определение числа тарелок  $N$  с помощью потарельчатого расчета, в ходе которого для каждой тарелки находятся коэффициенты массопередачи  $K_{y,f,\ell}$ , числа единиц переноса  $n_{o,y,\ell}$ , локальные эффективности  $E_{y,\ell}^0$ , параметры модели структуры жидкостного потока на тарелке  $Re_{L,\ell}$  или  $m_\ell$ , унос  $e_\ell$ , эффективность тарелки по Мэрфри  $E_{y,\ell}$ . (При ориентировочном расчете с помощью кинетической кривой можно определить все вышеперечисленные величины лишь для нескольких сечений аппарата).

5. Расчет высоты колонны по (12.213).

6. Оптимизация размеров аппарата. В качестве параметров оптимизации могут использоваться расход второй фазы  $L$ , скорость газовой фазы  $W_y^0$  или диаметр аппарата  $D$ , межтарельчатое расстояние  $h_m$ , конструктивные особенности тарелок, например, тип тарелки, диаметр отверстий, высота сливной перегородки и т.д.

Необходимо отметить, что понятие теоретической ступени изменения концентрации (теоретической тарелки) может использоваться и для определения высоты аппарата с непрерывным контактом фаз, которая находится как произведение  $N_T$  на  $h_z$  – высоту, эквивалентную одной теоретической ступени (ВЭТС). Последняя, как правило, рассчитывается по эмпирическим соотношениям. Недостатком этого способа является изменение  $h_z$  по высоте аппарата при наличии кривизны линии равновесия.

## **12.8. Массоперенос в многокомпонентных системах\***

Основной особенностью массопереноса в многокомпонентных смесях является зависимость потока каждого компонента  $i$  от градиентов концентраций всех компонентов (1.22), что приводит к появлению матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии  $D_{ij}$ , а также матриц коэффициентов массоотдачи  $\beta_{ij}$  и массопередачи

$K_{ij}$ . Вывод соотношений для последних возможен лишь в матричной форме. Действия с матрицами рассматриваются в приложении П.1.5.

### 12.8.1. Уравнения массоотдачи

По аналогии с выводом уравнений импульсо- и теплоотдачи, а также массоотдачи в бинарных смесях, проведенном в разделе 4.1, получим уравнение массоотдачи для многокомпонентных систем. Все уравнения будут записываться в матричной форме. В соответствии с (1.31) поток вещества компонента  $i$  в направлении, перпендикулярном границе раздела фаз за счет молекулярного и турбулентного механизмов переноса, может быть представлен в виде

$${}^r j_{i,y}^d = - \sum_{j=1}^{n-1} {}^r D_{ij} \frac{dc_j}{dy} - D_\tau \sum_{j=1}^{n-1} {}^r \alpha_{ij} \frac{dc_j}{dy} = - \sum_{j=1}^{n-1} {}^r D'_{ij} \frac{dc_j}{dy}, i = \overline{1, n-1}, \quad (12.229)$$

$${}^r D'_{ij} = {}^r D_{ij} + D_\tau {}^r \alpha_{ij}, \quad (12.230)$$

или 
$$[{}^r j_{i,y}^d] = - [{}^r D'_{ij}] \frac{d}{dy} [c_j], \quad (12.231)$$

где  $[{}^r D'_{ij}]$  – квадратная матрица размерностью  $(n-1) \times (n-1)$ ;  $[{}^r j_{i,y}^d]$ ,  $[c_i]$  – матрицы-столбцы размерности  $(n-1) \times 1$ .

Проекцию потока каждого компонента на ось  $y$  на расстоянии  $y$  от межфазной поверхности  ${}^r j_{i,y}^d$  можно представить в виде произведения потока через межфазную поверхность и его относительного изменения  $j_i^*(y)$ :

$${}^r j_{i,y}^d(0) = j_{i,y}^{d,\Gamma}, \quad {}^r j_{i,y}^d = j_i^* j_{i,y}^{d,\Gamma} \quad \text{или} \quad [{}^r j_{i,y}^d] = [j_{ii}^*] [j_{i,y}^{d,\Gamma}] \quad (12.232)$$

где  $[j_{ii}^*]$  – диагональная матрица.

Подставим (12.232) в (12.231), разделим переменные и проинтегрируем по толщине диффузионного пограничного слоя:

$$[j_{ii}^*] [j_{i,y}^{d,\Gamma}] = - [{}^r D'_{ij}] \frac{d}{dy} [c_j], \quad (12.233)$$

$$\int_{c_i^\Gamma}^{c_i^y} d[c_i] = - \int_0^{\delta_d} [{}^r D'_{ij}]^{-1} [j_{ii}^*] dy [j_{i,y}^{d,\Gamma}], \quad (12.234)$$

$$[j_{i,y}^{d,\Gamma}] = [\beta_{ij}] ([c_i^\Gamma] - [c_i^y]), \quad (12.235)$$



$$j_{i,y}^{d,\Gamma} = \sum_{j=1}^{n-1} \beta_{ij} (c_j^{\Gamma} - c_j^{\Delta}), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.236)$$

$$[\beta_{ij}] = \left[ \int_0^{\delta_d} [{}^{\Gamma}D'_{ij}]^{-1} [j_{ii}^*] dy \right]^{-1}, \quad (12.237)$$

где  $[{}^{\Gamma}D'_{ij}]^{-1}$  – обратная матрица.

Для частного случая пленочной модели массоотдачи (раздел 12.4) достаточно просто определяется явный вид элементов матрицы коэффициентов массоотдачи:

$$\begin{aligned} [j_{ii}^*] &= [I]; \quad [{}^{\Gamma}D'_{ij}] = [{}^{\Gamma}D_{ij}], \\ [\beta_{ij}] &= \left[ [{}^{\Gamma}D_{ij}]^{-1} \delta_y \right]^{-1} = [{}^{\Gamma}D_{ij}] / \delta_y, \\ \beta_{ij} &= {}^{\Gamma}D_{ij} / \delta_y, \end{aligned} \quad (12.238)$$

где  $[I]$  – единичная матрица (см. П.1.5)

### 12.8.2. Уравнения массопередачи

Аналогично тому, как в разделе 12.2.2 получено в локальной форме уравнение массопередачи для бинарных смесей, получим соответствующие уравнения для многокомпонентных систем. Для простоты допустим неизменность коэффициентов распределения  $m_i$ , а также опустим верхний «д» и нижний «у» индексы в записи потоков:

$$[j_i^{\Gamma}] = [\beta_{ij}^y] ([y_i] - [y_i^{\Gamma}]), \quad (12.239)$$

$$[j_i^{\Gamma}] = [\beta_{ij}^x] ([x_i^{\Gamma}] - [x_i]), \quad (12.240)$$

$$[y_i^{\Gamma}] = [m_{ii}] [x_i^{\Gamma}]. \quad (12.241)$$

Выразим  $x_i^{\Gamma}$  из (12.241), подставим в (12.240), разрешим уравнения (12.239), (12.240) относительно разности концентраций и сложим, а затем решим относительно потока:

$$[x_i^{\Gamma}] = [m_{ii}]^{-1} [y_i^{\Gamma}], \quad (12.242)$$

$$[m_{ii}] [\beta_{ij}^x]^{-1} [j_i^{\Gamma}] = [y_i^{\Gamma}] - [m_{ii}] [x_i], \quad (12.243)$$

$$[\beta_{ij}^y]^{-1} [j_i^{\Gamma}] = [y_i] - [y_i^{\Gamma}], \quad (12.244)$$

$$([m_{ii}][\beta_{ij}^x]^{-1} + [\beta_{ij}^y]^{-1})[j_i^r] = [y_i] - [m_{ii}][x_i], \quad (12.245)$$

$$[j_i^r] = [K_{ij}^y]([y_i] - [m_{ii}][x_i]) = [K_{ij}^y]([y_i] - [y_i^*]), \quad (12.246)$$

$$j_i^r = \sum_{j=1}^{n-1} K_{ij}^y (y_j - y_j^*), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.247)$$

$$[K_{ij}^y] = \left[ [\beta_{ij}^y]^{-1} + [m_{ii}][\beta_{ij}^x]^{-1} \right]^{-1}. \quad (12.248)$$

В том случае если коэффициенты распределения  $m_i$  зависят от состава фаз и эта зависимость для участка аппарата может считаться линейной, то по аналогии с (12.84)–(12.86) в уравнении (12.248) диагональная матрица коэффициентов распределения  $[m_{ii}]$  заменится на квадратную  $[m_{ij}^{1,y}]$ , элементы которой находятся как  $m_{ij}^{1,y} = \partial y_i^* / \partial x_j$ ,  $i, j = \overline{1, n-1}$ .

Если элементы матрицы коэффициентов массопередачи можно считать неизменными, то справедливо уравнение массопередачи в интегральной форме:

$$\dot{M}_i^r = \int_0^F j_i^r dF = F \sum_{j=1}^{n-1} K_{ij}^y \Delta y_{j, \text{cp}}, \quad (12.249)$$

$$\Delta y_{j, \text{cp}} = \frac{1}{F} \int_0^F (y_j - y_j^*) dF. \quad (12.250)$$

Даже при постоянных расходах фаз и значениях  $m_i$  величины  $\Delta y_{i, \text{cp}}$  каждого компонента определяются матрицей коэффициентов массопередачи и движущими силами по всем компонентам в верхнем и нижнем сечениях аппарата  $\Delta y_{i, \text{cp}} = f(K_{ij}^y, \Delta y_{j, \text{в}}, \Delta y_{j, \text{н}}, j = \overline{1, n-1})$ . Для отыскания  $\Delta y_{i, \text{cp}}$  необходимо использовать стандартную процедуру диагонализации матрицы коэффициентов массопередачи [50, 94].

В частном случае, когда концентрации распределяемых компонентов в инертных малы для каждой из фаз, что зачастую наблюдается при абсорбции или экстракции, можно считать смеси бесконечно разбавленными. Для них недиагональные элементы матрицы коэффициентов массопередачи стремятся к нулю и поток каждого распределяемого компонента будет пропорционален лишь собственной средней движущей силе, которая для модели идеального вытеснения при постоянных значениях коэффициентов распределения может быть найдена из выражения

$$\Delta y_{i,\text{cp}} = \frac{\Delta y_{i,\text{B}} - \Delta y_{i,\text{H}}}{\ln \left( \frac{\Delta y_{i,\text{B}}}{\Delta y_{i,\text{H}}} \right)}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (12.251)$$

Как и в случае бинарных смесей можно использовать модифицированные уравнения массопередачи:

$$\dot{M}_i^r = V \sum_{j=1}^{n-1} K_{V,ij}^y \Delta y_{j,\text{cp}} = f \sum_{j=1}^{n-1} K_{f,ij}^y \Delta y_{j,\text{cp}}, \quad (12.252)$$

$$K_{V,ij}^y = K_{ij}^y a, \quad (12.253) \quad K_{f,ij}^y = K_{ij}^y a_f, \quad (12.254)$$

$$H = \sum_{j=1}^{n-1} h_{ij}^{o,y} n_j^{o,y} \frac{y_{i,\text{H}} - y_{i,\text{K}}}{y_{j,\text{H}} - y_{j,\text{K}}}, \quad (12.255)$$

$$h_{ij}^{o,y} = \frac{G}{SK_{V,ij}^y}, \quad (12.256) \quad n_j^{o,y} = \frac{y_{j,\text{H}} - y_{j,\text{K}}}{\Delta y_{j,\text{cp}}}. \quad (12.257)$$

Кроме того, можно ввести матрицу чисел единиц переноса

$$[N_{ij}^{o,y}][\Delta y_{i,\text{cp}}] = [y_{i,\text{H}} - y_{i,\text{K}}], \quad (12.258)$$

$$N_{ij}^{o,y} = \frac{V}{G} K_{V,ij}^y = \frac{F}{G} K_{ij}^y = \frac{f}{G} K_{f,ij}^y, \quad (12.259)$$

$$n_i^{o,y} = \sum_{j=1}^{n-1} N_{ij}^{o,y} \Delta y_{j,\text{cp}} / \Delta y_{i,\text{cp}}. \quad (12.260)$$

По аналогии с бинарными системами общие высоты и числа единиц переноса выражаются через соответствующие фазовые (частные) величины.

### 12.8.3. Расчет аппаратов с непрерывным контактом фаз

Расчет аппаратов для проведения процессов многокомпонентного массопереноса значительно сложнее, чем в случае бинарных систем. Отличие проявляется уже в постановке задачи. Рассмотрим, как и в разделе 12.7.2, проектный технологический расчет колонны непрерывного действия, заключающийся в определении диаметра  $D$  и высоты  $H$ . Пусть исходными данными являются расход  $G$  в фазе  $y$  и начальные концентрации компонентов в обеих фазах  $y_{i,\text{H}}$ ,  $x_{i,\text{H}}$ . Задать конечные

концентрации всех компонентов  $y_{i,k}$  нельзя, так как число уравнений при этом будет превышать число неизвестных, система уравнений станет переопределенной и не будет иметь решения. Избежать этого можно, задав конечную концентрацию лишь одного компонента смеси, называемого ключевым. Выбор ключевого компонента определяется спецификой решаемой задачи, обозначим его индексом «1». Тогда к исходным величинам добавится  $y_{1,k}$ . Для остальных компонентов возможно задание ограничений, например,  $y_{i,k} < y_{i,0}^0$ ,  $i=2, n-1$ . Рассмотрим расчет для простейшего случая, когда расходы  $G$  и  $L$ , а также коэффициенты распределения  $m_i$  и массопередачи  $K_{ij}^y$  не меняются по высоте аппарата. Этапы расчета совпадают с приведенными в разделе 12.7.2. Выбор величины расхода второй фазы  $L$  при многокомпонентном массопереносе более сложен, чем для бинарных смесей. Поскольку поток каждого компонента  $i$  через межфазную поверхность в соответствии с (12.247) зависит от движущих сил по всем компонентам, то возможна ситуация, при которой рабочая концентрация компонента в фазе больше равновесной  $y_i > y_i^*$ , а компонент переносится в данную фазу, и, наоборот,  $y_i < y_i^*$ , а компонент фазу покидает, или  $y_i = y_i^*$ , а  $\dot{M}_i^r \neq 0$ . Для определения  $L_{\min}$ , при котором  $\dot{M}_i^r = 0$ , нужно знать все  $K_{ij}^y$  и  $\Delta y_{i,cr}$ , но в начале расчета не известны не только  $x_{i,k}$ , но и  $y_{i,k}$ ,  $i = 2, n-1$ . Поэтому в качестве начального приближения для  $L$  имеет смысл выбрать достаточно большую величину с последующей оптимизацией.

Определение скоростей фаз и диаметра колонны при многокомпонентном массопереносе осуществляется точно так же, как и для бинарных смесей. Матрица коэффициентов массопередачи находится по соотношениям (12.237), (12.248). При этом используются параметры модели ( $\delta_3$  – пленочной;  $A$ ,  $m$  – турбулентного диффузионного пограничного слоя;  $t_{cr}$  – обновления поверхности), имеющиеся для бинарных систем, например, (20.5) – (20.10).

Следующий этап – расчет необходимой поверхности контакта фаз  $F$ . Он заключается в решении системы алгебраических уравнений:

$$\dot{M}_i^r = G(y_{i,n} - y_{i,k}), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.261)$$

$$\dot{M}_i^r = L(x_{i,k} - x_{i,n}), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.262)$$

$$\dot{M}_i^r = F \sum_{j=1}^{n-1} K_{ij}^y \Delta y_{j, \text{cp}}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.263)$$

$$\Delta y_{i, \text{cp}} = f(K_{ij}^y, \Delta y_{j, \text{B}}, \Delta y_{j, \text{H}}, \quad j = \overline{1, n-1}), \quad (12.264)$$

$$\Delta y_{i, \text{B}} = y_{j, \text{K}} - m_i x_{i, \text{H}}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (12.265)$$

$$\Delta y_{i, \text{H}} = y_{j, \text{H}} - m_i x_{i, \text{K}}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (12.266)$$

Система (12.261) – (12.266) содержит  $6(n-1)$  уравнений и столько же неизвестных:  $F, y_{i,k}, i = \overline{2, n-1}$ ; и по  $(n-1)x_{i,k}, \dot{M}_i^r, \Delta y_{i, \text{cp}}, \Delta y_{i, \text{H}}, \Delta y_{i, \text{K}}$ . Возможна и иная постановка задачи: расчет аппарата для получения смеси заданного состава в фазе I при свободе выбора исходного состава фазы II, т.е. задаются все  $y_{i, \text{H}}$  и  $y_{i, \text{K}}$ , а  $x_{i, \text{H}}$  и  $x_{i, \text{K}}$  определяются из решения системы уравнений (12.261) – (12.266).

Определение высоты аппарата и оптимизация его размеров совпадают с этапами расчета для бинарных систем. Возможно также использование модифицированных уравнений массопередачи (12.252) – (12.257), позволяющих непосредственно находить рабочий объем или высоту аппарата. В случае существенного изменения коэффициентов распределения и матрицы коэффициентов массопередачи по высоте аппарата удобнее использовать уравнения (12.255), разбив колонну на  $m'$  участков аналогично (12.212). Однако число уравнений, требующих совместного решения, увеличится при этом в  $m'$  раз.

Более строгий, но и более трудоемкий способ определения высоты аппарата и профилей концентраций всех компонентов в обеих фазах с использованием, например, модели идеального вытеснения или диффузионной модели структуры потоков заключается в интегрировании  $2(n-1)$  дифференциальных уравнений (разд. 20.4), аналогичных (4.112), (4.113), в которых температуры в ядрах фаз заменяются рабочими концентрациями компонентов, а источниковый

член можно представить в виде  $\sum_{j=1}^{n-1} K_{V,ij}^y (y_j - y_j^*)$ .

#### 12.8.4. Расчет аппаратов со ступенчатым контактом фаз

Сохраним постановку задачи и допущения, изложенные в разделе 12.8.3. Отличие схемы расчета аппаратов со ступенчатым контактом фаз для многокомпонентного массопереноса по сравнению с аппаратами для массопереноса в бинарных системах заключается в выполнении четвертого этапа – определении числа тарелок  $N$ . Поскольку концентрации всех компонентов смеси в фазах  $y_i$ ,  $x_i$  неизвестны ни для нижней, ни для верхней тарелки, при потарелочном расчете колонны придется решать систему алгебраических уравнений:

$$y_{i,\ell}^* = m_{i,\ell} x_{i,\ell}, \quad (12.267)$$

$$y_{i,\ell+1} = y_{i,\ell} - \sum_{j=1}^{n-1} E_{ij}^{y,\ell} (y_{j,\ell} - y_{j,\ell}^*), \quad (12.268)$$

$$x_{i,\ell+1} = \frac{G}{L} y_{i,\ell+1} - \frac{G}{L} y_{i,n} + x_{i,k}, \quad i, j = \overline{1, n-1}; \quad \ell = \overline{1, N}. \quad (12.269)$$

Система содержит  $3(n-1)N$  уравнений и столько же неизвестных:  $N$ ,  $y_{i,k}$  (за исключением  $y_{1,k}$  для ключевого компонента),  $x_{i,k}$ ,  $y_{i,\ell}^*$ ,  $y_{i,\ell}$ ,  $x_{i,\ell}$ . Матрица эффективности тарелки по Мэрфри  $[E_{ij}^{y,\ell}]$  является функцией матрицы чисел единиц переноса  $[N_{ij}^{o,\ell}]$  и структуры газового и жидкого потоков на тарелке [50]:

$$[E_{ij}^{y,\ell}]([y_{i,\ell}] - [y_{i,\ell}^*]) = [y_{i,\ell}] - [y_{i,\ell+1}], \quad (12.270)$$

$$[E_{ij}^{y,\ell}] = f_{\text{мд}}([N_{ij}^{o,y}], \text{Pe}_L^\Gamma, \text{Pe}_L^{\text{ж}}) = f_{\text{мя}}([N_{ij}^{o,y}], m^\Gamma, m^{\text{ж}}). \quad (12.271)$$

Как и следовало ожидать, изменение концентрации каждого компонента на тарелке (12.268) зависит от движущих сил по всем компонентам и матрицы коэффициентов массопередачи (12.271), (12.259). В том случае если коэффициенты распределения и матрицы коэффициентов массопередачи изменяются по высоте колонны, они рассчитываются для каждой тарелки. При этом допускается их постоянство в пределах отдельной тарелки.

Необходимо отметить, что в случае многокомпонентного массопереноса, строго говоря, не применима модель теоретической тарелки, так как невозможно выделить участок аппарата, обеспечивающий выполнение равновесных соотношений между концентрациями всех компонентов покидающих его фаз.

Таким образом, рассмотрены схемы расчета аппаратов с непрерывным и ступенчатым контактом фаз для проведения массообменных процессов в бинарных и многокомпонентных смесях. При этом предполагалось постоянство расходов фаз  $L$ ,  $G$ , а также отсутствие теплообмена между ними и тепловых эффектов смешения. В общем случае система уравнений материального баланса и массопередачи должна дополняться уравнениями теплового баланса и теплопередачи.

### Контрольные вопросы

1. Какие процессы называются массообменными, для чего они применяются?
2. Что называется распределяемым и инертным компонентами?
3. Какие условия необходимы для осуществления процесса массопередачи?
4. Сформулируйте правило фаз Гиббса, что называется числом степеней свободы?
5. Что называется коэффициентами распределения, от чего они зависят, как их можно определить?
6. Запишите различные способы представления химического потенциала компонента. Что называется летучестью (фугитивностью), коэффициентом летучести, активностью, коэффициентом активности компонента в смеси? Какие стандартные состояния обычно используются?
7. Как записываются условия равновесия и находятся коэффициенты распределения в системе пар – жидкость? В каких случаях справедлив закон Рауля?
8. Как записываются условия равновесия и находятся коэффициенты распределения в системе газ – жидкость? В каких случаях справедлив закон Генри?
9. Как записываются условия равновесия и находятся коэффициенты распределения в системе жидкость – жидкость?
10. Как записываются условия равновесия в системе твердое тело – жидкость? Что называется растворимостью?
11. Что называется рабочей концентрацией, как получается уравнение рабочей линии, каково его графическое изображение?
12. Что называется равновесной концентрацией, какой вид имеет уравнение равновесной линии?

13. Как по взаимному расположению рабочей и равновесной линий определить направление массообменного процесса?
14. Получите традиционный вид локального уравнения массопередачи. Проанализируйте связь коэффициента массопередачи с коэффициентами массоотдачи при различной зависимости коэффициента распределения от состава.
15. Запишите основное уравнение массопередачи. Получите выражение для средней движущей силы. Сформулируйте условия их применимости.
16. Получите модификацию уравнений массоотдачи и массопередачи с использованием соответствующих объемных коэффициентов. В чем их преимущества и недостатки перед традиционной формой уравнений?
17. Запишите уравнение массоотдачи и массопередачи через высоту и число единиц переноса, поясните смысл этих величин.
18. В чем состоит суть аналогии процессов тепло- и массообмена? Приведите примеры возможности использования зависимостей, характеризующих процесс теплоотдачи, для описания массоотдачи.
19. В чем состоят допущения, принятые в упрощенных моделях массоотдачи? Сформулируйте преимущества и недостатки этих моделей, а также условия их применения.
20. На примере массообмена с тонкой пленкой жидкости поясните способы теоретического определения коэффициентов массоотдачи как путем решения дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса, так и путем использования упрощенных моделей.
21. В чем состоит суть физического моделирования массообмена? Приведите примеры, выделите характерные особенности массоотдачи для типичных в промышленных аппаратах случаев.
22. Изложите основу классификации массообменных аппаратов.
23. Сформулируйте основные этапы технологического расчета аппарата с непрерывным контактом фаз.
24. Что называется эффективностью тарелки по Мэрффри, от чего она зависит? В чем состоит модель теоретической тарелки?
25. Изложите три способа определения необходимого числа тарелок в проектном расчете колонны.



26. В чем заключается отличие эффективности тарелки по Мэрфри от к.п.д. колонны и от локальной эффективности массопередачи?
27. Сформулируйте основные этапы технологического расчета аппарата со ступенчатым контактом фаз.
28. Произведите вывод уравнений массоотдачи в многокомпонентных смесях.\*
29. Запишите различные модификации уравнений массопередачи для многокомпонентных систем.\*
30. В чем заключаются основные особенности расчетов аппаратов для проведения процессов многокомпонентного массопереноса?\*

### **Вопросы для обсуждения**

1. Сформулируйте условия, при которых средняя движущая сила массопередачи может определяться как средняя логарифмическая величина. Получите данное соотношение при этих условиях.
2. Получите уравнения рабочих линий для процесса многокомпонентного массопереноса. Изобразите на  $x - y$  диаграмме расположение рабочих и равновесных линий при абсорбции двух компонентов из газовой смеси жидким поглотителем.

## Глава 13. АБСОРБЦИЯ

*Абсорбцией* называется избирательное поглощение компонентов паровых или газовых смесей жидким поглотителем. *Десорбция* – процесс обратный абсорбции, т.е. переход отдельных компонентов жидкой смеси в газовую фазу. *Абсорбтив* – распределяемый компонент газовой фазы, переходящий в жидкую. *Абсорбент* – жидкий поглотитель. *Инертный газ* – компонент газовой смеси не переходящий границу раздела фаз. Необходимо иметь в виду, что инертный газ может состоять из нескольких компонентов, например, воздух, абсорбент также может быть многокомпонентным и поглощаться в общем случае могут несколько компонентов. Рассмотрим вначале простейший случай бинарной абсорбции, когда в каждой фазе содержится не более двух компонентов: в газовой – абсорбтив и инертный газ, в жидкой – абсорбтив и абсорбент. Более общий случай многокомпонентной абсорбции рассматривается в разделе 13.4.

Различают *физическую абсорбцию*, не сопровождающуюся химическими реакциями, и *хемосорбцию*, при которой абсорбтив образует с абсорбентом химическое соединение.

Абсорбция широко применяется в промышленности для извлечения ценных компонентов газовых смесей (бензола из коксового газа) или очистки их от вредных примесей (коксового газа от сероводорода), а также с целью получения готового продукта (серной кислоты за счет поглощения  $\text{SO}_3$  водой).

### 13.1. Особенности равновесия и массопередачи в процессе абсорбции

Как отмечалось в разделе 12.2.1, при записи уравнений материального баланса и рабочих линий целесообразно выбирать единицы измерения расходов таковыми, чтобы эти величины не менялись по высоте аппарата. Это сделает рабочие линии прямыми и упростит процедуру расчета. В случае абсорбции по высоте колонны не изменяются массовые и мольные расходы инертного газа и абсорбента, что позволяет использовать их в уравнениях материального баланса и рабочих линий в совокупности с

относительными массовыми и относительными мольными концентрациями распределяемых компонентов. Выберем, например, массовые расходы и концентрации, тогда

$$G(\bar{Y}_n - \bar{Y}_k) = L(\bar{X}_k - \bar{X}_n), \quad (13.1)$$

$$\bar{Y} = \frac{L}{G} \bar{X} + \bar{Y}_n - \frac{L}{G} \bar{X}_k, \quad (\text{противоток}) \quad (13.2)$$

$$\bar{Y} = -\frac{L}{G} \bar{X} + \bar{Y}_n + \frac{L}{G} \bar{X}_n, \quad (\text{прямоток}) \quad (13.3)$$

где  $G, L$  массовые расходы инертного газа и абсорбента (кг/с);  $\bar{Y}, \bar{X}$  – относительные массовые концентрации абсорбтива в инертном газе (кг абсорбтива/ кг инертного газа) и в абсорбенте (кг абсорбтива / кг абсорбента). С использованием этих же концентраций запишем уравнение линии равновесия.

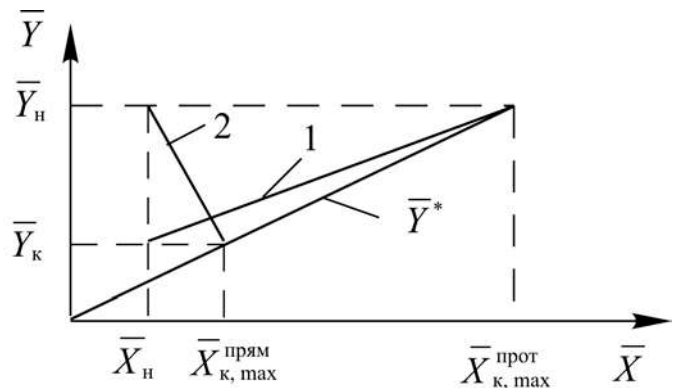
$$\bar{Y}^* = m_{\bar{X}} \bar{X}; [m_{\bar{X}}] = \text{кг абсорбента/ кг инертного газа}. \quad (13.4)$$

В связи с этим коэффициенты распределения  $m_x$ , способы определения которых подробно рассмотрены, как для равновесия в системах пар – жидкость, так и газ – жидкость в разделе 12.1, необходимо перевести в соответствующие единицы измерения  $m_{\bar{X}}$  [9, 49]. В соответствии с правилом фаз Гиббса (12.3) для трехкомпонентной двухфазной системы число степеней свободы равно трем, т.е.  $m_{\bar{X}}(p, T, \bar{X})$ . Если процесс абсорбции проводится при постоянных давлении и температуре, то их можно считать фиксированными и коэффициент распределения будет являться функцией только одной переменной  $m_{\bar{X}}(\bar{X})$ .

Рассмотрим выбор схемы относительного направления движения фаз. Пусть заданы: расход инертного газа  $G$ , начальная и конечная концентрация абсорбтива в нем  $\bar{Y}_n, \bar{Y}_k$ , а также начальная концентрация абсорбтива в абсорбенте  $\bar{X}_n$ . Допустим, что коэффициент распределения  $m_{\bar{X}} = \text{const}$ , то есть линия равновесия – прямая. Это допущение справедливо для идеальных смесей, подчиняющихся законам Генри (12.59) или Рауля (12.53), при постоянных температуре и давлении. Проведение процесса абсорбции требует выполнение условия  $\bar{Y} > \bar{Y}^* = m_{\bar{X}} \bar{X}$ . Определим минимальные

расходы абсорбента  $L_{\min}$  и максимальные конечные концентрации абсорбтива в абсорбенте  $\bar{X}_{\text{к,мах}}$  для прямотока и противотока. Проведем на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме равновесную линию, а также из точек с известными координатами  $\bar{X}_\text{н}, \bar{Y}_\text{н}$  (прямоток) и  $\bar{X}_\text{н}, \bar{Y}_\text{к}$  (противоток) рабочие линии, соответствующие  $L_{\min}$  (рис.13.1), то есть соприкасающиеся с линией равновесия.

Рис. 13.1. Расположение рабочих линий при минимальном расходе абсорбента для противоточного (1) и прямоточного (2) движения фаз



Нетрудно видеть, что использование противотока позволяет достигать больших конечных концентраций абсорбтива в абсорбенте и, как следует из уравнения материального баланса (13.1), применять меньшие значения расхода абсорбента  $L$ . Этот же результат можно получить аналитически

$$\bar{X}_{\text{к,мах}}^{\text{прот}} = \bar{Y}_\text{н} / m_{\bar{X}}, \quad (13.5)$$

$$\bar{X}_{\text{к,мах}}^{\text{прям}} = \bar{Y}_\text{к} / m_{\bar{X}}, \quad (13.6)$$

т.к.  $\bar{Y}_\text{н} > \bar{Y}_\text{к}$ , то

$$\bar{X}_{\text{к,мах}}^{\text{прот}} > \bar{X}_{\text{к,мах}}^{\text{прям}}, \quad (13.7)$$

$$L_{\min} = \frac{G(\bar{Y}_\text{н} - \bar{Y}_\text{к})}{\bar{X}_{\text{к,мах}} - \bar{X}_\text{н}} \sim \frac{1}{\bar{X}_{\text{к,мах}}}, \quad L_{\min}^{\text{прот}} < L_{\min}^{\text{прям}}. \quad (13.8)$$

Эффективность работы массообменного аппарата может быть охарактеризована степенью извлечения распределяемого компонента из отдающей его фазы. Вводится понятие *коэффициента извлечения*  $\phi$ , являющегося отношением количества компонента перешедшего в другую фазу к максимально возможному. Наибольшее количество абсорбтива может поглотиться абсорбентом при достижении равновесия уходящего газа с поступающей жидкостью, т.е.  $\bar{Y}_\text{к} = \bar{Y}^*(\bar{X}_\text{н})$ .

Тогда

$$\varphi = \frac{G(\bar{Y}_n - \bar{Y}_k)}{G(\bar{Y}_n - \bar{Y}^*(\bar{X}_n))} = \frac{\bar{Y}_n - \bar{Y}_k}{\bar{Y}_n - m_{\bar{x}} \bar{X}_n}. \quad (13.9)$$

Можно показать [49], что в случае идеального вытеснения и  $m_{\bar{x}} = \text{const}$  для одинаковых  $L$  и  $\varphi$  средняя движущая сила массопередачи  $\Delta \bar{Y}_{\text{cp}}$  больше, а высота аппарата, следовательно, меньше при противотоке по сравнению с прямотоком, или для одинаковых  $L$  и  $\Delta \bar{Y}_{\text{cp}}$  при противотоке  $\varphi$  больше, чем при прямотоке. Этим объясняется преимущественное применение противоточного движения фаз в процессе абсорбции.

Увеличение движущей силы массопередачи при проведении процесса абсорбции можно достичь также уменьшением коэффициентов распределения  $m_{\bar{x}}$ . При абсорбции паровых компонентов, как это следует из (12.52), для этого необходимо увеличивать давление в системе  $p$  или уменьшать температуру  $T$  так как давление насыщенного пара  $p_i^{n'}$  прямо пропорционально температуре. Такой же вывод можно сделать и для газовых компонентов, анализируя (12.59), так как коэффициенты Генри  $E_{ij}$  также, как правило, прямо пропорциональны температуре.

В том случае, когда при растворении абсорбтива в абсорбенте выделяется значительное количество теплоты и не предусмотрен ее отвод из аппарата, происходит повышение температуры жидкой фазы и, следовательно, коэффициента распределения и уменьшение движущей силы процесса. Для учета этого эффекта необходимо использовать уравнение теплового баланса

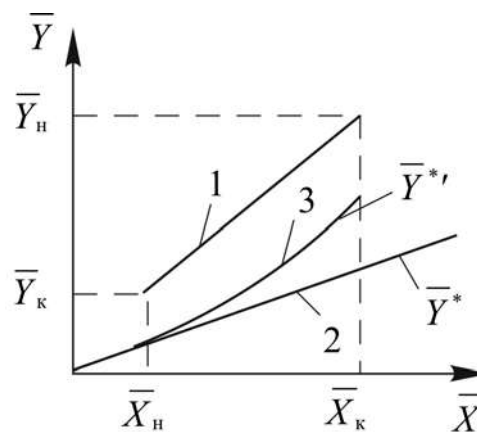
$$\dot{M}^r q_d = L(\bar{X} - \bar{X}_n) q_d = L c_p (T - T_n), \quad (13.10)$$

где  $q_d$  – дифференциальная теплота растворения абсорбтива в абсорбенте, кДж/кг;  $c_p$  – удельная теплоемкость жидкой фазы, кДж/(кг·К).

Решив (13.10) относительно  $T$ , можно определить температуру, в каждом сечении аппарата, а затем коэффициент распределения  $m_{\bar{x}}(T)$  и равновесную концентрацию  $\bar{Y}^*$  (рис 13.2).

$$T = T_n + \frac{q_d}{c_p} (\bar{X} - \bar{X}_n). \quad (13.11)$$

Рис. 13.2. Относительное расположение рабочей линии (1) процесса абсорбции для противотока и равновесных линий при выделении тепла без его отвода (3) и при изотермическом процессе 2



Как видно из рисунка 13.2, выделение теплоты при растворении абсорбтива приводит к уменьшению движущей силы процесса. Чтобы этого избежать, в аппаратах для проведения таких процессов предусматривается отвод тепла с помощью охлаждающего агента.

В процессе хемосорбции абсорбтив вступает в химическое соединение с абсорбентом, образуя новое вещество, следовательно, концентрация распределяемого компонента в жидкой фазе  $\bar{X}$  уменьшается. Это приводит к уменьшению равновесной концентрации  $\bar{Y}^*$  и увеличению движущей силы процесса абсорбции.

В зависимости от величины коэффициентов распределения  $m_{\bar{X}}$ , компоненты газовой смеси условно можно подразделить на хорошо растворимые в абсорбенте ( $m_{\bar{X}}$  – мал, порядка единицы) и плохо растворимые ( $m_{\bar{X}}$  – велик, порядка ста). Очевидно, что для поглощения данного компонента следует подбирать абсорбент, обеспечивающий по возможности лучшее его растворение (меньшее значение  $m_{\bar{X}}$ ) и, соответственно большую движущую силу.

Таким образом, на движущую силу абсорбции влияют вид и расход абсорбента, давление и температура. Они могут служить параметрами оптимизации при проектировании абсорберов.

Анализ соотношения (12.83) позволяет сделать вывод, что для хорошо растворимых компонентов, как правило,  $1/\beta_y \gg m_{\bar{X}}/\beta_x$  и  $K_y \approx \beta_y$  т.е. основное сопротивление массопередачи сосредоточено в газовой фазе, а для плохо растворимых  $1/\beta_y \ll m_{\bar{X}}/\beta_x$ ,  $K_y \approx \beta_x/m_{\bar{X}}$  – в жидкой. Разумеется, при этом необходимо учитывать и соотношение коэффициентов массоотдачи в газовой и жидкой фазах.

## 13.2. Десорбция

Десорбция применяется преимущественно для выделения абсорбтива из абсорбента в целях получения его в чистом виде, а также повторного использования абсорбента. Можно выделить два вида десорбции: с применением десорбирующего агента и без него.

**Десорбция с применением десорбирующего агента.** Этот вид десорбции описывается соотношениями, аналогичными рассмотренными в предыдущем разделе. Отличие заключается лишь в обратном по сравнению с абсорбцией направлении проведения процесса, что обеспечивается в случае бинарной смеси условием  $\bar{Y} < \bar{Y}^* = m_{\bar{X}} \bar{X}$ . Обозначим расход десорбирующего агента, не поглощающегося абсорбентом,  $G_d$ , а начальную и конечную концентрации абсорбтива в нем  $\bar{Y}_{д,н}$  и  $\bar{Y}_{д,к}$  (рис. 13.4).

Тогда уравнения материального баланса и рабочей линии процесса десорбции примут вид.

$$L(\bar{X}_к - \bar{X}_н) = G_d(\bar{Y}_{д,к} - \bar{Y}_{д,н}), \quad (13.12)$$

$$\bar{Y} = \frac{L}{G_d} \bar{X} + \bar{Y}_{д,н} - \frac{L}{G_d} \bar{X}_н. \quad (\text{противоток}) \quad (13.13)$$

В отличие от абсорбции, при десорбции рабочая линия (13.13) должна располагаться ниже линии равновесия (рис. 13.3). В этом случае находится минимальный расход десорбирующего агента  $G_{д,мин}$ , обеспечивающий процесс десорбции и соответствующее ему значение  $\bar{Y}_{д,макс}$ . Для увеличения движущей силы процесса десорбции следует увеличивать коэффициент распределения, т.е. повышать температуру

или понижать давление. Поэтому в схеме, изображенной на рис. 13.4 предусмотрен нагреватель Н.

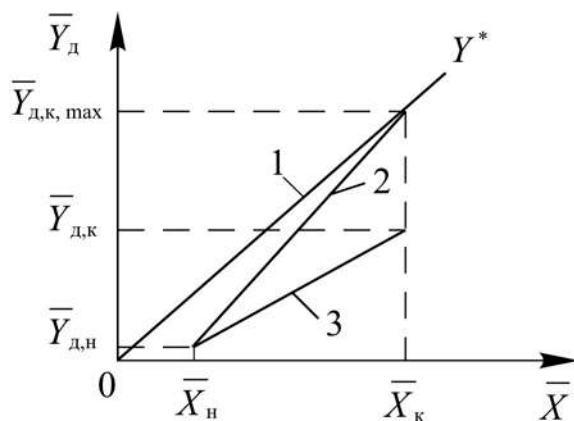


Рис. 13.3. Расположение равновесной (1) и рабочих линий в процессе десорбции при минимальном расходе десорбирующего агента – (2) и при  $G_d > G_{д,мин}$  – (3)

Сочетание абсорбции с десорбцией или перегонкой позволяет многократно использовать поглотитель, выделяя из него абсорбтив.

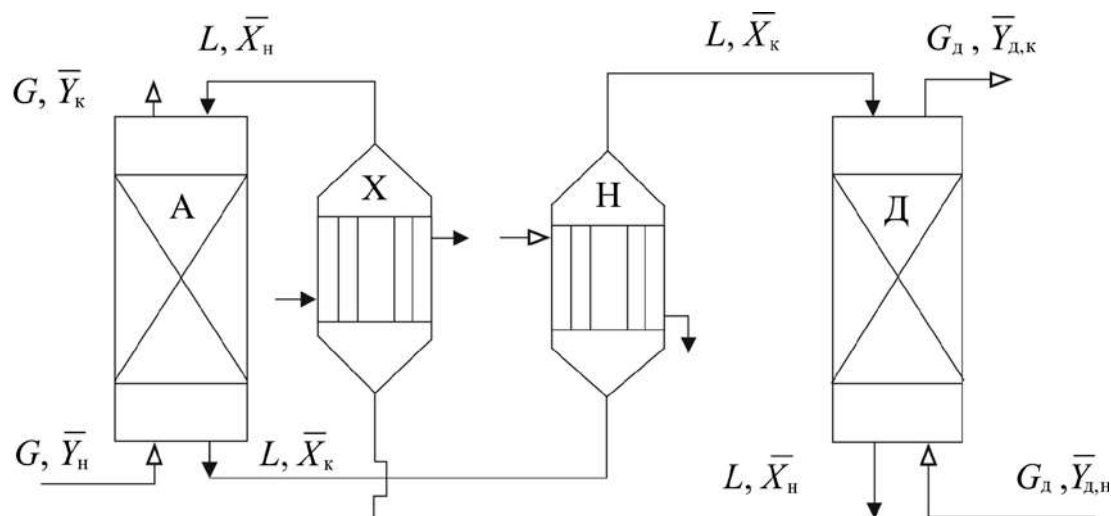


Рис. 13.4. Схема абсорбционной установки с регенерацией абсорбента путем десорбции с десорбирующим агентом: А – абсорбер; Н – нагреватель; Д – десорбер; Х – холодильник.

В том случае, когда распределяемый компонент не представляет ни ценности, ни опасности для окружающей среды в качестве десорбирующего агента может использоваться воздух (инертный газ), отводимый вместе с распределяемым компонентом в атмосферу. Если же абсорбтив требуется выделить в чистом виде, то в качестве десорбирующего агента часто применяют водяной пар, при условии возможности достаточно простого последующего отделения его от абсорбтива за счет конденсации. Абсорбтив должен не конденсироваться, либо не смешиваться с водой в жидком состоянии.

**Десорбция без применения десорбирующего агента.** Этот способ осуществляется за счет снижения давления в аппарате и применим для отделения абсорбтива от практически нелетучего абсорбента. Особо часто его используют, если абсорбция проходит при повышенных давлениях.

Снижение давления смещает равновесие и распределяемый компонент переходит из жидкой фазы в газовую. При условии нелетучести абсорбента газовая фаза будет состоять только из распределяемого компонента, его мольная доля  $y=1$ , и применение



относительной массовой концентрации  $\bar{Y}$  теряет смысл. В этом случае удобнее описывать процесс массопередачи с использованием объемных мольных концентраций  $c$  (кмоль/м<sup>3</sup>) распределяемого компонента в газовой  $c^Г$  и жидкой  $c^Ж$  фазах. При фиксированном давлении в десорбере  $p_d$  (МИС по газовой фазе) величина  $c^Г$  также будет постоянной, как это следует из уравнения состояния при  $T, p = \text{const}$ . Уравнение равновесия примет вид

$$c^{Г*} = m_c \cdot c^Ж. \quad (13.14)$$

Концентрации абсорбтива в жидкой фазе в процессе десорбции будут изменяться от  $c_K^Ж$  до  $c_H^Ж$  (рис.13.5).

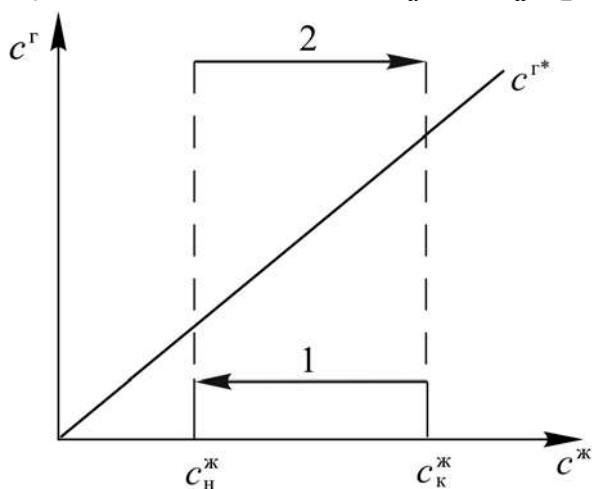


Рис. 13.5. Растворение чистого газа в жидкости (2) и десорбция без применения десорбирующего агента за счет снижения давления (1)

Таким образом, рабочая линия процесса десорбции будет изображаться на  $c^Ж - c^Г$  диаграмме горизонтальной прямой 1. Все сопротивление массопередачи в данном случае будет сосредоточено в жидкой фазе.

$$\dot{M}^Г = \beta_c^Ж F (c^Ж - c^{Ж,гр}), \quad c^{Ж,гр} = c^Г / m_c. \quad (13.15)$$

Десорбцию в данном случае можно рассматривать как процесс обратный растворению чистого газа в жидкости (частный случай абсорбции из однокомпонентной газовой фазы). Рабочая линия процесса растворения также будет изображаться горизонтальной прямой, но располагаться выше линии равновесия. Давление в процессе растворения должно быть больше, чем при десорбции  $p_p > p_d$ . Необходимо отметить, что коэффициент  $m_c$  в отличие от  $m_x$  практически не зависит от давления.

Кроме рассмотренных способов десорбции отделение абсорбтива от абсорбента может осуществляться простой перегонкой или ректификацией, речь о которых пойдет в следующей главе.

### 13.3. Устройство и принцип работы аппаратов для проведения абсорбции и десорбции

Абсорбция и десорбция относятся к массообменным процессам в системах газ (пар) – жидкость и описываются уравнением массопередачи (12.95). Аппараты для проведения данных процессов, называемые соответственно, *абсорберами* и *десорберами*, должны обеспечивать большие значения коэффициента массопередачи, удельной поверхности контакта фаз и средней движущей силы. В дальнейшем для краткости будем говорить лишь об абсорберах, подразумевая, что десорберы имеют идентичное устройство и принцип работы. По конструкции и способу образования поверхности контакта газовой и жидкой фаз, абсорберы можно подразделить на четыре основные группы: *пленочные*, *насадочные*, *тарельчатые* и *распыливающие*.

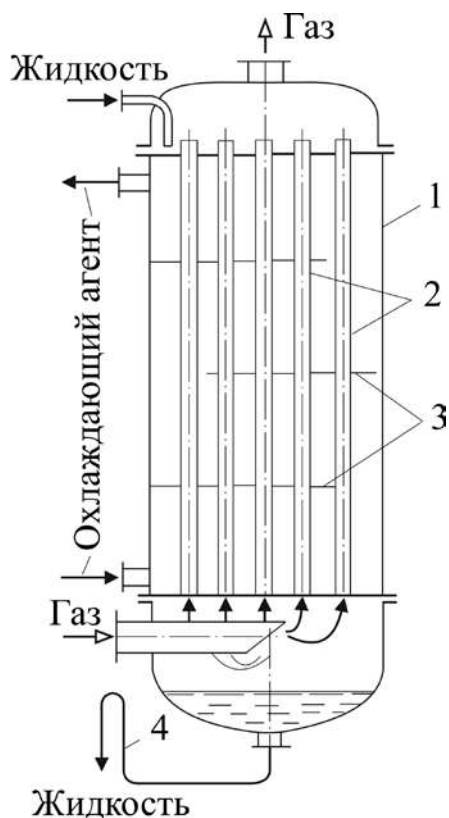
#### 13.3.1. Пленочные аппараты

В данных аппаратах поверхностью контакта фаз является поверхность жидкой пленки, стекающей, как правило, по вертикальной твердой стенке и контактирующей с газовым потоком. Массообмен в таких аппаратах подробно рассмотрен в разделе 12.5, а гидродинамика в разделе 5.4. Различают следующие аппараты этого вида: *трубчатые*; *с плоскопараллельной насадкой*; *с восходящим движением пленки*.

**Трубчатые абсорберы** аналогичны по конструкции с вертикальными кожухотрубчатыми теплообменниками (рис.13.6).

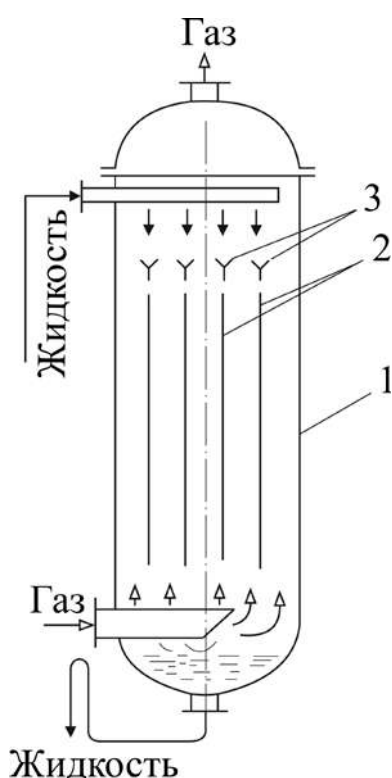
Рис. 13.6. Трубчатый пленочный абсорбер:  
1 – корпус; 2 – трубки; 3 – перегородки; 4 – гидрозатвор

Жидкий абсорбент поступает на верхнюю трубную решетку, распределяется по ней и в виде пленки стекает по внутренней



поверхности труб вниз. Навстречу ему движется по трубам газовый поток со скоростью 3 – 6 м/с. Распределяемые компоненты переходят из газовой фазы в жидкую. Массообмен в таких аппаратах подробно рассмотрен в разделе 12.5. Если при растворении абсорбтива выделяется значительное количество тепла, то в межтрубное пространство может направляться охлаждающий агент. Отвод жидкости из аппарата осуществляется через гидравлический затвор 4, препятствующий прорыву газа через нижний штуцер.

**Аппараты с плоскопараллельной насадкой** представляют собой вертикальную колонну 1, внутри которой



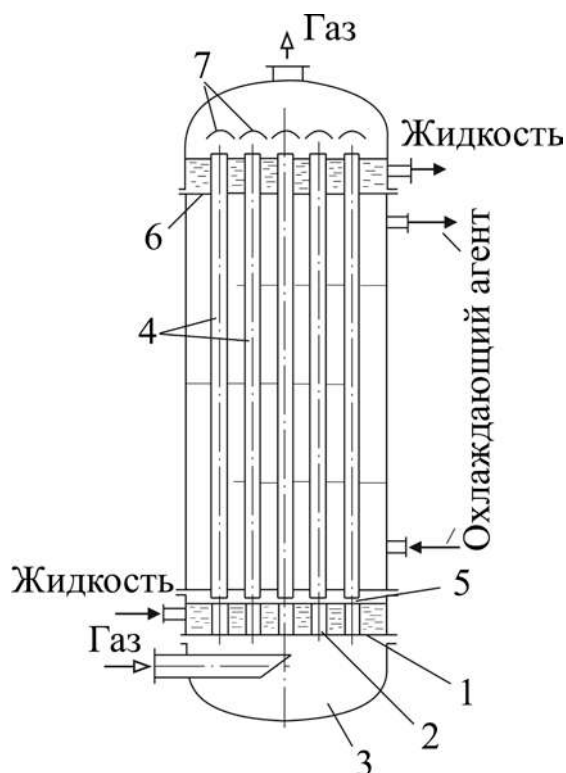
расположены вертикально и параллельно друг к другу плоские прямоугольные листы насадки 2, изготовленные из металла, пластмассы или натянутой ткани (рис.13.7). Жидкий абсорбент поступает на распределительное устройство 3, обеспечивающее равномерное смачивание всех элементов листовой насадки с обеих сторон. Газ движется противотоком, контактируя с жидкой пленкой.

Рис. 13.7. Пленочный абсорбер с плоскопараллельной (листовой) насадкой: 1 – колонна; 2 – пакеты листовой насадки; 3 – распределительное устройство

**Аппараты с восходящим движением пленки** схожи с трубчатыми абсорберами, однако работают в режиме восходящего прямотока. Жидкий абсорбент поступает в нижнюю часть аппарата (рис. 13.8) на распределительную решетку 1, в которой закреплены распределительные патрубки 2. Газ подводится в днище аппарата 3 и через распределительные патрубки 2, расположенные соосно с трубами 4 поднимается вверх. Между патрубками и трубами имеются щели 5 для подачи абсорбента. Газ, двигаясь с достаточно высокой скоростью (более 10 м/с), увлекает жидкий абсорбент по трубам в виде пленки. Гидродинамика этого процесса описана в разделе 5.4.3. Переливаясь через верхние края труб, жидкость отводится с верхней трубной решетки 6. Преимуществами данного вида аппаратов по сравнению с противоточными трубчатыми являются большие

производительность и коэффициенты массопередачи, а недостатками большое гидравлическое сопротивление, сложность конструкции, меньшие коэффициенты извлечения обусловленные прямотоком.

Рис. 13.8. Абсорбер с восходящим движением пленки: 1 – распределительная решетка; 2 – распределительные патрубки; 3 – днище; 4 – трубы; 5 – щели для подачи абсорбента; 6 – верхняя трубная решетка; 7 – брызгоотбойники



### 13.3.2. Насадочные аппараты

Данные аппараты представляют собой вертикальные цилиндрические колонны, заполненные твердой насадкой, предназначенной для увеличения поверхности контакта газовой и жидкой фаз. Отдельными элементами насадки могут служить тела довольно сложной формы. Существует множество вариантов их конструкции (рис.13.9), разрабатываются более совершенные с использованием, в том числе, современных программно-вычислительных комплексов (см. разд. 20.4, рис. 20.3).

В зависимости от режима работы насадочного аппарата основной поверхностью контакта газовой и жидкой фаз могут являться внешняя поверхность жидкой пленки, стекающей по элементам насадки (режимы пленочный и подвисяния) либо поверхности пузырьков газа и капель жидкости (режим эмульгирования). Как правило, насадочные аппараты работают при противоточном движении фаз, при этом жидкая фаза подается в верхнюю часть абсорбера, а газовая – в нижнюю (рис.13.10).

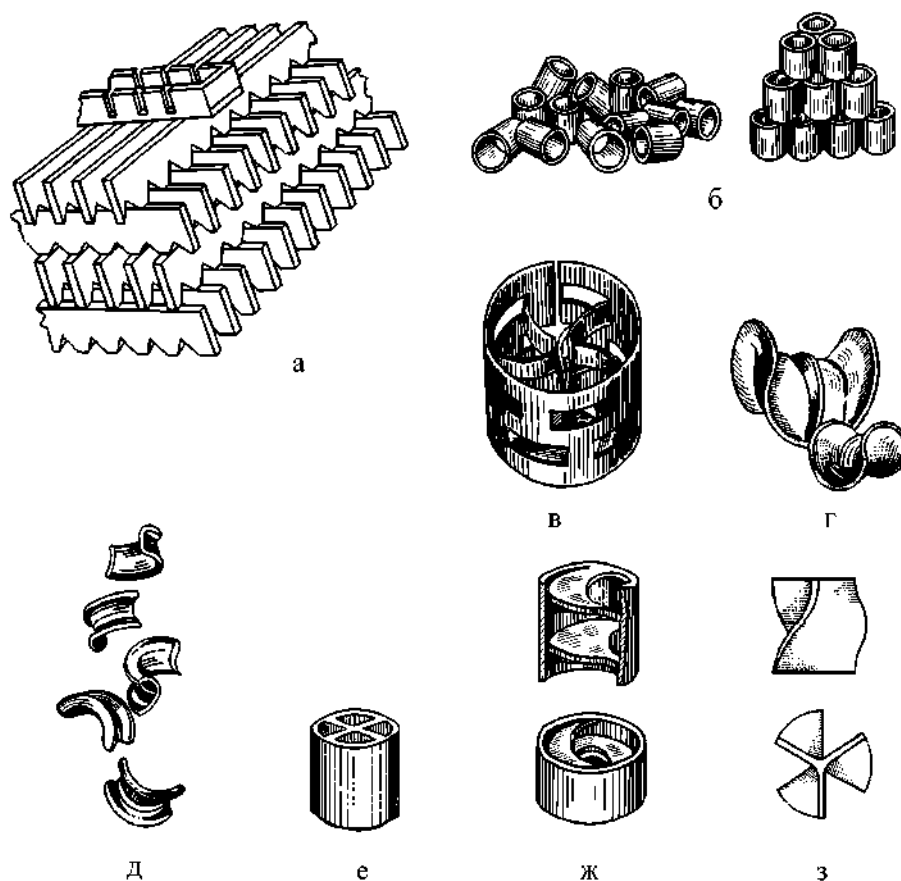
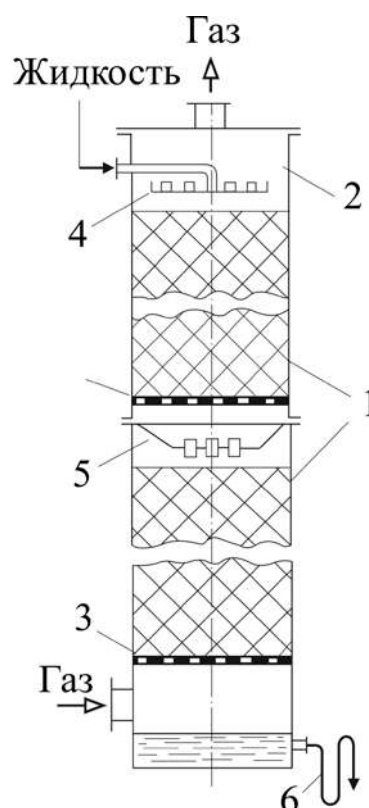


Рис. 13.9. Виды насадок: а) деревянная хордовая; б) кольца Рашига в навал и с упорядоченной укладкой; в) кольцо с вырезанными и внутренними выступами (кольцо Палля); г) керамические седла Берля; д) седла «Инталокс»; е) кольцо с крестообразными перегородками; ж) кольцо с внутренними спиралями; з) пропеллерная насадка

Насадка 1 укладывается в колонну 2 на опорные решетки 3, имеющие отверстия для прохода жидкости и газа, служащие одновременно для равномерного распределения последнего. Первоначальное распределение жидкости по насадке осуществляется с помощью распределительного устройства 4, в качестве которого могут использоваться распределительные тарелки, форсунки, центробежные оросители и т.д. Однако по мере стекания жидкости по насадке равномерность ее распределения нарушается в силу так называемого «пристеночного эффекта». Он обусловлен неоднородностью заполнения элементами насадки поперечного сечения аппарата, а именно невозможностью плотной укладки элементов насадки вблизи обечайки (цилиндрических стенок колонны) в силу геометрических

причин. Это приводит к большему свободному объему вблизи стенок колонны, что уменьшает гидравлическое сопротивление потоку жидкости и вызывает преимущественное стекание жидкости от центра к периферии. Для предотвращения данного явления насадку укладывают секциями высотой не более 3 метров в каждой. При этом между секциями располагают перераспределительные устройства 5, восстанавливающие равномерность орошения насадки. Над распределительным устройством 4, как правило, устанавливают брызгоуловители для предотвращения уноса капель жидкости газовым потоком.

Рис. 13.10. Насадочный абсорбер с секционной загрузкой насадки: 1 – насадка; 2 – колонна; 3 – опорная решетка; 4 – распределительное устройство; 5 – перераспределитель жидкости; 6 – гидравлический затвор



**Гидродинамические режимы насадочных аппаратов.** В зависимости от относительной скорости движения газовой и жидкой фаз в насадочном аппарате можно выделить различные режимы его работы. Основные закономерности течения жидкой пленки, взаимодействующей с газовым потоком подробно рассмотрены в разделе 5.4.

*Пленочный режим* реализуется при малых скоростях газа (слабое взаимодействие), что позволяет не учитывать его влияние на пленочное гравитационное течение жидкости.

*Режим подвисания* наблюдается при увеличении скорости газа, приводящей к торможению внешних слоев жидкой пленки, увеличению ее толщины (раздел 5.4.3) и количеству удерживаемой жидкости.

*Режим захлебывания (эмульгирования)* достигается дальнейшим увеличением скорости газа, при которой средняя по толщине скорость пленки стремится к нулю. Наступает инверсия фаз – жидкость заполняет весь свободный объем насадки и становится сплошной

фазой, а газ пробулькивает сквозь нее в виде отдельных пузырьков, поэтому этот режим еще называют *барботажным*.

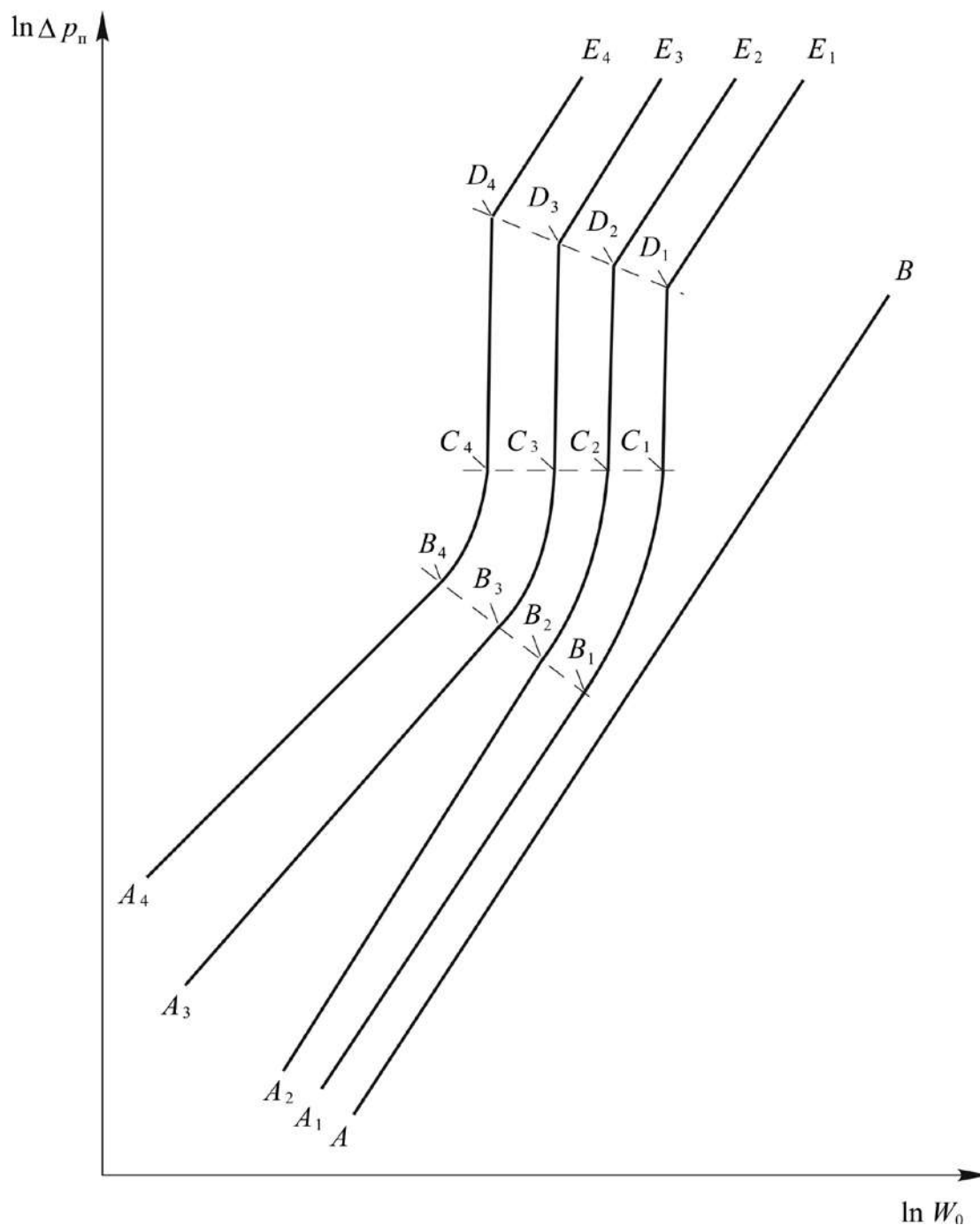


Рис.13.11. Зависимости гидравлического сопротивления насадочного абсорбера  $\Delta p_n$  от фиктивной скорости газа  $W_0$ :  $A-B$  – для сухой насадки;  $A_i-B_i-C_i-D_i-E_i$  – при различных увеличивающихся плотностях орошения;  $B_i$  – точки начала подвисяния;  $C_i$  – точки начала захлебывания (инверсии);  $D_i$  – точки начала уноса

*Режим уноса* наблюдается при еще больших скоростях газа, когда жидкость выносится из аппарата, однако этот режим не является рабочим и в дальнейшем рассматриваться не будет.

Последовательность гидродинамических режимов рассматривалась выше при постоянной плотности орошения  $U$ , являющейся, по сути, фиктивной скоростью движения жидкой фазы, т.е. отношением ее объемного расхода к площади поперечного сечения аппарата. Аналогичная последовательность режимов будет наблюдаться при фиксированной фиктивной скорости газа и возрастающей плотности орошения. В справочной литературе имеются соотношения, позволяющие определить границы между режимами.

Выбор гидродинамического режима работы насадочного аппарата обусловлен рядом факторов. Обычно при пленочном режиме плотность орошения выбирают больше минимальной, обеспечивающей смачиваемость всей поверхности насадки  $U > U_{\min}$  (при  $U = U_{\min}$ , доля смоченной поверхности насадки  $\psi = 1$ ). В том случае, если расхода свежего абсорбента для этого недостаточно, то используют схему с рециркуляцией, добавляя к нему часть жидкой фазы, вышедшей из абсорбера. Подобная схема имеет смысл и в том случае если основное сопротивление массопередачи сосредоточенно в жидкой фазе, позволяя увеличить коэффициент массоотдачи в жидкости за счет возросшей скорости ее движения. Однако следует иметь в виду, что рециркуляция уменьшает движущую силу процесса. При увеличении скорости газа, т.е. при переходе от пленочного режима к режиму захлебывания происходит возрастание коэффициента массопередачи  $K_y$  и доли активной поверхности  $\psi_a$  (12.196), однако при этом резко увеличивается гидравлическое сопротивление аппарата  $\Delta p_n$  (рис. 13.11). Еще одним недостатком режима эмульгирования является его неустойчивость, поскольку малое изменение скорости газа или плотности орошения может перевести работу аппарата в режим подвисяния либо уноса. Таким образом, выбор гидродинамического режима является задачей оптимизации. Параметром при этом в случае фиксированных расходов газовой и жидкой фаз служит диаметр аппарата.

**Выбор насадки.** Насадка должна удовлетворять следующим основным требованиям: обладать максимальными удельной



поверхностью  $a_n$  и долей свободного объема  $\varepsilon_n$ , высокой прочностью и химической стойкостью, низкими стоимостью и гидравлическим сопротивлением, способностью хорошо смачиваться жидкостью и равномерно распределять ее по сечению аппарата.

Универсальной насадки удовлетворяющей всем этим требованиям не существует. Ряд требований является взаимоисключающим, так увеличение удельной поверхности насадки приводит, как правило, к уменьшению доли ее свободного объема и увеличению гидравлического сопротивления. Этим объясняется множество конструкций элементов насадок, некоторые из которых изображены на рис 13.9. Они могут изготавливаться из различных материалов (металла, пластмассы, керамики и т.д.), иметь различные размеры. Основными характеристиками насадки, приводимыми в справочной литературе, являются: материал, размер элемента, насыпная плотность (масса  $1\text{м}^3$  насадки), удельная поверхность  $a_n$ , свободный объем  $\varepsilon_n$ , эквивалентный диаметр  $d_e$ . Наиболее широкое распространение в промышленности получили кольца Рашига (тонкостенные полые цилиндры, с диаметром равным высоте). Кольца малых размеров (до 50 мм) засыпают в колонну навалом. Большие кольца укладываются, как правило, регулярно правильными рядами, смещенными друг относительно друга. Преимуществом регулярной насадки является меньшее гидравлическое сопротивление, однако она более чувствительна к равномерности орошения. Основным достоинством колец Рашига является простота изготовления и дешевизна, а недостатком – малая удельная поверхность. Для устранения данного недостатка применяют кольца перфорированные (Палля) и с внутренними перегородками, а также седла различной конструкции (Бёрля, «Инталокс»). Увеличение размеров элементов насадки приводит к увеличению свободного объема, снижению гидравлического сопротивления, но и уменьшает удельную поверхность насадки. Регулярная насадка может изготавливаться из пакетов плоских вертикальных параллельных пластин. Пакеты, расположенные друг над другом, повернуты под определенным углом. Пластины могут изготавливаться из металла, полимерных материалов и даже из дерева (деревянная хордовая). Для увеличения удельной поверхности пластины могут производиться рифлеными и гофрированными (рис. 20.3).

Для сильно загрязненных сред можно использовать плавающую насадку, изготовленную из полых пластмассовых шаров, которые при большой скорости газа переходят во взвешенное состояние. Еще одним преимуществом такой насадки является малая зависимость гидравлического сопротивления от расхода газа за счет увеличения свободного объема (см. раздел 5.5.5. – псевдоожигенные слои).

Таким образом, конструкция и размер элементов насадки должны служить параметрами оптимизации при проектировании насадочного абсорбера.

### 13.3.3. Тарельчатые аппараты

Тарельчатые аппараты представляют собой, как правило, вертикальные цилиндрические колонны с горизонтальными перфорированными перегородками (тарелками), служащими для увеличения поверхности контакта фаз и эффективности массопередачи. В случае абсорбции в верхнюю часть колонны подается жидкая фаза, а в нижнюю – газовая, таким образом, в аппарате в целом осуществляется противоточное движение фаз.

Поверхностью контакта фаз в тарельчатых аппаратах, как уже упоминалось в разделе 12.6, может являться поверхность газовых струй и пузырей, пены, капель и струй жидкости, а ее определение является весьма сложной задачей.

Тарельчатые абсорберы часто называют барботажными, однако это не совсем верно. К барботажным можно отнести лишь такие тарельчатые колонны, в которых газовая фаза в виде дисперсных включений проходит сквозь слой сплошной жидкой фазы. Однако, как будет показано ниже, существуют тарелки, например пластинчатые, в которых газ движется в виде сплошной фазы, а жидкость – дисперсной, аппараты с такими тарелками нельзя отнести к барботажным.

По способу перетока жидкости с верхних тарелок на нижние тарельчатые аппараты можно подразделить на аппараты *со сливными устройствами* и *без сливных устройств (провальные)*. В первых жидкость перетекает с тарелки на тарелку по специальным сливным (переливным) устройствам в виде труб, карманов и т.д. Во вторых – она проваливается сквозь те же отверстия в тарелках, по которым движется встречный газовый поток. По взаимному направлению

движения фаз на тарелке аппараты можно подразделить на *противоточные, прямоточные и с перекрестным током*. Два последних случая могут реализоваться в аппаратах со сливными устройствами.

Наиболее распространены аппараты со сливными устройствами и перекрестным движением фаз. Работа простейшей ситчатой тарелки уже рассматривалась ранее в разделе 12.6 см. рис.12.7, а такие характеристики газожидкостного (барботажного) слоя как его высота  $h_c$ , газосодержание  $\varepsilon$ , высота светлого слоя жидкости  $h_0$  – в разделе 5.5.3. Введем дополнительно лишь такое понятие как *высота сепарационного пространства*  $h_\ell$ , равная разности межтарельчатого расстояния и высоты барботажного слоя  $h_\ell = h_m - h_c$ . Сепарационное пространство необходимо для снижения уноса жидкости газовым потоком.

***Тарельчатые аппараты с перекрестным движением фаз.*** В зависимости от фиктивной скорости газа можно выделить три основных режима: пузырьковый, пенный и струйный.

*Пузырьковый режим* реализуется при малых нагрузках по газу, когда он барботирует сквозь слой жидкости на тарелке в виде отдельных пузырьков (рис. 13.12а).

*Пенный режим* устанавливается при больших расходах газа. Газ проходит в слой жидкости в виде струй, которые на некотором расстоянии от отверстий распадаются на множество мелких пузырьков с образованием пены. (рис. 13.12б). В этом режиме максимальны газосодержание  $\varepsilon$  и удельная поверхность контакта фаз  $a_f$ , отнесенная к площади рабочего сечения тарелки. Этим объясняется преимущественное использование пенного режима в качестве рабочего. Недостатком пенного режима по сравнению с пузырьковым является большой унос жидкости газовым потоком на вышерасположенные тарелки, что приводит к ее обратному перемешиванию, снижая движущую силу процесса.

*Струйный режим* наблюдается при дальнейшем увеличении скорости газа, когда газовые струи проходят сквозь слой жидкости не распадаясь. При этом образуется большое количество крупных брызг и резко падает высота барботажного слоя, что приводит к уменьшению поверхности контакта фаз по сравнению с пенным режимом (рис. 13.12в). Унос жидкости по сравнению с пенным

режимом возрастает за счет увеличения скорости газа, но снижается за счет увеличения высоты сепарационного пространства.

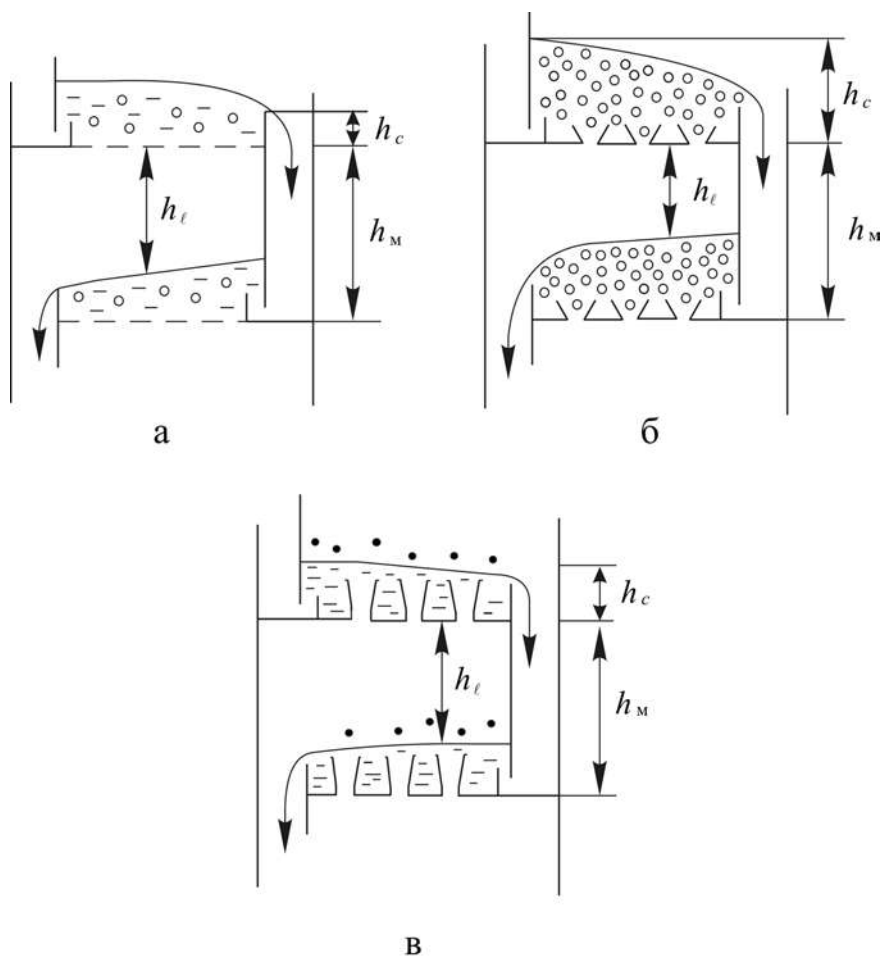


Рис. 13.12. Гидродинамические режимы работы тарельчатых аппаратов при перекрестном движении фаз: а – пузырьковый; б – пенный; в – струйный

Одной из характеристик работы тарелки является ее гидравлическое сопротивление, т.е. потеря давления газового потока при прохождении через орошаемую тарелку  $\Delta p_{\text{оп}}$ . Обычно его рассматривают как сумму трех составляющих: сопротивления сухой тарелки  $\Delta p_{\text{сух}}$ , сопротивления сил поверхностного натяжения  $\Delta p_{\sigma}$  и гидростатического сопротивления барботажного слоя  $\Delta p_{\text{ст}}$ .

$$\Delta p_{\text{оп}} = \Delta p_{\text{сух}} + \Delta p_{\sigma} + \Delta p_{\text{ст}}. \quad (13.16)$$

Сопротивление сухой тарелки рассчитывается как обычное местное сопротивление (см. раздел 5.2).

$$\Delta p_{\text{сyx}} = \zeta \rho_{\text{г}} W_{\text{отв}}^2 / 2, \quad (13.17)$$

где  $\zeta$  – коэффициент гидравлического сопротивления, зависящий от конструкции тарелки, значения которого меняются в широком диапазоне  $\zeta = 0,5 - 5$  и приводятся в справочной литературе;  $\rho_{\text{г}}$  и  $W_{\text{отв}}$  – плотность газа и его скорость в отверстиях тарелки, соответственно.

Сопротивление  $\Delta p_{\sigma}$  вызвано преодолением сил поверхностного натяжения газовым потоком и может быть найдено как

$$\Delta p_{\sigma} = 4\sigma/d_3, \quad (13.18)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости,  $d_3$  – эквивалентный диаметр отверстия.

Гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя принимают равным его гидростатическому давлению

$$\Delta p_{\text{ст}} = \rho_{\text{с}} h_{\text{с}} g = \rho_{\text{ж}} h_0 g, \quad (13.19)$$

где  $\rho_{\text{с}}$  и  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность барботажного слоя и жидкости, соответственно;  $h_{\text{с}}$  и  $h_0$  – высота барботажного слоя и светлого слоя жидкости, соответственно;  $g$  – ускорение свободного падения. Высота светлого слоя жидкости зависит от высоты и ширины сливной перегородки, скоростей и теплофизических свойств газовой и жидкой фаз, определяется она, как правило, по эмпирическим соотношениям.

Стремление уменьшить гидравлическое сопротивление колонны, складывающееся из гидравлических сопротивлений всех тарелок, обусловлено необходимостью уменьшения затрат на прокачку газа. Однако многочисленные факторы, снижающие гидравлическое сопротивление тарелки, обычно, уменьшают и эффективность ее работы. Таким образом, при проектировании тарельчатых колонн следует решать достаточно сложную задачу оптимизации.

Основными геометрическими характеристиками тарелок, приводимыми в справочной литературе являются (рис. 13.13): *диаметр колонны* (внутренний); *свободное сечение колонны* – площадь ее поперечного сечения; *периметр слива* – длина сливной перегородки, через которую переливается жидкость, попадая в сливное устройство; *высота сливной перегородки* – ее высота над полотном тарелки, с помощью которой регулируется уровень

жидкости на тарелке; *сечение перелива* – площадь сечения сливного устройства; *свободное (живое) сечение тарелки* – суммарная площадь отверстий для прохода газовой фазы; *длина линии барботаж* – суммарная длина рядов всех отверстий для прохода газовой фазы через тарелку; *длина пути жидкости* – расстояние, которое проходит жидкость по рабочему сечению тарелки.

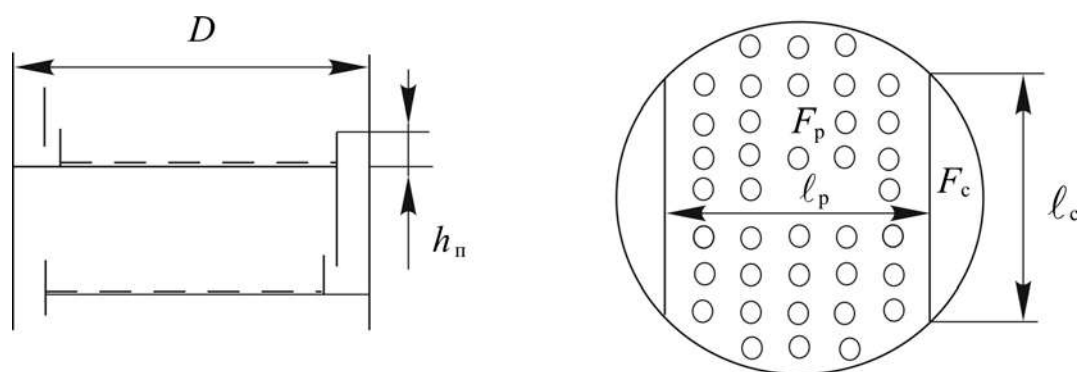


Рис. 13.13. Геометрические характеристики тарелки:  $D$  – диаметр колонны;  $h_{\text{п}}$  – высота сливной перегородки;  $\ell_c$  – периметр слива;  $F_c$  – сечение перелива;  $F_p$  – рабочее сечение тарелки;  $\ell_p$  – длина пути жидкости

Рассмотрим устройство наиболее широко используемых в промышленности тарелок с перекрестным движением фаз. *Ситчатые тарелки* изображены на рисунках 12.7, 13.12, 13.13. Они представляют собой плиту со значительным количеством небольших отверстий диаметром 3 – 8 мм. Достоинствами ситчатых тарелок являются: простота изготовления и монтажа, дешевизна, низкое гидравлическое сопротивление, достаточно высокая эффективность. Основным недостатком ситчатых тарелок – узкий диапазон устойчивой работы. При малых скоростях газа жидкость начинает проваливаться в отверстия тарелки. Такой «провальный» режим не является рабочим для колонн со сливными устройствами. При значительном снижении расхода газа жидкость может полностью слиться с тарелок и колонну придется запускать заново. Еще одним недостатком ситчатых тарелок является их чувствительность к загрязнениям, которые могут забивать их отверстия небольшого диаметра.

*Колпачковые тарелки* лишены недостатков ситчатых. Они представляют собой плиту с достаточно крупными отверстиями (диаметром более 30 мм), к которым приварены патрубки. Над каждым патрубком установлен колпачок диаметром 60 или 80 мм. Колпачки имеют прорези, как правило, в виде зубцов треугольной или прямоугольной формы (рис. 13.14). Газ поступает на тарелку через патрубки, а затем разбивается прорезями колпачка на множество мелких струй, проходя сквозь слой жидкости. Выступающие над поверхностью тарелки патрубки не позволяют жидкости сливаться вниз даже при малых скоростях газа, что расширяет диапазон устойчивой работы колпачковой тарелки по сравнению с ситчатой. Недостатками колпачковых тарелок являются значительные гидравлическое сопротивление, металлоемкость, сложность и стоимость изготовления.

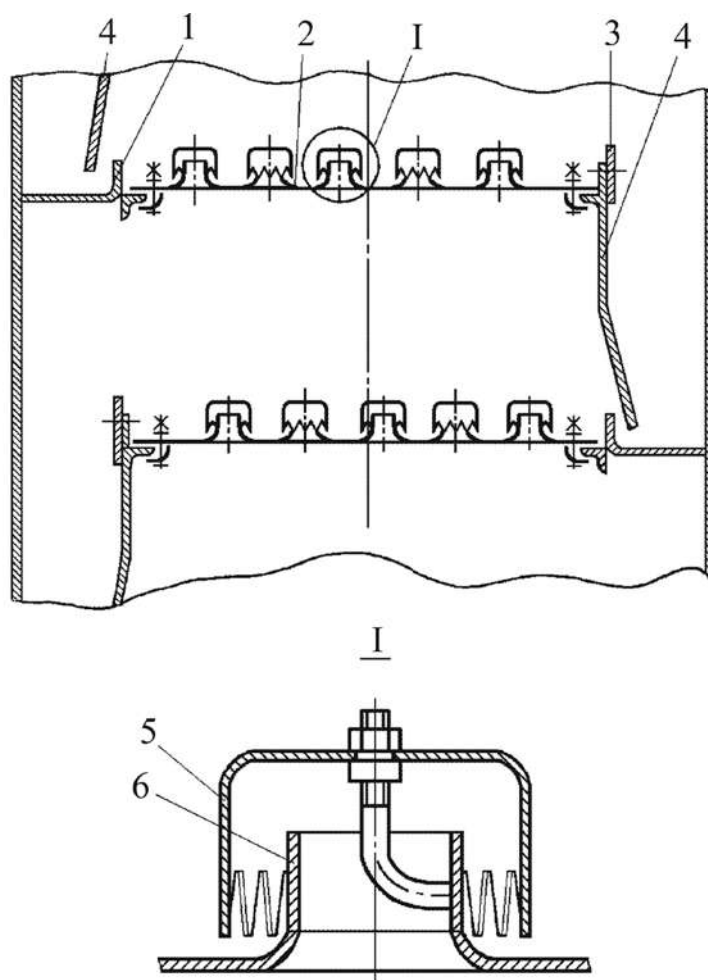


Рис. 13.14. Устройство колпачковой тарелки:  
 1 – переливная перегородка; 2 – полотно тарелки;  
 3 – сливная перегородка; 4 – сливная планка;  
 5 – колпачок; 6 – патрубок

*Клапанные тарелки* совмещают достоинства колпачковых и ситчатых тарелок. Они выполняются в виде плит с достаточно крупными круглыми или прямоугольными отверстиями, закрытыми сверху клапанами соответствующей формы (рис. 13.15, 13.16). В зависимости от расхода газа клапаны 1 автоматически действием собственного веса регулируют степень открытия отверстия, приподнимаясь над ним. Предельная высота подъема клапана задается ограничителем 2. Достоинством данного типа тарелок является широкий диапазон возможных изменений нагрузок по газу. При этом скорость газа в зазоре между клапанами и плоскостью тарелки остается примерно одинаковой, обеспечивая стабильность работы тарелки и малое изменение гидравлического сопротивления. В случае прекращения подачи газа клапаны закрывают отверстия и прекращают слив жидкости с тарелок.

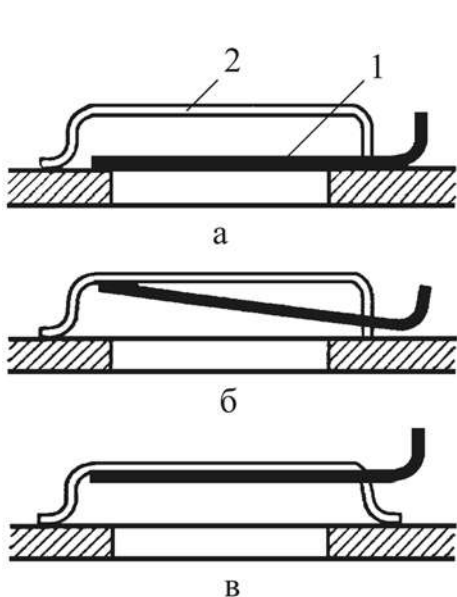


Рис. 13.15. Устройство тарелки с прямоугольными клапанами:  
а – клапан закрыт; б – клапан полуоткрыт; в – клапан полностью открыт;  
1 – клапан; 2 – ограничительная скоба

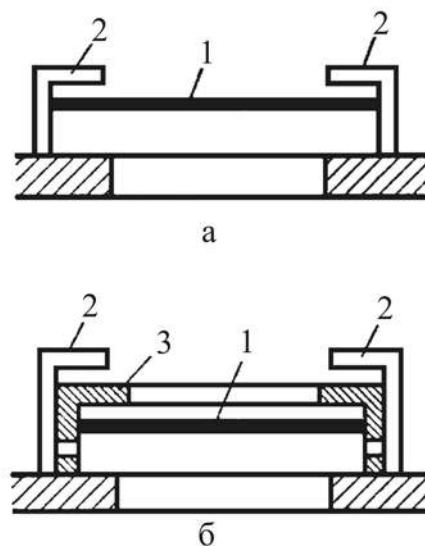


Рис. 13.16. Устройство клапанных тарелок с круглыми клапанами:  
а – обычная клапанная тарелка; б – балластная тарелка;  
1 – клапан; 2 – кронштейн-ограничитель;  
3 – балласт



Разновидностью клапанных тарелок являются *балластные*, обеспечивающие еще большую равномерность их работы (рис. 13.16б). В них в дополнение к легкому клапану 1 над ним устанавливается более тяжелый балласт 3. При малых расходах газа поднимается только клапан, а при больших и балласт. Недостатками клапанных тарелок по сравнению с ситчатыми являются несколько большие сложность изготовления и гидравлические сопротивления при малых расходах газа.

Общим недостатком тарелок со сливными устройствами и перекрестным движением фаз является возникновение так называемого *градиента уровня жидкости* – разности уровней жидкости на входе и на выходе с тарелки. Этот перепад уровней обеспечивает преодоление гидравлического сопротивления жидкости при ее движении по тарелке.

Вследствие различия высоты слоя жидкости на тарелке нарушается однородность ее работы. Так, например, у входа на тарелку, где уровень жидкости выше, может наблюдаться пузырьковый режим (для ситчатых даже провальный), а у выхода с тарелки – струйный.

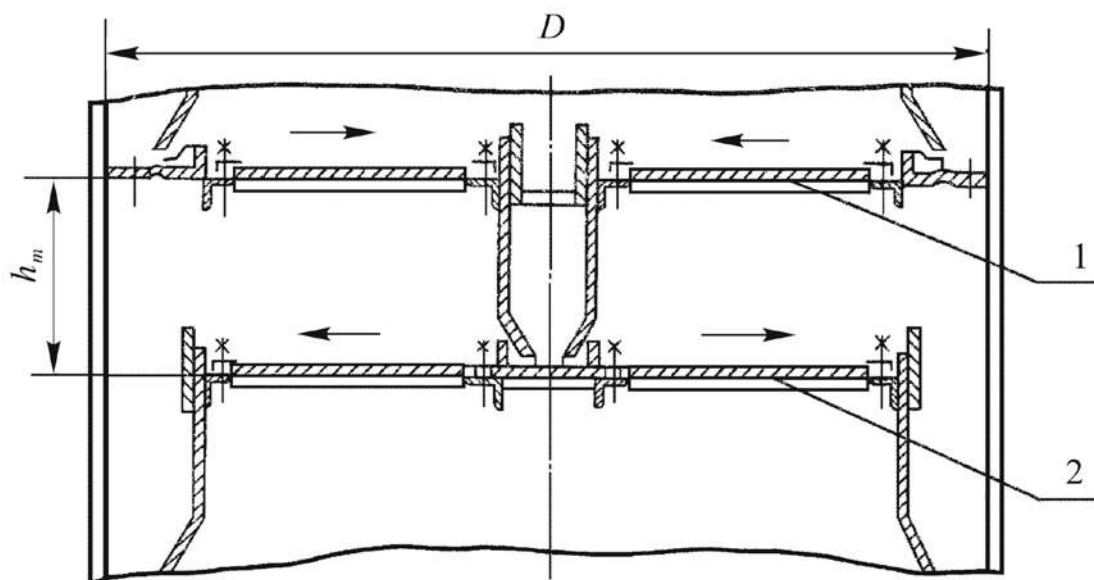


Рис. 13.17. Двухпоточные тарелки с центральным (1) и боковым (2) сливом

Градиент уровня жидкости пропорционален длине пути жидкости на тарелке и ее скорости. Поэтому наибольших значений градиент уровня жидкости наблюдается для тарелок большого диаметра и при больших расходах жидкости. Обычно в этих случаях используют двухпоточные тарелки, изображенные на рисунке 13.17. Они представляют собой чередование тарелок с боковым и центральным сливом жидкости, причем на каждой тарелке жидкость разделяется на два потока, движущихся в противоположных направлениях, указанных стрелками. Такая конструкция позволяет в два раза уменьшить как длину пути жидкости, так и ее скорость, что приводит к существенному снижению градиента уровня жидкости по сравнению с однопоточными тарелками.

*Тарелки с прямоточным движением фаз* рассмотрим на примере пластинчатой тарелки.

*Пластинчатая тарелка* изображена на рис. 13.18. и представляет собой ряды наклонных пластин. Жидкость из гидравлического затвора 1, переливаясь через переливную перегородку 2, попадает на тарелку и, дойдя до первой щели, образованной наклонными пластинами, встречается с потоком газа (направление движения жидкости обозначено сплошными линиями, а газа – пунктирными). Газ, двигаясь с большой скоростью (15–20 м/с), увлекает жидкость, диспергирует ее в виде капель и уносит к следующей щели. Поскольку угол наклона пластин мал ( $\approx 15-20^\circ$ ), то газожидкостная система движется практически параллельно плоскости тарелки. Такой режим работы тарелки может быть назван капельным, газовая фаза при этом является сплошной, а жидкая – дисперсной. В таком режиме работы нет необходимости поддерживать определенный уровень жидкости на тарелке и в отличие от тарелок с перекрестным движением фаз на прямоточных тарелках сливная перегородка не устанавливается. Основным преимуществом прямоточных тарелок является высокая нагрузка по газовой и жидкой фазам. При этом градиент уровня жидкости на тарелке невелик, так как жидкость движется, в основном, за счет увлечения газовым потоком, а не под действием различия собственного уровня на тарелке.

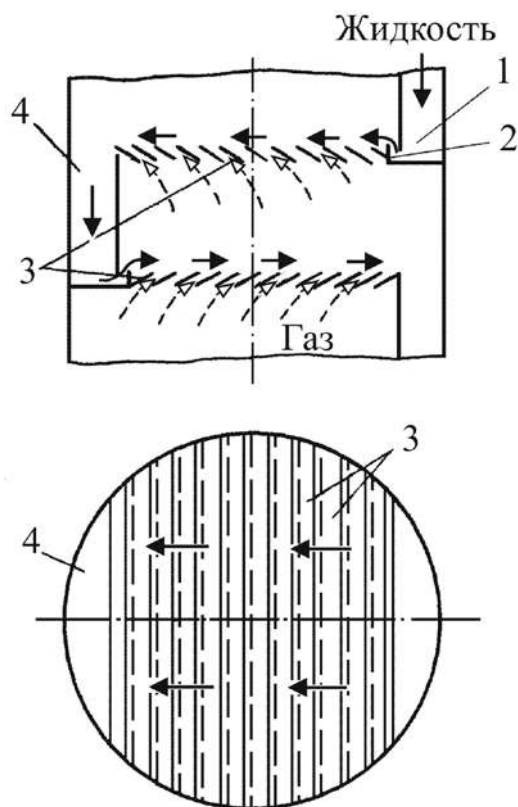


Рис. 13.18. Пластинчатая тарелка: 1 – гидравлический затвор; 2 – переливная перегородка; 3 – пластины; 4 – сливной карман

К достоинствам пластинчатой тарелки относятся также невысокое гидравлическое сопротивление, простота изготовления, возможность работы с загрязненными жидкостями, малое обратное перемешивание при движении жидкости вдоль тарелки. Недостатками пластинчатых тарелок являются: снижение их эффективности при уменьшении нагрузок по газу и жидкости, возможность провала жидкости при малых расходах газа.

К прямоточным тарелкам относятся также *чешуйчатые*, представляющие собой плиту с отогнутыми вверх под небольшим углом вырезанными полукругами, а также тарелки с прямоугольными клапанами, открывающимися под углом к плоскости тарелки.

**Тарелки с противоточным движением фаз.** Перейдем к рассмотрению тарелок без сливных устройств, которые еще называются провальными, так как жидкость проваливается с верхней тарелки на нижнюю через отверстия для прохода газа. По взаимному направлению движения фаз на тарелке их можно отнести к противоточным. При малых скоростях газа жидкость проваливается сквозь отверстия тарелки практически без взаимодействия с газовым потоком (не рабочий режим). С увеличением скорости газа сток жидкости затрудняется и она начинает накапливаться на тарелке. При этом возможны те же режимы работы, что и для тарелок со сливными устройствами и перекрестным движением фаз, то есть пузырьковый, пенный и струйный. Однако для провальных тарелок отличительной особенностью является неравномерность работы отдельных отверстий: в какой-то момент времени через одни отверстия стекает жидкость, а через другие проходит газ; в следующий момент времени жидкостной и газовый потоки могут проходить через иной набор

отверстий. В целом же по тарелкам при строго горизонтальной их установке слив жидкости и барботаж газа происходят достаточно равномерно. Рассмотрим конструкции наиболее часто используемых в промышленности провальных тарелок.

*Дырчатые тарелки* (рис. 13.19а) аналогичны по конструкции ситчатым и отличаются от последних лишь отсутствием сливных устройств и несколько большим диаметром отверстий.

*Решетчатые тарелки* отличаются от дырчатых лишь формой отверстий, которые выполнены в виде щелей шириной 3 – 8 мм (рис. 13.9б).

*Волнистые тарелки* представляют собой гофрированный лист металла с отверстиями, как в нижних, так и в верхних изгибах. При таком устройстве жидкость стекает, как правило, через нижние отверстия, а газ проходит через верхние, что улучшает равномерность работы тарелки и несколько расширяет диапазон ее работы. Однако волнистые тарелки более сложны в изготовлении.

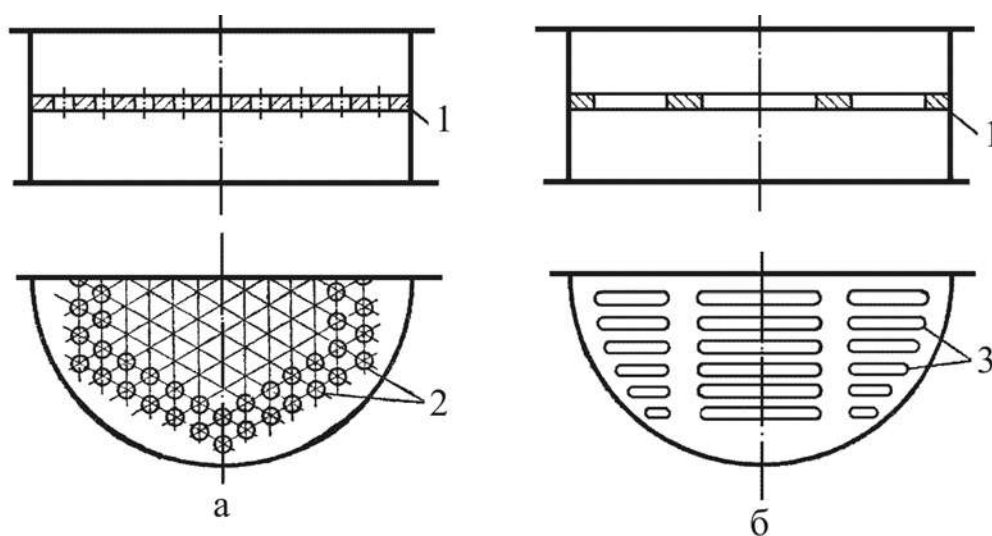


Рис. 13.19. Устройство провальных тарелок: а – дырчатая; б – решетчатая; 1 – тарелка; 2 – круглые отверстия; 3 – щели

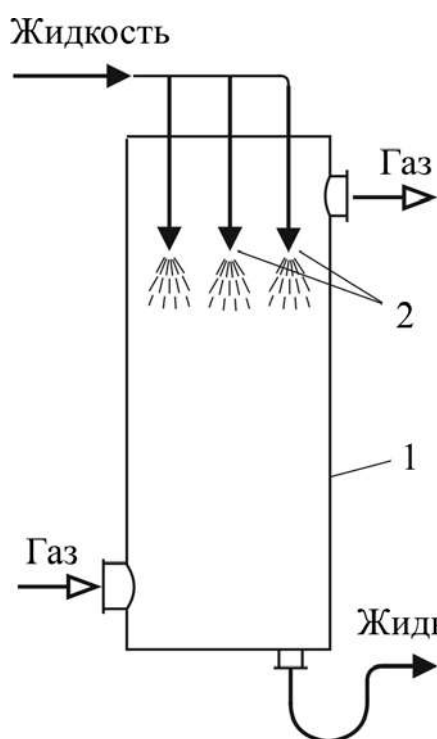
Основным недостатком провальных тарелок является узкий диапазон устойчивой работы при варьировании нагрузок по газовой и жидкой фазам. К их достоинствам можно отнести простоту изготовления, малое гидравлическое сопротивление, большое рабочее сечение (в связи с отсутствием сливных устройств рабочее сечение тарелки становится равным свободному сечению колонны).

### 13.3.4. Распыливающие аппараты

В распыливающих аппаратах поверхность межфазного контакта создается разбрызгиванием капель жидкости в газовом потоке. По способу диспергирования жидкости распыливающие абсорберы можно подразделить на: *форсуночные, Вентури, вихревые и механические*.

*Форсуночный* или *полый распыливающий абсорбер* представляет собой полую колонну, по которой снизу движется поток газа, а сверху с помощью форсунок распыливается жидкость (рис. 13.20). При большой высоте колонны форсунки могут устанавливаться на нескольких уровнях.

Во избежание уноса жидкости допустимые скорости газового потока обычно не превышают 2–3 м/с. Преимуществами форсуночных аппаратов являются: простота изготовления и эксплуатации, противоточное движение фаз, возможность работы с загрязненными

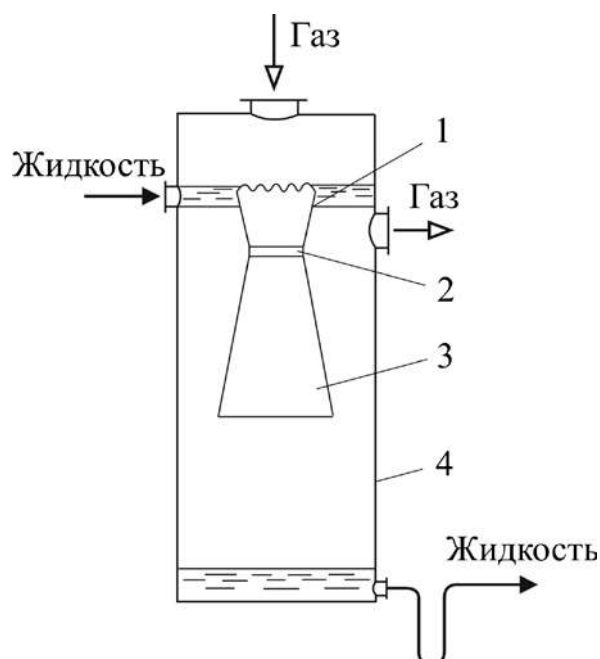


газами, низкое гидравлическое сопротивление. К недостаткам этих аппаратов относятся: низкие объемные коэффициенты массопередачи, необходимость большого расхода жидкости для создания достаточной удельной поверхности контакта фаз. Обычно полые распыливающие абсорберы применяются для поглощения хорошо растворимых газов.

Рис. 13.20. Полый распыливающий абсорбер: 1 – колонна; 2 – форсунка

В *абсорберах Вентури* жидкость захватывается и диспергируется газовым потоком, движущимся с большой скоростью. Основным элементом такого аппарата является труба Вентури (см. раздел 8.3.2). В аппарате, изображенном на рисунке 13.21, жидкость поступает в конфузор 1, стекая в виде пленки по его стенкам. В горловине 2 жидкость распыляется, а в диффузоре 3 скорость газожидкостной системы снижается. Сепаратор 4 предназначен для отделения капель жидкости от газового потока.

Рис. 13.21. Абсорбер Вентури: 1 – конфузор; 2 – горловина; 3 – диффузор; 4 – сепаратор



Абсорберы Вентури могут выполняться в различных конструктивных вариантах. Так жидкость может подаваться в конфузор через центральное сопло или через отверстие в горловину. Основным преимуществом данных абсорберов являются высокие объемные коэффициенты массопередачи, а недостатками: прямоточное движение фаз, значительное гидравлическое сопротивление.

Особенностью аппаратов *вихревого* типа является использование центробежной силы, возникающей за счет закрутки газового потока, для отделения капель жидкости при прямоточном движении фаз в зоне контакта, что позволяет существенно увеличить рабочую скорость газа и, соответственно, уменьшить диаметр аппарата, сохраняя преимущества противоточного движения фаз в аппарате в целом при многоступенчатом устройстве.

Примерный вид контактных элементов вихревого типа [52,53] представлен на рис. 13.22. Поток газа, поступающий снизу в контактные устройства, приобретает за счет завихрителя 2 вращательно-поступательное (вихревое) движение. Жидкость, подаваемая в центральную зону завихрителя, дробится потоком газа на капли, вовлекаемые им в совместное движение. При выходе из зоны завихрителя капли жидкости под действием центробежной силы перемещаются к периферии и оседают на стенке контактного патрубка, образуя пленку, которая на выходе из контактного устройства отделяется от газа сепарационным устройством 4.

В контактных устройствах могут быть использованы различные типы завихрителей газа. Наибольшее распространение получили многолопастные аксиальные и тангенциальные завихрители (рис. 13.22). Они состоят из направляющих плоских или профилированных лопастей, образующих каналы для прохода и закрутки газа, схожие с циклонами (рис. 7.5 – 7.7). Для обеспечения эффективного

массообмена в контактных устройствах жидкость целесообразно вводить в приосевую зону. Такой ввод может осуществляться через осевые, радиальные,  $U$  и  $\Gamma$  - образные трубки. При вводе жидкости над аксиальным завихрителем (рис.13.22а) образуется конусообразный факел распыла из капель жидкости. Поток газа пронизывает этот факел и интенсивно взаимодействует с жидкостью. В контактных устройствах с тангенциально-лопаточными завихрителями жидкость вводится, как правило, в придонную часть завихрителя (рис. 13.22б). Под действием вихревого потока газа внутри завихрителя формируется кольцевой слой диспергированной жидкости. В этом слое капли соударяются с кромками лопаток, благодаря чему

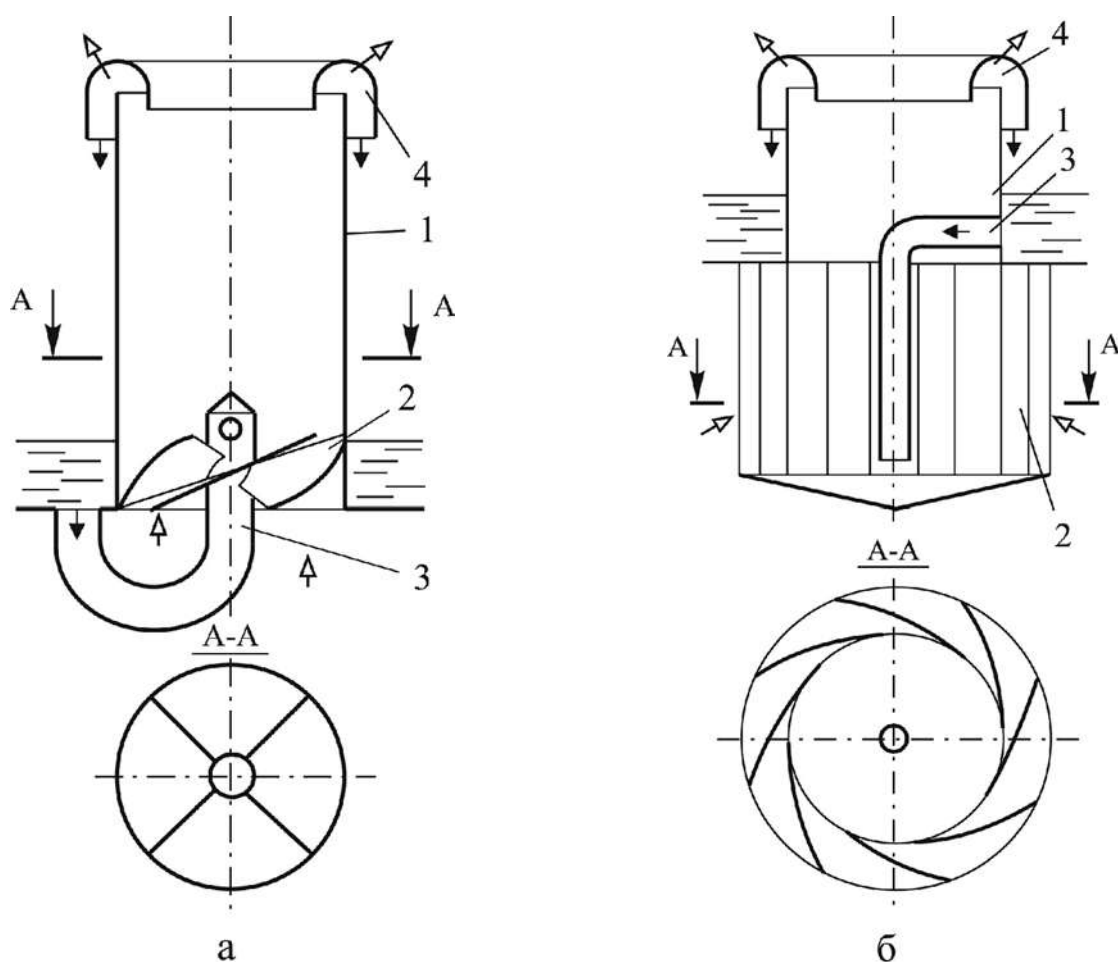


Рис. 13.22. Конструкции вихревых контактных элементов с аксиально-лопаточным а) и тангенциально-лопаточным б) завихрителями газа: 1 – корпус; 2 – завихритель; 3 – узел подвода жидкости; 4 – узел сепарации жидкости и газа

жидкость в этой зоне контакта находится намного дольше, чем в факеле распыла над осевым завихрителем. С этим связаны более высокие значения эффективности массопереноса при использовании в контактных элементах тангенциально-лопаточных завихрителей.

Для отделения проконтактировавшей жидкости от газа используют различные типы сепараторов. Наибольшее распространение получили сепараторы с отсекающими пленки жидкости (рис. 13.22).

С целью повышения разделительной способности вихревых аппаратов их делают многоступенчатыми. Многоступенчатые аппараты делятся на многоэлементные и одноэлементные. На рис. 13.23 изображен одноэлементный многоступенчатый вихревой абсорбер.

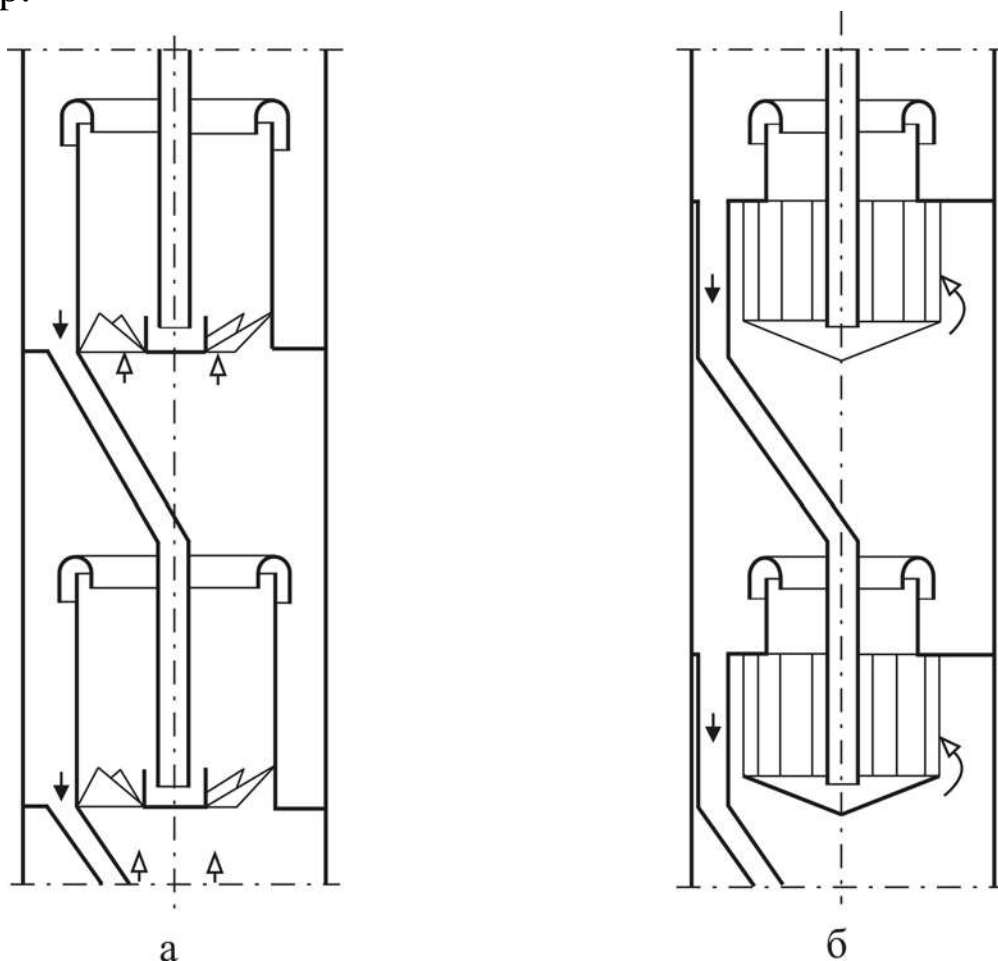


Рис. 13.23. Вихревые аппараты с одноэлементными ступенями

Применение одноэлементных аппаратов диаметром более 0,6 – 0,8 м нецелесообразно, поскольку дальнейшее увеличение диаметра ведет к ухудшению отделения жидкости от потока газа после



их взаимодействия. В случае большой производительности по газу применяют многоэлементные вихревые аппараты, напоминающие колпачковые тарелки (рис. 13.14), в которых вместо колпачков используются вихревые контактные элементы. Пример такого аппарата приведен на рис. 13.24.

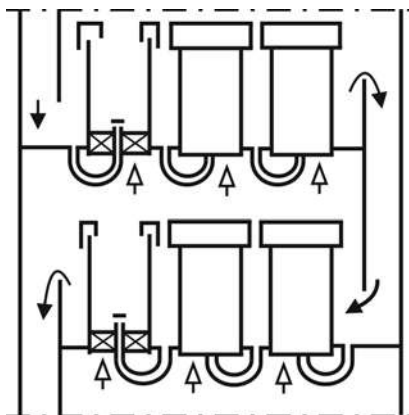


Рис. 13.24. Многоступенчатый многоэлементный вихревой аппарат

Недостатком вихревых абсорберов является их высокое гидравлическое сопротивление, а преимуществом – малые габариты и, соответственно, металлоемкость. Обоснованность их использования очевидна при проведении процесса под высоким давлением и больших расходах газа.

В *механических абсорберах* диспергирование жидкости происходит за счет подвода внешней энергии с помощью вращающихся устройств (дисков, валов, лопастей и т.д.). Направление движения фаз при этом может быть различным. Механические абсорберы достаточно эффективны, но требуют затрат энергии на распыл жидкости и более сложны, поэтому применяются реже.

Расчет абсорберов проводится в соответствии с методиками, изложенными в разделах 12.7.2 и 12.7.3 с учетом особенностей равновесия и массопередачи в процессе абсорбции приведенных в разделе 13.1.

#### **13.4. Многокомпонентная абсорбция\***

В общем случае возможна абсорбция нескольких компонентов из многокомпонентной газовой или парогазовой смеси многокомпонентным абсорбентом. В этом случае для расчета абсорберов с непрерывным или ступенчатым контактом фаз применимы методики, рассмотренные в разделах 12.8.3 и 12.8.4.

### 13.4.1. Упрощения при расчете абсорбции нескольких компонентов с малой концентрацией однокомпонентным абсорбентом

Достаточно часто встречается абсорбция нескольких компонентов содержащихся в достаточно малых количествах в инертном газе с помощью однокомпонентного абсорбента. В этом случае общие методики расчета существенно упрощаются. Это объясняется тем, что при малых концентрациях распределяемых компонентов, смесь можно считать бесконечно разбавленной. Тогда, во-первых, ее можно считать идеальной, что позволяет принять постоянными коэффициенты распределения  $m_i$ , во-вторых, поток вещества каждого компонента становится зависимым лишь от собственного градиента концентрации, то есть матрица коэффициентов многокомпонентной молекулярной диффузии, как в газовой, так и в жидкой фазах вырождается в диагональную с элементами, соответствующими эйнштейновским коэффициентам диффузии, которые в свою очередь вырождаются в коэффициенты бинарной диффузии при бесконечном разбавлении распределяемых компонентов  $i$  в инерте  $n$ , то есть

$$\begin{aligned} \left[ {}^r D_{ij} \right] &\rightarrow \left[ {}^r D_{ii} \right] \rightarrow D_i \rightarrow D_{in}^0 \\ {}^r \vec{j}_i &= -D_i \vec{\nabla} c_i = -D_{in}^0 \vec{\nabla} c_i \quad i = \overline{1, n-1} \end{aligned} \quad (13.20)$$

В этом нетрудно убедиться, проанализировав соотношения в приложении П.3, положив в них  $c_i$ ,  $x_i$ ,  $\frac{\partial \gamma_i}{\partial x_j}$  равными нулю при  $x_n \rightarrow 1$ , тогда из (13.20) следует:

$$j_i^r = \beta_{in}^0 (c_i^r - c_i^s), \quad i = \overline{1, n-1} \quad (13.21)$$

$$j_i^r = K_{in}^{y,0} (y_i - y_i^*), \quad i = \overline{1, n-1} \quad (13.22)$$

$$\dot{M}_i^r = K_{in}^{y,0} F \Delta y_{i, \text{cp}}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (13.23)$$

$$\text{где для МИВ: } \Delta y_{i, \text{cp}} = \frac{\Delta y_{i, \text{B}} - \Delta y_{i, \text{H}}}{\ln \frac{\Delta y_{i, \text{B}}}{\Delta y_{i, \text{H}}}}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (13.24)$$

Расчет коэффициентов массоотдачи  $\beta_{in}^0$  и массопередачи  $K_{in}^{y,0}$  проводится также как и для бинарных смесей, с использованием соответствующих коэффициентов диффузии  $D_{in}^0$ . Таким образом, в

рассмотренном частном случае существенно упрощается расчет коэффициентов диффузии, массоотдачи и массопередачи, а также средних движущих сил процесса. Последние зависят только от движущих сил данного компонента в верхнем и нижнем сечениях аппарата и не являются функцией матрицы коэффициентов массопередачи и движущих сил по другим компонентам как в общем случае в уравнении (12.264).

Замена уравнений (12.263) на (13.23) и (12.264) на (13.24) существенно упрощает методику расчета абсорберов с непрерывным контактом фаз, которая заключается в решении системы алгебраических уравнений (12.261) – (12.266).

Упрощение в методике расчета абсорбера со ступенчатым контактом фаз будет заключаться в вырождении матрицы эффективностей по Мэрффи  $[E_{ij}^{y,\ell}]$  на каждой тарелке  $\ell$  в эффективность по Мэрффи для каждого распределяемого компонента  $E_{in}^{y,0}$  и замене уравнения (12.268) на (13.25):

$$y_{i,l+1} = y_{i,\ell} - E_{in}^{y,0} (y_{i,\ell} - y_{i,\ell}^*) \quad (13.25)$$

Величина  $E_{in}^{y,0}$  рассчитывается также как и для бинарных смесей с использованием коэффициентов массопередачи  $K_{in}^{y,0}$ .

#### **13.4.2. Методика расчета извлечения двух компонентов из инертного газа однокомпонентным абсорбентом**

Рассмотрим в качестве простейшего примера извлечение двух компонентов малой концентрации из трехкомпонентной газовой смеси однокомпонентным абсорбентом. Как и при абсорбции в бинарных смесях удобнее пользоваться относительными массовыми или мольными концентрациями распределяемых компонентов в инертах, так как расход последних по высоте колонны изменяться не будет, и рабочие линии будут иметь форму прямой линии:

$$\bar{Y}_i = \frac{L}{G} \bar{X}_i + \bar{Y}_{i,n} - \frac{L}{G} \bar{X}_{i,k}, \quad i=1, 2, \quad (13.26)$$

где  $G$  и  $L$  – это массовые либо мольные расходы инертного газа и абсорбента. Так как отношение  $\frac{L}{G}$  одинаково для обоих поглощаемых компонентов, то их рабочие линии будут параллельными.

Уравнения равновесия при бесконечном разбавлении также будут линейными. Однако их угол наклона для различных компонентов может отличаться из-за различия коэффициентов распределения  $m_{i,\bar{X}}$ :

$$\bar{Y}_i^* = m_{i,\bar{X}} \bar{X}_i, \quad i=1,2 \quad (13.27)$$

Коэффициенты распределения для газовых компонентов  $i$  и абсорбента  $A$  находится через коэффициенты Генри (12.59):

$$m_{i,x} = E_{i,A}/p, \quad (13.28)$$

а для паровых (12.52) – с использованием давления насыщенного пара чистого компонента  $i$  при данной температуре  $p_i^{H'}$ , его коэффициента активности  $\gamma_{i,A}^\infty$  при бесконечном разбавлении в абсорбенте  $A$  и давления в абсорбере  $p$ :

$$m_{i,x} = (\gamma_{i,A}^\infty p_i^{H'})/p. \quad (13.29)$$

Связь  $m_{i,\bar{X}}$  с  $m_{i,x}$  устанавливается в зависимости от способа выражения концентрации  $\bar{X}_i, \bar{Y}_i$  (относительные массовые или относительные мольные [9, 49]).

Пусть заданы: расход инертного газа  $G$ , начальные концентрации в нем компонентов 1 и 2  $\bar{Y}_{1,н}, \bar{Y}_{2,н}$ , конечная концентрация ключевого компонента  $\bar{Y}_{1,к}$ . На абсорбцию поступает абсорбент с начальными концентрациями первого и второго компонентов  $\bar{X}_{1,н}$  и  $\bar{X}_{2,н}$ . Изобразим на  $\bar{X}_i - \bar{Y}_i$  диаграмме (рис.13.25) равновесные линии, соответствующие уравнениям (13.27). Допустим, что коэффициент распределения первого компонента больше, чем второго:  $m_{1,\bar{X}} > m_{2,\bar{X}}$ . Отложим на оси  $\bar{Y}_i$  начальные концентрации соответствующих компонентов, а также конечную концентрацию первого компонента. Из условия

$$\bar{X}_{1,к}^*(\bar{Y}_{1,н}) = \frac{\bar{Y}_{1,н}}{m_{1,\bar{X}}} \quad (13.30)$$

найдем максимальное значение  $\bar{X}_{1,к,макс}$ , а из уравнения материального баланса по первому компоненту минимальный расход абсорбента  $L_{\min}$ :

$$\dot{M}_1^r = G(\bar{Y}_{1,н} - \bar{Y}_{1,к}) = L(\bar{X}_{1,к} - \bar{X}_{1,н}) \quad (13.31)$$

$$L_{\min} = \frac{G(\bar{Y}_{1,н} - \bar{Y}_{1,к})}{\bar{X}_{1,к}^*(\bar{Y}_{1,н}) - \bar{X}_{1,н}} \quad (13.32)$$

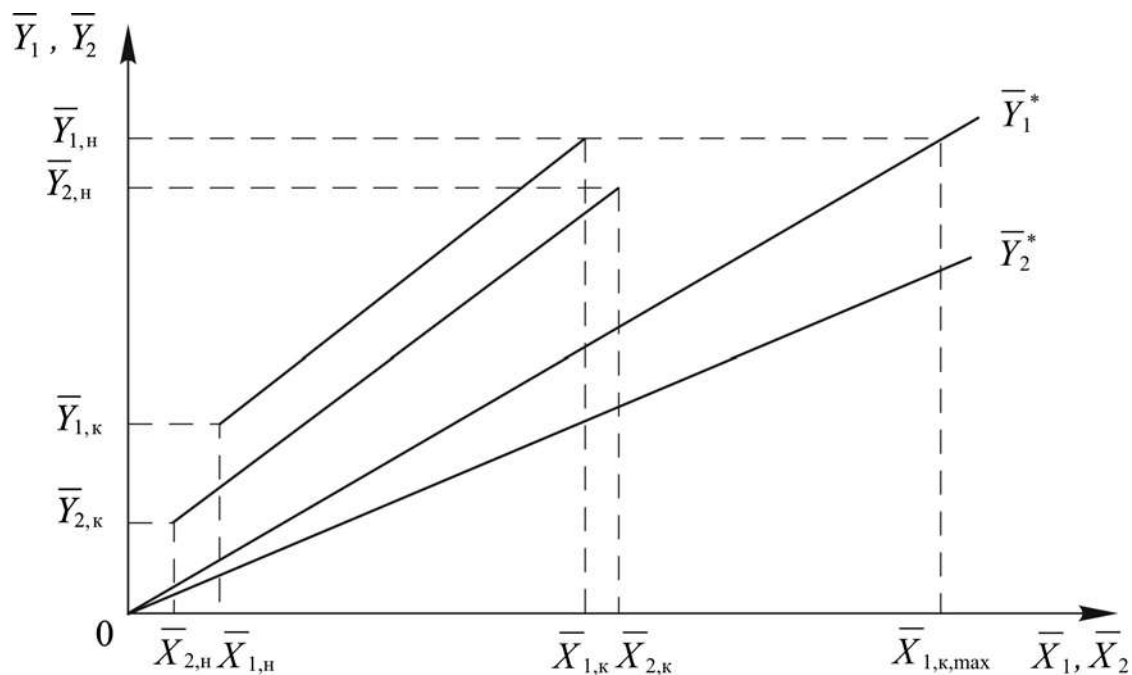


Рис. 13.25. Изображение рабочих и равновесных линий ключевого «1» и второго распределяемых компонентов в процессе абсорбции при их бесконечном разбавлении в инертах

Рабочий расход абсорбента примем в  $B$  раз больше минимального и определим из уравнения (13.31)  $\bar{X}_{1,k}$ , по двум точкам  $(\bar{X}_{1,n}, \bar{Y}_{1,n}; \bar{X}_{1,k}, \bar{Y}_{1,n})$  проведем рабочую линию для компонента 1. Рабочую линию для компонента 2 построить не можем, так как неизвестны  $\bar{Y}_{2,k}$  и  $\bar{X}_{2,k}$ . Единственное, что можно сказать о рабочей линии на данном этапе – это то, что она пройдет параллельно рабочей линии для первого компонента. Так как нахождение рабочей скорости и диаметра аппарата для многокомпонентной абсорбции производится точно также как и для бинарной, то мы остановимся только на определении его высоты, а также дополнительной задаче нахождения конечных концентраций компонента 2 в газовой и жидкой фазах  $\bar{Y}_{2,k}$ ,  $\bar{X}_{2,k}$ .

### **Расчет абсорберов с непрерывным контактом фаз.**

Рассмотрим сначала абсорберы с непрерывным контактом фаз (насадочные и пленочные). Для определения высоты такого абсорбера требуется найти поверхность контакта фаз  $F$ . Допущение бесконечного разбавления распределяемых компонентов позволяет легко определить эту поверхность из уравнения (13.23) с использованием (13.24), определив из уравнения (13.31)  $\dot{M}_1^r$ , а также

рассчитав коэффициенты массоотдачи  $\beta_{13}^{x,0}$ ,  $\beta_{13}^{y,0}$  и массопередачи  $K_{13}^{y,0}$  (компонентом «3» в жидкой фазе является абсорбент, а в газовой – инертный газ)

$$F = \dot{M}_1^r / (K_{13}^{y,0} \cdot \Delta \bar{Y}_{1,cp}), \quad (13.33)$$

$$\text{где } \Delta \bar{Y}_{1,cp} = \frac{(\bar{Y}_{1,k} - m_{1,\bar{X}} \bar{X}_{1,n}) - (\bar{Y}_{1,n} - m_{1,\bar{X}} \bar{X}_{1,k})}{\ln \frac{(\bar{Y}_{1,k} - m_{1,\bar{X}} \bar{X}_{1,n})}{(\bar{Y}_{1,n} - m_{1,\bar{X}} \bar{X}_{1,k})}}. \quad (13.34)$$

Для определения  $\bar{Y}_{2,k}$  и  $\bar{X}_{2,k}$  требуется решить систему уравнений (12.261) – (12.266) для компонента 2 с упрощениями (13.23), (13.24), рассчитав  $\beta_{23}^{x,0}$ ,  $\beta_{23}^{y,0}$ ,  $K_{23}^{y,0}$ , тогда имеем следующую систему уравнений:

$$\dot{M}_2^r = G(\bar{Y}_{2,n} - \bar{Y}_{2,k}) \quad (13.35) \quad \dot{M}_2^r = L(\bar{X}_{2,k} - \bar{X}_{2,n}) \quad (13.36)$$

$$\dot{M}_2^r = K_{23}^{y,0} F \Delta \bar{Y}_{2,cp} \quad (13.37)$$

$$\text{где } \Delta \bar{Y}_{2,cp} = \frac{(\bar{Y}_{2,k} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,n}) - (\bar{Y}_{2,n} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,k})}{\ln \frac{(\bar{Y}_{2,k} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,n})}{(\bar{Y}_{2,n} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,k})}} \quad (13.38)$$

Четыре уравнения системы (13.35) – (13.38) содержат четыре неизвестных  $\dot{M}_2^r, \Delta \bar{Y}_{2,cp}, \bar{Y}_{2,k}, \bar{X}_{2,k}$ . Можно получить как аналитическое, так и численное решение этой системы. Найдя  $\bar{Y}_{2,k}$  и  $\bar{X}_{2,k}$  можно построить рабочую линию для второго компонента по точкам  $(\bar{X}_{2,n}, \bar{Y}_{2,k}; \bar{X}_{2,k}, \bar{Y}_{2,n})$  на рис. 13.25. В первом приближении, допустив нахождение средней движущей силы как средней арифметической, а не средней логарифмической движущих сил массопередачи в верхнем и нижнем сечениях абсорбера, заменив соотношение (13.38) на (13.39), можно найти более простое аналитическое решение данной системы уравнений:

$$\Delta \bar{Y}_{2,cp} = \frac{(\bar{Y}_{2,k} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,n}) + (\bar{Y}_{2,n} - m_{2,\bar{X}} \bar{X}_{2,k})}{2}. \quad (13.39)$$

Однако, если в полученном решении движущие силы массопередачи по второму компоненту в верхнем и нижнем сечениях аппарата будут отличаться более чем в два раза, доверять этому решению не следует. Более того, при значительном изменении движущей силы массопередачи по второму компоненту величина  $\bar{Y}_{2,k}$  может получиться отрицательной, то есть допущение (13.39) неприемлемо в этом случае.

### **Расчет абсорберов со ступенчатым контактом фаз.**

Рассмотрим аппарат со ступенчатым контактом фаз (тарельчатый). Для нахождения его высоты требуется определение числа тарелок  $N$ . Допущения, сделанные ранее, позволяют определить  $N$  методом потарелочного расчета, как и для бинарных смесей решая последовательно (12.267), (13.25) и (12.269) только для компонента 1. Например, от нижней тарелки ( $\bar{Y}_{1,1} = \bar{Y}_{1,n}$ ;  $\bar{X}_{1,1} = \bar{X}_{1,k}$ ) до выполнения условия  $\bar{Y}_{1,N+1} \leq \bar{Y}_{1,k}$ . Предварительно следует определить эффективность по Мэрфри для первого компонента –  $E_{13}^{y,0}$ . Эта величина не будет изменяться от тарелки к тарелке, так как допущение о бесконечном разбавлении позволяет считать неизменными все свойства газовой и жидкой фаз по всей высоте аппарата. Для определения  $\bar{Y}_{2,k}$  и  $\bar{X}_{2,k}$  требуется решить систему  $3N$  уравнений (12.267), (13.25) и (12.269) только для компонента 2, предварительно рассчитав  $E_{23}^{y,0}$ . Неизвестными величинами будут являться:

$$\bar{Y}_{2,\ell}^*, \ell = \overline{1, N}; \bar{Y}_{2,\ell}, \ell = \overline{2, N+1}; (\bar{Y}_{2,N+1} = \bar{Y}_{2,k}); \bar{X}_{2,\ell}, \ell = \overline{1, N} (\bar{X}_{2,1} = \bar{X}_{2,k}).$$

Определить необходимое число тарелок можно и графически с помощью кинетической кривой. Для ее построения в рассматриваемом случае достаточно двух точек, так как она будет прямой линией. Из уравнения (13.25) найдем два значения  $\bar{Y}_{1,\ell+1}$ , используя в качестве  $\bar{Y}_{1,\ell} = \bar{Y}_{1,n}(\bar{X}_{1,k})$ , и значение  $\bar{Y}_{1,k}(\bar{X}_{1,n})$ . Эти точки наносятся на  $\bar{X}_i - \bar{Y}_i$  диаграмму (рис. 13.26) и через них проводится кинетическая линия. Затем, вписывая прямоугольные ступени между рабочей и кинетической линиями, определим число действительных тарелок  $N$ , округляя, если необходимо, их число в большую сторону. Найти графическим способом величины  $\bar{Y}_{2,k}$  и  $\bar{X}_{2,k}$  сложнее. Для этого необходимо подобрать такое расположение рабочей линии, варьируя  $\bar{X}_{2,k}$  в уравнении (13.26), чтобы количество ступеней, вписанных между рабочей и кинетической линиями для второго компонента в интервале  $\bar{X}_{2,n} - \bar{X}_{2,k}$  равнялось найденному числу тарелок  $N$ . При выполнении этого условия  $\bar{Y}_{2,k}$  находится графически при  $\bar{X}_2 = \bar{X}_{2,n}$  или из уравнения материального баланса для второго компонента аналогичного (13.31).

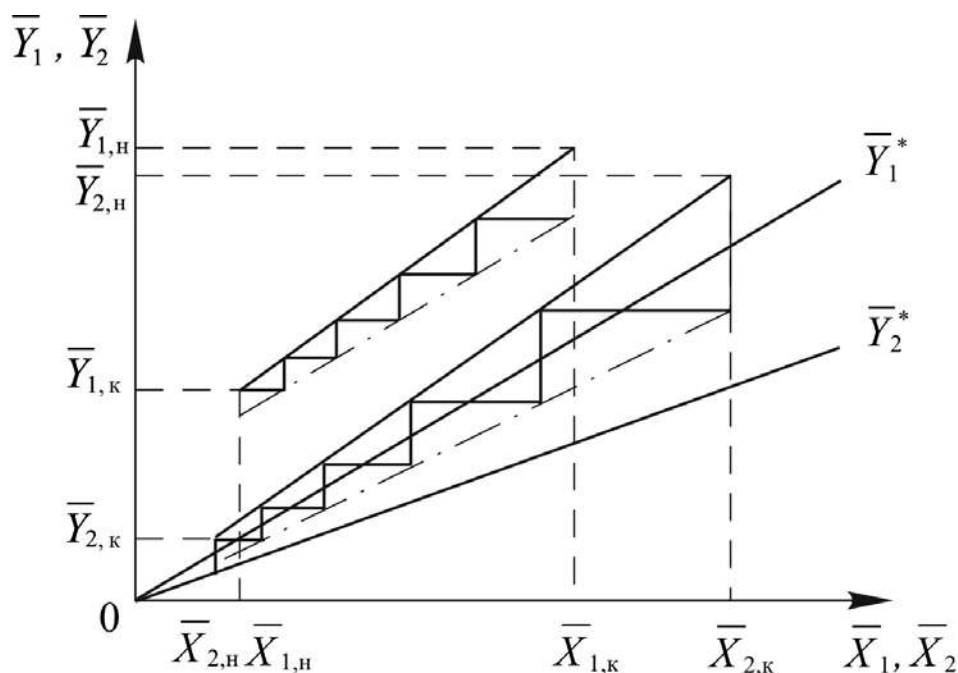


Рис. 13.26. Графические определения числа действительных тарелок и конечных концентраций второго компонента в процессе абсорбции при бесконечном разбавлении: — — — — кинетические линии

### Контрольные вопросы

1. Что такое абсорбция? Какие специфические названия имеют компоненты, участвующие в процессе абсорбции?
2. Какие факторы влияют на величину движущей силы процесса абсорбции?
3. В чем заключаются преимущества противоточного движения фаз в процессе абсорбции?
4. Какие два вида десорбции существуют и в чем они заключаются?
5. Каким требованиям должны отвечать абсорбционные аппараты? Как они подразделяются по способу образования поверхности контакта фаз?
6. Как устроены и работают пленочные абсорберы?
7. Каково устройство насадочных абсорберов? Опишите гидродинамические режимы их работы, в чем заключаются преимущества и недостатки этих режимов?



8. Каким требованиям должна удовлетворять насадка? Как осуществляется выбор насадки?
9. Почему насадку по высоте колонны обычно располагают секциями?
10. Как классифицируются тарельчатые колонны и каковы основные геометрические характеристики тарелок?
11. Перечислите основные гидродинамические режимы работы тарельчатых аппаратов, каковы их достоинства и недостатки?
12. Сравните достоинства и недостатки тарелок различных конструкций с перекрестным движением фаз, в каких случаях применяются двухпоточные тарелки?
13. Как устроены и работают прямоточные тарелки?
14. В чем заключаются достоинства и недостатки провальных тарелок?
15. Как классифицируются и работают распыливающие абсорберы?
- 16.\* К каким упрощениям в расчетах абсорбции нескольких компонентов с помощью однокомпонентного абсорбента приводит допущение об их бесконечно малых концентрациях?
- 17.\* В чем заключаются отличия методики расчета извлечения двух компонентов из инертного газа однокомпонентным абсорбентом по сравнению с абсорбцией одного компонента?

### **Вопросы для обсуждения**

1. В каком случае будет протекать процесс абсорбции, а в каком десорбции?
2. Почему существует некий минимальный расход абсорбента и от чего он зависит?
3. Почему гидравлическое сопротивление колпачковой тарелки больше чем ситчатой?

## Глава 14. ПЕРЕГОНКА

*Перегонкой* называется процесс разделения жидкой смеси с различной летучестью компонентов, осуществляемый путем ее частичного испарения с последующей конденсацией пара, в результате которого образуются продукты с преобладанием доли более летучих и менее летучих компонентов по сравнению с исходной смесью. Разделению могут подвергаться как двух-, так и многокомпонентные смеси. Компоненты можно подразделить по летучести на *легколетучий* и *труднолетучий*. Чистый легколетучий компонент обладает при фиксированной температуре более высоким давлением насыщенного пара, а при фиксированном давлении более низкой температурой кипения, чем труднолетучий. Поэтому легколетучий компонент также называют *низкокипящим*, а труднолетучий – *высококипящим*. В простейшем случае бинарной (двухкомпонентной) смеси доля легколетучего компонента в условиях равновесия в паре выше чем в жидкости, а труднолетучего наоборот в паре ниже чем в жидкости (за исключением азеотропных смесей, о чем будет сказано особо).

Суть перегонки состоит в том, что в результате в паре, а после его конденсации в *дистилляте* увеличивается доля легколетучих компонентов, в жидкости же (*кубовом остатке*) увеличивается доля труднолетучих компонентов по сравнению с исходной смесью.

С помощью перегонки имеет смысл разделять гомогенные жидкие смеси. Гетерогенные жидкие системы с взаимно нерастворимыми компонентами (например, керосин – вода) дешевле разделять с помощью таких гидромеханических процессов как отстаивание или центрифугирование. Недостатком перегонки является большой расход энергии, необходимый для испарения жидкости.

Перегонка подразделяется на простую перегонку (дистилляцию) и ректификацию. *Простая перегонка (дистилляция)* – разделение жидкой смеси за счет ее частичного испарения с последующей конденсацией равновесного с ней пара. *Ректификация* – разделение жидкой смеси за счет взаимодействия неравновесных потоков жидкости и пара, в результате которого пар обогащается более летучими, а жидкость менее летучими компонентами.

Простую перегонку применяют, в основном, для разделения смесей компонентов существенно различающихся по летучести. С

этой точки зрения она занимает промежуточное положение между выпариванием, служащим для концентрирования практически нелетучих веществ в жидких летучих растворителях, и ректификацией, с помощью которой можно разделять компоненты достаточно близкие по летучести. С помощью ректификации можно достичь сколь угодно высокой степени разделения неazeотропных смесей.

## 14.1. Перегонка бинарных смесей

В промышленности чаще приходится сталкиваться с перегонкой многокомпонентных смесей. Однако изучение перегонки лучше начать с бинарных смесей, так как для них все закономерности проявляются в более простой и наглядной форме.

### 14.1.1. Равновесие в двухкомпонентных парожидкостных системах

Вначале получим для двухкомпонентной парожидкостной двухфазной системы (компоненты неограниченно растворимы) более удобный вид уравнения равновесной линии. Поскольку в процессе перегонки по высоте аппарата мало меняются мольные расходы пара и жидкости (см. разд.14.1.3.2), то при описании данного процесса удобнее всего измерять концентрацию в мольных долях. Общий вид уравнения равновесной линии для каждого компонента тогда будет следующим:

$$y_i^* = m_{i,x} x_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (14.1)$$

Просуммируем уравнения (14.1) по всем  $n$  компонентам и учитывая, что сумма мольных долей всех компонентов равна единице, получим

$$\sum_{i=1}^n y_i^* = \sum_{i=1}^n m_{i,x} x_i = 1. \quad (14.2)$$

С учетом (14.2) перепишем (14.1) в виде

$$y_i^* = \frac{m_{i,x} x_i}{\sum_{i=1}^n m_{i,x} x_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (14.3)$$

Обозначив индексами «л» и «т» соответственно легколетучий и труднолетучий компоненты, перепишем (14.3) для двухкомпонентной системы

$$y_{\text{л}}^* = \frac{m_{\text{л},x} x_{\text{л}}}{m_{\text{л},x} x_{\text{л}} + m_{\text{т},x} x_{\text{т}}} , \quad (14.4)$$

Поделим числитель и знаменатель (14.4) на коэффициент распределения труднолетучего компонента и введем понятие коэффициента относительной летучести  $\alpha$

$$y_{\text{л}}^* = \frac{\frac{m_{\text{л},x}}{m_{\text{т},x}} x_{\text{л}}}{\frac{m_{\text{л},x}}{m_{\text{т},x}} x_{\text{л}} + x_{\text{т}}} = \frac{\alpha x_{\text{л}}}{\alpha x_{\text{л}} + x_{\text{т}}} , \quad (14.5)$$

$$\alpha = \frac{m_{\text{л},x}}{m_{\text{т},x}} . \quad (14.6)$$

Перепишем соотношение (14.5) с использованием мольной доли только легколетучего компонента, опустив при этом для нее индекс «л»

$$y^* = mx = \frac{\alpha x}{\alpha x + (1-x)} = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x} , \quad (14.7)$$

$$m = \frac{\alpha}{1 + (\alpha - 1)x} . \quad (14.8)$$

Анализ (14.8) показывает, что коэффициент распределения легколетучего компонента изменяется от  $m = \alpha$  при  $x=0$  до  $m=1$ , при  $x=1$ . Коэффициент относительной летучести в общем случае может быть найден из (14.6) и (12.46)

$$\alpha = \frac{\gamma'_{\text{л}} f_{\text{л}}^{\text{ж}'} \Phi_{\text{т}}}{\gamma'_{\text{т}} f_{\text{т}}^{\text{ж}'} \Phi_{\text{л}}} . \quad (14.9)$$

Для умеренных давлений  $\alpha$  можно рассчитать с использованием (12.52)

$$\alpha = \frac{\gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{H}'}}{\gamma'_{\text{т}} p_{\text{т}}^{\text{H}'}} . \quad (14.10)$$

Наконец, для идеальных смесей, у которых все коэффициенты активности равны единице  $\gamma_i = 1$ ,

$$\alpha = p_{\text{л}}^{\text{н}'} / p_{\text{т}}^{\text{н}'} . \quad (14.11)$$

Напомним, что  $p_{\text{л}}^{\text{н}'}$  и  $p_{\text{т}}^{\text{н}'}$  – давления насыщенных паров чистых легколетучего и труднолетучего компонентов при температуре смеси.

В соответствии с правилом фаз Гиббса (12.3) для двухкомпонентной двухфазной системы число степеней свободы равняется двум

$$C = n - \Phi + 2 = 2 - 2 + 2 = 2 . \quad (14.12)$$

Таким образом, количество независимых параметров, которые можно изменять, не нарушая равновесия, равно двум. Если зафиксировать один из параметров, то произвольно можно будет менять уже только один. Зафиксируем вначале температуру, пусть  $T = \text{const}$ . В качестве независимого выбираем состав жидкой фазы  $x$  – мольная доля легколетучего компонента. Тогда давление  $p$  и состав паровой фазы  $y^*$  в условиях равновесия будут зависимыми переменными. Давление в общем случае может быть найдено по уравнению (12.47), а для умеренных давлений можно воспользоваться приближением, полученным из (12.52)

$$p = x\gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{н}'} + (1-x)\gamma'_{\text{т}} p_{\text{т}}^{\text{н}'} . \quad (14.13)$$

Воспользуемся этим уравнением для построения диаграммы равновесия  $p-x$ , при  $T = \text{const}$ . На рисунке 14.1а диаграммы равновесия построены для двух фиксированных температур  $T_1$  и  $T_2$ , причем  $T_2 > T_1$ . Диаграммы для  $T_2$  лежат выше, чем для  $T_1$ , так как давления насыщенных паров чистых компонентов  $p_i^{\text{н}'}$  увеличиваются с ростом температуры. Для идеальных смесей зависимость давления от состава линейна, как это следует из (14.13) при  $\gamma'_i = 1$ , то есть соответствует закону Рауля (линии 1 и 2). Наклон линий 1 и 2 может быть разным, обычно он уменьшается с ростом температуры. Для неидеальных смесей зависимости  $p(x)$  не линейны, так как коэффициенты активности являются функциями состава  $\gamma'_i(x)$ . Если коэффициенты активности компонентов больше единицы ( $\gamma'_i > 1$ ), то линии 1' и 2' располагаются выше прямых 1 и 2 и такое отклонение называется положительным отклонением от закона Рауля. Если же  $\gamma'_i < 1$ , то линии

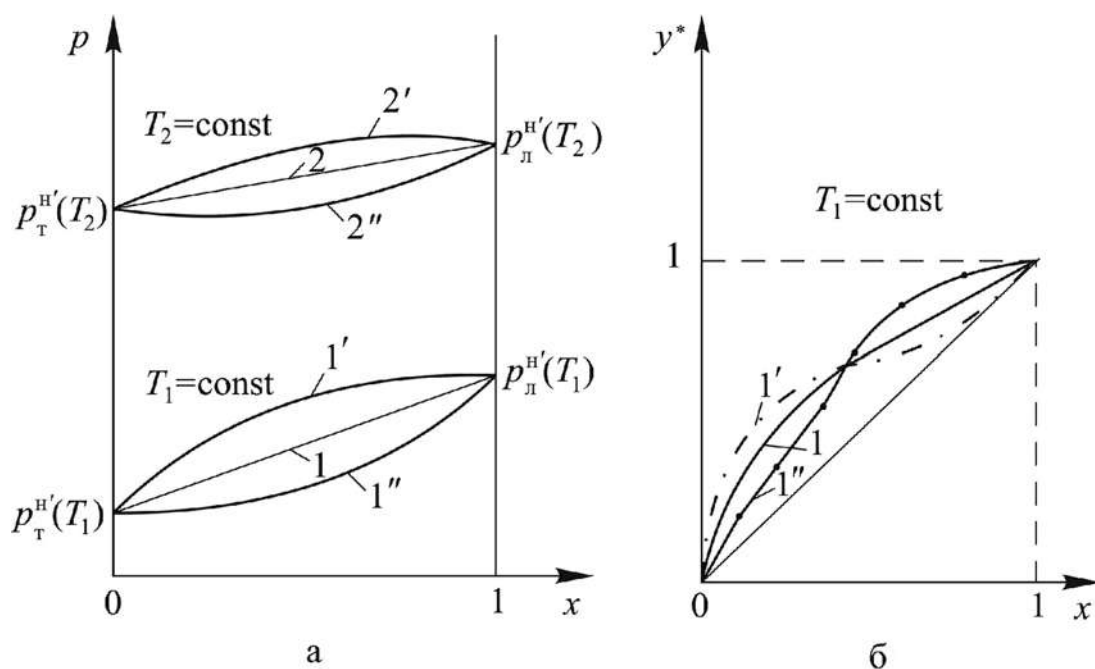


Рис. 14.1. Диаграммы парожидкостного равновесия  $p-x$  и  $y^*-x$  двухкомпонентной двухфазной системы при  $T_1=\text{const}$  и  $T_2=\text{const}$ ,  $T_2>T_1$ : 1, 2 – идеальные смеси; 1', 2' – неидеальные смеси с положительным отклонением от закона Рауля; 1'', 2'' – неидеальные смеси с отрицательным отклонением от закона Рауля

1'' и 2'' располагаются ниже прямых 1 и 2 – отрицательное отклонение от закона Рауля. Равновесную линию при  $T=\text{const}$  легко построить по уравнениям (14.7), (14.11), (14.10) ( $y^*-x$  диаграмма на рис. 14.1б).

При рассмотрении процесса перегонки удобнее использовать диаграммы равновесия при фиксированном давлении  $p=\text{const}$ , так как оно изменяется по высоте аппарата незначительно, в то время как температура может меняться существенно. Для построения диаграммы  $T-x$  также можно воспользоваться уравнением (14.13), однако при этом придется решать более сложную обратную задачу: по заданному давлению  $p$  при различных  $x$  находить  $T$ , учитывая, что  $\gamma'_i(x, T)$  и  $p_i^{H'}(T)$ . Влиянием давления, а, зачастую, и температуры на  $\gamma'_i$  можно пренебречь. Зависимость же  $p_i^{H'}(T)$  весьма существенная. В среднем при повышении температуры на 10 K давления насыщенных паров возрастают в 1,5 – 2 раза. Из уравнения (14.13) следует, что

зависимость  $T(x)$  будет нелинейной как для неидеальных, так и идеальных смесей (рис. 14.2)

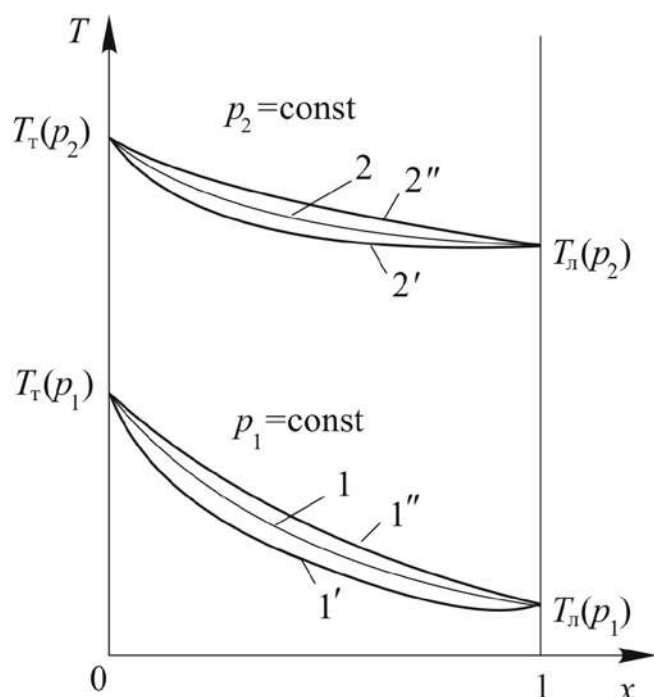


Рис. 14.2. Диаграммы парожидкостного равновесия  $T-x$  в двухкомпонентных системах при  $p_1=\text{const}$ ,  $p_2=\text{const}$ ,  $p_2>p_1$ : 1, 2 – идеальные смеси; 1', 2' – неидеальные смеси с положительным отклонением от закона Рауля; 1'', 2'' – неидеальные смеси с отрицательным отклонением от закона Рауля;  $T_n(p)$ ,  $T_T(p)$  – температуры насыщения (кипения) чистых легколетучего и труднолетучего компонентов при давлении  $p$

Для построения равновесной линии на диаграмме  $y^*-x$  при  $p=\text{const}$  вначале необходимо выполнить предыдущий этап, то есть найти  $T(x)$ , а затем для каждого значения  $T$  рассчитать  $\alpha$  по (14.11) или (14.10) и, наконец, из (14.7) определить  $y^*(x)$ . Таким образом, при  $p=\text{const}$   $\alpha \neq \text{const}$  даже для идеальных смесей. Однако для упрощения расчетов идеальных смесей компонентов с незначительно отличающимися температурами кипения иногда считают  $\alpha=\text{const}$  и находят его как среднее геометрическое из коэффициентов относительной летучести, рассчитанных при температурах кипения чистых компонентов

$$\alpha = (\alpha(T_T)\alpha(T_n))^{0.5}. \quad (14.14)$$

Для анализа и расчета процесса перегонки часто используют диаграмму равновесия  $T-x-y$ , на которой при постоянном давлении наносят две линии:  $T(x)$  – линию кипения и  $T(y)$  – линию конденсации (рис. 14.3). С помощью такой диаграммы по одному из известных параметров можно найти два других: по температуре  $T_1$  определить равновесные составы жидкой  $x_1$  и паровой  $y_1$  фаз; по составу жидкой фазы  $x_1$  – температуру  $T_1$  и состав паровой фазы  $y_1$ , по составу паровой фазы  $y_1$  – температуру  $T_1$  и состав жидкой фазы  $x_1$  (см. рис. 14.3а).

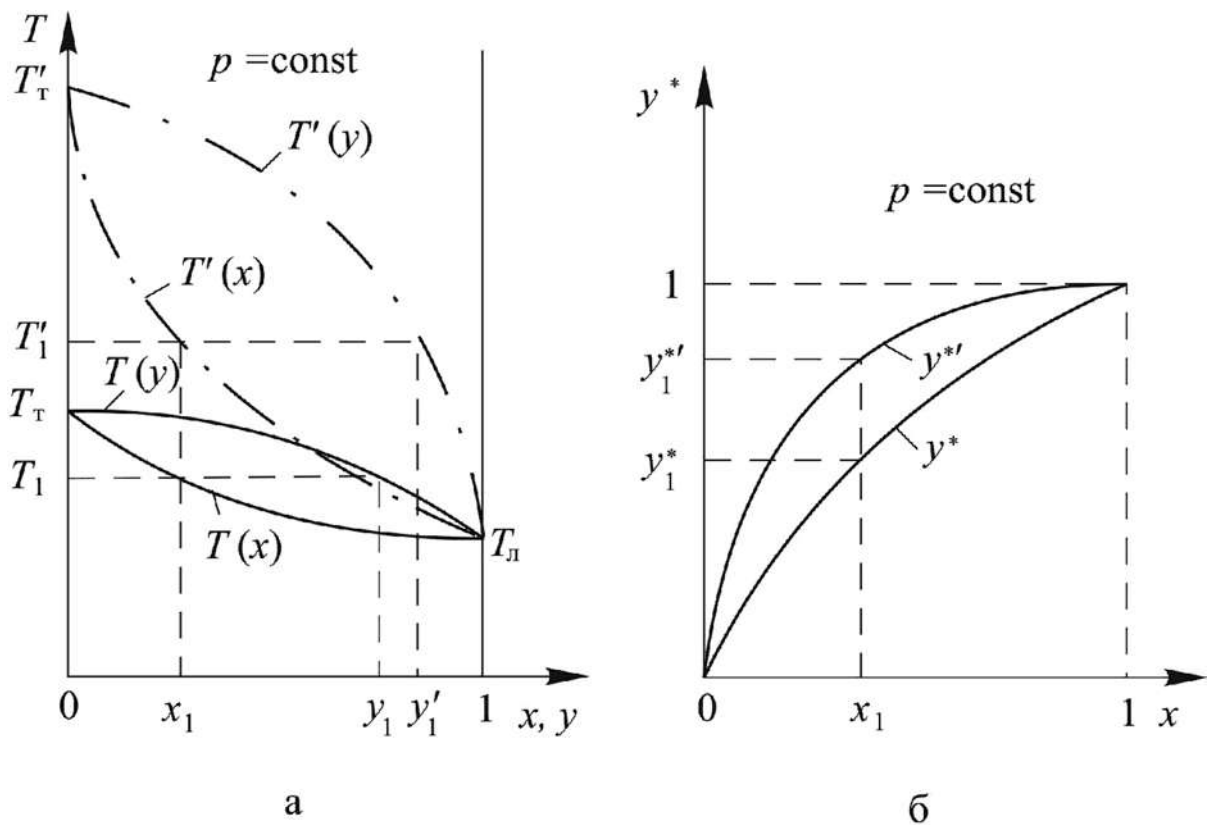


Рис. 14.3. Диаграммы парожидкостного равновесия в двухкомпонентных двухфазных системах при  $p=\text{const}$  для смесей компонентов незначительно (без штрихов) и значительно (со штрихами) отличающихся по летучести  $T-x-y$  и  $y^*-x$ :  $T(x)$ ,  $T'(x)$  – линии кипения;  $T(y)$ ,  $T'(y)$  – линии конденсации

Диаграмма  $T-x-y$  позволяет наглядно показать процесс простой перегонки. Так если жидкую смесь состава  $x_1$  довести до температуры кипения  $T_1$ , приведя в состояние равновесия с бесконечно малым количеством образовавшегося пара, то его состав будет соответствовать  $y_1$  (рис. 14.3а). Полностью сконденсировав этот пар можно получить жидкий продукт (дистиллят) такого же состава ( $y_1=x_D$ ). Доля легколетучего компонента в паре и, соответственно, в дистилляте будет больше, чем в исходной смеси  $y_1=x_D > x_1$ . Эффективно осуществлять процесс разделения с помощью простой перегонки возможно лишь для смесей компонентов значительно отличающихся по летучести. Так на рис. 14.3а  $y'_1=x'_D$  существенно отличается от  $x_1$ , приближаясь к единице, то есть состав дистиллята близок к чистому легколетучему компоненту. Относительная летучесть компонентов



зависит от температуры (давления), обычно, увеличиваясь с уменьшением этих величин. Этим пользуются для разделения смесей компонентов незначительно отличающихся по летучести, осуществляя процесс перегонки при пониженном давлении.

Особое место с точки зрения перегонки занимают *азеотропные* смеси. Это сильно неидеальные смеси, у которых при определенном составе  $x_A$  (*точка азеотропа*) состав пара и жидкости в условиях равновесия одинаков  $y_A^* = x_A$ . Для таких смесей линии кипения и конденсации на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме пересекаются в точке азеотропа с образованием экстремума. Существуют смеси с минимальной и максимальной температурами кипения в точке азеотропа (рис. 14.4), соответствующие, соответственно, положительным и отрицательным отклонениям от закона Рауля. На  $y$ – $x$  диаграмме линия равновесия в точке азеотропа пересекает диагональ (рис. 14.5).

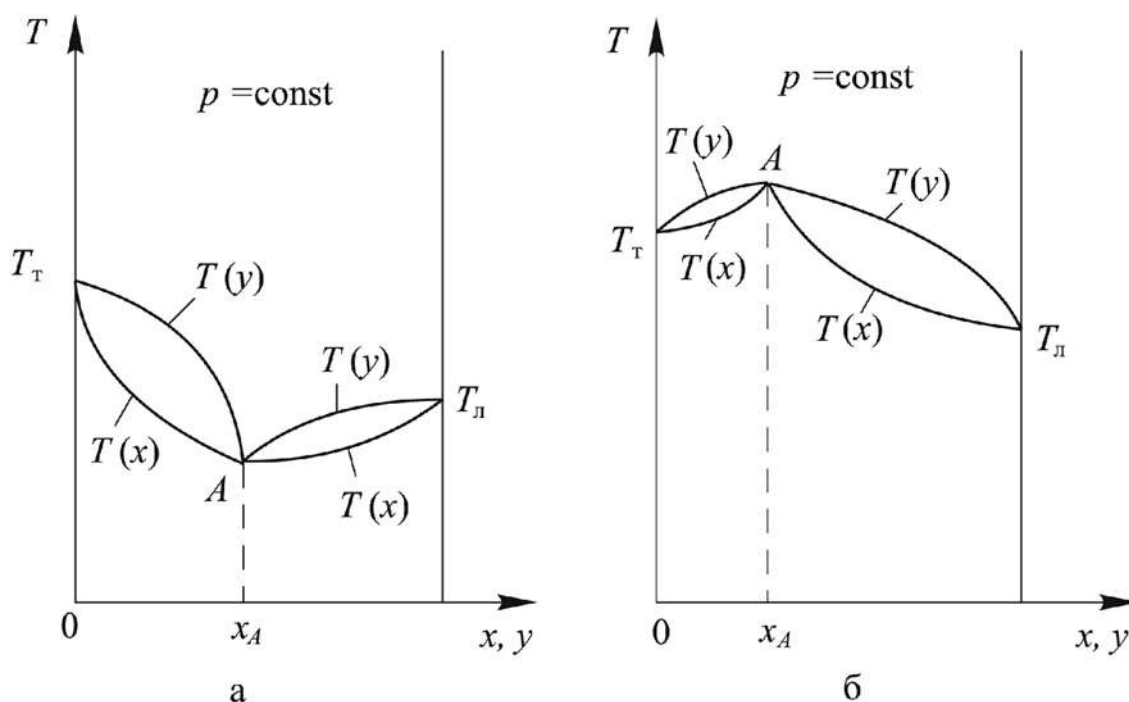


Рис. 14.4. Диаграммы парожидкостного равновесия  $T$ – $x$ – $y$  в двухкомпонентных двухфазных системах при  $p = \text{const}$  для азеотропных смесей с минимальной (а) и максимальной (б) температурами кипения в точке азеотропа  $A$

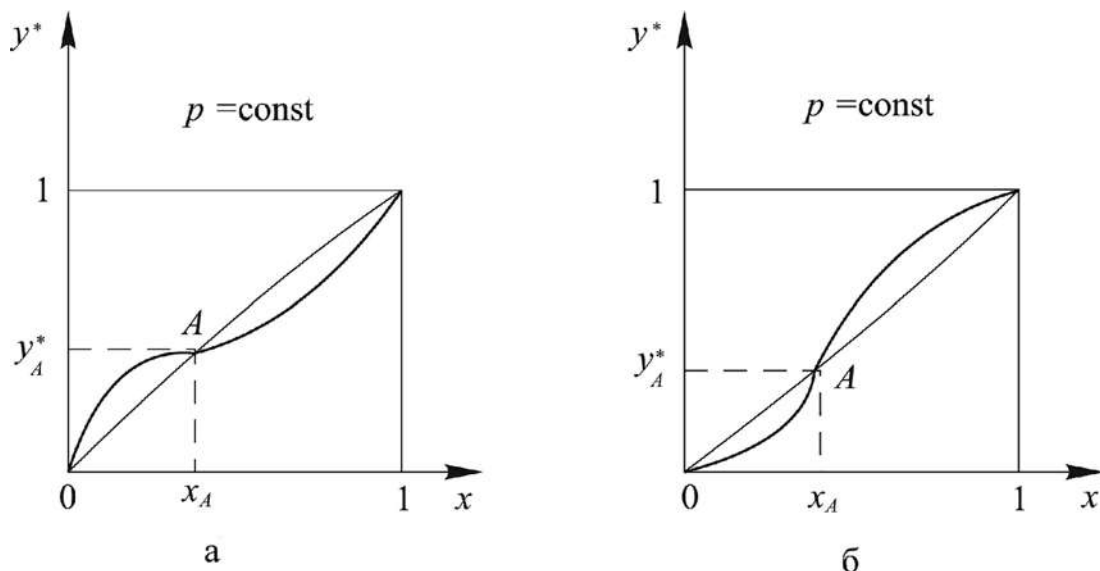


Рис. 14.5. Диаграммы парожидкостного равновесия  $y^*-x$  в двухкомпонентных двухфазных системах при  $p=\text{const}$  для азеотропных смесей с минимальной (а) и максимальной (б) температурами кипения в точке азеотропа  $A$

Одной из особенностей азеотропных смесей является наличие области составов, в которой доля легколетучего компонента в равновесном паре меньше, чем в жидкости. В смесях с минимумом температуры кипения эта область располагается при  $x > x_A$ , а в смесях с максимумом температуры кипения – при  $x < x_A$ .

Основной особенностью азеотропных смесей является невозможность разделения их с помощью перегонки в точке азеотропа, так как образующийся пар будет обладать таким же составом, что и жидкость  $y_A^* = x_A$ . Состав точки азеотропа зависит от давления. Изменяя давление можно смещать точку азеотропа на равновесной кривой, что в некоторых случаях предоставляет возможность достигать необходимой степени разделения смеси путем перегонки. Как будет показано ниже (разд. 14.2), существуют специальные виды перегонки с добавлением дополнительных компонентов, позволяющие разделять азеотропные смеси.

Мы рассматривали смеси компонентов неограниченно растворимых друг в друге (жидкость гомогенная). Теперь остановимся на ограниченно растворяющихся жидкостях. При малых концентрациях легколетучего или труднолетучего компонента их жидкая смесь является гомогенным раствором. Однако существует

область составов, в которой жидкость расслаивается на две фазы I и II. В таком случае при парожидкостном равновесии для двухкомпонентной системы будут сосуществовать три фазы – одна паровая и две жидких.

В соответствии с правилом фаз Гиббса (12.3) для двухкомпонентной трехфазной системы число степеней свободы будет равно единице

$$C = n - \Phi + 2 = 2 - 3 + 2 = 1. \quad (14.15)$$

Таким образом, зафиксировав, например, давление  $p$  в условиях равновесия все остальные параметры в области расслаивания должны иметь строго определенные значения:  $T_p$ ,  $y_p^*$ ,  $x_I$ ,  $x_{II}$ . Две последние величины характеризуют мольные доли легколетучего компонента в двух жидких фазах I и II. Это значит, что в области расслаивания состав жидких фаз постоянен ( $x_I$ ,  $x_{II}$ ) и добавление в систему одного из компонентов изменяет лишь соотношение количества веществ в фазах, но не их состав. Постоянны в области сосуществования двух жидких фаз равновесный состав пара  $y^*$  и температура  $T_p$ . В зависимости от соотношения  $x_I$ ,  $x_{II}$  и  $y_p^*$  возможны два случая: с наличием гетерогенного азеотропа и в отсутствии такового. Если  $y_p^* > x_I, x_{II}$ , то азеотропа не будет (рис. 14.6), если же  $y_p^*$  находится в промежутке от  $x_I$  до  $x_{II}$ , то при

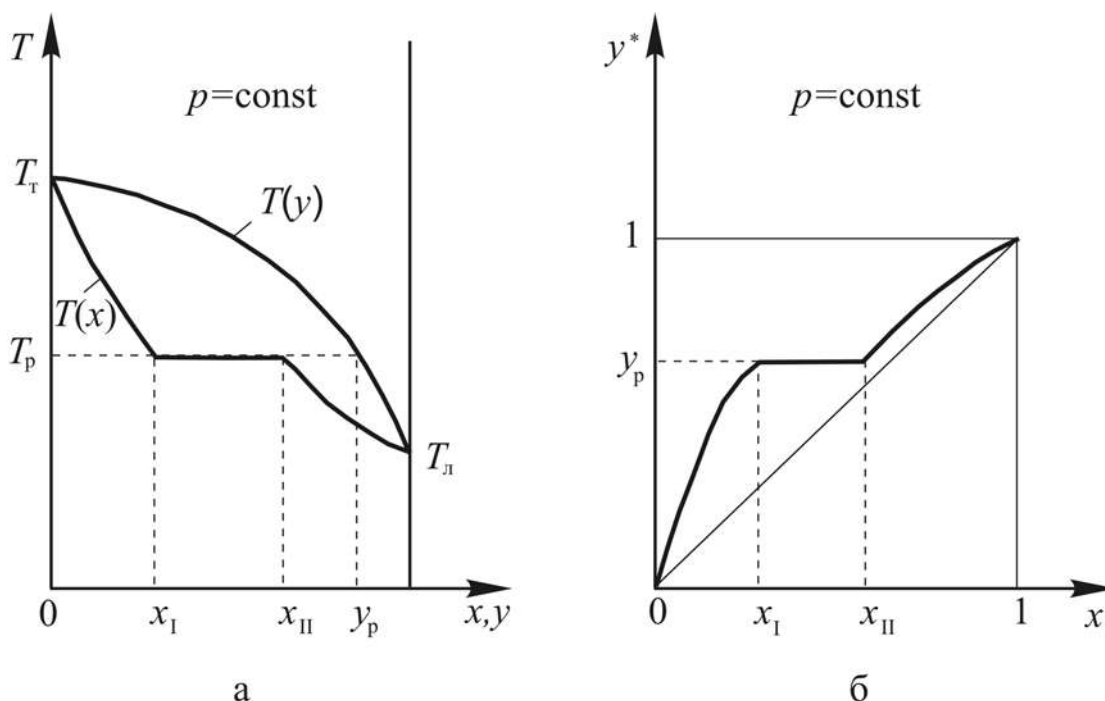


Рис. 14.6. Диаграммы парожидкостного равновесия в двухкомпонентных двухфазных системах при  $p = \text{const}$  для смесей компонентов с ограниченной растворимостью, не образующих азеотроп  $T-x-y$  и  $y^*-x$ : области  $x < x_I$ ,  $x > x_{II}$  – двухфазные;  $x_I < x < x_{II}$  – трехфазная

некотором соотношении компонентов  $x_A$  образуется азеотроп (рис. 14.7). Необходимо отметить, что на рис. 14.6 и 14.7  $x$  – доля легколетучего компонента в жидкости в целом, т.е. при расслаивании – в совокупности обеих жидких фаз.

При увеличении доли легколетучего компонента вплоть до  $x_I$  (рис. 14.6, 14.7) жидкая фаза является гомогенной и диаграммы равновесия имеют обычный вид. При  $x > x_I$  начинается расслаивание жидкости на 2 фазы с составами  $x_I$  и  $x_{II}$ . При добавлении в систему легколетучего компонента состав фаз остается постоянным, изменяется лишь пропорция между количеством вещества в фазах (уменьшается количество вещества в фазе состава  $x_I$  и увеличивается в фазе  $x_{II}$ ). Постоянны при этом также температура  $T_p$  и состав пара  $y_p$ . По достижении доли легколетучего компонента в жидкости  $x_{II}$  жидкость вновь становится гомогенной и при дальнейшем увеличении  $x$  меняется как температура  $T$ , так и равновесный состав паровой фазы  $y^*$ .

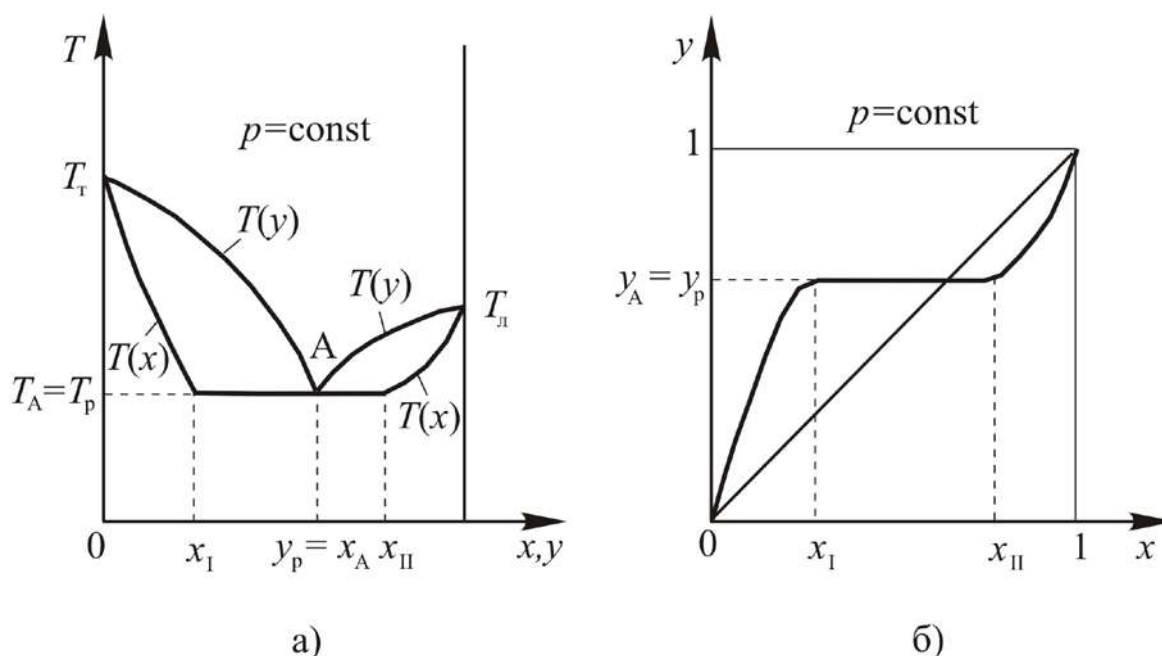


Рис. 14.7. Диаграммы парожидкостного равновесия в двухкомпонентных двухфазных системах при  $p = \text{const}$  для смесей компонентов с ограниченной растворимостью, образующих гетерогенный азеотроп А  $T-x-y$  и  $y^*-x$ : области  $x < x_I$ ,  $x > x_{II}$  – двухфазные;  $x_I < x < x_{II}$  – трехфазная

Необходимо отметить, что ограниченная растворимость компонентов наблюдается в некотором диапазоне температур (давлений). Обычно при увеличении температуры взаимная растворимость компонентов возрастает и по достижении *критической температуры растворения* компоненты растворяются друг в друге неограниченно.

### 14.1.2. Простая перегонка (дистилляция)

По способу разделения паровой и жидкой фаз дистилляцию можно подразделить на: однократную, многократную и постепенную.

При *однократной дистилляции* все количество образовавшихся при частичном испарении исходной жидкой смеси жидкого остатка и равновесного с ним пара отделяются друг от друга однократно. В случае *многократной дистилляции* процесс однократной дистилляции применяется многократно по отношению к жидкому остатку. То есть вначале происходит процесс отделения равновесного пара от жидкого остатка, а затем этот остаток вновь частично испаряется с последующим отделением от него образовавшегося пара и т.д. Многократная дистилляция позволяет в итоге получить кубовый остаток с большой долей труднолетучего компонента, но количество этого остатка бывает незначительным. При *постепенной дистилляции* пары отделяются от жидкого остатка по мере их образования. Таким образом, постепенную дистилляцию можно рассматривать как предельный случай многократной.

Можно классифицировать процесс дистилляции и по другим признакам. Так если в результате процесса получаются несколько фракций конечного продукта различного состава, то такую дистилляцию называют *фракционной*. Если для повышения степени разделения смеси образовавшиеся пары частично конденсируют и конденсат (флегму), обогащенный труднолетучим компонентом, смешивают с жидким остатком, то этот процесс называют *дистилляцией с дефлегмацией*.

#### 14.1.2.1. Однократная дистилляция

Однократную дистилляцию можно проводить как непрерывно, так и периодически. Рассмотрим непрерывный способ проведения процесса, наиболее часто реализуемый в промышленности. Исходная жидкая смесь состава  $x_F$  с мольным расходом  $\dot{F}$  поступает в испаритель 1 (рис. 14.8), где частично испаряется и переходит в сепаратор 2, служащий для разделения паровой и жидкой фаз. Из сепаратора отводится кубовый остаток состава  $x_W$  с расходом  $\dot{W}$  и пары, полностью конденсирующиеся в конденсаторе 3 с образованием жидкого дистиллята состава  $x_D$  и расходом  $\dot{D}$ .

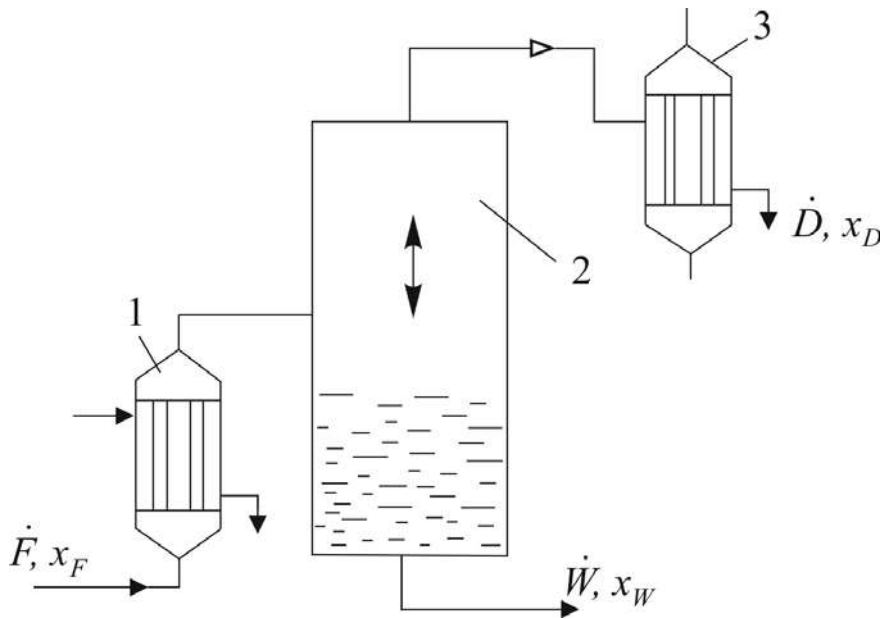


Рис. 14.8. Схема установки для непрерывной однократной дистилляции: 1 – испаритель; 2 – сепаратор; 3 – конденсатор

Запишем уравнения материального баланса для смеси в целом и для легколетучего компонента

$$\dot{F} = \dot{D} + \dot{W}, \quad (14.15)$$

$$\dot{F}x_F = \dot{D}x_D + \dot{W}x_W. \quad (14.16)$$

Поскольку удаляющийся пар находится в равновесии с кубовым остатком, а вследствие полной конденсации составы пара и дистиллята одинаковы, то систему уравнений (14.15), (14.16) можно дополнить уравнением равновесия, коэффициент распределения  $m$  в котором находится из уравнений (14.8), (14.10)

$$x_D = y^*(x_W) = m(x_W)x_W. \quad (14.17)$$

Система уравнений (14.15) – (14.17) позволяет при заданных давлении  $p$  или температуре  $T$ , связанных соотношением (14.13) по известным  $\dot{F}$  и  $x_F$ , а также  $\dot{D}$  определять составы дистиллята  $x_D$  и кубового остатка  $x_W$ , а также расход последнего  $\dot{W}$ . В качестве заданной величины вместо  $\dot{D}$  в зависимости от постановки задачи может выступать одна из следующих:  $x_D$ ,  $x_W$ ,  $\dot{W}$ . Следует иметь в виду, что эти величины нельзя задавать произвольно. Из (14.15) следует естественное ограничение  $\dot{D}, \dot{W} < \dot{F}$ . Составы продуктов однократной

дистилляции также должны находиться в пределах, которые можно установить, преобразуя уравнения (14.15) – (14.16) к виду

$$x_D = \frac{x_F}{e} - \frac{(1-e)}{e} x_W, \quad (14.18)$$

$$x_W = \frac{x_F}{1-e} - \frac{e}{1-e} x_D, \quad (14.19)$$

$$e = \frac{\dot{D}}{\dot{F}} = \frac{x_F - x_W}{x_D - x_W}, \quad (14.20)$$

где  $e$  – доля отгона, то есть доля дистиллята, образующаяся из исходной смеси. При  $e \rightarrow 1$  из (14.18)  $x_D = x_F$ , а из (14.16)  $x_W = x^*(y = x_F)$ . При  $e \rightarrow 0$  из (14.19)  $x_W = x_F$ , а из (14.16)  $x_D = y^*(x_F)$ . Таким образом, составы продуктов однократной дистилляции находятся в пределах:  $x_F \leq x_D \leq y^*(x_F)$ ,  $x^*(y = x_F) \leq x_W \leq x_F$ . Проиллюстрировать изменение состава продуктов однократной дистилляции в зависимости от доли отгона  $e$  можно на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме (рис. 14.9). Кроме того, из рис. 14.9 видно, что с увеличением доли отгона возрастает температура кипения смеси.

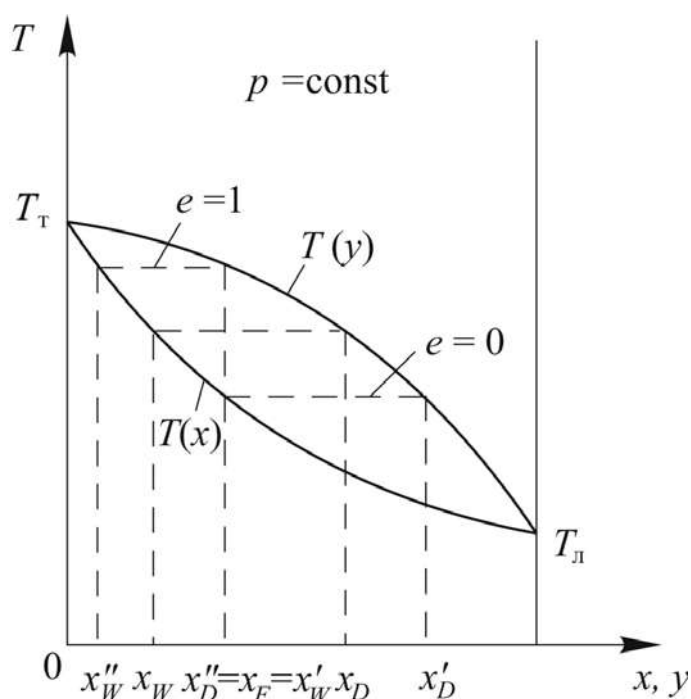


Рис. 14.9. Составы продуктов однократной дистилляции при различных значениях доли отгона  $e$ :  $x_W, x_D$  ( $0 < e < 1$ );  $x'_W, x'_D$  ( $e=0$ );  $x''_W, x''_D$  ( $e=1$ )

Для определения расхода теплоты, который необходимо подвести к испарителю при проведении процесса однократной дистилляции, следует записать уравнение теплового баланса

$$\dot{Q}_н + \dot{F}\ddot{I}_F = \dot{D}\ddot{I}_D + \dot{W}\ddot{I}_W, \quad (14.21)$$

где  $\dot{Q}_и$  – тепловая нагрузка испарителя;  $\bar{I}_F, \bar{I}_W, \bar{I}_D$ , Дж/моль – удельные мольные энтальпии исходной смеси, кубового остатка и образующегося пара, соответственно.

Процесс перегонки требует большого расхода теплоты, который затрачивается на нагрев и испарение исходной смеси. Часть этой теплоты может быть утилизирована, для чего в схему установки включают холодильники дистиллята и кубового остатка (см. рис. 14.19). Нагретая в них, а также в конденсаторе 3 охлаждающая вода может быть использована для предварительного подогрева исходной смеси и других нужд.

Процесс однократной дистилляции можно проводить и периодически. При этом все рассуждения, приведенные выше сохраняются, а величины с точками сверху, означающие отнесение к единице времени, заменяются на аналогичные, но без точек, характеризующие не расходы, а количество.

#### 14.1.2.2. Многократная дистилляция

Процесс многократной дистилляции рассмотрим на примере двукратной (рис. 14.10).

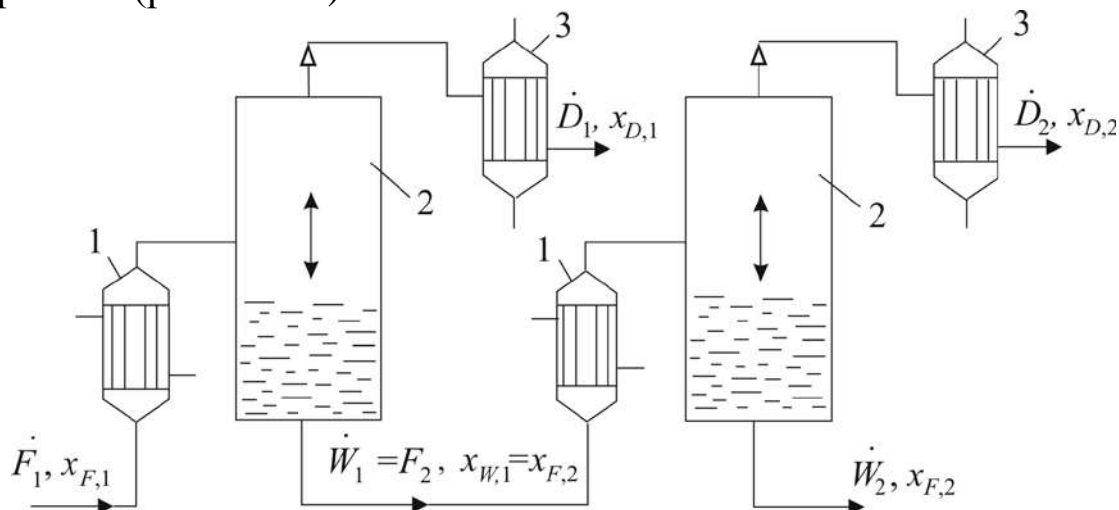


Рис. 14.10. Схема установки непрерывной двукратной дистилляции: 1 – испарители; 2 – сепараторы; 3 – конденсаторы

В этом случае кубовый остаток, полученный при однократной дистилляции, вновь подвергается ей повторно. Уравнения, аналогичные (14.15) – (14.21), записываются для каждой ступени



однократного испарения, при этом номер ступени указывается индексом  $i$ , которым снабжаются все величины.

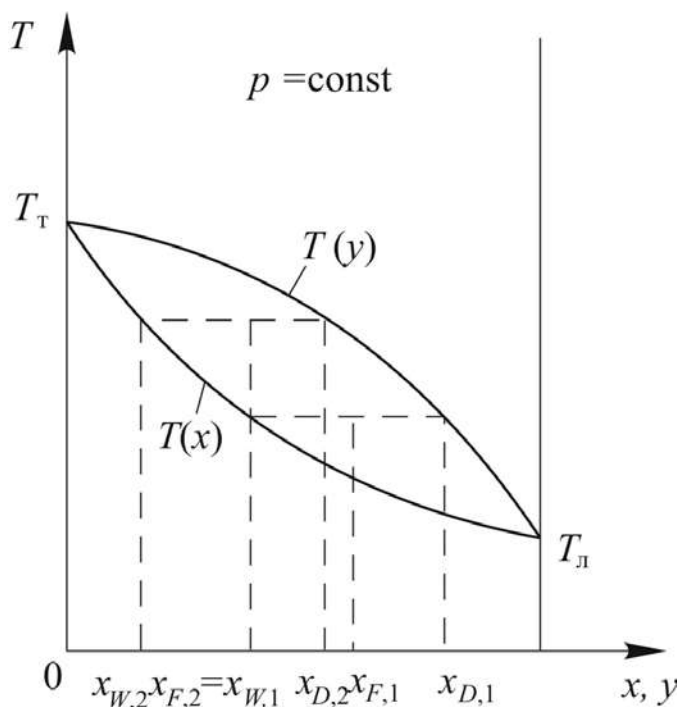


Рис. 14.11. Изображение двукратной дистилляции на  $T$ - $x$ - $y$  диаграмме

Поскольку после каждой ступени в жидкой смеси, подвергаемой дистилляции, доля легколетучего компонента будет уменьшаться, то уменьшаться его доля будет в кубовом остатке и в дистилляте (рис. 14.11):  $x_{F,2} < x_{F,1}$ ,  $x_{W,2} < x_{W,1}$ ,  $x_{D,2} < x_{D,1}$ .

При увеличении числа ступеней (кратности дистилляции) можно получить кубовый остаток, состоящий из практически чистого труднолетучего компонента. Однако его количество будет невелико, так как с каждой ступенью величина  $\dot{W}_i$  будет уменьшаться, определяясь долей отгона на каждой ступени  $e_i$ .

$$\dot{W}_i = \dot{F}_1 (1 - e_1)(1 - e_2) \dots (1 - e_i) = \dot{F}_1 \prod_{j=1}^i (1 - e_j). \quad (14.22)$$

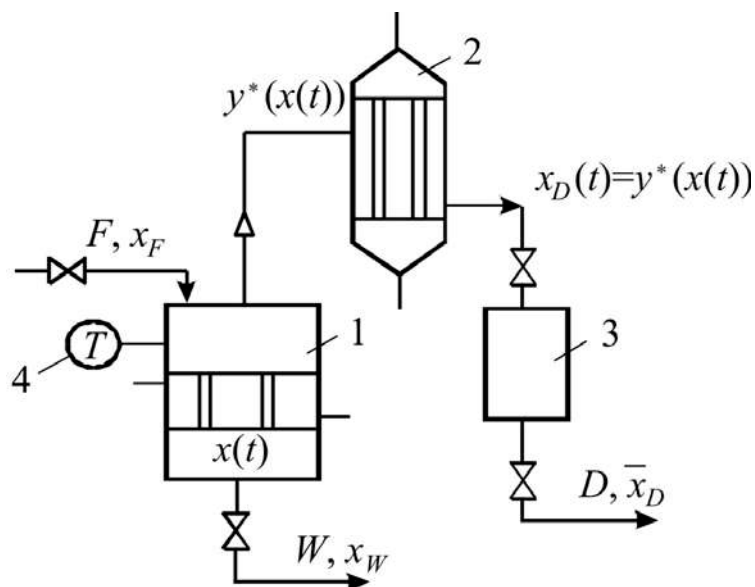
### 14.1.2.3. Постепенная дистилляция

Процесс постепенной дистилляции проводится периодическим способом. Исходную смесь количеством  $F$  кмоль загружают в куб-испаритель 1 (рис. 14.12), нагревают до температуры кипения и постепенно испаряют.

Пары по мере образования поступают в конденсатор 2, полностью конденсируются и образовавшаяся жидкость собирается в сборнике дистиллята 3. С течением времени кубовая жидкость и, соответственно, равновесные с ней пары, а также образующийся дистиллят обедняются легколетучим компонентом (рис. 14.13).

Рис. 14.12. Схема установки постепенной дистилляции:

- 1 – куб-испаритель;
- 2 – конденсатор;
- 3 – сборник дистиллята;
- 4 – измеритель температуры



Процесс заканчивается по истечении времени  $t_{\text{п}}$  при достижении заданного состава кубового остатка  $x_W$  или среднего состава дистиллята  $\bar{x}_D$ . Следить за изменением состава куба достаточно просто по температуре в нем, пользуясь  $T$ – $x$ – $y$  диаграммой (рис. 14.13). Полученные продукты сливаются из куба и сборника дистиллята, затем процесс возобновляется.

Запишем в дифференциальной форме уравнение материального баланса для текущего момента времени  $t$  по легколетучему компоненту. Его количество в кубовой жидкости  $L$  состава  $x$  за бесконечно малый промежуток времени  $dt$  уменьшится на  $d(Lx)$ . Такое же количество легколетучего компонента, которое можно записать как  $y^*(x)dL$ , должно перейти в пар.

$$y^* dL = d(Lx) = x dL + L dx. \quad (14.23)$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\int_W^F \frac{dL}{L} = \int_{x_W}^{x_F} \frac{dx}{y^*(x) - x}, \quad (14.24)$$

$$\ln \frac{F}{W} = \int_{x_W}^{x_F} \frac{dx}{y^*(x) - x}. \quad (14.25)$$

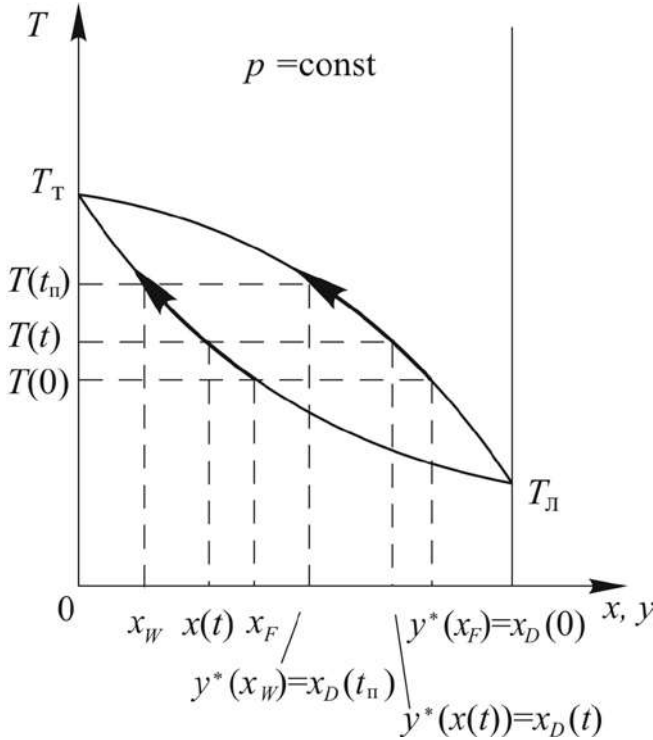
В общем случае интеграл в правой части уравнения (14.25) находится аналитически, если зависимость  $y^*(x)$  это позволяет, либо численно. В случае, если коэффициент относительной летучести  $\alpha$  можно считать в диапазоне от  $x_W$  до  $x_F$  неизменным, подставляя вместо  $y^*(x)$  (14.7) в (14.25) и интегрируя, найдем

$$\ln \frac{Fx_F}{Wx_W} = \alpha \ln \frac{F(1-x_F)}{W(1-x_W)}. \quad (14.26)$$

Можно записать уравнения материального баланса по смеси в целом и по легколетучему компоненту в интегральной форме, характеризующие результаты процесса постепенной дистилляции:

$$F = W + D, \quad (14.27)$$

$$Fx_F = Wx_W + D\bar{x}_D. \quad (14.28)$$



Система уравнений (14.25) или (14.26), а также (14.27) и (14.28) позволяет найти при известных  $F$ ,  $x_F$  и заданном  $x_W$  все остальные величины:  $W$ ,  $D$ ,  $\bar{x}_D$ . В зависимости от поставленной задачи наборы заданных и искомых величин могут меняться.

Рис. 14.13. Изменение составов куба и дистиллята, а также температуры процесса постепенной дистилляции со временем

#### 14.1.2.4. Фракционная дистилляция

Рассмотрим вначале постепенную фракционную дистилляцию. Включив в схему несколько сборников дистиллята 3 (рис. 14.14) можно отбирать в каждый из них продукт в течение определенного промежутка времени  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ . Поскольку состав дистиллята изменяется при периодическом процессе с течением времени  $x_D = y^*(x(t))$ , то средние составы дистиллята в каждом сборнике будут отличны друг от друга  $\bar{x}_D(t_1) > \bar{x}_D(t_2) > \bar{x}_D(t_3)$ , образуя отдельные фракции.

Система уравнений материального баланса для постепенной фракционной перегонки будет иметь вид:

$$\ln \frac{W_{k-1}}{W_k} = \int_{x_{W_k}}^{x_{W_{k-1}}} \frac{dx}{y^* - x}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (14.29)$$

$$W_{k-1} = W_k + D_k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (14.30)$$

$$W_{k-1}x_{W_{k-1}} = W_kx_{W_k} + D_k\bar{x}_{D_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (14.31)$$

где  $D_k$ ,  $\bar{x}_{D_k}$  – количество и средний состав дистиллята  $k$ -й фракции;  $W_k$ ,  $x_{W_k}$  – количество и состав куба, оставшееся после отбора  $k$ -й фракции дистиллята;  $W_0 = F$ ,  $x_{W_0} = x_F$ ;  $m$  – количество фракций дистиллята. Решение этой системы уравнений позволяет определить количество и средние составы дистиллята каждой из фракций.

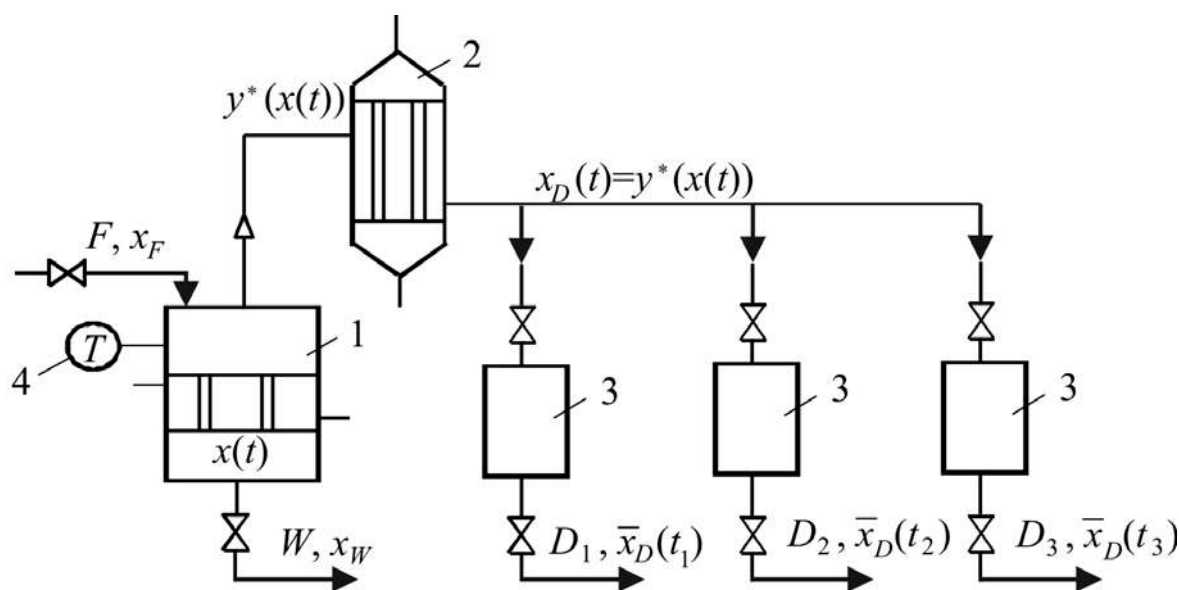


Рис. 14.14. Схема установки постепенной фракционной дистилляции: 1 – куб-испаритель; 2 – конденсатор; 3 – сборники дистиллята; 4 – измеритель температуры

Изображение постепенной фракционной дистилляции на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме представлено на рисунке 14.15. С использованием фракционной перегонки можно достичь высокой степени разделения исходной смеси. Так если первую фракцию дистиллята состава  $\bar{x}_{D_1}$  подвергнуть еще одной постепенной перегонке, то получится дистиллят среднего состава  $\bar{x}'_{D_1}$  (рис. 14.16). Получившийся при этом кубовый остаток состава  $\bar{x}'_{W_1}$  можно смешать со второй фракцией дистиллята состава  $\bar{x}_{D_2}$  (рис. 14.15). Данная смесь по составу будет приблизительно соответствовать исходной смеси и ее можно вновь подвергнуть фракционной дистилляции. В результате получаются

кубовый остаток состава  $x_{w_2}$  с малой долей легколетучего компонента и дистиллят состава  $\bar{x}'_{D_1}$  с малой долей труднолетучего компонента. Аналогичным образом можно разделять исходную смесь путем непрерывной многократной дистилляции, но для этого потребуется несколько дистилляторов.

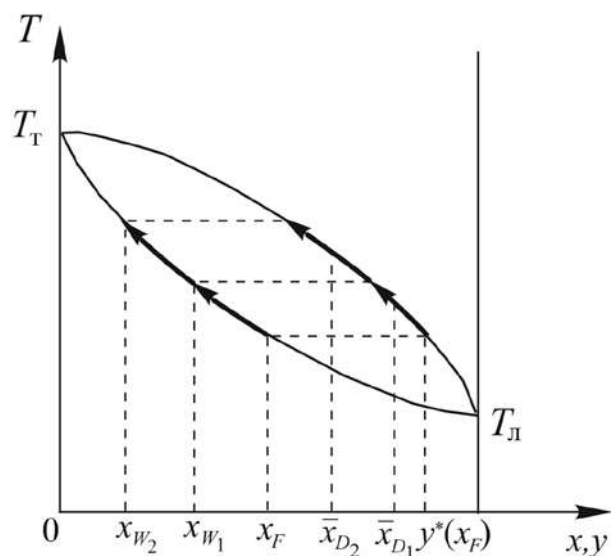


Рис. 14.15. Фракционная постепенная перегонка исходной смеси

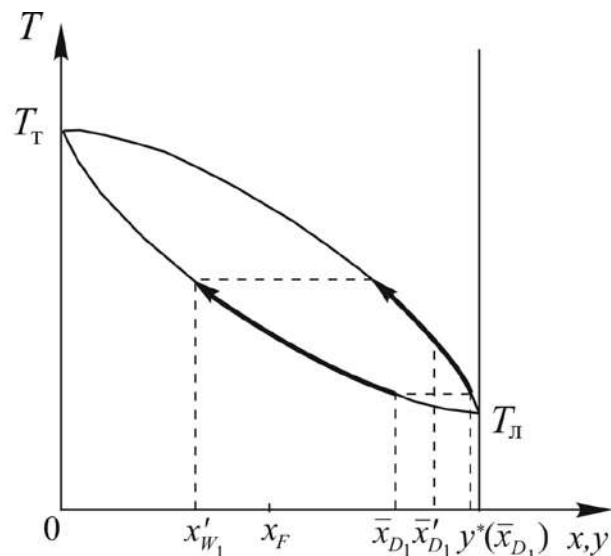


Рис. 14.16. Постепенная перегонка первой фракции дистиллята

#### 14.1.2.5. Дистилляция с дефлегмацией

Дефлегмация – частичная конденсация паров с возвратом конденсата в куб, проводится с целью обогащения оставшегося пара легколетучим компонентом, так как в конденсат в большей степени переходит труднолетучий. Схема установки постепенной дистилляции с дефлегмацией изображена на рисунке 14.17. Пары из куба-испарителя 1 составом  $y^*(x(t))$  и с расходом  $G$  попадают в дефлегматор 4, где частично конденсируются. Образовавшийся конденсат (*флегма*) состава  $x(t) < x_\phi(t) < y^*(x(t))$  и с расходом  $\dot{F}$  возвращается в куб, а оставшиеся пары состава  $y_D(t) = y^*(x_\phi(t)) > y^*(x(t))$  и с расходом  $\dot{D}$  направляются в конденсатор 2, где полностью конденсируются и накапливаются в сборнике дистиллята 3.

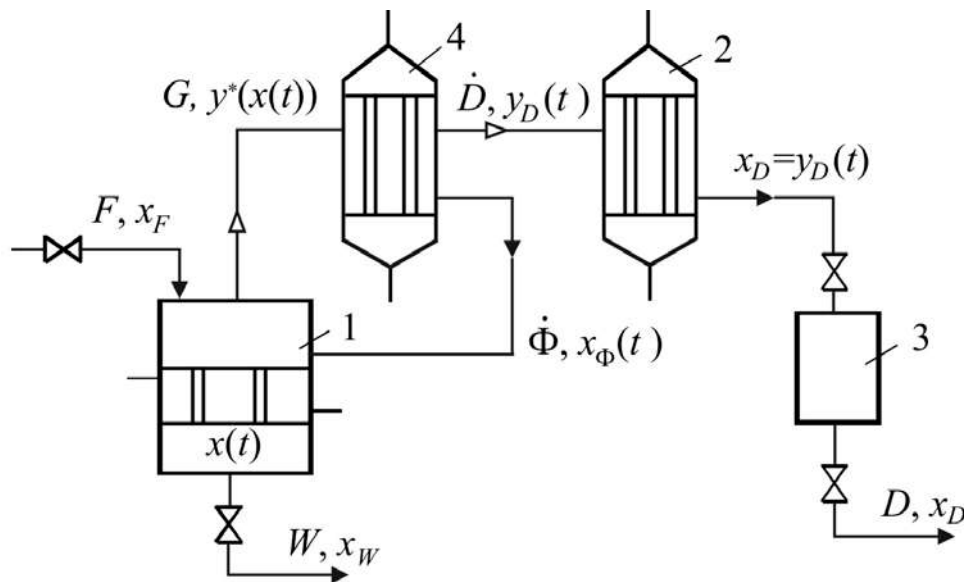


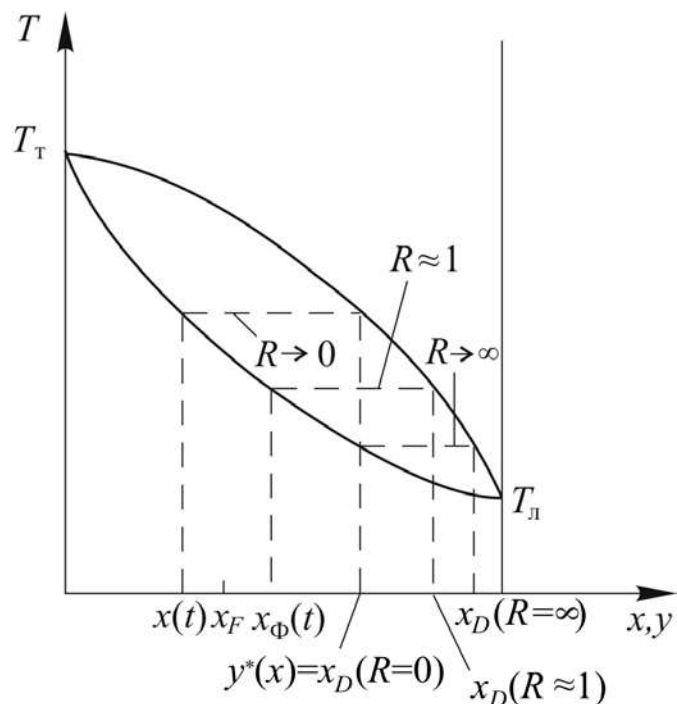
Рис. 14.17. Схема установки постепенной дистилляции с дефлегмацией: 1 – куб-испаритель; 2 – конденсатор; 3 – сборник дистиллята; 4 – дефлегматор

Отношение расхода флегмы к расходу дистиллята носит название *флегмового числа*  $R$

$$R = \dot{\Phi} / \dot{D}. \quad (14.32)$$

Процесс дефлегмации (частичной конденсации паров) можно изобразить на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме (рис. 14.18).

Рис. 14.18. Изображение процесса дефлегмации при постепенной дистилляции на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме



В зависимости от величины флегмового числа степень обогащения дистиллята легколетучим компонентом будет различна. Максимальна она будет при  $R \rightarrow \infty$ , выход дистиллята при этом будет равен нулю ( $\dot{D} \rightarrow 0$ ). При  $R \rightarrow 0$  эффект от дефлегмации будет равен нулю, так как  $\dot{\Phi} \rightarrow 0$  (дефлегмации не происходит).

### 14.1.3. Непрерывная ректификация

Как уже отмечалось в разделе 14.1.2.2 добиться высокой степени разделения исходной смеси можно с помощью непрерывной многократной дистилляции, однако для этого потребуется большое количество как дистилляторов, так и затрат тепла на испарение смеси. С меньшими затратами достичь того же результата можно с помощью непрерывной ректификации, в ходе которой многократное частичное испарение жидкости и конденсация паров осуществляются в одном аппарате (ректификационной колонне) при контакте неравновесных паровой и жидкой фаз, движущихся противотоком. Конструкции ректификационных колонн аналогичны абсорбционным. Обычно в процессе ректификации применяются тарельчатые и насадочные аппараты. Основной особенностью ректификационных колонн состоит в том, что в целях сокращения потерь тепла они покрываются тепловой изоляцией.

#### 14.1.3.1. Схема установки и ее функционирование

Схема установки непрерывной ректификации изображена на рисунке 14.19. Рассмотрим работу ректификационной установки на примере тарельчатой колонны (принципиальных отличий в работе колонн других конструкций нет). Исходная смесь состава  $x_F$  с расходом  $\dot{F}$  поступает в подогреватель 6, где нагревается до температуры, как правило, близкой к температуре кипения и подается в колонну 1. Обычно исходная смесь подается в колонну в жидком состоянии, но иногда может подаваться в виде пара или смеси пара и жидкости. Тарелка, на которую поступает исходная смесь, называется *питательной* или *тарелкой питания*. Она делит колонну на две части: верхнюю, называемую *укрепляющей* или *концентрационной*, и нижнюю – *исчерпывающую* или *отгонную*. Жидкость стекает с каждой тарелки на более нижнюю, контактируя с восходящим неравновесным потоком пара. При этом из пара в жидкость переходит труднолетучий компонент, а из жидкости в пар – легколетучий. Таким образом, жидкость, стекая вниз, обогащается труднолетучим компонентом и из нижней части колонны отводится кубовый остаток, в котором преобладает труднолетучий компонент по сравнению с

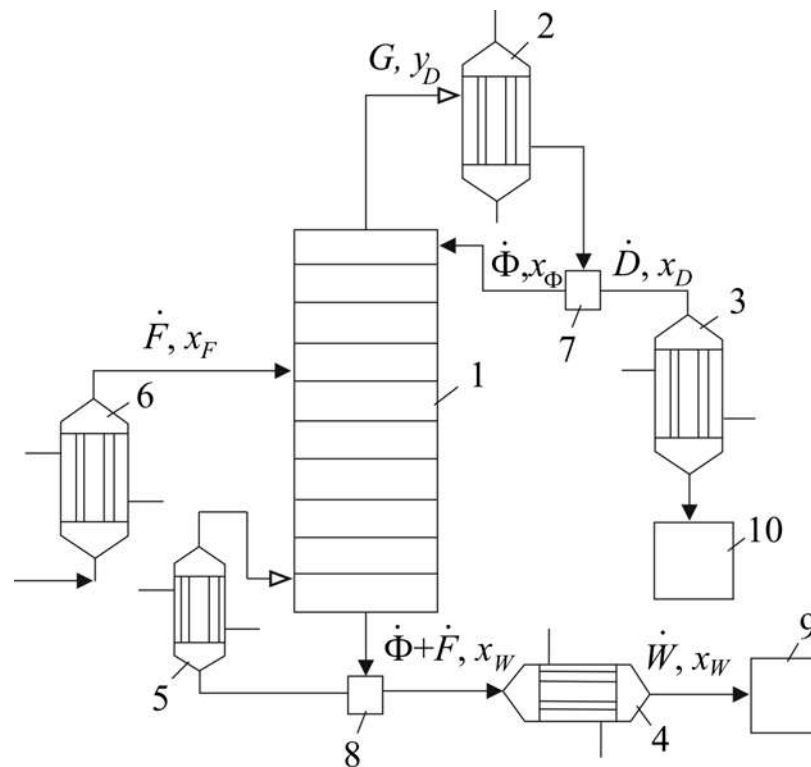


Рис. 14.19. Схема установки непрерывной ректификации:  
 1 – ректификационная колонна; 2 – дефлегматор; 3 – холодильник дистиллята; 4 – холодильник кубового остатка; 5 – кипятильник кубового остатка; 6 – подогреватель исходной смеси; 7 – делитель флегмы; 8 – делитель кубового остатка; 9 – сборник кубового остатка; 10 – сборник дистиллята

исходной смесью ( $x_F > x_W$ ). Часть кубового остатка, разделяясь в делителе 8, отводится в виде конечного продукта в сборник 9, а другая – поступает в кипятильник 5, испаряется и подается в виде пара в колонну под нижнюю тарелку.

Пар проходит через тарелки, контактируя с жидкостью, обогащается легколетучим компонентом и отводится из верхней части колонны в дефлегматор 2, где, как правило, полностью конденсируется. Конденсат разделяется в делителе 7 на две части, одна из которых отводится в виде дистиллята в сборник готового продукта 10. Содержание легколетучего компонента в нем выше, чем в исходной смеси ( $x_D > x_F$ ). Другая часть конденсата, называемая флегмой, подается на верхнюю тарелку и стекает вниз для обеспечения контакта с паром в верхней части колонны. Если в дефлегматоре весь пар конденсируется то составы пара  $y_D$ , дистиллята



$x_D$  и флегмы  $x_F$  одинаковы ( $y_D = x_D = x_F$ ) и в делителе 7 происходит лишь разделение жидкого потока на части без изменения его состава. Если же в дефлегматоре происходит лишь частичная конденсация паров и в качестве флегмы отводится конденсат, а оставшиеся пары конденсируются и охлаждаются в конденсаторе-холодильнике 3 с образованием дистиллята, то  $x_F < y_D < x_D$ .

Если вся жидкость, поступающая в кипятильник 5, испаряется, то состав пара, поступающего в колонну  $y_W$  равен составу кубового остатка  $x_W$  ( $y_W = x_W$ ). Если же в кипятильнике происходит лишь частичное испарение жидкости (для этого используют не выносной кипятильник, как изображено на рис. 14.19, а встроенный – расположенный в нижней части колонны под тарелками (рис. 14.27.), то состав пара отличается от состава кубового остатка и их, обычно, можно считать равновесными ( $y_W = y^*(x_W)$ ).

Процесс ректификации при допущении, что каждая тарелка работает как теоретическая, то есть на ней достигается равновесие между уходящими фазами, можно изобразить на  $T$ – $x$ – $y$  диаграмме (рис. 14.20). Рассмотрим три тарелки  $\ell - 1$ ,  $\ell$ ,  $\ell + 1$  (рис. 12.9).

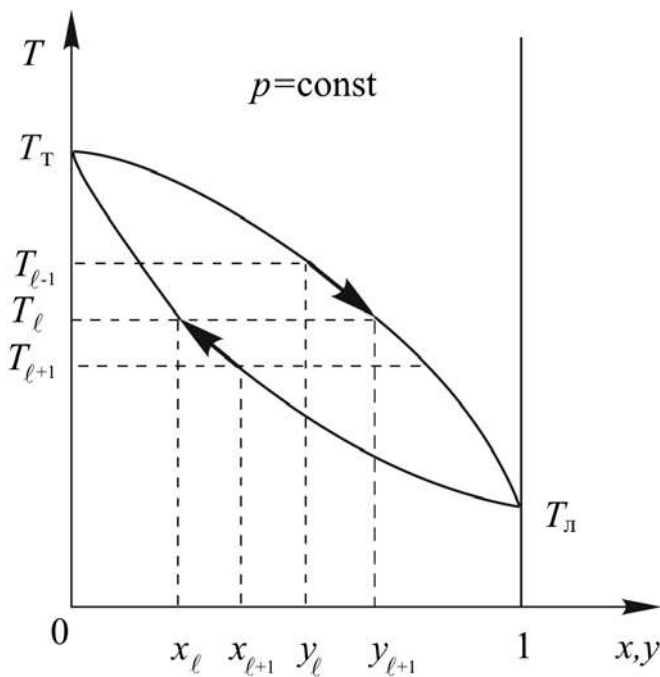


Рис. 14.20. Изображение процесса ректификации на теоретической тарелке  $\ell$  с помощью  $T$ – $x$ – $y$  диаграммы

Пар состава  $y_\ell$  с температурой  $T_{\ell-1}$  поднимается на тарелку  $\ell$ . Жидкость состава  $x_{\ell+1}$  с температурой  $T_{\ell+1}$  стекает на тарелку  $\ell$ . Температура пара, поднимающегося снизу колонны выше температуры жидкости, стекающей сверху. На нижней тарелке колонны температура самая высокая, так как там кипит кубовый остаток, обогащенный труднолетучим (высококипящим) компонентом. На самой верхней тарелке температура самая низкая, ибо здесь происходит кипение дистиллята, обогащенного легколетучим (низкокипящим) компонентом. Если допустить, что

тарелка  $\ell$  работает как теоретическая, то в результате уходящие с нее пар состава  $y_{\ell+1}$  и жидкость состава  $x_\ell$  должны подчиняться условию равновесия ( $y_{\ell+1} = y^*(x_\ell)$ ). Как видно из рис. 14.20 это приведет к тому, что на тарелке  $\ell$  доля легколетучего компонента в паре увеличится ( $y_{\ell+1} > y_\ell$ ), а в жидкости – уменьшится ( $x_\ell < x_{\ell+1}$ ), то есть происходит обогащение пара легколетучим компонентом, а жидкости – труднолетучим. На реальных тарелках равновесие между уходящими потоками пара и жидкости, как правило, не достигается однако направление и суть процесса ректификации сохраняются.

### 14.1.3.2. Материальный баланс, рабочие линии

Уравнения материального баланса непрерывной ректификации полностью идентичны соответствующим уравнениям для непрерывной однократной дистилляции (14.15), (14.16). Однако в отличие от дистилляции процесс ректификации является неравновесным, жидкая и паровая фаза ни в одном из сечений колонны не находятся в равновесии, соответственно для ректификации неприменимо уравнение (14.17). Поскольку ректификация может обеспечить сколь угодно высокую степень разделения исходной смеси (при отсутствии азеотропа), то изменяется и постановка задачи по сравнению с дистилляцией.

При проектном расчете ректификации, обычно, задаются расход  $\dot{F}$  и состав  $x_F$  исходной смеси, а также требуемые составы дистиллята  $x_D$  и кубового остатка  $x_W$ . Это позволяет решать систему уравнений (14.15), (14.16) и определить неизвестные расходы дистиллята  $\dot{D}$  и кубового остатка  $\dot{W}$

$$\dot{D} = \dot{F} \frac{x_F - x_W}{x_D - x_W}, \quad \dot{W} = \dot{F} \frac{x_D - x_F}{x_D - x_W}. \quad (14.33)$$

При получении рабочих линий процесса ректификации обычно принимают ряд допущений:

1. Мольные теплоты испарения компонентов при одинаковой температуре равны и тепловыми эффектами смешения можно пренебречь, то есть при конденсации одного моля труднолетучего компонента испаряется один моль легколетучего, что обеспечит

постоянство мольных расходов пара и жидкости по высоте колонны при отсутствии их подвода извне.

2. Дефлегматор работает как полный конденсатор, то есть  $y_D = x_\Phi = x_D$ .

3. Кипятильник работает как полный испаритель ( $y_W = x_W$ ).

4. Исходная смесь подается в колонну в жидком состоянии при температуре кипения на тарелку с аналогичным составом жидкости.

Вследствие ввода жидкости на тарелку питания в верхней и в нижней частях ректификационной колонны будут различными расходы жидкости – в нижней больше чем в верхней на величину  $\dot{F}$ . Следствием этого будет наличие двух рабочих линий в процессе непрерывной ректификации (своя для каждой из частей колонны).

Рассмотрим верхнюю (укрепляющую) часть колонны. По аналогии с уравнением рабочей линии противоточного массообменного процесса (12.71), полученного из уравнения материального баланса для участка аппарата от нижнего сечения до некоторого текущего, можно записать соответствующие уравнения для верхней части аппарата от верхнего сечения до некоторого текущего

$$y = \frac{L}{G}x + y_B - \frac{L}{G}x_B, \quad L, G = \text{const}, \quad (14.34)$$

где  $L, G$  – мольные расходы жидкой и паровой фаз, постоянные по высоте колонны, как это следует из первого допущения;  $x_B, y_B$  – концентрации легколетучего компонента в жидкой и паровой фазах в верхнем сечении колонны (на верхней тарелке), выраженные в мольных долях.

В соответствии со вторым допущением  $y_B = x_B = y_D = x_\Phi = x_D$ , в качестве характерной будем использовать последнюю из этих величин. С учетом флегмового числа  $R$  (14.32) выразим расходы фаз в верхней части колонны (см. рис. 14.19) через расход дистиллята  $\dot{D}$  и подставим в (14.34)

$$L = \dot{\Phi} = R\dot{D}, \quad (14.35)$$

$$G = \dot{D} + \dot{\Phi} = (R+1)\dot{D}, \quad (14.36)$$

$$y = \frac{R}{R+1}x + x_D - \frac{R}{R+1}x_D = \frac{R}{R+1}x + \frac{x_D}{R+1}. \quad (14.37)$$

Мы получили уравнение рабочей линии верхней части ректификационной колонны.

Общий вид уравнения рабочей линии противоточного массообменного процесса для нижней части аппарата записывается по аналогии с (14.34)

$$y = \frac{L}{G}x + y_n - \frac{L}{G}x_n, \quad L, G = \text{const}, \quad (14.38)$$

где  $x_n$ ,  $y_n$  – концентрации легколетучего компонента в жидкой и паровой фазах в нижнем сечении колонны (под самой нижней тарелкой), выраженные в мольных долях. В соответствии с третьим допущением  $y_n = x_n = y_w = x_w$ . С использованием флегмового числа  $R$ , а также *относительного мольного расхода питания*  $f$  выразим расход жидкой фазы в нижней части колонны через расход дистиллята  $\dot{D}$  и подставим в (14.38), расход паровой фазы останется таким же как и в верхней части (14.36)

$$f = \dot{F} / \dot{D}, \quad (14.39)$$

$$L = \dot{\Phi} + \dot{F} = (R + f)\dot{D}, \quad (14.40)$$

$$y = \frac{R+f}{R+1}x + x_w - \frac{R+f}{R+1}x_w = \frac{R+f}{R+1}x - \frac{f-1}{R+1}x_w. \quad (14.41)$$

Мы получили уравнение рабочей линии нижней части ректификационной колонны непрерывного действия. Оба уравнения (14.37) и (14.41) являются уравнениями прямых линий. Найдём абсциссу точки их пересечения, для чего приравняем правые части уравнений

$$\frac{R}{R+1}x + \frac{x_D}{R+1} = \frac{R+f}{R+1}x - \frac{f-1}{R+1}x_w. \quad (14.42)$$

Умножив каждый из членов уравнения (14.42) на  $(R+1)$  и решив его относительно  $x$  с использованием (14.39), получим

$$x = \frac{\dot{D}x_D + \dot{F}x_w - \dot{D}x_w}{\dot{F}}. \quad (14.43)$$

Распишем  $\dot{F}$  в числителе, воспользовавшись уравнением материального баланса (14.15) и сопоставив с (14.16) убедимся, что

$$x = \frac{\dot{D}x_D + \dot{W}x_W}{\dot{F}} = x_F. \quad (14.44)$$

Мы получили предсказуемый результат – абсцисса точки пересечения рабочих линий верхней и нижней частей колонны соответствует  $x_F$ , то есть составу исходной жидкой смеси подаваемой на тарелку питания, которая и отделяет верхнюю часть колонны от нижней, что следует из четвертого допущения.

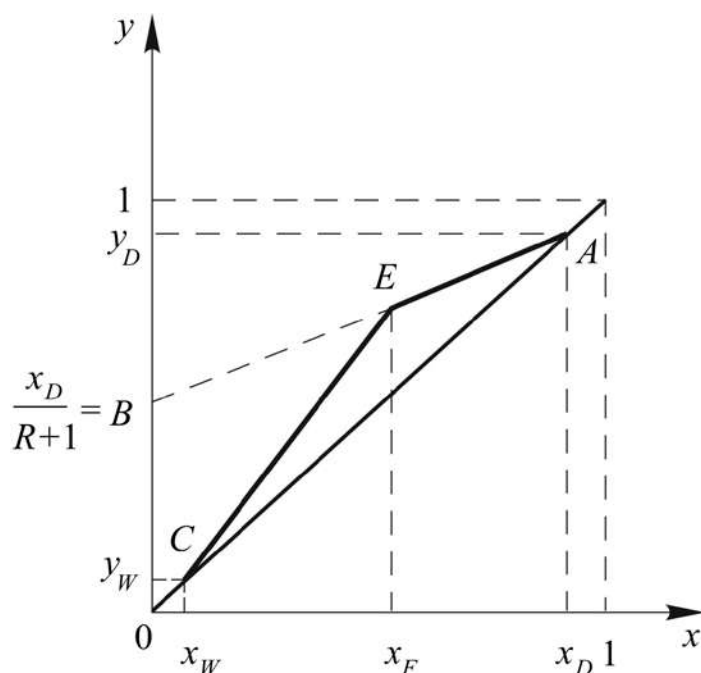


Рис. 14.21. Построение рабочих линий процесса непрерывной ректификации:  $A-E$  и  $C-E$  – рабочие линии верхней и нижней частей колонны, соответственно

Построение рабочих линий на  $x$ – $y$  диаграмме может быть выполнено наиболее просто следующим образом:

- 1) проводится вспомогательная диагональ, описываемая уравнением  $y = x$  (рис. 14.21);
- 2) на ней наносятся точки  $A$  ( $y_D = x_D$ ) и  $C$  ( $y_W = x_W$ ), ограничивающие верхний и нижний пределы рабочих линий;
- 3) полагая в уравнении (14.37)  $x = 0$ , на оси ординат откладывается точка  $B$  с ординатой равной  $x_D/(R+1)$ ;
- 4) соединив точки  $B$  и  $A$  из последней проводится прямая до пересечения с перпендикуляром, восстановленным из точки с координатами  $(x_F, 0)$ , получается точка  $E$ , отрезок  $A-E$  – рабочая линия верхней части колонны;
- 5) соединяют точки  $C$  и  $E$ , отрезок  $C-E$  – рабочая линия нижней части колонны.

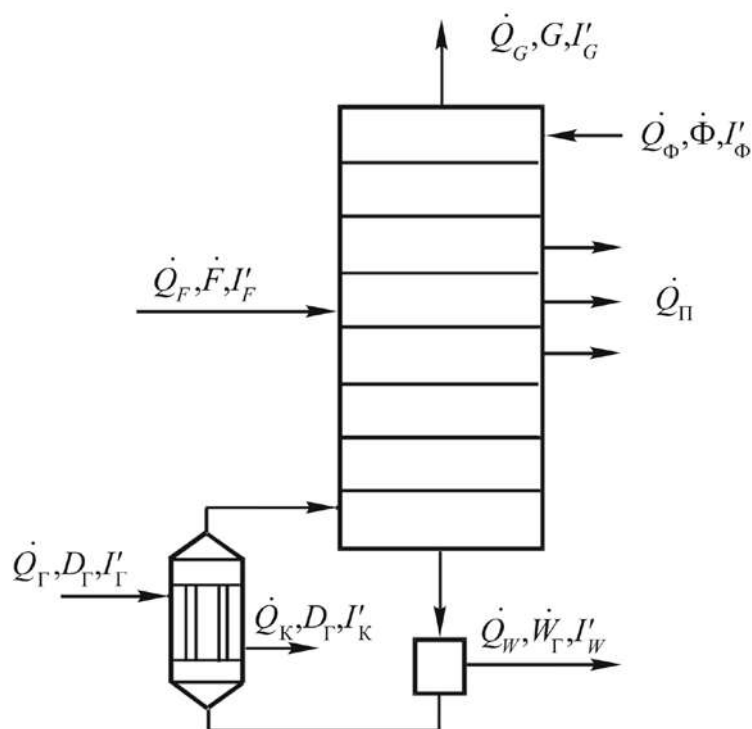
### 14.1.3.3. Тепловой баланс

Составим тепловой баланс для части установки непрерывной ректификации, изображенной на рисунке 14.22, состоящей из ректификационной колонны и кипяtilьника кубового остатка. Поскольку процесс непрерывной ректификации является стационарным, то в соответствии с уравнением (2.42) суммарные приход и расход теплоты за единицу времени в выделенной части установки должны быть равны:

$$\dot{Q}_\Gamma + \dot{Q}_F + \dot{Q}_\Phi = \dot{Q}_G + \dot{Q}_W + \dot{Q}_K + \dot{Q}_\Pi, \quad (14.45)$$

где  $\dot{Q}_\Gamma$  – приход теплоты в кипяtilьник с греющим паром;  $\dot{Q}_F$  – приход теплоты с исходной смесью;  $\dot{Q}_\Phi$  – приход теплоты с флегмой;  $\dot{Q}_G$  – расход теплоты с удаляющимся из колонны паром;  $\dot{Q}_W$  – расход теплоты с выводимым из колонны кубовым остатком;  $\dot{Q}_K$  – расход теплоты с образовавшимся в кипяtilьнике конденсатом;  $\dot{Q}_\Pi$  – расход теплоты на потери в окружающую среду.

Рис. 14.22. Материальные и тепловые потоки для выделенной части установки непрерывной ректификации



Величины тепловых расходов можно выразить с использованием материальных расходов и соответствующих удельных энтальпий. Причем предпочтительнее использовать мольные расходы (моль/с) и относительные мольные энтальпии, обозначенные с верхним значком « $\cup$ » (Дж/моль), либо массовые расходы (кг/с) и относительные массовые энтальпии (Дж/кг).

$$\dot{D}_\Gamma \check{I}_\Gamma + \dot{F} \check{I}_F + \dot{\Phi} \check{I}_\Phi = G \check{I}_G + \dot{W} \check{I}_W + \dot{D}_\Gamma \check{I}_K + \dot{Q}_\Pi. \quad (14.46)$$

Выразим расходы флегмы  $\Phi$  и пара  $G$  через расход дистиллята  $\dot{D}$  и флегмовое число  $R$  (14.35), (14.36), сгруппируем слагаемые, относящиеся к кипятильнику в левой части уравнения, а остальные в правой, отнимем и прибавим слагаемое  $\dot{D}\tilde{I}_\Phi$ , обозначим тепловую нагрузку кипятильника (количество теплоты, передаваемого от греющего пара к кипящей жидкости за единицу времени)  $\dot{Q}_{\text{кип}}$ , тогда из (14.46) получим

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{кип}} = \dot{D}_\Gamma(\tilde{I}_\Gamma - \tilde{I}_K) = \dot{D}(R+1)\tilde{I}_G - \dot{D}R\tilde{I}_\Phi - \dot{D}\tilde{I}_\Phi + \dot{D}\tilde{I}_\Phi + \dot{W}\tilde{I}_W - \\ - \dot{F}\tilde{I}_F + \dot{Q}_\Pi = \dot{D}(R+1)(\tilde{I}_G - \tilde{I}_\Phi) + \dot{D}\tilde{I}_\Phi + \dot{W}\tilde{I}_W - \dot{F}\tilde{I}_F + \dot{Q}_\Pi. \end{aligned} \quad (14.47)$$

Поскольку разница удельных энтальпий уходящего из колонны пара  $\tilde{I}_G$  и возвращающейся в нее флегмы  $\tilde{I}_\Phi$  равна удельной теплоте испарения флегмы  $r_\Phi$ , то уравнение (14.47) можно переписать

$$\dot{Q}_{\text{кип}} = \dot{D}(R+1)r_\Phi + \dot{D}\tilde{I}_\Phi + \dot{W}\tilde{I}_W - \dot{F}\tilde{I}_F + \dot{Q}_\Pi. \quad (14.48)$$

Алгебраическая сумма второго, третьего и четвертого слагаемых невелика. Нетрудно показать с использованием (14.33), что она равна нулю при допущении о возможности записи удельной мольной энтальпии жидкой смеси, находящейся в равновесии с паром, через энтальпии чистых легколетучего  $\tilde{I}_\text{л}$  и труднолетучего  $\tilde{I}_\text{т}$  компонентов на линии насыщения при фиксированном давлении в виде

$$\tilde{I} = \tilde{I}_\text{л}x + \tilde{I}_\text{т}(1-x). \quad (14.49)$$

Потери теплоты в окружающую среду при наличии тепловой изоляции, обычно, невелики и составляют 3–5% от полезной нагрузки кипятильника

$$\dot{Q}_\Pi = k_\Pi \dot{Q}_{\text{кип}}^{\text{пол}}, \quad k_\Pi = 0,03 \div 0,05. \quad (14.50)$$

С учетом выше сказанного тепловая нагрузка кипятильника может быть приближенно найдена

$$\dot{Q}_{\text{кип}} \approx (1+k_\Pi)\dot{D}(R+1)r_\Phi. \quad (14.51)$$

Таким образом затраты теплоты на испарение в кипятильнике пропорциональны расходу пара  $G$ , а при фиксированном расходе дистиллята ( $\dot{D}=\text{const}$ ) – флегмовому числу  $R$ . Суммарный расход теплоты для проведения процесса ректификации включает еще теплоту, необходимую для подогрева исходной смеси в подогревателе

6 (рис. 14.19), однако последняя величина не зависит от флегмового числа и может быть найдена из теплового баланса, составленного для подогревателя. Кроме того, необходим определенный расход охлаждающего агента, обычно воды, используемого в дефлегматоре и холодильниках дистиллята и кубового остатка, который находится из тепловых балансов, составленных для соответствующих аппаратов. Экономия тепловых затрат может быть достигнута путем предварительного нагрева исходной смеси за счет теплоты, отводимой от кипятильника, дефлегматора, холодильников дистиллята и кубового остатка. Кроме того эта теплота может использоваться для других производственных нужд.

#### 14.1.3.4. Выбор флегмового числа

Для проведения процесса ректификации, в отличие от абсорбции, рабочие линии должны располагаться ниже линии равновесия, так как легколетучий компонент переходит из жидкой фазы в паровую. Это условие накладывает ограничение на флегмовое число, от величины которого зависит расположение рабочих линий. При уменьшении флегмового числа рабочие линии перемещаются вверх, что приводит к уменьшению движущейся силы процесса. В предельном случае при  $R=0$  уравнение рабочей линии верхней части колонны, как это следует из (14.37), принимает вид  $y = x_D$ , что соответствует горизонтали  $AE$  (рис. 14.23а). Это и понятно, так как при  $R=0$  расход флегмы равен нулю ( $\dot{F}=0$ ), следовательно, отсутствует орошение верхней части колонны и пары проходят по ней без взаимодействия с жидкостью, не меняя своей концентрации ( $y_F = y_D = x_D$ ). Разумеется, такой режим работы колонны не рационален, так как верхняя часть колонны при этом не участвует в массообмене.

На практике с такой ситуацией сталкиваться не приходится ибо ректификацию применяют для высокой степени разделения исходной смеси, а это значит, что по условию  $x_D$  существенно выше  $x_F$  и соотношение между ними, а также  $y^*(x)$  таково, что требует для достижения необходимой степени разделения нескольких теоретических тарелок в верхней части колонны. Это приводит к ограничению на флегмовое число, которое должно быть больше некоторого минимального значения ( $R > R_{\min}$ ). Минимальное



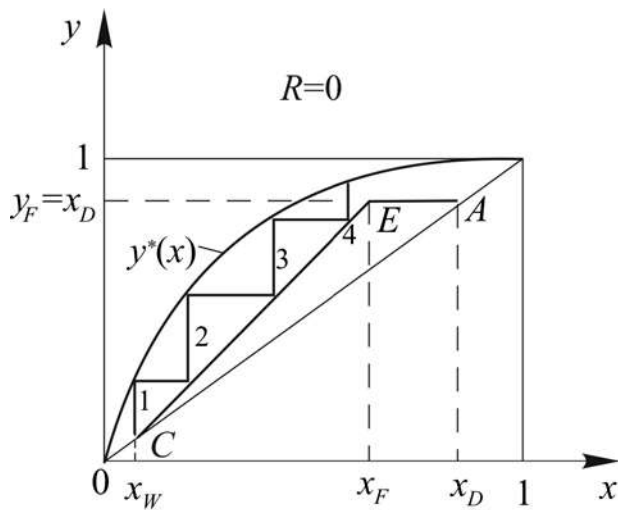
флегмовое число (как и минимальный расход абсорбента в процессе абсорбции) находится из условия соприкосновения линии равновесия с одной из рабочих линий, в этом случае становится равной нулю движущая сила массопередачи и процесс ректификации оказывается невозможным. Для смесей не сильно отличающихся от идеальных эта точка соприкосновения имеет координату  $x_F$  (рис. 14.23б). Значение минимального флегмового числа в этом случае можно найти из условия равенства рабочей и равновесной концентраций  $y(x_F) = y^*(x_F) = y_F^*$ , подставив последнюю величину в уравнение рабочей линии (14.37) и решив его относительно  $R_{\min}$ , получим

$$y_F^* = \frac{R_{\min}}{R_{\min} + 1} x_F + \frac{x_D}{R_{\min} + 1}, \quad (14.52)$$

$$R_{\min} = \frac{x_D - y_F^*}{y_F^* - x_F}. \quad (14.53)$$

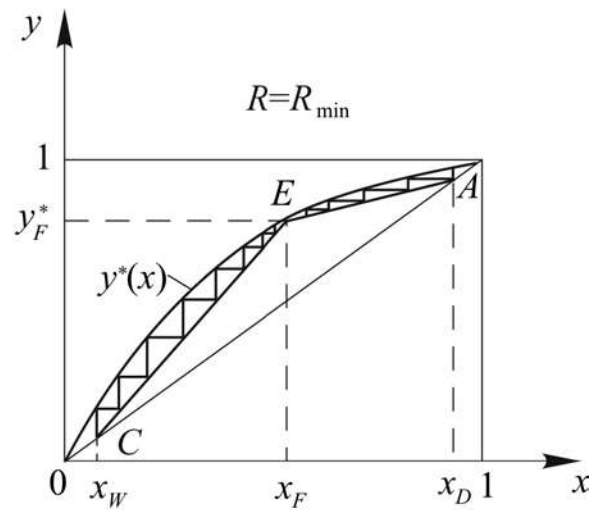
Рабочее флегмовое число должно быть больше минимального. При его увеличении рабочие линии приближаются к диагонали и совпадают с ней при  $R = \infty$ , как это следует из уравнений (14.37), (14.41) (рис. 14.23в).

Проанализируем влияние флегмового числа на число теоретических тарелок  $N_T$ , необходимых для требуемой степени разделения исходной смеси. Воспользуемся для определения  $N_T$  графическим способом (см. раздел 12.7.3), заключающимся во вписывании прямоугольных ступеней между рабочими и равновесной линиями. Вписывание ступеней можно начинать как из точки  $C$  (нижнее сечение колонны), так и из точки  $A$  (верхнее сечение). Количество ступеней, расположенных между точками  $A$  и  $E$  соответствует числу теоретических тарелок в верхней части колонны  $N_{T,B}$ , а между точками  $C$  и  $E$  – в нижней части  $N_{T,H}$ . Число теоретических тарелок обычно округляют до целого значения в большую сторону. Общее число теоретических тарелок в колонне  $N_T = N_{T,B} + N_{T,H}$ . Как видно из рисунка 14.23  $N_T \rightarrow \infty$ ,  $R \rightarrow R_{\min}$  и  $N_T \rightarrow N_{T,\min}$ ,  $R \rightarrow \infty$ . Итак, число теоретических тарелок, а пропорционально им и число действительных тарелок  $N$  из (12.222), стремится к бесконечности при стремлении флегмового числа к минимальному значению, а это значит, что к бесконечности будет стремиться и высота колонны по (12.213). С другой стороны,



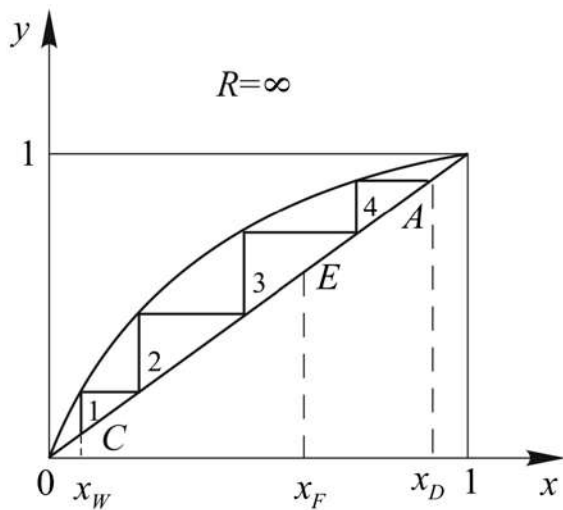
$$N_{TH}=3,5; N_{TB}=0$$

а)



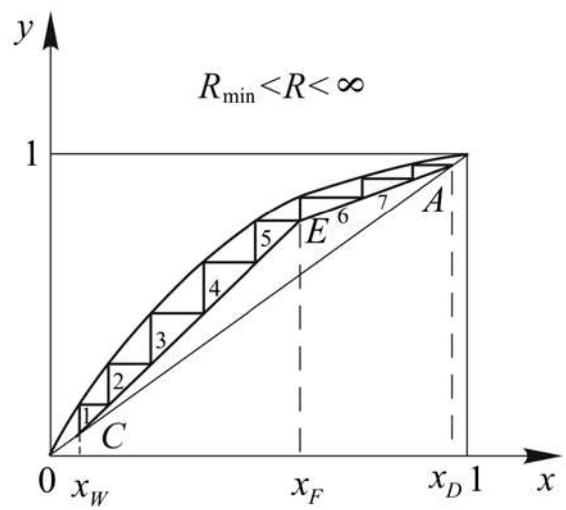
$$N_{TH}=\infty; N_{TB}=\infty$$

б)



$$N_{TH}=2,5; N_{TB}=1,5$$

в)



$$N_{TH}=5; N_{TB}=3$$

г)

Рис. 14.23. Расположение рабочих линий при различных значениях флегмового числа и определение числа теоретических тарелок в нижней  $N_{ТН}$  и верхней  $N_{ТВ}$  частях колонны (на рис.14.23 а) для наглядности линия равновесия более выпуклая, а величина  $x_D$  несколько меньшая по сравнению с остальными)

при стремлении флегмового числа к бесконечности число теоретических тарелок и высота колонны будут минимальными, но зато к бесконечности будет стремиться расход пара в колонне по (14.36), а это приведет к бесконечно большому диаметру колонны и

затратам на испарение жидкости в кипятильнике. Таким образом, предельные случаи явно не реализуемы и при проектном расчете должна решаться задача выбора оптимального значения флегмового числа.

В качестве критерия оптимальности обычно используют суммарные затраты на изготовление и функционирование ректификационной установки, которые в первом приближении можно разделить на два слагаемых. Одно из них пропорционально объему колонны ( $Z_1$ ), а другое – расходу испаряемой жидкости в кипятильнике ( $Z_2$ ).

$$Z = Z_1 + Z_2 = aV + bG, \quad (14.54)$$

где коэффициент  $a$  зависит от стоимости материала колонны, ее монтажа и обслуживания, срока эксплуатации;  $b$  – от стоимости энергии (обычно греющего пара), используемой для испарения жидкости, удельной теплоты испарения, а также стоимости кипятильника и дефлегматора. Объем колонны  $V$  равен произведению высоты колонны  $H$  на площадь поперечного сечения  $S$ . Первый из этих сомножителей пропорционален количеству тарелок  $N$ , а второй расходу пара и, следовательно,  $(R+1)$  из (14.36) при фиксированном расходе дистиллята  $\dot{D}$

$$Z_1 \sim aN(R+1), \quad (14.55)$$

$$Z_2 \sim b(R+1). \quad (14.56)$$

Вид зависимостей затрат  $Z$ ,  $Z_1$  и  $Z_2$  от флегмового числа представлен на рисунке 14.24.

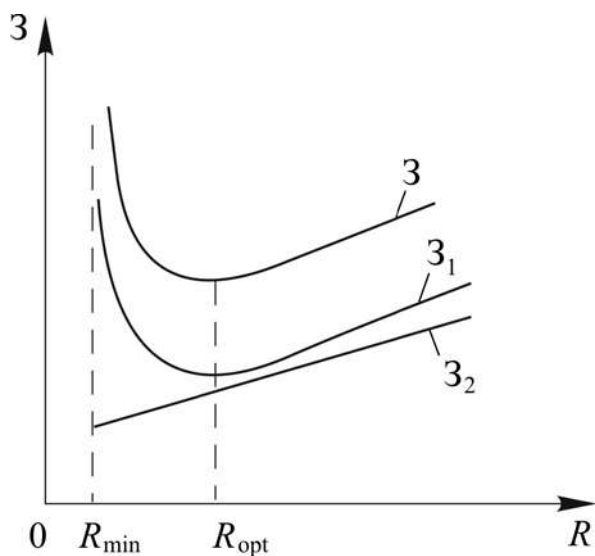


Рис. 14.24. Зависимость затрат от величины флегмового числа:  $Z$  – суммарные затраты;  $Z_1$  – затраты, пропорциональные объему колонны;  $Z_2$  – затраты, пропорциональные расходу испаряемой в кипятильнике жидкости

Оптимальному флегмовому числу  $R_{opt}$  соответствует минимум

затрат  $3(R)$ . Обычно для предварительных расчетов находят рабочее флегмовое число из эмпирических соотношений или задаются коэффициентом избытка флегмы  $\beta_R$  в диапазоне 1,1 – 1,5, либо определяют  $R$ , обеспечивающее минимум функции  $N_T(R+1)$ , пропорциональной объему колонны.

$$\beta_R = R/R_{\min} . \quad (14.57)$$

#### 14.1.3.5. Особенности расчета

Основными особенностями расчета колонн для проведения процесса непрерывной бинарной ректификации в отличие от абсорбции, являются существенные кривизна линии равновесия и изменение теплофизических свойств фаз по высоте колонны, а также наличие двух рабочих линий, обусловленное вводом исходной смеси на тарелку питания (рис. 14.23). Это не позволяет даже для аппаратов с непрерывным контактом фаз, например, насадочных использовать основное уравнение массопередачи (12.207) так как коэффициент массопередачи может значительно изменяться по высоте колонны, а также находить среднюю движущую силу, как среднелогарифмическую по (12.105). Для определения высоты колонн с непрерывным контактом фаз удобнее всего использовать соотношение (12.212), применяя его отдельно для нахождения высоты нижней и верхней частей колонны либо интегрировать систему дифференциальных уравнений на основе определенной модели структуры потоков, например, (16.14) – (16.19).

Для аппаратов со ступенчатым контактом фаз, например, тарельчатых можно применить методику расчета их высоты, изложенную в разделе 12.7.3, определяя при этом теплофизические и равновесные характеристики, коэффициент массопередачи и эффективность по Мэрфри на каждой тарелке. Высота нижней и верхней частей ректификационной колонны также находится отдельно. Блок-схема потарелочного расчета приведена на рисунке 14.25.

Необходимо отметить, что не всегда возможно применение первого из принятых в разделе 14.1.3.2 допущений равенства мольных удельных теплот испарения легколетучих компонентов и конденсации

труднолетучих, а также отсутствия тепловых эффектов смешения, приводящих к постоянству мольных расходов пара и жидкости в отдельных частях колонны. Если для разделяемой смеси данные допущения не приемлемы, то на каждом участке насадочной или пленочной колонны, либо на каждой тарелке тарельчатой колонны необходимо решать совместно уравнения как материального, так и теплового балансов для нахождения изменяющихся расходов паровой и жидкой фаз.

Критерием оптимальности при проектировании ректификационной установки обычно служат суммарные затраты на ее изготовление и функционирование, представленные в первом приближении в виде (14.54). Параметрами оптимизации могут являться: флегмовое число, скорость пара или однозначно связанный с ней диаметр колонны, давление в колонне, конструктивные характеристики контактных устройств (размер и тип насадки, конструкция и характеристики тарелки), межтарельчатое расстояние, состояние вводимой в колонну исходной смеси, схема использования теплоты.

Влияние флегмового числа и схемы использования тепла на величину экономических затрат подробно рассмотрены в разделах 14.1.3.4 и 14.1.3.3. Зависимость гидродинамических режимов насадочных и тарельчатых аппаратов и их объема от скорости паровой фазы и конструктивных характеристик контактных устройств анализируется в разделах 13.3.2 и 13.3.3. Повышение рабочего давления в колонне приводит к росту температуры, уменьшению объемного расхода пара и относительной летучести компонентов смеси. Последнее вызывает уменьшение движущей силы массопередачи и, следовательно, к увеличению высоты колонны. Снижение же объемного расхода пара приводит к уменьшению диаметра колонны. Повышение давления требует увеличения толщины стенок аппарата. От температуры в колонне зависит выбор нагревающего и охлаждающего агентов, используемых в ректификационной установке. Вся эта совокупность факторов обуславливает необходимость выбора оптимального давления в колонне.

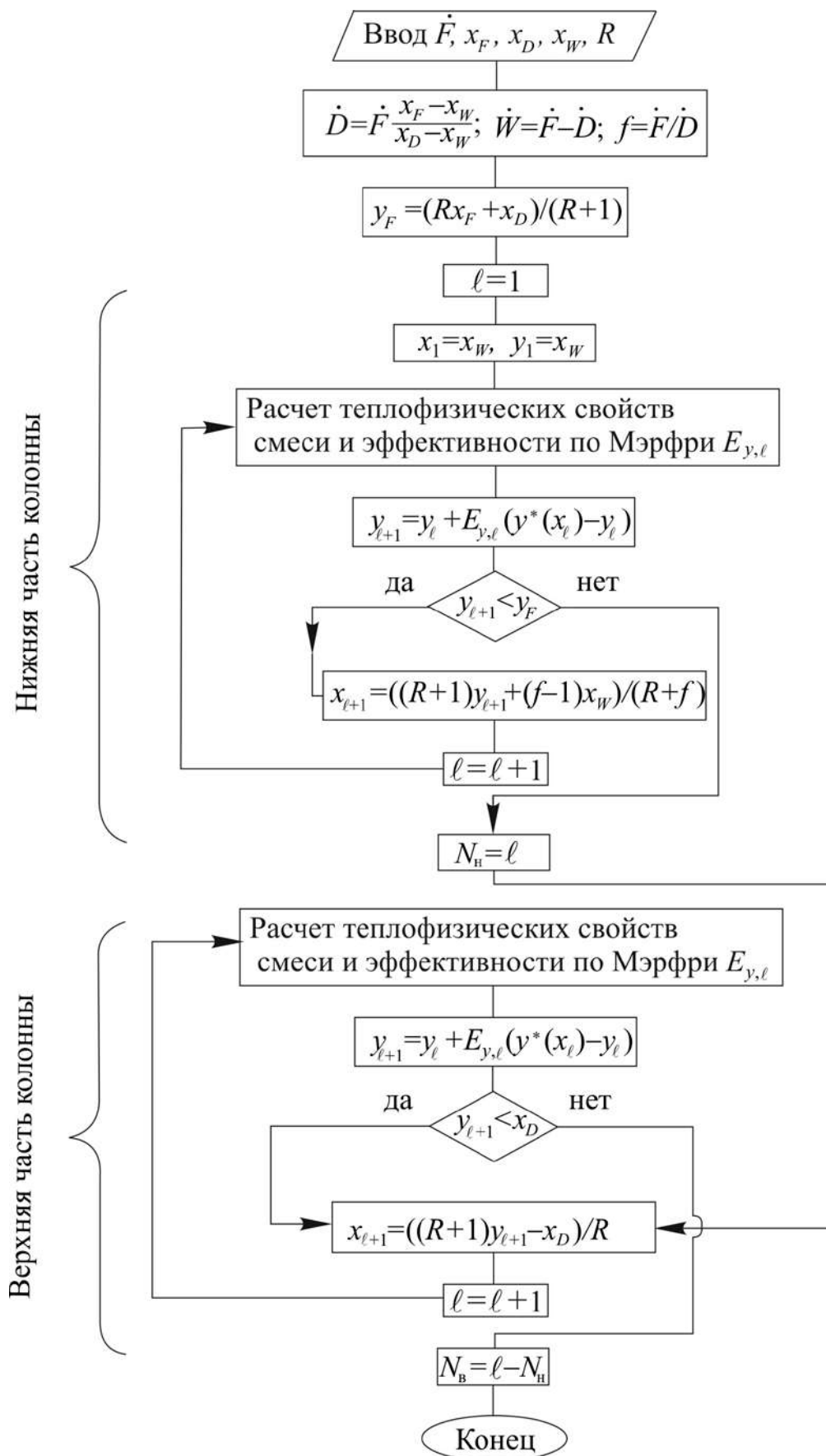


Рис. 14.25. Блок-схема потарелочного расчета ректификационной колонны непрерывного действия

Состояние исходной смеси (температура, соотношение долей жидкой и паровой фаз) также может являться одним из параметров оптимизации. Ранее предполагалось, что исходная смесь, поступающая в колонну в жидком виде, нагрета до температуры кипения. Однако она может подаваться либо недогретой, а также частично либо полностью испаренной.

Рассмотрим вначале ввод недогретой исходной смеси при температуре ниже температуры кипения. При контакте с паром на тарелке питания жидкая исходная смесь будет нагреваться до температуры кипения за счет теплоты, выделившегося при конденсации пара. Это приведет к различным расходам пара в нижней и в верхней частях колонны (в нижней части расход пара будет больше чем в верхней), а также дополнительному увеличению расхода жидкости в нижней части колонны. Если обозначить мольный расход сконденсировавшегося на тарелке питания пара как  $\varepsilon \dot{D}$ , то можно выразить расходы жидкой и паровой фаз в нижней части колонны следующим образом

$$L = (R + f + \varepsilon) \dot{D}; \quad G = (R + 1 + \varepsilon) \dot{D}. \quad (14.58)$$

Уравнение рабочей линии нижней части колонны приобретет вид с учетом (14.38)

$$y = \frac{R + f + \varepsilon}{R + 1 + \varepsilon} x + x_w - \frac{R + f + \varepsilon}{R + 1 + \varepsilon} x_w = \frac{R + f + \varepsilon}{R + 1 + \varepsilon} x - \frac{f - 1}{R + 1 + \varepsilon} x_w. \quad (14.59)$$

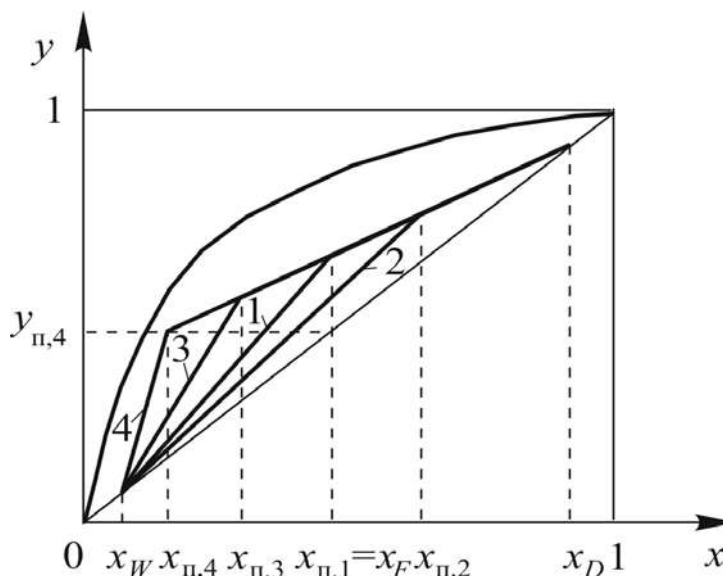
Сравнивая его с (14.41) можно сделать вывод, что в данном случае рабочая линия нижней части колонны будет проходить ниже, чем при вводе смеси, нагретой до температуры кипения. Вид уравнения рабочей линии верхней части колонны (14.37) останется без изменения. Приравняв уравнения рабочих линий верхней и нижней частей колонны можно найти абсциссу точки их пересечения, соответствующую составу жидкой фазы на тарелке питания  $x_{n,2}$

$$\frac{R + f + \varepsilon}{R + 1 + \varepsilon} x_{n,2} - \frac{f - 1}{R + 1 + \varepsilon} x_w = \frac{R}{R + 1} x_{n,2} + \frac{x_D}{R + 1}, \quad (14.60)$$

$$x_{n,2} = \frac{x_F + \varepsilon x_D / f (R + 1)}{1 + \varepsilon / f (R + 1)}. \quad (14.61)$$

Величина  $x_{п,2} > x_F$ , при  $\varepsilon > 0$ , что отражено на рис. 14.26.

Рис. 14.26. Расположение рабочих линий, состав жидкости  $x_{п}$  и пара  $y_{п}$  на тарелке питания при различных состояниях вводимой в колонну исходной смеси: 1 – жидкость при температуре питания; 2 – недогретая жидкость; 3 – парожидкостная смесь; 4 – насыщенный пар



Из него же видно, что средняя движущая сила процесса массопередачи при вводе недогретой исходной смеси больше, чем при вводе смеси, нагретой до температуры кипения и, следовательно, высота колонны будет ниже. Однако, поскольку расход жидкости и пара в нижней части колонны в этом случае будет больше, то следует увеличить ее диаметр. Кроме того, как это следует из (14.48), при вводе недогретой исходной смеси возрастет тепловая нагрузка кипятильника. Однако это частично компенсируется сокращением расхода теплоты на нагрев исходной смеси.

Рассмотрим теперь случай, когда питание в колонну вводится в виде парожидкостной смеси. В нижней части колонны при этом расход пара будет меньше чем в верхней, а расход жидкости в нижней части меньше чем при вводе жидкой исходной смеси. Если обозначить расход, поступающий в колонну смеси в паровом состоянии через  $\varepsilon \dot{D}$ , то уравнения (14.58), (14.59) можно применять и для данного случая, взяв  $\varepsilon$  со знаком «–». Как видно из рис. 14.26 рабочая линия нижней части колонны пойдет выше, чем при вводе жидкой исходной смеси, а состав жидкости на тарелке питания будет  $x_{п,3} < x_F$ . Следовательно уменьшится средняя движущая сила массопередачи и увеличится высота колонны, а поскольку в нижней части колонны уменьшится расход жидкости и пара, то можно будет уменьшить ее диаметр. Если же вся исходная смесь будет подаваться в виде насыщенного пара, то



$\varepsilon = -f$  и состав пара на тарелке питания будет равен составу исходной смеси  $y_{n,4} = x_F$ .

#### 14.1.4. Периодическая ректификация

Основной отличительной особенностью периодической ректификации по сравнению с непрерывной является нестационарность данного процесса и периодический способ его проведения. Это вызывает дополнительные сложности расчета и эксплуатации периодических установок, а также меньшую их производительность, чем и обусловлена меньшую их распространенность в промышленности. Определенные преимущества периодической ректификации проявляются при разделении смесей: а) с малыми расходами – в этом случае проведение процесса имеет смысл лишь после их накопления; б) многокомпонентных – периодически действующая установка позволяет осуществлять процесс в одной колонне, в то время как для его проведения в непрерывной требует количества колонн на единицу меньше числа компонентов; в) с изменяющимся качественным и количественным составом. Периодическую ректификацию проводят, обычно, одним из двух способов:

- 1) при постоянном флегмовом числе  $R = \text{const}$ ;
- 2) при постоянном составе дистиллята  $x_D = \text{const}$ .

**Периодическая ректификация при постоянном флегмовом числе** может осуществляться в установке, изображенной на рис. 14.27.

Исходная смесь в количестве  $F$  состава  $x_F$  заливается в куб-испаритель 1, обогреваемый, обычно, водяным паром. В нем она нагревается до температуры кипения и закипает. Образовавшиеся пары с расходом  $G$  поднимаются по колонне 2 и конденсируются в дефлегматоре 3. Полученный конденсат разделяется в делителе 4 на флегму с расходом  $\dot{F}$  и дистиллят с расходом  $\dot{D}$ . Флегма поступает на орошение колонны, а дистиллят, охлаждаясь в холодильнике 5, собирается в сборниках 6. Пары, поднимаясь по колонне и контактируя с флегмой, обогащаются легколетучим компонентом, а жидкость, стекая вниз – труднолетучим. Как уже отмечалось, основной особенностью процесса периодической ректификации является его нестационарность.

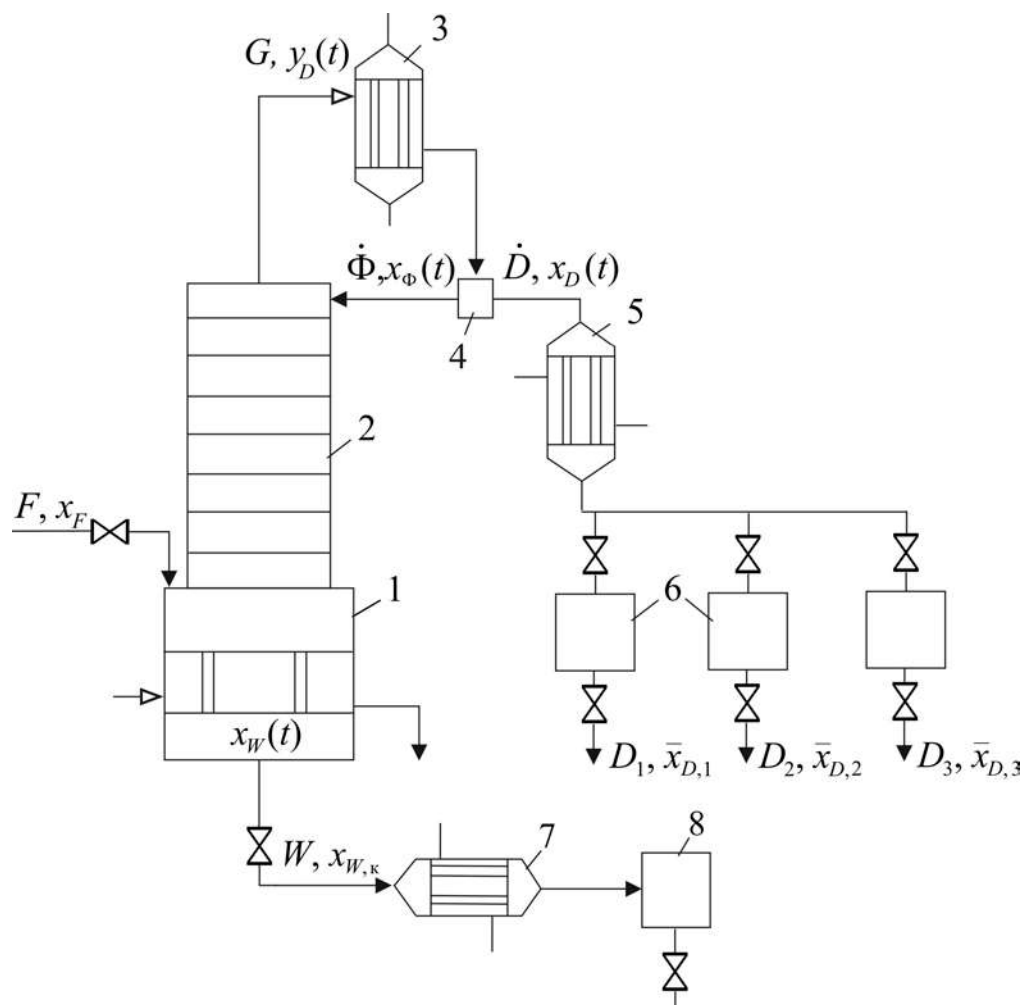


Рис. 14.27. Схема установки периодической ректификации: 1 – куб-испаритель; 2 – ректификационная колонна; 3 – дефлегматор; 4 – делитель флегмы; 5 – холодильник дистиллята; 6 – сборники дистиллята; 7 – холодильник кубового остатка; 8 – сборник кубового остатка

При проведении процесса кубовая жидкость с течением времени обедняется легколетучим компонентом, т.е.  $x_w(t)$  – уменьшается. Соответственно со временем будет уменьшаться доля легколетучего компонента в поднимающихся парах, а при постоянном флегмовом числе и в дистилляте ( $x_D(t)$  – уменьшается). Обычно, дистиллят собирают в несколько сборников в виде фракций со средними составами  $\bar{x}_{D,1} > \bar{x}_{D,2} > \bar{x}_{D,3}$ . Процесс заканчивается при достижении заданного состава куба  $x_{w,κ}$ , кубовый остаток в количестве  $W_κ$ ,

охлаждаясь в холодильнике 7, сливается в сборник 8. Затем процесс может возобновляться.

Изображение процесса периодической ректификации при постоянном флегмовом числе на  $y$ - $x$  диаграмме приведено на рис. 14.28.

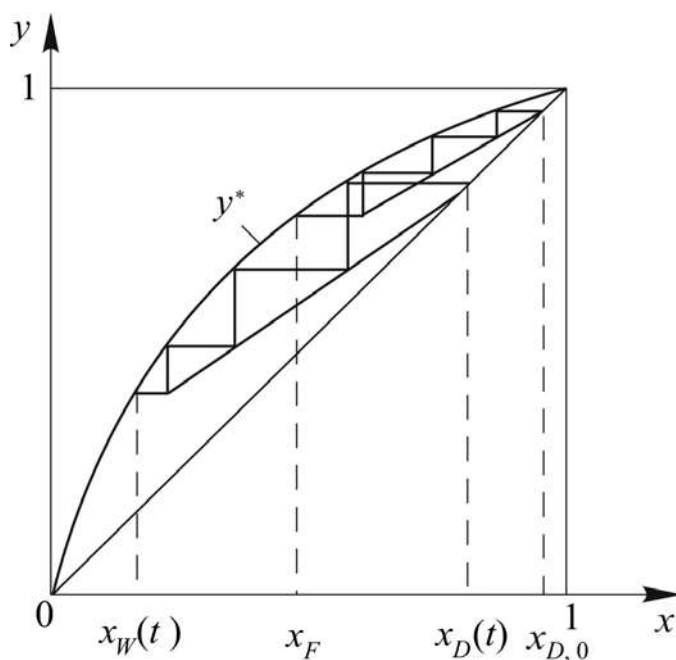


Рис. 14.28. Изображение процесса периодической ректификации при постоянном флегмовом числе на  $x$ - $y$  диаграмме ( $N_{т,к} = 3, N_{т,y} = 4$ )

Поскольку ввод питания в колонну отсутствует, то расходы жидкости и пара по высоте колонны не изменяются, что обуславливает единственную рабочую линию, соответствующую рабочей линии верхней части колонны непрерывного действия (14.37). Отличие будет заключаться в уменьшении состава дистиллята с течением времени  $x_D(t)$ , что приведет к параллельному переносу рабочей линии вниз для каждого последующего момента времени.

В случае периодической ректификации с использованием встроенного кипятильника можно считать состав пара, поднимающегося из куба на нижнюю тарелку, равновесным с составом кубовой жидкости  $y_1 = y^*(x_W(t))$ , т.е. куб-испаритель будет соответствовать одной теоретической ступени изменения концентрации. Количество теоретических ступеней изменения концентрации, обеспечиваемых ректификационной колонной, в течение всего процесса можно считать неизменным, что позволяет определять состав дистиллята по известному составу куба и наоборот  $x_D = f(x_W)$ . Если пренебречь количеством смеси, находящейся в самой колонне 2, то для начального момента времени, при котором отбирается первая порция дистиллята, состав куба соответствует составу исходной смеси  $x_{W,0} = x_F$ , а состав дистиллята  $x_{D,0}$ . Задавшись значением рабочего флегмового числа  $R = \beta_R R_{\min}$  (14.57) из точки с

координатами  $(x_{D,0}, y = x_{D,0})$  проводится рабочая линия, описываемая уравнением (14.37), до пересечения с горизонталью, соответствующей теоретической ступени обеспечиваемой кубом, вертикаль для которой восстанавливается из точки  $(x_F, 0)$ . Между рабочей и равновесной линиями вписываются прямоугольные треугольники, определяющие количество теоретических ступеней  $N_{T,K}$ , которые должна обеспечить колонна для осуществления заданной степени разделения (от  $x_F$  до  $x_{D,0}$ ). Общее количество теоретических ступеней ректификационной установки (колонна + куб) будет равно  $N_{T,y} = N_{T,K} + 1$ . Построение рабочих линий для последующих моментов времени удобнее начинать с верха колонны, проводя рабочие линии из точек  $(x_D(t), y = x_D(t))$ , заканчивающихся после вписывания  $N_{T,K}$  ступеней. Концентрация кубовой жидкости  $x_W(t)$  определяется вписыванием еще одной теоретической ступени, соответствующей кубу колонны. Так графическим способом получают зависимость  $x_D = f(x_W)$ , которую можно аппроксимировать полиномом или другой функцией для последующего использования в уравнении (14.62).

При отборе единственной фракции дистиллята уравнение материального баланса можно записать по аналогии с постепенной дистилляцией 14.1.2.3. Отличие будет заключаться лишь в том, что при ректификации дистиллят не находится в равновесии с кубовой жидкостью, а имеет значительно большую долю легколетучего компонента благодаря разделительной способности ректификационной колонны

$$\ln \frac{F}{W_K} = \int_{x_{W,K}}^{x_F} \frac{dx_W}{x_D(x_W) - x_W}, \quad (14.62)$$

$$F = W_K + D_K, \quad (14.63)$$

$$Fx_F = W_K x_{W,K} + D_K \bar{x}_D. \quad (14.64)$$

Определив из уравнения (14.62)  $W_K$ , из (14.63)  $D_K$  и из (14.64)  $\bar{x}_D$  можно решить прямую задачу нахождения среднего состава дистиллята по заданным  $F$ ,  $x_F$ ,  $x_{W,K}$ . Необходимый для расчета диаметра колонны расход паров  $G$  может быть найден из (14.36) с учетом

$$\dot{D} = D_k / t_p, \quad (14.65)$$

где  $t_p$  – заданное время проведения процесса ректификации.

Определение высоты колонны должно учитывать кинетику массопередачи. Так, например, для тарельчатых колонн может быть найдено число действительных тарелок  $N_k$ , вписыванием ступеней между рабочей линией и кинетической кривой, для построения которой предварительно рассчитываются эффективности тарелок по Мэрффри  $E_y$  (раздел 12.7.3). Напомним, что при решении прямой задачи определения  $\bar{x}_D$  флегмовое число  $R$  и начальный состав дистиллята  $x_{D,0}$  выбирались достаточно произвольно, что приводит к зависимости от этого выбора числа теоретических ступеней в колонне и ее высоты.

Однако более актуальной является решение задачи в иной постановке, когда средний состав дистиллята  $\bar{x}_D$  изначально задан. В этом случае требуется подобрать значения флегмового числа и числа теоретических ступеней, обеспечивающих заданный состав дистиллята. Решение данной задачи предполагает использование метода последовательных приближений, связанного с большим количеством вычислений, что обуславливает целесообразность использования компьютера.

Исходными данными являются:  $x_F, \bar{x}_D, x_{W,k}, F, t_p$ . Требуется определить:  $D_k, W_k, R, D, H(N_k)$ . Для решения данной задачи может быть предложен алгоритм расчета, основу которого составляют потарелочный расчет колонны и численное интегрирование по времени уравнений материального баланса. Его достоинством является получение временной зависимости состава куба  $x_W(t)$ , а также мгновенного и среднего составов дистиллята  $x_D(t), \bar{x}_D(t)$ . Количества получающегося дистиллята  $D_k$  и кубового остатка  $W_k$  находятся из уравнений материального баланса для конечного момента времени (14.63), (14.64). Для предварительного выбора флегмового числа и числа тарелок в колонне определяется средняя концентрация кубовой жидкости  $\bar{x}_W = (x_F + x_{W,k})/2$ . По  $\bar{x}_D$  и  $\bar{x}_W$  находится минимальное флегмовое число  $R_{\min}$ , а затем, используя ориентировочное значение коэффициента избытка флегмы  $\beta_R$  по (14.57) определяется рабочее флегмовое число  $R$ . Из (14.65) и (14.36) определяется расход пара  $G$ , а из (12.205) диаметр колонны  $D$ . Необходимая для этого рабочая скорость  $w_y^0$  рассчитывается по эмпирическим соотношениям, являясь в дальнейшем параметром оптимизации. Графическим способом для  $\bar{x}_D, \bar{x}_W, R$  находится число теоретических тарелок в колонне  $N_{T,k}$  (см. рис. 14.28), а затем с использованием ориентировочного значения к.п.д. колонны  $\eta$  по уравнению

(12.222) определяется предварительное число действительных тарелок в колонне  $N_k$ .

Далее численным интегрированием по времени уравнений материального баланса с некоторым шагом  $\Delta t$  находятся количество и концентрация кубовой жидкости в каждый момент времени  $w(t_j)$ ,  $x_w(t_j)$ , а также количество и средний состав дистиллята  $D(t_j)$ ,  $\bar{x}_D(t_j)$ .

$$\begin{cases} F = W(t) + D(t) \\ Fx_F = W(t)x_w(t) + D(t)\bar{x}_D(t) \end{cases} \quad (14.66)$$

С этой целью для каждого момента времени проводится потарелочный расчет колонны, в результате которого определяется состав отбираемого дистиллята  $\bar{x}_D(t_j)$  по известному составу кубовой жидкости  $x_w(t_j)$ . Интегрирование заканчивается по достижении заданного состава кубовой жидкости  $x_{w,k}$ . Полученный средний состав дистиллята  $\bar{x}_D(t_p)$  сравнивается с заданным  $\bar{x}_D$ , если с достаточной степенью точности  $\varepsilon$  они совпадают, то результат можно считать достигнутым, если же нет – то изменяется значение коэффициента избытка флегмы, находится новое флегмовое число и расчет повторяется заново. Блок-схема данного алгоритма расчета приведена на рис. 14.29. Может решаться и задача оптимизации, используя в качестве параметров число тарелок в колонне  $N_k$ , рабочую скорость пара в колонне  $w_y^0$ , конструктивные и геометрические характеристики тарелок.

При отборе единственной фракции дистиллята, зачастую, не удается получить дистиллят среднего состава  $\bar{x}_D$  с достаточно высоким содержанием легколетучего компонента или для его получения требуются слишком большие значения флегмового числа  $R$  и числа тарелок  $N_k$ . В этом случае, обычно, отбирают две фракции дистиллята, причем состав второй соответствует составу исходной смеси  $\bar{x}_{D,1} > \bar{x}_{D,2} = x_F$ . Затем вторую фракцию дистиллята смешивают с новой порцией исходной смеси.

**Периодическая ректификация при постоянном составе дистиллята** осуществляется при увеличивающимся с течением времени флегмовом числе  $R(t)$ . Установка для ее проведения аналогична изображенной на рис. 14.27. Отличия заключаются в следующем: отпадает необходимость в нескольких сборниках дистиллята, так как состав дистиллята не меняется со временем;  $x_D$  и  $x_F$  не являются функциями времени; расходы дистиллята и флегмы меняются со временем  $\dot{D}(t)$ ,  $\dot{F}(t)$ , следовательно, необходима

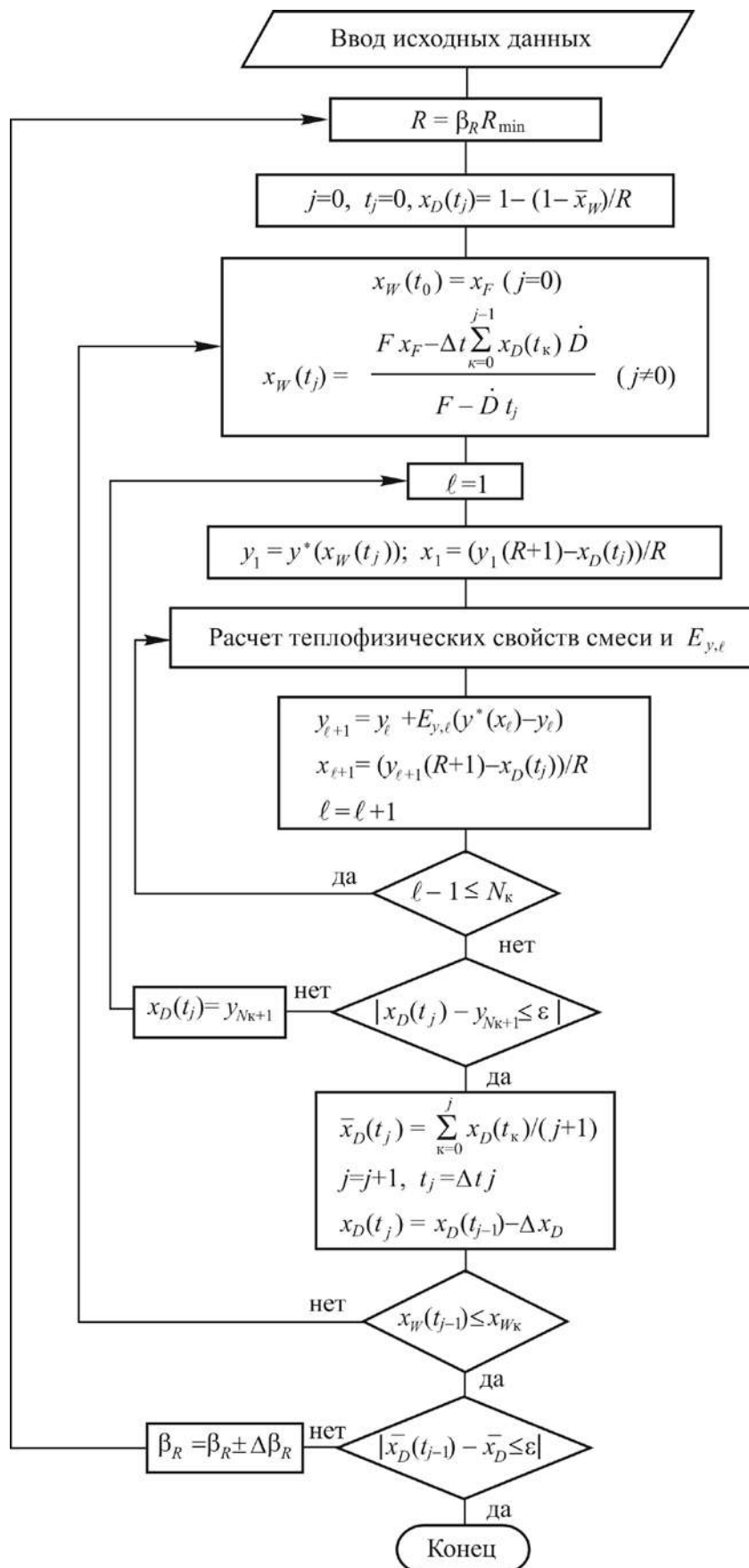
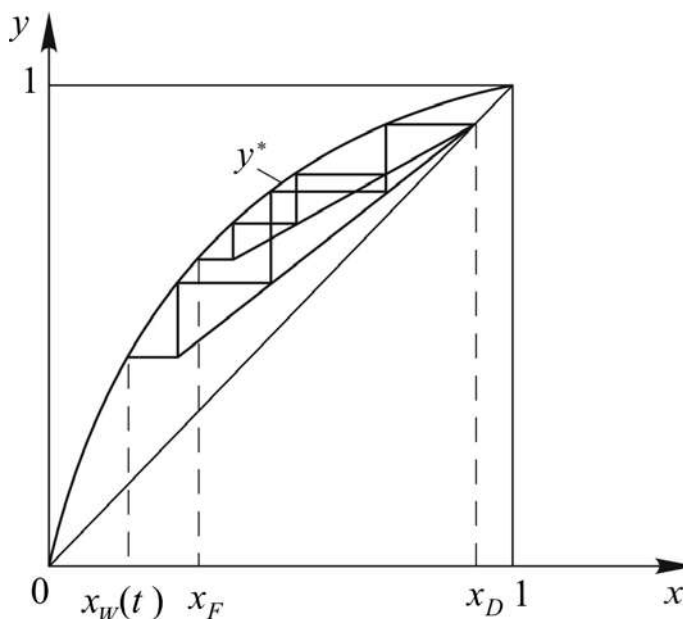


Рис. 14.29. Блок-схема алгоритма расчета периодической ректификационной колонны при постоянном флегмовом числе.

автоматика, регулирующая изменение флегмового числа со временем  $R(t)$ . Изображение процесса периодической ректификации при постоянном составе дистиллята на  $x$ – $y$  диаграмме приведено на рис. 14.30.

Рис. 14.30. Изображение процесса периодической ректификации при постоянном составе дистиллята на  $x$ – $y$  диаграмме ( $N_{т,к} = 3, N_{т,у} = 4$ )



Поскольку рабочее флегмовое число с течением времени увеличивается, то наклон рабочей линии возрастает. При этом число теоретических ступеней, обеспечиваемых колонной, в течение процесса можно считать неизменным. Задаваясь различными значениями флегмовых чисел можно найти графическим способом зависимость  $x_W = f(R)$  или  $R = \varphi(x_W)$ .

Зная количество  $F$  и состав  $x_F$  исходной смеси, а также составы дистиллята  $x_D$  и кубового остатка  $x_{W,к}$  можно определить количество дистиллята  $D_k$  и кубового остатка  $W_k$ . Единственное отличие уравнений от (14.63), (14.64) будет в замене среднего состава  $\bar{x}_D$  его постоянным значением  $x_D$ . Расход пара в колонне, необходимый для расчета ее диаметра, может быть найден из соотношения, аналогичного (14.36) с использованием средних значений флегмового числа  $\bar{R}$  и расхода дистиллята  $\bar{D}$

$$\bar{D} = D_k / t_p, \quad (14.67)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{x_F - x_{W,к}} \int_{x_{W,к}}^{x_F} R(x_W) dx_W. \quad (14.68)$$



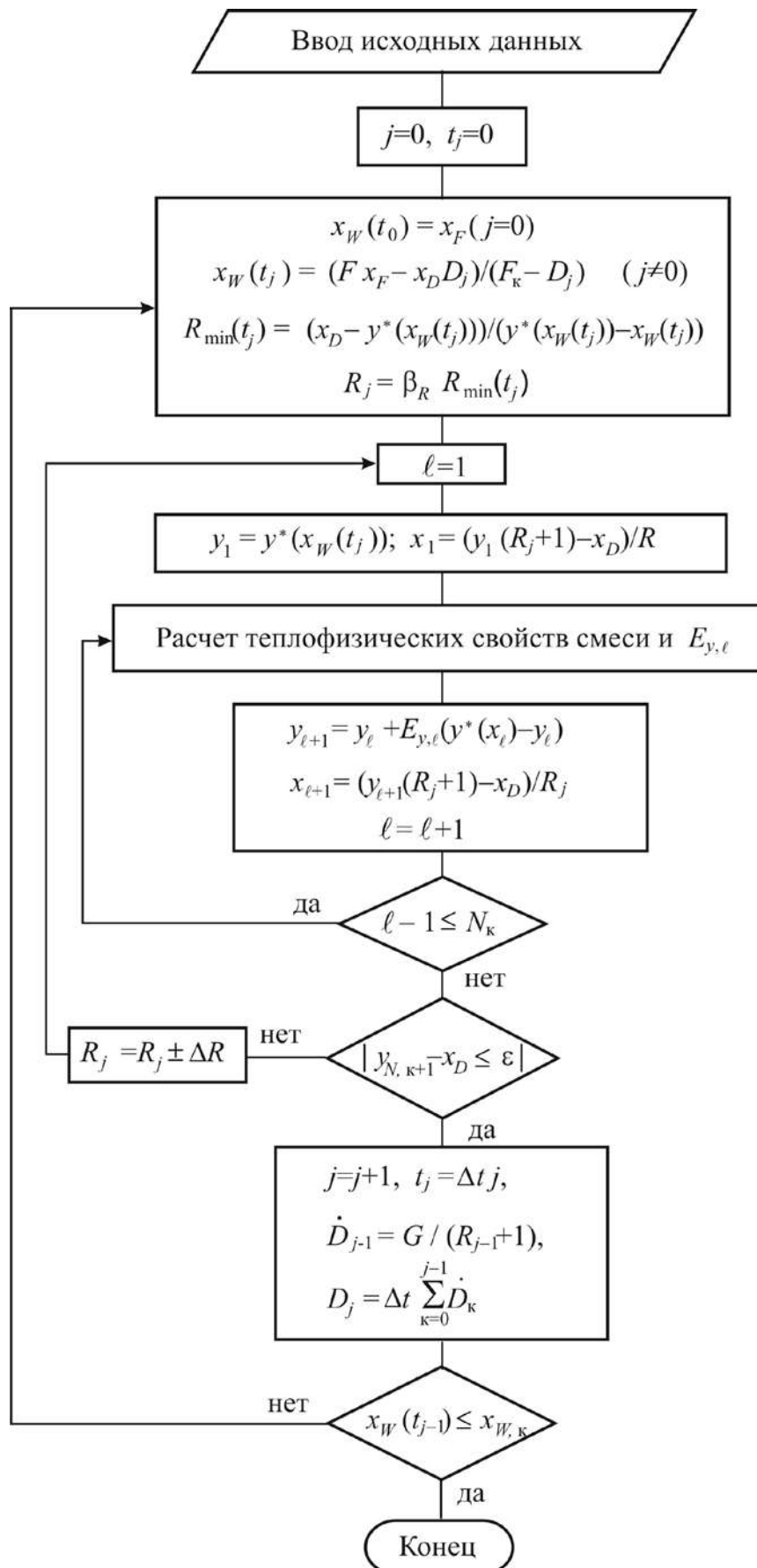


Рис. 14.31. Блок-схема расчета периодической ректификационной колонны при постоянном составе дистиллята.

Блок-схема более точного алгоритма базируется на потарелочном расчете колонны и численном интегрировании уравнений материального баланса, позволяющем получить временные зависимости  $R(t)$ ,  $x_w(t)$ ,  $\dot{D}(t)$  представлена на рисунке 14.31. Требуемое предварительное число теоретических тарелок  $N_{т,к}$  определяется графически для среднего состава кубовой жидкости  $\bar{x}_w$  и среднего флегмового числа  $\bar{R}$ , а число действительных тарелок  $N_k$  по (12.222) с использованием ориентировочного значения к.п.д. колонны  $\eta$ . На каждом шаге интегрирования по времени с помощью потарелочного расчета колонны методом последовательных приближений подбирается такое значение флегмового числа  $R(t_j)$ , которое обеспечить заданный состав дистиллята  $x_D$  при составе кубовой жидкости  $x_w(t_j)$ . Расчет заканчивается по достижении заданного состава кубового остатка  $x_{w,к}$ . Может решаться и задача оптимизации со следующими параметрами: количество тарелок в колонне  $N_k$ , скорость пара  $w_y^0$ , тип и характеристики тарелки.

## 14.2. Специальные виды перегонки

Специальные виды перегонки используются:

1. Для снижения температуры процесса с целью предотвращения разложения участвующих в нем веществ или необходимости использования дорогостоящих высокотемпературных теплоносителей.
2. Для разделения компонентов с близкой летучестью или азеотропных смесей.

### 14.2.1. Молекулярная перегонка

Молекулярная перегонка позволяет существенно снизить температуру процесса, а также увеличить его разделительную способность, если мольная масса легколетучего компонента меньше мольной массы труднолетучего. Проводится она под глубоким вакуумом при давлениях  $10^{-2} - 10^{-1}$  Па, обеспечивающим превышение длины свободного пробега молекул над расстоянием между поверхностями испарения и конденсации, которое составляет  $\sim 20 - 30$  мм. Отличительными особенностями этого вида перегонки являются протекание его при температуре ниже температуры кипения смеси, а также, в отличие от дистилляции, отсутствие равновесия между

жидкой и паровой фазами. На рисунке 14.32 изображено устройство одноступенчатого аппарата для молекулярной перегонки.

Исходная смесь поступает в распределитель 6 и в виде пленки стекает по стенкам испарителя 1, обогреваемого нагревателем 7. При температуре ниже температуры кипения происходит испарение компонентов жидкой пленки. Так как длина свободного пробега молекул больше расстояния от поверхности пленки до поверхности конденсатора 2, то испарившиеся молекулы практически без столкновения достигают поверхности конденсатора, охлаждаемой до температуры на 40 – 100 К ниже температуры испарителя. Конденсат, стекая, отводится в виде дистиллята, а неиспарившаяся жидкость в виде кубового остатка. Образовавшиеся пары удаляются с поверхности жидкости, и поэтому равновесие между паром и жидкостью не успевает установиться. В связи с этим разделительная способность при молекулярной перегонке определяется не относительной летучестью компонентов, а скоростью их испарения. В соответствии с кинетической теорией разреженных газов мольный поток компонента  $i$  при испарении пропорционален:

$$j_{i,y}^{\Gamma} \approx p_i^{n'} x_i / \sqrt{m_i' T}, \quad (14.69)$$

где  $p_i^{n'}$  – это давление насыщенного пара чистого компонента  $i$ ,  $m_i'$ ,  $x_i$  – его молярная масса и молярная доля в жидкости,  $T$  – температура.

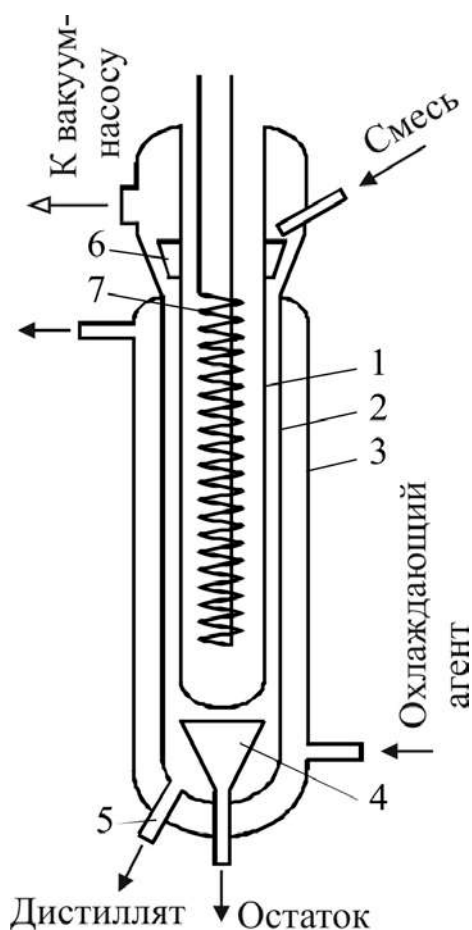


Рис.14.32. Устройство одноступенчатого аппарата для молекулярной перегонки: 1 – испаритель; 2 – конденсатор; 3 – рубашка; 4, 5 – выходы соответственно кубового остатка и дистиллята; 6 – распределитель пленки исходной смеси; 7 – нагреватель испарителя

Таким образом, для бинарной смеси увеличение доли легколетучего компонента в паре и соответственно в дистилляте относительно исходной смеси по сравнению с труднолетучим будет:

$$\frac{j_{л,y}^{\Gamma} x_{\Gamma}}{x_{л} j_{\Gamma,y}^{\Gamma}} = \frac{p_{л}^{H'}}{p_{\Gamma}^{H'}} \sqrt{\frac{m'_{\Gamma}}{m'_{л}}}. \quad (14.70)$$

Соотношение (14.70) отличается от аналогичного при дистилляции идеальных смесей, когда достигается равновесие между жидкостью и паром, множителем  $\sqrt{m'_{\Gamma}/m'_{л}}$ . Это приводит к лучшей разделительной способности процесса молекулярной перегонки, если мольная масса труднолетучего компонента превышает мольную массу легколетучего компонента. Соотношение (14.70) справедливо при условии, что скорость переноса компонентов из жидкой пленки в паровую фазу определяется скоростью испарения. Однако на практике это не всегда соблюдается, так как при обеднении поверхностных слоев пленки преимущественно удаляющимся легколетучим компонентом лимитирующую роль начинает играть стадия доставки молекул данного компонента к поверхности испарения, что снижает разделительную способность процесса молекулярной перегонки. Для уменьшения этого нежелательного явления в промышленных аппаратах предусматривают увеличение скорости движения пленки, ее турбулизацию. Молекулярная перегонка является дорогостоящим процессом и применяется, в основном, для разделения термически нестойких веществ: витаминов, жирных кислот, аминокислот, гормонов и так далее.

### 14.2.2. Перегонка с водяным паром

Перегонка с водяным паром также используется для снижения температуры процесса и применяется, в основном, для разделения смесей, состоящих из высококипящих компонентов. Часто это оказывается более выгодным, чем проводить процесс под вакуумом или использовать высокотемпературные теплоносители, обладающие высокой стоимостью и низким коэффициентом теплоотдачи. В последнем случае возможно разложение термически нестойких веществ. Перегонка с водяным паром производится в том случае, если компоненты исходной смеси нерастворимы в воде, что позволяет легко отделить от нее продукты перегонки. Иногда вместо водяного пара используют инертные газы: азот, углекислый газ. Но в этом случае усложняется их отделение от дистиллята. Кроме того, они

менее доступны, а отработанный водяной пар всегда имеется на предприятии.

Перегонка с водяным паром осуществляется при его непосредственном контакте с кубовой жидкостью. Может использоваться как насыщенный, так и перегретый пар. Перегретый пар служит не только для снижения температуры процесса, но и греющим агентом, подводящим тепло для нагрева и испарения кубовой жидкости, так как теплообмен через стенку может привести к разложению термически нестойких компонентов или не обеспечивает достаточно высоких коэффициентов теплопередачи. Частично сконденсированный водяной пар образует дополнительную жидкую фазу, поэтому число степеней свободы в системе при введении в нее водяного пара не изменяется, так как увеличение числа компонентов сопровождается увеличением числа фаз. При наличии двух жидких фаз давление в системе определяется суммой давлений каждой из них. Учитывая, что перегонка с водяным паром проводится обычно под атмосферным давлением или близким к нему умеренным давлением, его можно найти:

$$p = \sum_{i=1}^k x_i \gamma'_i p_i^{\text{н}'} + p_{\text{в}}^{\text{н}'}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (14.71)$$

где  $i = \overline{1, k}$  – номера компонентов перегоняемой смеси;  $p_{\text{в}}^{\text{н}'}$  – давление чистого насыщенного водяного пара.

Решая обратную задачу из соотношения (14.71) можно найти температуру кипения двухфазной системы при заданном давлении  $p$ . Если процесс проводят под атмосферным давлением, то температура кипения будет меньше температуры кипения воды, в независимости от температуры кипения компонентов исходной смеси. Это позволяет существенно снизить температуру перегонки за счет введения водяного пара, особенно, высококипящих смесей.

В качестве примера рассмотрим простую однократную перегонку с водяным паром бинарной смеси, состоящей из летучего и практически нелетучего компонентов. В этом случае соотношение (14.71) с учетом пренебрежения парциальным давлением практически нелетучего компонента будет иметь вид:

$$p_{\text{н}}^{\text{н}'} \ll p_{\text{л}}^{\text{н}'}, p_{\text{в}}^{\text{н}'}; \quad p = x_{\text{л}} \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{н}'} + x_{\text{н}} \gamma'_{\text{н}} p_{\text{н}}^{\text{н}'} + p_{\text{в}}^{\text{н}'} \approx x_{\text{л}} \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{н}'} + p_{\text{в}}^{\text{н}'} = p_{\text{л}} + p_{\text{в}}, \quad (14.72)$$

где «л» – летучий компонент; «н» – нелетучий компонент;  $p_{\text{л}}$  и  $p_{\text{в}}$  – парциальные давления летучего компонента и водяного пара.

Учитывая, что процесс ведется при умеренных давлениях можно воспользоваться законом Дальтона:

$$p_{\text{л}} = p y_{\text{л}}; \quad p_{\text{в}} = p y_{\text{в}}. \quad (14.73)$$

Тогда количество молей водяного пара, необходимого для отгона одного моля летучего компонента из смеси состава  $x_{\text{л}}$ , будет равно:

$$\frac{B}{L} = \frac{y_{\text{в}}}{y_{\text{л}}} = \frac{p_{\text{в}}}{p_{\text{л}}} = \frac{p_{\text{в}}^{\text{H}'}}{x_{\text{л}} \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{H}'}}. \quad (14.74)$$

На практике в процессе перегонки равновесие, как правило, не устанавливается, так как водяной пар не успевает в полной мере насыщаться летучим компонентом, что приводит к несколько большему его расходу. Это учитывается введением в уравнение (14.74) коэффициента насыщения  $\phi$ , значение, которого изменяется в диапазоне  $\phi = 0,65 \div 0,95$ :

$$\frac{B}{L} = \frac{p_{\text{в}}^{\text{H}'}}{\phi x_{\text{л}} \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{H}'}}. \quad (14.75)$$

Если осуществляется процесс постепенной дистилляции, то доля летучего компонента в кубовой жидкости будет с течением времени уменьшаться. В этом случае обычно требуется определить количество водяного пара  $B$  молей необходимого для отгона летучего компонента, количество которого в кубовой жидкости изменяется от  $L_{\text{н}}$  до  $L_{\text{к}}$  молей и определить время протекания процесса. Перепишем уравнение (14.75) в дифференциальной форме, учитывая уменьшение количества летучего компонента в кубовой жидкости введением знака «-», а также выражение для мольной доли летучего компонента в смеси с нелетучим:

$$x_{\text{л}} = \frac{L}{L + H}, \quad (14.76)$$

$$-\frac{dB}{dL} = \frac{p_{\text{в}}^{\text{H}'}(L + H)}{\phi \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{H}'} L}. \quad (14.77)$$

Проинтегрировав (14.77.) по  $dL$  от  $L_{\text{н}}$  до  $L_{\text{к}}$  получим:

$$B = - \int_{L_{\text{н}}}^{L_{\text{к}}} \frac{p_{\text{в}}^{\text{H}'}(L + H)dL}{\phi \gamma'_{\text{л}} p_{\text{л}}^{\text{H}'} L}. \quad (14.78)$$

Для получения аналитического решения произведем некоторые упрощения. Допустим, что перегоняемая смесь идеальная – это

наблюдается часто на практике при разделении смеси углеводородов, при этом  $\gamma'_n = 1$ . Если процесс протекает при постоянном давлении  $p$  то изменение состава  $x_n$  в соответствии с уравнением (14.72) приведет к изменению температуры. Допустим, что это изменение не столь велико, чтобы повлиять на коэффициент относительной летучести  $\alpha = p'_B / p'_n$  и его можно считать постоянным. Тогда:

$$V = -\frac{\alpha}{\varphi} \int_{L_n}^{L_k} \left(1 + \frac{H}{L}\right) dL = \frac{\alpha}{\varphi} \left( L_n - L_k + H \ln \frac{L_n}{L_k} \right). \quad (14.79)$$

Для определения времени протекания процесса необходимо поделить количество водяного пара  $V$  на его мольный расход  $\dot{V}$ . Отметим, что количество водяного пара найденное из уравнений (14.74) – (14.79) не учитывает его потребность на нагрев и испарение исходной смеси, а также затраты на возмещение потерь теплоты в окружающую среду и возможное изменение энтальпии смеси. Эти дополнительные тепловые затраты могут сообщаться системе за счет перегретого острого водяного пара или через поверхность нагрева. С введением водяного пара проводят не только простую перегонку, но и ректификацию. Применяется это для разделения тяжелых нефтепродуктов, температуры кипения которых при атмосферном давлении велики и обычная ректификация привела бы к их разложению.

Недостатки перегонки с водяным паром:

1. Большой расход теплоты;
2. Возможное обводнение продуктов;
3. Потери компонентов исходной смеси из-за их частичного растворения в воде.

### 14.2.3. Экстрактивная ректификация

Экстрактивная ректификация применяется для разделения смесей с близкими летучестями компонентов или азеотропных смесей. Часто бывает выгоднее не понижать давление для увеличения относительной летучести компонентов смеси, а добавлять в нее с этой целью еще один компонент – разделяющий агент. Разделение смеси близкикипящих компонентов с помощью обычной ректификации, как правило, нецелесообразно экономически при коэффициенте относительности летучести  $\alpha < 1,05$ ; так как в этом случае требуется

слишком большое количество тарелок в колонне и большое флегмовое число. Например, при уменьшении  $\alpha$  с 1,2 до 1,03 количество требуемых для разделения смеси тарелок при одинаковых условиях увеличивается примерно в 10 раз. Если смесь имеет азеотроп, то ее вообще невозможно разделить с помощью обычной ректификации, так как в точке азеотропа  $\alpha=1$ . Добавление разделяющего агента, увеличивающего относительную летучесть компонентов исходной смеси или разрушающего азеотроп, позволяет более эффективно разделять такие смеси. Но в этом случае происходит увеличение числа компонентов смеси и для ее четкого разделения требуется дополнительная колонна. Разделяющий компонент при экстрактивной ректификации должен удовлетворять следующим требованиям:

- 1) значительно увеличивать относительную летучесть компонентов исходной смеси или разрушать азеотроп;
- 2) обладать малой летучестью;
- 3) не образовывать азеотропов с компонентами исходной смеси;
- 4) легко от них отделяться, то есть регенирироваться;
- 5) быть термически стабильным, неагрессивным, недорогим и желательно нетоксичным.

Изменение относительной летучести компонентов в исходной смеси при добавлении разделяющего агента возможно лишь в случае, если он образует с ними неидеальную смесь. При этом разделяющий агент должен взаимодействовать с компонентами исходной смеси по-разному, то есть различным образом влиять на их летучесть. Таким образом, компоненты исходной смеси должны принадлежать к различным классам химических соединений. В наибольшей степени увеличивается летучесть компонента, если он образует с разделяющим агентом смесь с ограниченной растворимостью. Схема установки для экстрактивной ректификации бинарной смеси представлена на рис.14.33.

Исходная смесь  $A + B$  направляется в колонну 1 на тарелку питания. В верхнюю часть колонны несколько ниже ввода флегмы подается разделяющий агент  $C$ , опускаясь вниз по колонне, он увлекает за собой менее летучий компонент  $B$ , как бы экстрагируя его. Отсюда и название – экстрактивная ректификация. Смесь компонентов  $B$  и  $C$  собирается в виде кубового остатка, а дистиллят, состоящий в основном из более летучего компонента  $A$ , отводится из колонны 1 в качестве готового продукта. Кубовый остаток колонны 1 разделяется в



колонне 2, откуда дистиллят, в основном компонент  $B$ , направляется по назначению, а кубовый остаток, представляющий агент  $C$ , возвращается в колонну 1. Расчет колонны для экстрактивной ректификации производится так же, как и для многокомпонентных смесей (разд.14.3.2), учитывая дополнительный ввод потока разделяющего агента. Номер тарелки ввода может служить параметром оптимизации. Оптимизировать следует работу всей установки в целом, включая выбор разделяющего агента и его расход.

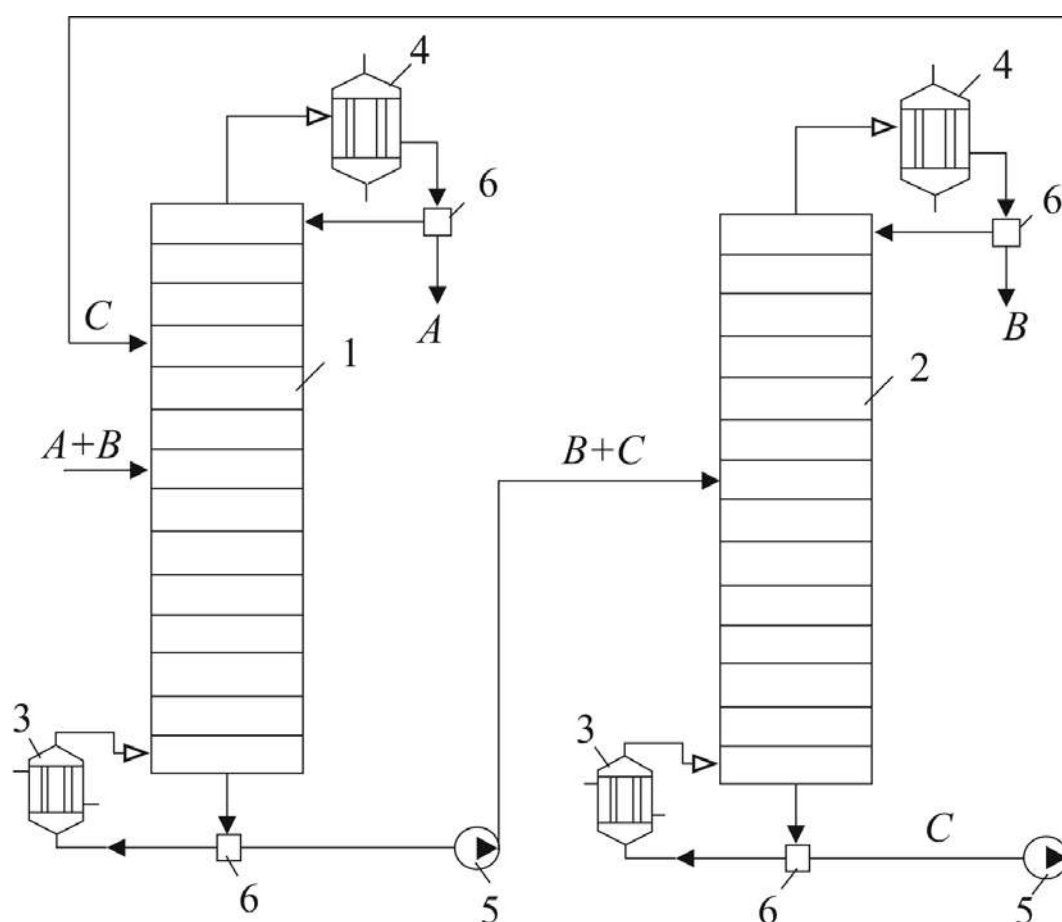


Рис.14.33. Схема установки для экстрактивной ректификации бинарной смеси:  $A$ ,  $B$  – компоненты исходной смеси,  $C$  – разделяющий агент; 1 – колонна для отделения  $A$  от  $B+C$ ; 2 – колонна для разделения  $B$  и  $C$ ; 3 – кипятильники; 4 – дефлегматоры; 5 – насосы; 6 – делители

#### 14.2.4. Азеотропная ректификация

Цели азеотропной ректификации те же, что и экстрактивной – разделение смесей компонентов с близкими летучестями и азеотропных смесей. Для разделения применяется разделяющий агент, но в отличие от экстрактивной ректификации, он образует в простейшем случае с одним из компонентов исходной смеси азеотроп с минимальной температурой кипения. В дальнейшем эта азеотропная смесь при понижении температуры расслаивается. И это позволяет отделить составляющие ее компоненты отстаиванием, если они практически нерастворимы друг в друге. Схема установки азеотропной ректификации бинарной смеси представлена на рис.14.34.

Исходная смесь компонентов  $A$  и  $B$  подается в колонну 1, орошаемую флегмой и разделяющим агентом  $C$ . Компонент  $C$  с компонентом  $A$  образует азеотропную смесь с минимальной температурой кипения, пары которой конденсируются в дефлегматоре 2, затем делятся в делителе 4 на флегму и дистиллят. Дистиллят охлаждается в холодильнике 5, после чего расслаивается в отстойнике 6. Компонент  $A$  отводится в виде готового продукта, а разделяющий агент  $C$  нагревается в подогревателе 7 и вновь подается на орошение колонны. Практически чистый компонент  $B$  отводится в виде кубового остатка.

Если сравнить схемы процессов экстрактивной и азеотропной ректификации, то преимуществом экстрактивной будут являться меньшие тепловые затраты в колонне 1, так как нет необходимости испарения разделяющего агента, он отводится в виде кубового остатка, а при азеотропной ректификации разделяющий агент удаляется в виде дистиллята. В то же время для азеотропной ректификации не требуется второй ректификационной колонны и тепловых затрат на ее функционирование, так как разделяющий агент отделяется отстаиванием.

Подбор разделяющего агента для азеотропной ректификации, позволяющий реализовать процесс по такой простой схеме (рис. 14.34) не всегда возможен. Поэтому процесс иногда проводят с разделяющим агентом, образующим азеотропную смесь с максимальной температурой кипения. В этом случае она отбирается в виде кубового остатка. Кроме того, компоненты образующейся азеотропной смеси могут и при охлаждении обладать частичной растворимостью, то есть

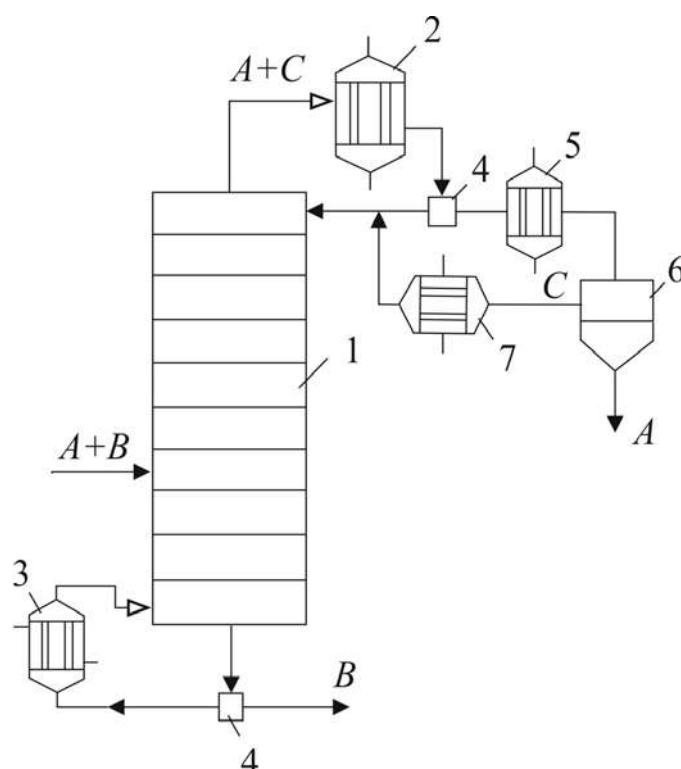


Рис.14.34. Схема установки азеотропной ректификации бинарной смеси:  $A$ ,  $B$  – компоненты исходной смеси;  $C$  – разделяющий агент; 1 – колонна; 2 – дефлегматор; 3 – кипятильник; 4 – делители; 5 – холодильник; 6 – отстойник; 7 – подогреватель

при расслоении фазы будут содержать не чистые компоненты, а их смеси. Иногда возможно образование тройного азеотропа разделяющего агента с двумя компонентами исходной смеси. Все это затрудняет регенерацию разделяющего агента и требует применения кроме отстаивания таких процессов, как ректификация или экстракция. Окончательный выбор способа разделения исходной смеси решается на основе экономического анализа.

### 14.3. Многокомпонентная перегонка\*

Как уже отмечалось, в промышленности чаще приходится производить перегонку многокомпонентных смесей нежели бинарных. Суть процесса и основные закономерности при этом сохраняются, однако, методика расчета при этом существенно усложняется.

### 14.3.1. Дистилляция многокомпонентных смесей

*Однократная непрерывная дистилляция многокомпонентных смесей* производится также как и для бинарных смесей (разд. 14.1.2.1). Схема установки изображена на рис. 14.35.

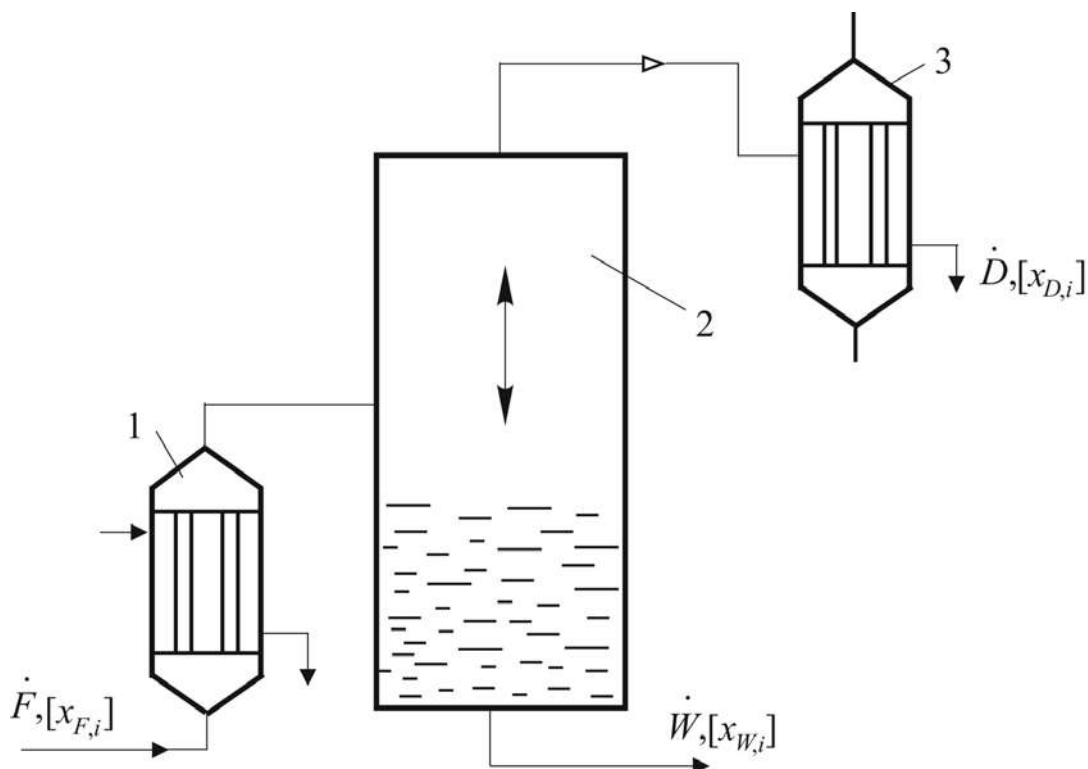


Рис. 14.35. Схема установки непрерывной однократной многокомпонентной дистилляции: 1 – испаритель; 2 – сепаратор; 3 – конденсатор

Запишем для нее систему уравнений материального (молярного) баланса, как для смеси в целом, так и для всех компонентов, за исключением, наименее летучего  $n$ :

$$\dot{F} = \dot{D} + \dot{W} \quad (14.80)$$

$$\dot{F}x_{F,i} = \dot{D}x_{D,i} + \dot{W}x_{W,i}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (14.81)$$

где  $\dot{F}, \dot{D}, \dot{W}$  – мольные расходы исходной смеси, дистиллята и кубового остатка;  $x_{F,i}, x_{D,i}, x_{W,i}$  – составы соответствующих смесей в мольных долях.

Так как удаляющийся пар находится в равновесии с кубовым остатком и при полной конденсации пара его состав и состав

дистиллята одинаковы, то систему уравнений (14.80) и (14.81) можно дополнить уравнениями равновесия:

$$x_{D,i} = y_i^*([x_{W,i}]) = m_i([x_{W,i}])x_{W,i}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (14.82)$$

где  $[x_{W,i}]$  – матрица-столбец  $(n-1) \times 1$ .

С использованием доли отгона (доли отбора дистиллята)  $e$ , систему уравнений (14.80) – (14.82) можно преобразовать следующим образом: выразим  $\dot{W}$  из (14.80), подставим в (14.81), поделим на  $\dot{F}$ , вместо  $x_{D,i}$  подставим (14.82) и решим относительно  $x_{W,i}$

$$\begin{aligned} e &= \dot{D}/\dot{F}, \\ \dot{W} &= \dot{F} - \dot{D}, \\ x_{F,i} &= \frac{\dot{D}}{\dot{F}} x_{D,i} + \frac{\dot{F} - \dot{D}}{\dot{F}} x_{W,i} = e x_{D,i} + (1-e) x_{W,i} = \\ &= e m_i x_{W,i} + (1-e) x_{W,i} = x_{W,i} (e m_i + 1 - e), \\ x_{W,i} &= \frac{x_{F,i}}{1 + e(m_i - 1)}, \quad i = \overline{1, n-1}, \end{aligned} \quad (14.83)$$

$$m_i = m_i([x_{W,i}]), \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (14.84)$$

Следуя приближению (12.52), справедливому для умеренных давлений, можно записать:

$$m_i = \frac{\gamma_i'([x_{W,i}]) p_i^{n'}(T)}{p}, \quad (14.85)$$

$$p = \sum_{i=1}^n \gamma_i'([x_{W,i}]) p_i^{n'}(T) x_{W,i}. \quad (14.86)$$

В соответствии с правилом фаз Гиббса для двухфазной,  $n$ -компонентной системы число независимых переменных равно  $n$ :

$$C = n - \Phi + 2 = n - 2 + 2 = n. \quad (14.87)$$

В качестве независимых переменных могут быть  $p$ ,  $x_{W,i}$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ ; тогда заданными величинами будут являться  $p$ ,  $[x_{F,i}]$ ,  $e$ , а неизвестными будут  $T$ ,  $x_{D,i}$ ,  $x_{W,i}$ ,  $m_i$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ , которые находятся из решения  $3(n-1)+1$  уравнений системы (14.82) – (14.86).

Могут задаваться известными величинами давление и температура дистилляции. В этом случае температура является заданной величиной, а доля отгона  $e$  находится из решения системы уравнений (14.82) – (14.86). В качестве известных величин могут рассматриваться давление и концентрация ключевого компонента в дистилляте  $x_{D,1}$  или в кубовом остатке  $x_{W,1}$ , тогда доля отгона и

температура определяются также из решения системы уравнений (14.82) – (14.86). Следует иметь в виду, что температура и концентрация ключевого компонента не могут задаваться произвольными значениями. Они должны соответствовать диапазону изменения доли отгона  $e = 0 \div 1$ , поэтому предварительно необходимо решить задачу в первой постановке при  $e = 0$  и  $e = 1$ , чтобы определить интервал изменения  $T, x_{D,1}, x_{W,1}$ .

**Постепенная периодическая многокомпонентная дистилляция** проводится аналогично бинарной (разд. 14.1.2.3). Схема установки изображена на рис. 14.36.

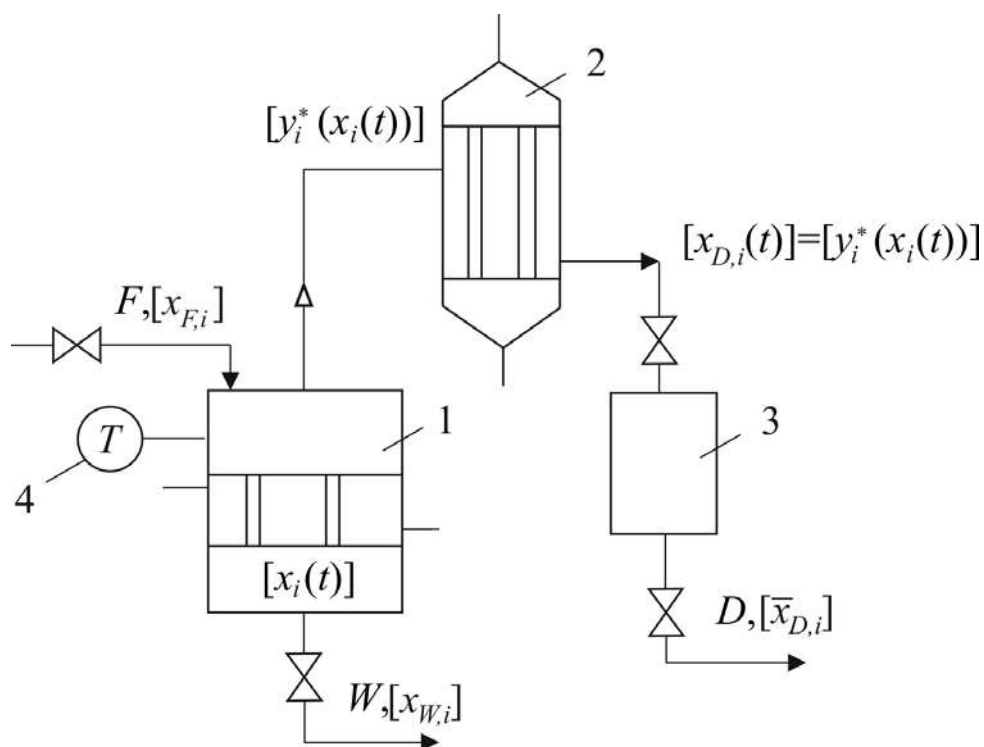


Рис. 14.36. Схема установки постепенной многокомпонентной дистилляции: 1 – куб-испаритель; 2 – конденсатор; 3 – сборник дистиллята; 4 – измеритель температуры

Запишем в дифференциальной форме уравнения материального баланса для текущего момента времени по каждому компоненту, за исключением, наименее летучего  $n$ . Количество компонента  $i$  в кубовой жидкости, то есть количество молей  $L$  с содержанием  $x_i$  за бесконечно малый промежуток времени уменьшается на  $dL_i = d(Lx_i)$ .

Такое же количество вещества компонента  $i$  должно перейти в пар  $y_i^*([x_i])dL$ , тогда

$$y_i^*dL = dL_i = d(Lx_i) = x_i dL + Ldx_i, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (14.88)$$

Разделив, переменные мы получим:

$$\frac{dL}{L} = \frac{dx_i}{y_i^*([x_i]) - x_i}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (14.89)$$

Так как  $y_i^*([x_i])$  является функцией концентраций всех компонентов, то систему дифференциальных уравнений (14.89) необходимо решать совместно с уравнениями равновесия:

$$y_i^*([x_i]) = m_i([x_i])x_i, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (14.90)$$

Рассмотрим в качестве заданных величин давление  $p$ , количество  $F$  и состав  $[x_{F,i}]$  исходной смеси, а также концентрацию в кубе ключевого компонента  $x_{W,1}$  или долю отгона  $e$ , либо температуру окончания процесса  $T_K$ . Систему дифференциальных уравнений (14.89) лучше решать численно, при этом на каждом шаге интегрирования по  $dL$  определяются последовательно: приращения  $[dx_i]$  из уравнения (14.89), состав жидкости  $[x_i] = [x_i(L)] + [dx_i]$ , температура насыщения  $T$  из (14.86) при замене  $x_{W,i}$  на  $x_i$ , коэффициенты распределения  $[m_i]$  из уравнения (14.85), состав удаляющегося равновесного пара  $y_i^*([x_i])$ , количество оставшейся кубовой жидкости  $L - dL$ . Интегрирование проводится от  $L = F$  и  $[x_i] = [x_{F,i}]$  до достижения заданной концентрации в кубе ключевого компонента  $x_{W,1}$  или доли отгона  $e$ , либо температуры окончания процесса  $T_K$ . Средний состав дистиллята  $[\bar{x}_{D,i}]$ , полученный в результате дистилляции, может быть найден из системы уравнений материального баланса аналогичной (14.80) и (14.81), при использовании  $F$ ,  $D$ ,  $W$ , характеризующих не расход, а количество молей исходной смеси, дистиллята и кубового остатка:

$$\bar{x}_{D,i} = (x_{F,i} - (1 - e)x_{W,i})/e, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (14.91)$$

Интегрирование системы уравнений (14.88) может быть произведено аналитически, если допустить неизменными коэффициент относительной летучести каждого из компонентов  $i$  по отношению к одному, например, наименее летучему  $n$  в диапазоне изменения состава куба при дистилляции. Поделим уравнение (14.88) на аналогичное уравнение для компонента  $n$ :

$$\frac{dL_i}{dL_n} = \frac{y_i^*dL}{y_n^*dL} = \frac{m_i x_i dL}{m_n x_n dL} = \alpha_{in} \frac{x_i}{x_n} = \alpha_{in} \frac{L_i}{L_n}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (14.92)$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$\int_{L_{F,i}}^{L_{W,i}} \frac{dL_i}{L_i} = \alpha_{in} \int_{L_{F,n}}^{L_{W,n}} \frac{dL_n}{L_n} \quad (14.93)$$

$$\ln \frac{L_{W,i}}{L_{F,i}} = \alpha_{in} \ln \frac{L_{W,n}}{L_{F,n}}$$

или

$$\ln \frac{Wx_{W,i}}{Fx_{F,i}} = \alpha_{in} \ln \frac{Wx_{W,n}}{Fx_{F,n}},$$

с учетом того, что  $W = F - D$ ,  $e = D/F$ :

$$\ln \frac{(1-e)x_{W,i}}{x_{F,i}} = \alpha_{in} \ln \frac{(1-e)x_{W,n}}{x_{F,n}},$$

учитывая  $\sum_{i=1}^n x_{W,i} = 1$ :

$$\ln x_{W,i} = \alpha_{in} \ln \frac{(1-e) \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{W,i} \right)}{\left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{F,i} \right)} - \ln \frac{(1-e)}{x_{F,i}}, \quad i = \overline{1, n-1} \quad (14.94.)$$

При заданных доле отгона  $e$ , составе исходной смеси  $[x_{F,i}]$  и коэффициентах относительной летучести  $[\alpha_{in}]$  решением системы уравнений (14.94), находятся концентрации компонентов в кубовом остатке  $[x_{W,i}]$ . Существует другой вариант: может быть задана концентрация ключевого компонента в кубовом остатке  $x_{W,1}$ , а доля отгона  $e$  является искомой величиной. Концентрация компонентов в дистилляте находится по уравнению (14.91).

### 14.3.2. Ректификация многокомпонентных смесей

#### *Специфика многокомпонентной ректификации.*

Рассмотрение ректификации многокомпонентных смесей начнем с непрерывного процесса. Задача разделения  $n$ -компонентной исходной смеси на практически чистые компоненты, то есть *четкое разделение*, может быть решена в установке содержащей  $n-1$  простую колонну. *Простой* называется колонна, в которой осуществляется один вход исходной смеси и два выхода продуктов разделения – дистиллята и кубового остатка. Если колонна содержит дополнительные вводы питания и выходы продуктов, то она



называется *сложной*. В сложной колонне может решаться задача разделения исходной смеси на отдельные фракции определенного состава, отбираемые в различных точках по высоте колонны. Наиболее часто последняя задача решается в нефтепереработке, ибо, во-первых, добиться четкого разделения нефти, содержащей более тысячи компонентов, практически невозможно, а во-вторых, часто в этом нет необходимости.

Рассмотрим четкую ректификацию на примере трехкомпонентной смеси, летучесть компонентов которой уменьшается от первого к третьему. Возможны два варианта схемы установки, состоящей из двух простых колонн (рис. 14.37).

Вариант а: наиболее летучий компонент 1 собирается в дистилляте первой колонны, а два других 2 и 3 в кубовом остатке. Затем во второй колонне этот остаток разделяется на практически чистые компоненты.

Вариант б: практически чистый компонент 3 собирается в кубовом остатке первой колонны, а смесь более летучих компонентов 1 и 2 в дистилляте. Затем она разделяется во второй колонне.

С увеличением числа компонентов смеси количество вариантов соединения колонн быстро возрастает.

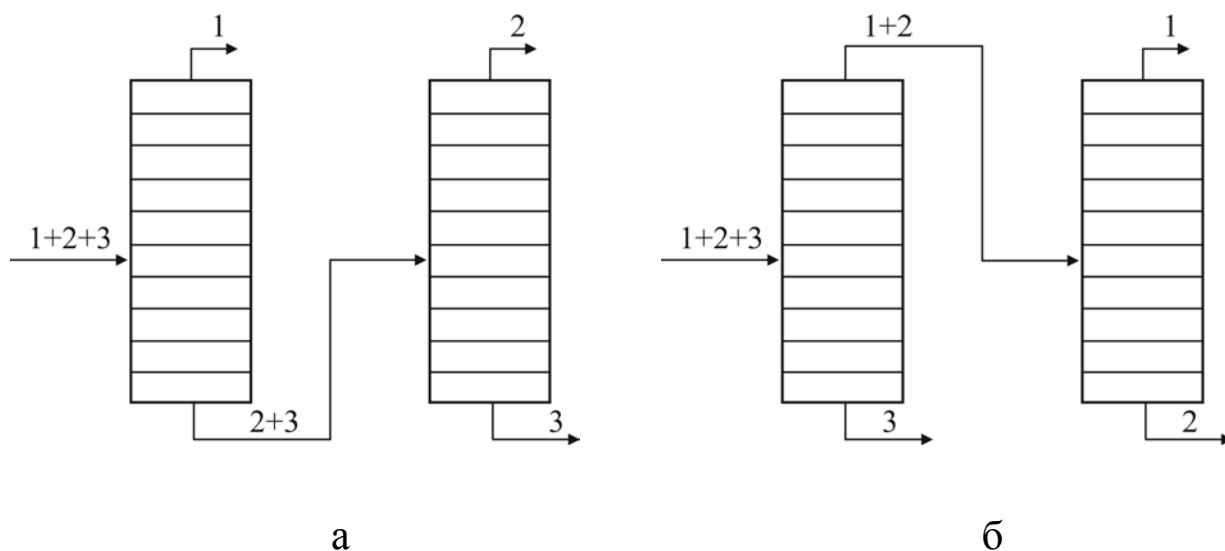


Рис. 14.37. Схемы установок четкой ректификации трехкомпонентной смеси с последовательным соединением колонн по потокам кубового остатка (а) и дистиллята (б): 1, 2, 3 – номера компонентов, расположенных в порядке убывания их летучести

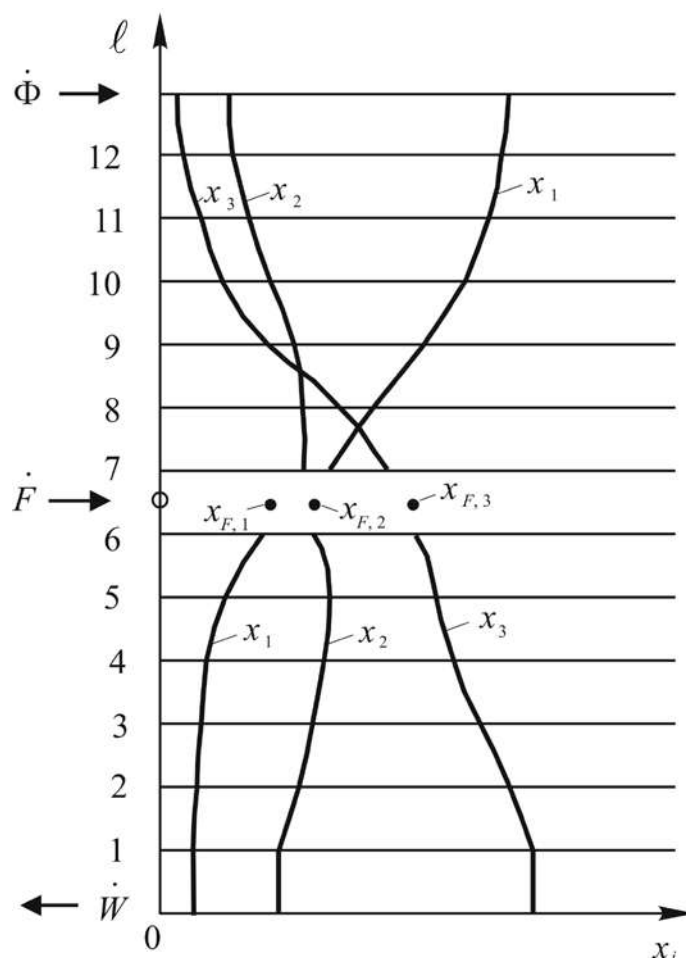
Основные особенности расчета колонны для непрерывной ректификации многокомпонентной смеси по сравнению с бинарной заключаются в следующем:

1. Нельзя задавать в качестве исходных данных концентрации всех компонентов в дистилляте и кубовом остатке, так как в этом случае число уравнений математической модели колонны будет превышать количество неизвестных. Можно задать концентрацию лишь одного компонента, называемого ключевым в дистилляте  $x_{D,1}$  и в кубовом остатке  $x_{W,1}$  или концентрацию в дистилляте одного компонента, а в кубовом остатке – другого. Концентрации остальных компонентов в продуктах разделения определяется решением уравнений составляющих математическую модель колонны.

2. Состав исходной смеси в общем случае не совпадает с составом жидкости и пара ни в одном сечении колонны. Это обуславливает необходимость решения проблемы оптимального по высоте колонны уровня ввода питания.

3. Изменение концентрации компонентов, обладающих промежуточными летучестями, по высоте колонны может проходить через максимумы и минимумы (рис. 14.38).

Рис. 14.38. Распределение концентраций компонентов трехкомпонентной смеси по высоте тарельчатой ректификационной колонны: 1, 2, 3 – номера компонентов в порядке уменьшения их летучести;  $\ell$  – номера тарелок, считая снизу колонны;  $\dot{F}$  – ввод питания на 6-ю тарелку,  $\dot{\Phi}$  – ввод флегмы;  $\dot{W}$  – отвод кубового остатка. Куб – полный испаритель



4. Не применима строго модель теоретической тарелки, так как не существует такого участка аппарата, рабочие концентрации

всех компонентов фаз покидающих который, находились бы в равновесных соотношениях.

5. Необходим расчет матриц: коэффициентов молекулярной диффузии и массоотдачи в каждой из фаз, массопередачи; эффективности по Мэрфри.

Периодический способ проведения процесса ректификации многокомпонентных смесей обладает определенным преимуществом перед непрерывным, позволяя разделять многокомпонентную смесь в одной колонне. В первый период времени в дистилляте будет собираться наиболее летучий компонент, отбираемый в первый сборник. Во второй период, следующий по летучести компонент, отбирается в другой сборник и так далее до тех пор, пока в кубе не останется наименее летучий компонент.

Недостатки периодической установки:

1. Малая производительность.
2. Сложность регулирования и обслуживания.

Для упрощения расчета перегонки (ректификации) смесей, состоящих из очень большого числа компонентов, так называемых, «сложных» или «непрерывных», например, нефти, обычно проводят их дискретизацию, то есть разбивают смесь на несколько условных компонентов близких по свойствам узким фракциям, выкипающим в определенном интервале температур. Далее смесь рассматривают как многокомпонентную, состоящую из выделенных условных компонентов, применяя для расчета ее перегонки рассмотренные ранее соотношения. Данный подход рассмотрен в разделе 20.4 на примере расчета насадочной части ректификационной колонны для разделения смеси нефти и газового конденсата.

**Алгоритм проектного потарельчатого расчета простой тарельчатой колонны непрерывного действия для четкой ректификации многокомпонентной смеси.** Точный расчет тарельчатых ректификационных колонн основан на совместном решении уравнений покомпонентного материального баланса, равновесия, массопередачи и теплового баланса для каждой тарелки. Эта система нелинейных алгебраических уравнений решается на компьютере методом последовательных приближений. Методики решения разделяются на две группы, отличающиеся выбором независимых переменных: температуры на каждой тарелке (метод Тилле – Геддеса) или состав продуктов разделения (метод Льюиса –

Матисона). Кроме точного метода расчета существуют и приближенные, отличающиеся уровнем упрощающих допущений. Например, при расчете многокомпонентной ректификации не используют уравнение теплового баланса, полагая постоянными мольные расходы пара и жидкости по высоте колонны. Часто не учитывают кинетику массопередачи, используя модель теоретической тарелки. Дополнительное допущение постоянства коэффициентов относительной летучести и использование эмпирических соотношений позволяет приближенно определить состав продуктов разделения и необходимое число тарелок, не прибегая к процедуре потарелочного расчета.

Рассмотрим алгоритм проектного потарелочного расчета простой колонны, основанный на методике Льюиса и Матисона, которая в отечественной литературе носит название метода расчета от тарелки к тарелке. Допустим как и при расчете бинарных смесей постоянство мольных расходов пара и жидкости по высоте колонны; дефлегматор работает, как полный конденсатор  $x_{D,i} = y_{D,i} = x_{\phi,i}$ ; кипятыльник, как полный испаритель  $y_{W,i} = x_{W,i}$ . Пусть исходная смесь подается в состоянии насыщенного пара и давление в колонне постоянное ( $p = \text{const}$ ). Исходными данными для расчета являются: расход и состав исходной смеси, концентрации ключевого компонента в дистилляте  $x_{D,1}$  и кубовом остатке  $x_{W,1}$ . Требуется найти число действительных тарелок в верхней и нижней частях колонны, составы дистиллята и кубового остатка. Диаметр колонны находится также как и для бинарных смесей.

Для приближенного определения минимального флегмового числа можно воспользоваться методом Андервуда, заключающемся в решении двух уравнений:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{in} x_{F,i}}{\alpha_{in} - \omega} = V_F, \quad (14.95)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_{in} x_{D,i}}{\alpha_{in} - \omega} - 1 = R_{\min}, \quad (14.96)$$

где  $\omega$  – условная относительная летучесть, определяемая решением уравнения (14.95);  $\alpha_{in}$  – коэффициент относительной летучести компонента  $i$  по отношению к наименее летучему  $n$ , определяющийся при температуре кипения исходной смеси;  $V_F$  – доля питания, поступающего в парообразном состоянии.

Необходимые для определения  $R_{\min}$  концентрации компонентов в дистилляте  $x_{D,i}$  задаются в качестве начального приближения  $x_{D,i}^0, i = \overline{2, n}$ . Они могут быть найдены одним из приближенных методов. Уравнения материального баланса позволяют определить соответствующие им концентрации в кубовом остатке  $x_{W,i}^0, i = \overline{2, n}$ . С помощью потарелочного расчета (12.267) – (12.269) по найденным  $x_{W,i}^0$  рассчитываются  $x_{D,i}$  и сопоставляются с  $x_{D,i}^0$ . Если заданная точность  $\varepsilon$  не удовлетворяется, то найденные  $x_{D,i}$  в соответствии с методом простых итераций подставляются вместо  $x_{D,i}^0$ , то есть на втором шаге  $x_{D,i}^0 = x_{D,i}$ . И расчет повторяется. При этом определяется ориентировочное число тарелок в нижней части колонны  $N_H$ , например, из условия  $y_{N_H+1,1} \geq x_{F,1} = y_{F,1}$  и в верхней части  $N_B$  из условия  $y_{N_H+N_B+1,1} \geq x_{D,1}$ . Блок-схема данного алгоритма расчета представлена на рис. 14.39. В дальнейшем номер тарелки питания может являться параметром оптимизации, а критерием оптимальности служить минимальное общее число тарелок в колонне  $N = N_H + N_B$  при фиксированном флегмовом числе. При проектировании ректификационной установки может решаться задача оптимизации аналогично бинарной ректификации. При этом появляются дополнительные параметры оптимизации – это способы соединения колонн в установке.

**Алгоритм проектного приближенного расчета простой колонны непрерывного действия для разделения многокомпонентной смеси.** Задача данного расчета – по давлению в колонне, составу исходной смеси и концентрациям ключевых компонентов в дистилляте и (или) кубовом остатке определить ориентировочные значения:

1. Составы дистиллята  $x_{D,i}$ .
2. Составы кубового остатка  $x_{W,i}$ .
3. Необходимого числа теоретических тарелок  $N$ .
4. Номера теоретической тарелки питания  $N_f$ .
5. Флегмового числа  $R$ .
6. Доли отбора дистиллята  $e$ .

Расчет проводится при допущении идеальности смеси, неизменности коэффициентов относительной летучести компонентов

$\alpha_{in}$  по высоте колонны, возможности использования модели теоретической тарелки. Приближенный расчет может производиться для оценок вариантов схем разделения многокомпонентных смесей, то есть, в какой колонне, какие компоненты лучше выделять при четкой ректификации и результаты эти могут использоваться в качестве начальных приближений при точном потарелочном расчете.

Вначале, для режима полного орошения, т. е. при  $R \rightarrow \infty$  находятся составы дистиллята и кубового остатка, а также доля отбора дистиллята и минимальное число теоретических тарелок  $N_{min}$ , удовлетворяющие исходным данным.

Обычно для решения этой задачи применяют два способа:

1. Решается система  $2n$  уравнений материального баланса (14.97), Фенске – Андервуда (14.98) и условия равенства единице суммы мольных долей всех компонентов в продуктах ректификации, например, в дистилляте (14.99)

$$x_{F,i} = ex_{D,i} + (1-e)x_{W,i}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (14.97)$$

$$\frac{x_{D,i}}{x_{D,n}} = \alpha_{in}^{N_{min}} \frac{x_{W,i}}{x_{W,n}}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (14.98)$$

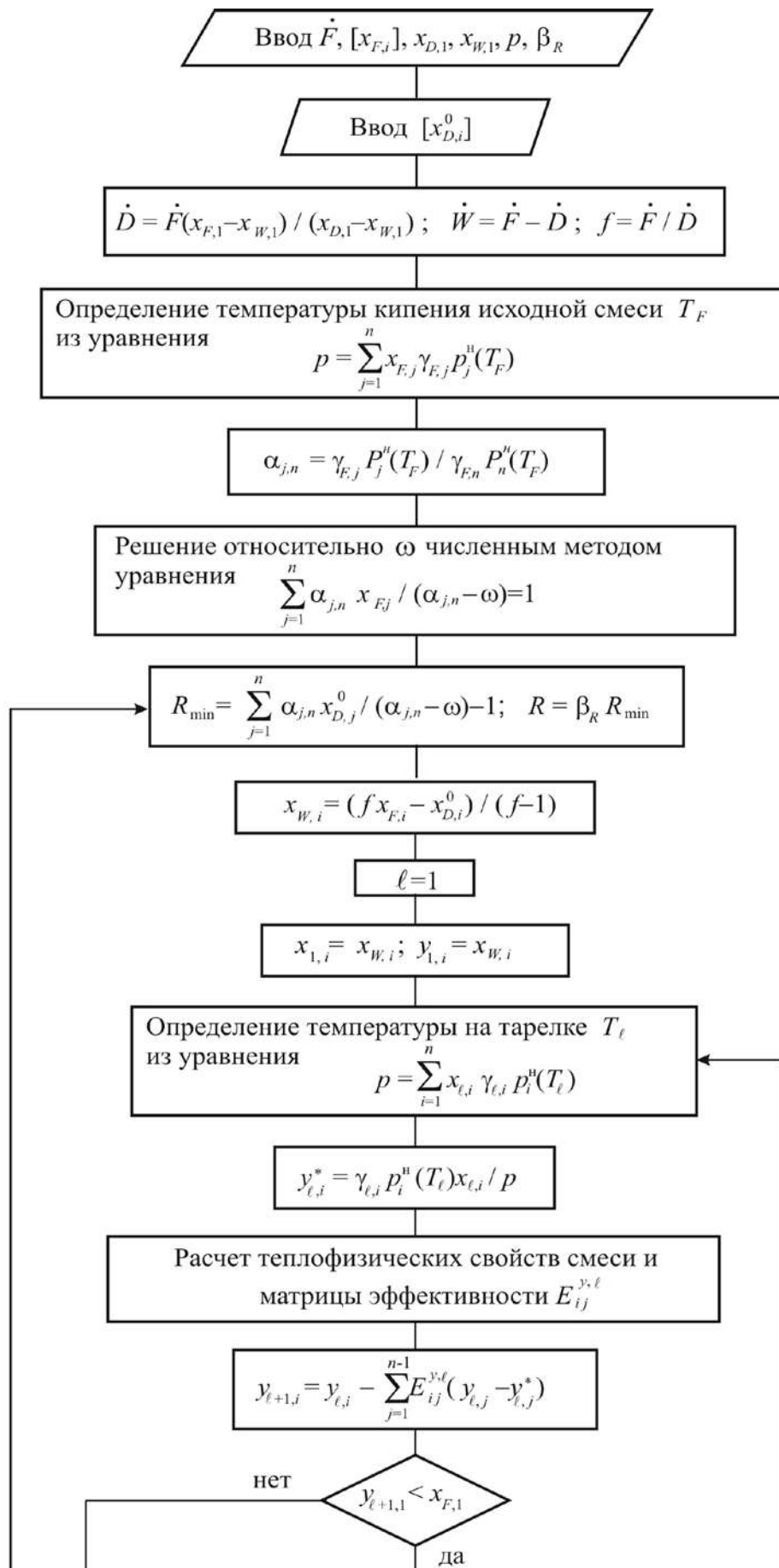
$$\sum_{i=1}^n x_{D,i} = 1, \quad (14.99)$$

Неизвестные:  $x_{D,i}; x_{W,i}$  их количество  $2n-2$  (два значения концентрации ключевых компонентов в продуктах заданы);  $N_{min}$ ;  $e$ . Получается  $2n$  неизвестных.

Недостатки этого способа: сложность и плохая сходимость решения, несмотря на известные ограничения искомых переменных  $0 < x_{D,i}; x_{W,i}; e < 1$ ;  $N_{min}$  – целое число. Поэтому при большом количестве компонентов применяют другой более простой, но менее точный способ определения вышеуказанных величин.

2. Выделяются тяжелый и легкий ключевые компоненты, при этом делается допущение о том, что компоненты с летучестью меньше чем у тяжелого ключевого отсутствуют в дистилляте, а компоненты более летучие, чем легкий ключевой отсутствуют в кубовом остатке. В соответствии с этим допущением записываются уравнения материального баланса для всех компонентов и дополняются уравнением суммы мольных долей компонентов дистиллята или кубового остатка равной 1:

Нижняя часть колонны



Верхняя часть колонны

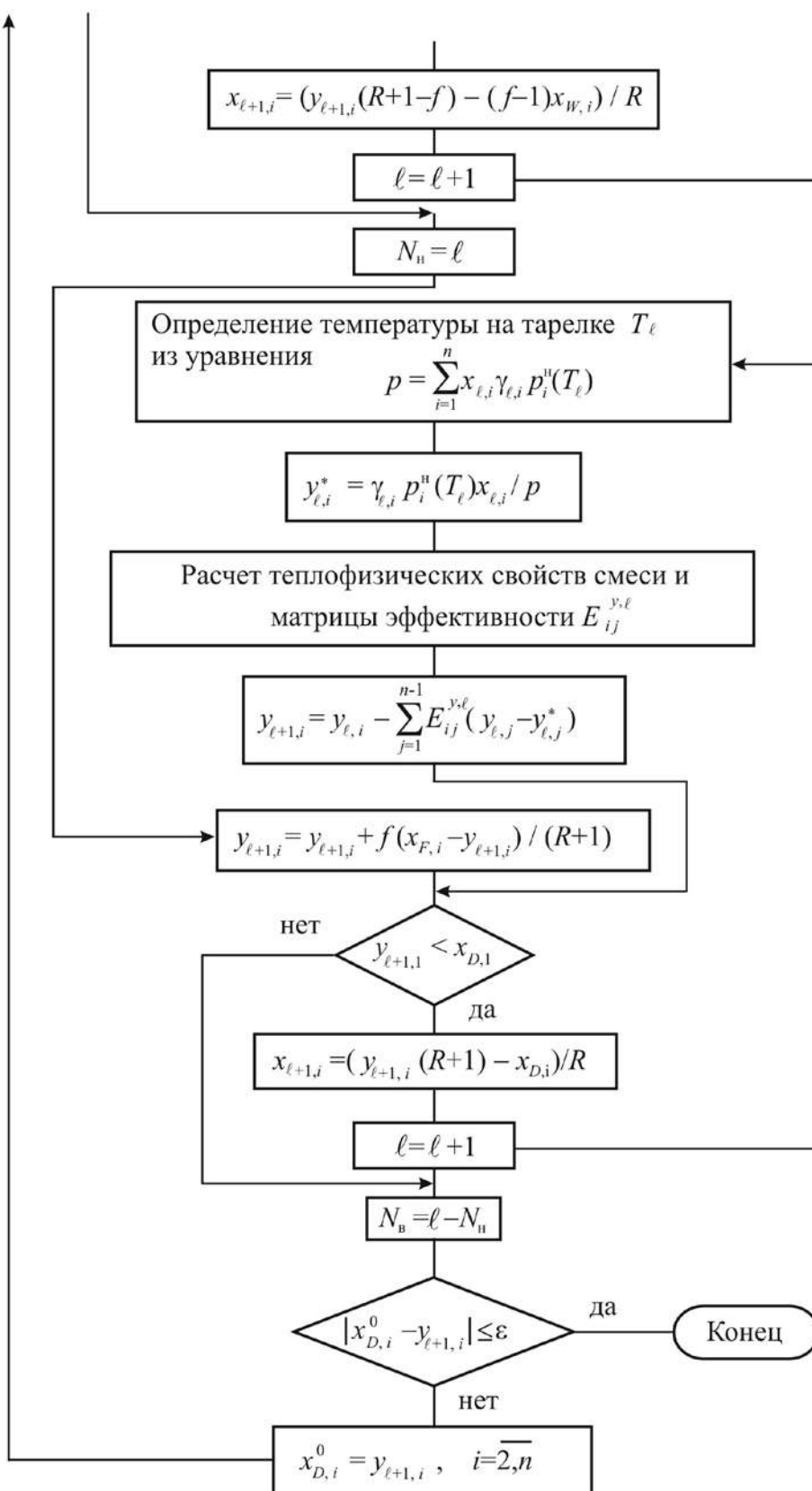


Рис. 14.39. Блок-схема расчета простой колонны непрерывного действия для четкого разделения многокомпонентной смеси методом от тарелки к тарелке



$$x_{F,i} = ex_{D,i}, \quad i = \overline{1, n_{\text{л}} - 1}, \quad (14.100)$$

$$x_{F,\text{л}} = ex_{D,\text{л}} + (1 - e)x_{W,\text{л}}, \quad (14.101)$$

$$x_{F,\text{т}} = ex_{D,\text{т}} + (1 - e)x_{W,\text{т}}, \quad (14.102)$$

$$x_{F,i} = (1 - e)x_{W,i}, \quad i = \overline{n_{\text{т}} + 1, n}, \quad (14.103)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{D,i} = 1, \quad (14.104)$$

где  $n_{\text{л}}$ ,  $n_{\text{т}}$  – номера легкого и тяжелого ключевых компонентов.

Ключевые компоненты обычно выбираются таким образом, чтобы концентрация легкого была малой в кубе, а тяжелого – малой в дистилляте. Практически многокомпонентная ректификация сводится к бинарной.

Получается система  $n+1$  уравнений с  $n+1$  неизвестными  $x_{D,i}$ ,  $\overline{1, n_{\text{т}}}$ ;  $x_{W,i}$ ,  $\overline{n_{\text{л}}, n}$  (за исключением двух заданных концентраций ключевых компонентов, обычно,  $x_{W,\text{л}}$  и  $x_{D,\text{л}}$ );  $e$ . Решением этой системы уравнений определяются составы дистиллята, кубового остатка и доля отбора дистиллята.

Минимальное число теоретических тарелок находится из уравнения Фенске – Андервуда, округляя  $N_{\text{min}}$  до целого числа

$$N_{\text{min}} = \ln \left( \frac{x_{D,\text{л}} x_{W,\text{т}}}{x_{D,\text{т}} x_{W,\text{л}}} \right) / \ln(\alpha_{\text{лн}} / \alpha_{\text{тн}}). \quad (14.105)$$

Недостатком второго способа является отсутствие учета относительной летучести компонентов при определении составов куба и дистиллята, а также допущение о полном отсутствии одних компонентов в дистилляте, а других в кубовом остатке.

Далее для режима минимального орошения находится минимальное флегмовое число  $R_{\text{min}}$  из уравнений Андервуда (14.95), (14.96)

Затем определяется рабочее флегмовое число близкое к оптимальному

$$R = 1,35R_{\text{min}} + 0,35. \quad (14.106)$$

Находится число теоретических тарелок, соответствующих рабочему флегмовому числу

$$N = \text{round}(1,7N_{\text{min}} + 0,7), \quad (14.107)$$

где round – процедура округления до целого числа.

Определяется номер теоретической тарелки питания снизу колонны

$$\frac{N}{N_H} = \frac{N_{\min}}{N_{\min,H}} \Rightarrow N_H = \text{round} \left( \frac{N}{N_{\min}} N_{\min,H} \right) = N_f, \quad (14.108)$$

где  $N_H$  – число теоретических тарелок в нижней части колонны,  $N_{\min,H}$  – минимальное число теоретических тарелок в нижней части колонны для режима полного орошения при  $R \rightarrow \infty$

$$N_{\min,H} = \text{round} \left( \frac{\ln \left( \frac{x_{F,l}}{x_{F,T}} \frac{x_{W,T}}{x_{W,l}} \right)}{\ln(\alpha_{ln}/\alpha_{tn})} \right). \quad (14.109)$$

### Контрольные вопросы

1. Что такое перегонка, каким свойством должны отличаться компоненты смеси для возможности ее разделения перегонкой, какие продукты получают в результате процесса и чем они отличаются от исходной смеси?
2. В чем отличие дистилляции от ректификации?
3. Проведите вывод уравнения равновесия в двухкомпонентной двухфазной системе пар–жидкость с использованием коэффициента относительной летучести.
4. Как рассчитывается коэффициент относительной летучести для идеальных и неидеальных смесей?
5. Изобразите и объясните диаграммы парожидкостного равновесия  $p-x$  и  $y^*-x$  при  $T=\text{const}$ .
6. Изобразите и объясните  $T-x-y$  и  $y^*-x$  диаграммы парожидкостного равновесия при  $p=\text{const}$  для неazeотропных и азеотропных смесей.
7. Изобразите и объясните схему установки непрерывной однократной дистилляции и проведение процесса на  $T-x-y$  диаграмме, запишите систему уравнений описывающих процесс.
8. Изобразите и объясните схему установки непрерывной двукратной дистилляции и проведение процесса на  $T-x-y$  диаграмме, в чем заключаются преимущества и недостатки многократной дистилляции по сравнению с однократной?

9. Изобразите и объясните схему установки постепенной периодической дистилляции и проведение процесса на  $T-x-y$  диаграмме.
10. Изобразите и объясните схему установки фракционной периодической дистилляции.
11. Изобразите и объясните схему установки постепенной периодической дистилляции с дефлегмацией и проведение процесса на  $T-x-y$  диаграмме.
12. Изобразите и объясните схему установки непрерывной ректификации и проведение процесса с использованием модели теоретической тарелки на  $T-x-y$  диаграмме.
13. Сформулируйте принимаемые обычно допущения при получении уравнений рабочих линий процесса непрерывной ректификации, проведите вывод этих уравнений.
14. Составьте тепловой баланс для установки непрерывной ректификации, на что в основном расходуется подводимая теплота и за счет чего может быть достигнута экономия тепловых затрат.
15. Что такое флегмовое число, в каком диапазоне оно может изменяться при проектном расчете и как осуществить выбор его оптимального значения?
16. В чем заключаются особенности расчета ректификационных колонн?
17. В чем заключаются отличия периодической ректификации от непрерывной, ее преимущества и недостатки?
18. Изобразите и объясните схему установки периодической ректификации и проведение процессов при постоянном флегмовом числе и при постоянном составе дистиллята на  $x-y$  диаграмме.
19. Какие виды перегонки относятся к специальным и для чего они используются?
20. Изобразите и объясните устройство аппарата для молекулярной перегонки, в чем заключаются отличительные особенности молекулярной перегонки, ее преимущества и недостатки?
21. В каких случаях имеет смысл проведение перегонки с водяным паром, каковы преимущества и недостатки? Как определить необходимое количество пара?

22. Изобразите и объясните схему установки для экстрактивной ректификации, в каких случаях она используется?
23. Изобразите и объясните схему установки азеотропной ректификации, в чем ее преимущества и недостатки по сравнению с экстрактивной?
24. \*Изобразите и объясните схему установки непрерывной однократной многокомпонентной дистилляции, запишите систему уравнений описывающих процесс, проанализируйте различные варианты постановки задачи.
25. \*Изобразите и объясните схему установки постепенной многокомпонентной дистилляции, запишите систему уравнений описывающих процесс, проанализируйте различные варианты постановки задачи.
26. \* В чем заключается специфика многокомпонентной ректификации? Изобразите схемы установок четкой ректификации трехкомпонентной смеси.
27. \*Каковы основные особенности расчета ректификации многокомпонентной смеси по сравнению с бинарной?

### **Вопросы для обсуждения**

1. Почему при ректификации флегмовое число не может быть меньше минимального?
2. Что будет, если флегму не возвращать в ректификационную колонну ( $R=0$ ), каков в этом случае будет состав дистиллята при периодической ректификации?
3. Почему процесс молекулярной перегонки является дорогостоящим?

## Глава 15. ЭКСТРАКЦИЯ

### 15.1. Общие сведения. Бинарная экстракция

*Экстракцией* называется процесс избирательного поглощения компонентов жидкой смеси другими жидкостями или «сверхкритическими флюидами» (см. разд. 16.9), называемыми *экстрагентами*. Поглощаемые компоненты называют *экстрагируемыми* или *распределяемыми*, а компоненты исходной смеси не растворимые или частично растворимые в экстрагенте – *инертными* или *растворителями*. В результате экстракции, как правило, образуются две жидкие фазы: *экстракт* – раствор извлеченных компонентов в экстрагенте и *рафинат* – остаток исходной смеси, обедненный распределяемыми компонентами. Экстракт и рафинат разделяются с помощью отстаивания или центрифугирования. Выделение поглощенных компонентов из экстракта осуществляется, как правило, ректификацией или реэкстракцией другими экстрагентами. Регенерированный таким образом экстрагент вновь используется в процессе экстракции. Преимущество экстракции по сравнению с перегонкой заключается в отсутствии необходимости испарения жидкости, низкой температуре процесса, а недостаток – в потребности использования дополнительных веществ (экстрагентов) и в затратах на их регенерацию.

Использование экстракции для разделения жидких смесей имеет смысл при условии экономической целесообразности. Как правило, это достигается в следующих случаях:

1. Разделение разбавленных растворов, если удастся подобрать экстрагент, извлекающий компоненты, содержащиеся в малых концентрациях, что позволяет получить их концентрированный раствор в экстрагенте. Последующая ректификация малого количества экстракта потребует меньших затрат, чем ректификация большого количества исходной смеси;

2. Разделение азеотропных смесей или смесей компонентов с близкими летучестями;

3. Разделение смесей, растворитель в которых разлагается при высоких температурах, что не позволяет использовать процесс ректификации.

При проведении процесса экстракции можно выделить следующие стадии: 1) диспергирование одной из фаз (исходная смесь, экстрагент) в другой для обеспечения развитой поверхности их контакта и больших значений коэффициентов массопередачи; 2) собственно экстракция; 3) отделение экстракта от рафината; 4) регенерация экстрагента.

Основным фактором, определяющим целесообразность проведения, процесса экстракции, является подбор соответствующего экстрагента. Главные требования, предъявляемые к нему, заключаются в следующем:

а) экстрагент должен обладать избирательностью (селективностью), извлекая из исходной смеси лишь необходимые (целевые) компоненты и, по возможности, не растворять остальные;

б) гидромеханическое отделение экстракта от рафината возможно при различии плотности этих фаз – отсюда требование на существенное отличие плотности экстрагента от плотности инертных компонентов;

в) экстрагент и поглощаемые им компоненты должны обладать существенными различиями в летучести для успешного разделения экстракта с помощью ректификации или десорбции для сверхкритических флюидов.

Селективность одного компонента исходной смеси по отношению к другому можно охарактеризовать с помощью *коэффициента селективности*  $\alpha'_{ij}$ , который показывает увеличение доли данного компонента в экстрагенте  $y_i$  по отношению к другому  $y_j$  в сравнении с исходной смесью  $x_i$ ,  $x_j$  в условиях равновесия

$$\alpha'_{ij} = \frac{y_i x_j}{y_j x_i} = \frac{m_{i,x}}{m_{j,x}}, \quad (15.1)$$

где  $m_{i,x}$  и  $m_{j,x}$  – коэффициенты распределения соответствующих компонентов, определяемые соотношениям (12.62). Здесь в качестве фазы I рассматривается фаза экстракта (концентрации компонентов в ней обозначены буквой  $y$ ), а фазы II – фаза рафината (концентрации в ней обозначены буквой  $x$ ), находящиеся в условии равновесия.

Экстракция возможна лишь в том случае, когда коэффициенты селективности целевых компонентов по отношению к нецелевым больше единицы, а практическое значение она имеет при их величине больше 2. Коэффициент селективности при экстракции имеет смысл, схожий с коэффициентом относительной летучести при перегонке.

Начнем рассмотрение процесса экстракции с простейшего случая бинарной экстракции, когда в каждой из фаз находится не более двух компонентов. Это возможно лишь при условии, что исходная смесь состоит из двух компонентов  $A$  и  $B$ , экстрагент  $S$  извлекает только распределяемый компонент  $B$ , а инертный компонент  $A$  в экстрагенте  $S$  абсолютно нерастворим. В этом случае коэффициент распределения  $m_{A,x} \rightarrow 0$ , а коэффициент селективности  $\alpha'_{B,A} \rightarrow \infty$ . Поскольку расходы компонентов  $A$  и  $S$  в этом случае изменяться по высоте аппарата не будут, то, как и при описании процесса абсорбции, удобнее выражать концентрацию распределяемого компонента в относительных массовых концентрациях и по аналогии с (13.4) записать уравнение равновесия в виде

$$\bar{Y}^* = m_{\bar{X}} \bar{X}, \quad (15.2)$$

где  $\bar{Y}$  – концентрация распределяемого компонента в экстрагенте  $S$ , а  $\bar{X}$  – в инертном компоненте  $A$ . Как и в случае бинарной абсорбции для трехкомпонентной двухфазной системы число степеней свободы равно трем  $m_{\bar{X}}(p, T, \bar{X})$ , но поскольку экстракция, как правило, проводится при постоянных давлении и температуре, то  $m_{\bar{X}}(\bar{X})$ . Отличие от абсорбции заключается в переходе компонента из фазы  $x$  в фазу  $y$ , то есть аналогия в описании экстракции наблюдается с процессом десорбции, когда рабочая линия на  $\bar{Y} - \bar{X}$  диаграмме расположена ниже равновесной (см. рис. 13.3).

Схема установки для проведения процесса бинарной экстракции при регенерации экстрагента с помощью ректификации изображена на рис. 15.1. Исходная смесь  $F$  компонентов  $A$  и  $B$  поступает в экстрактор 1, где при взаимодействии с экстрагентом  $S$  концентрация распределяемого компонента  $B$  в нем увеличивается с  $\bar{Y}_н$  до  $\bar{Y}_к$ , а концентрация  $B$  в  $A$  уменьшается от  $\bar{X}_н$  до  $\bar{X}_к$ . Рафинат  $R$ , состоящий в основном из компонента  $A$  с остатком  $B$  отводится в виде готового продукта, а экстракт  $E$  через подогреватель 3 направляется в ректификационную колонну 2 для регенерации экстрагента и

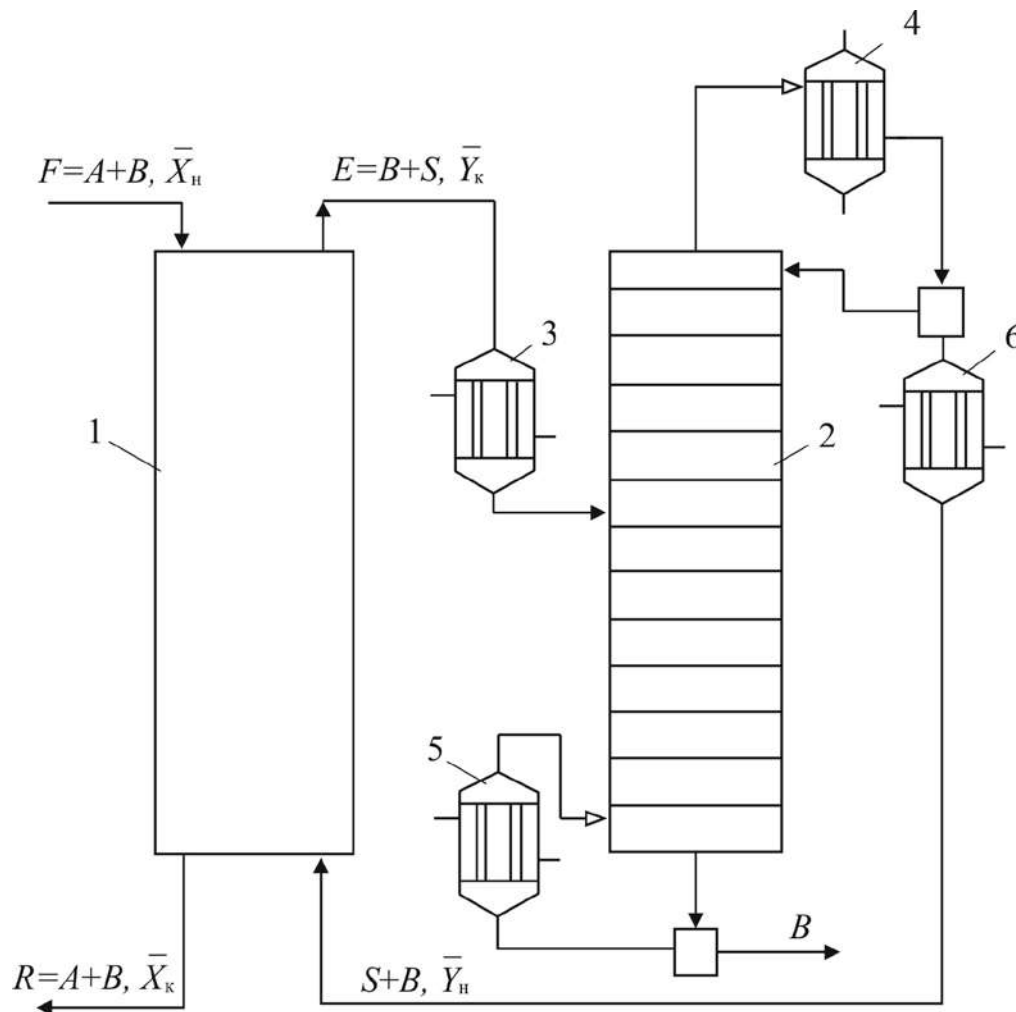


Рис. 15.1. Схема установки для бинарной экстракции: 1 – экстрактор; 2 – ректификационная колонна; 3 – подогреватель; 4 – дефлегматор; 5 – кипятильник; 6 – холодильник

выделения из него целевого компонента  $B$ , экстрагент с остаточным содержанием распределяемого компонента  $\bar{Y}_H$  вновь подается в экстрактор.

## 15.2. Способы бинарной экстракции

На примере бинарной экстракции рассмотрим основные способы проведения процесса, которые могут применяться и для разделения многокомпонентных систем. Способы экстракции можно подразделить на *ступенчатые* и *непрерывные*. В первых исходная смесь и экстрагент приводятся в контакт до достижения равновесия между экстрактом и рафинатом, а во вторых – фазы взаимодействуют друг с другом не достигая равновесия.



### 15.2.1. Одноступенчатая экстракция

Простейшим способом проведения процесса экстракции является одноступенчатая экстракция. Исходная смесь и экстрагент вводятся в смеситель 1 (рис. 15.2а), где происходит диспергирование и массопередача, а затем переходят в сепаратор 2, в котором разделяются на две фазы: рафинат и экстракт. Процесс может проводиться как непрерывно, так и периодически. Как правило, можно считать, что структура потоков в смесителе близка к МИС и выходящие из аппарата фазы экстракта и рафината находятся в состоянии равновесия. На рис. 15.2.б показано условное обозначение одноступенчатой экстракции.

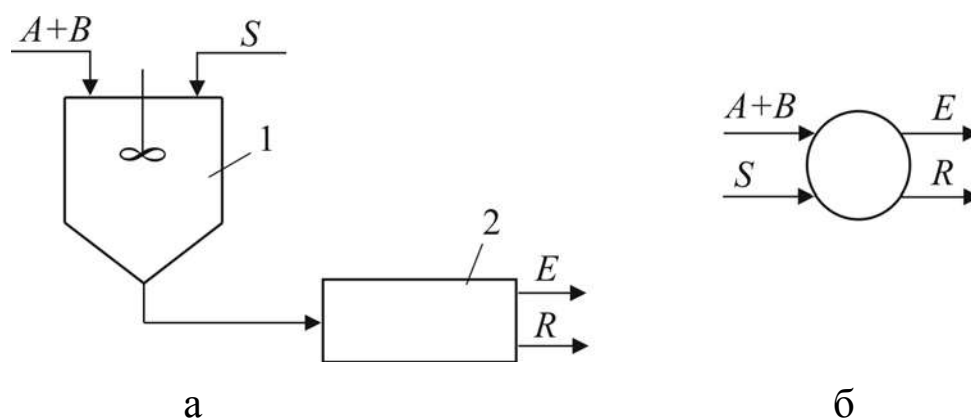


Рис. 15.2. Схемы процесса одноступенчатой экстракции (а):  
1 – смеситель; 2 – сепаратор и условное обозначение ступени

Запишем уравнение материального баланса по распределяющему компоненту для непрерывной одноступенчатой экстракции

$$\dot{A}\bar{X}_n + \dot{S}\bar{Y}_n = \dot{A}\bar{X}_k + \dot{S}\bar{Y}_k, \quad (15.3)$$

где  $\dot{A}$  и  $\dot{S}$  – массовые расходы инертного компонента и экстрагента,  $\bar{X}, \bar{Y}$  – относительные массовые концентрации, обозначения которых соответствуют рисунку 15.1. Дополнив (15.3) уравнением равновесия экстракта и рафината (15.4) получим систему уравнений с неизвестными  $\bar{X}_k, \bar{Y}_k$ , которые могут быть найдены ее решением

$$\bar{Y}_k = \bar{Y}^*(\bar{X}_k) = m_{\bar{X}} \bar{X}_k, \quad (15.4)$$

$$\bar{X}_k = \frac{\bar{X}_n + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_n}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}}}, \quad (15.5)$$

$$\bar{Y}_k = \frac{m_{\bar{X}} \left( \bar{X}_n + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_n \right)}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}}}, \quad (15.6)$$

Если коэффициент распределения  $m_{\bar{X}}$  постоянен и не зависит от  $\bar{X}$ , то  $\bar{X}_k$  и  $\bar{Y}_k$  легко могут быть найдены из (15.5) и (15.6). Если же линия равновесия имеет кривизну, то есть  $m_{\bar{X}} = m_{\bar{X}}(\bar{X})$ , то решение затрудняется, так как в (15.5) и (15.6) необходимо подставлять  $m_{\bar{X}}(\bar{X}_k)$ . Таким образом, уравнение (15.5) становится нелинейным и решение его ищется, как правило, численными методами. В этом случае решение системы уравнений (15.3), (15.4) проще найти графическим методом преобразовав уравнение (15.3) к виду

$$\bar{Y}_k = -\frac{\dot{A}}{\dot{S}} \bar{X}_k + \frac{\dot{A}}{\dot{S}} \bar{X}_n + \bar{Y}_n, \quad (15.7)$$

Проведем из точки на  $\bar{Y} - \bar{X}$  диаграмме (рис. 15.3) с координатами  $\bar{X}_n$  и  $\bar{Y}_n$ , соответствующей концентрациям фаз на входе в аппарат, прямую линию под углом  $\alpha$ , тангенс которого равен отношению  $\dot{A}/\dot{S}$ , до пересечения с линией равновесия. Точка их пересечения даст координаты  $\bar{X}_k, \bar{Y}_k$ , соответствующие составам фаз на выходе из аппарата. Чем меньше отношение  $\dot{A}/\dot{S}$ , то есть чем больше расход экстрагента, тем меньше величины  $\bar{X}_k, \bar{Y}_k$ . С одной стороны это хорошо, так как достигается большая степень извлечения распределяемого компонента из исходной смеси, но с другой стороны, требуется больший расход экстрагента, что увеличивает затраты на его регенерацию. Кроме соотношения расходов на величины  $\bar{X}_k, \bar{Y}_k$  влияет и коэффициент распределения  $m_{\bar{X}}$ . Чем он больше, тем большая степень извлечения достигается при определенных расходах и возрастает концентрация распределяемого компонента в экстрагенте. Учесть оба эти фактора одновременно можно используя фактор массопередачи (12.125), который применительно к процессу экстракции носит название экстракционного фактора

$$A_E = m_{\bar{X}} \dot{S} / \dot{A}. \quad (15.8)$$

С помощью него можно просто выразить коэффициент извлечения (13.9), который для процесса одноступенчатой экстракции будет иметь вид

$$\varphi^{\text{одн}} = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_K}{\bar{X}_H - \bar{X}^*(\bar{Y}_H)} = \frac{\bar{X}_H - \left( \bar{X}_H + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_H \right) / \left( 1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \right)}{\bar{X}_H - \bar{Y}_H / m_{\bar{X}}} = \frac{A_E}{1 + A_E}. \quad (15.9)$$

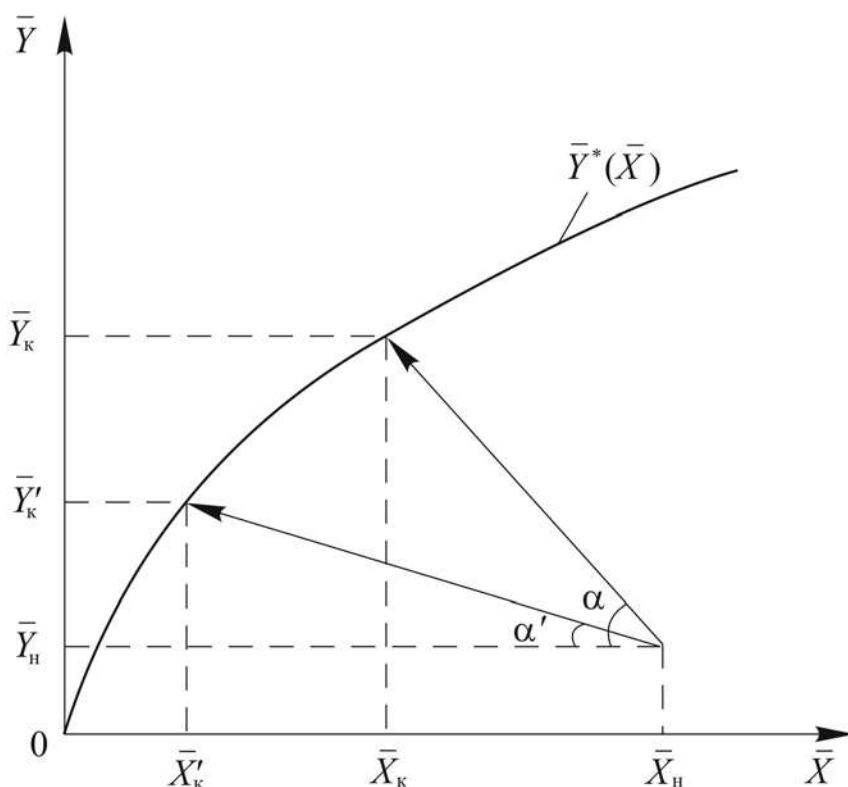


Рис. 15.3. Изображение процесса одноступенчатой экстракции на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме  $\dot{A}/\dot{S} > \dot{A}'/\dot{S}'$

Как видно из (15.9) заданной степени извлечения соответствует определенное значение экстракционного фактора. Для увеличения степени извлечения необходимо увеличивать экстракционный фактор, повышая коэффициент распределения или расход экстрагента.

Недостаток процесса одноступенчатой экстракции заключается в необходимости больших затрат экстрагента для достижения высокой степени извлечения, то есть получения рафината высокой степени

очистки. Для устранения этого недостатка используется многоступенчатая экстракция.

### 15.2.2. Многоступенчатая перекрестная экстракция

При многоступенчатой перекрестной экстракции рафинат подается последовательно из одной ступени в другую, а поток экстрагента, разделяясь по количеству ступеней, подводится параллельно в каждую из них, экстракт также отводится из каждой ступени (рис. 15.4).

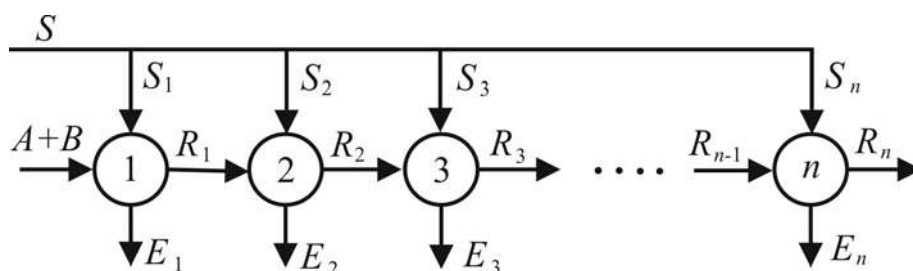


Рис. 15.4. Схема процесса многоступенчатой перекрестной экстракции

Решая уравнения материального баланса и равновесия для каждой ступени можно получить по аналогии с одноступенчатой экстракцией выражения для концентраций рафината и экстракта. Если коэффициент распределения не зависит от состава ( $m_{\bar{X}} = \text{const}$ ) и экстрагент распределяется поровну между ступенями ( $\dot{S}_i = \dot{S}/n$ ) (можно показать, что такой способ распределения экстрагента оптимальный), то эти выражения будут иметь вид

$$\bar{X}_{k,1} = \frac{\bar{X}_H + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}n}}; \quad \bar{Y}_{k,1} = m_{\bar{X}} \bar{X}_{k,1}, \quad (15.10)$$

$$\bar{X}_{k,2} = \frac{\bar{X}_{k,1} + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}_H}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}n}} = \frac{\frac{\bar{X}_H + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}_H}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}n}} + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}_H}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}n}} =$$

$$= \frac{\bar{X}_H + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}_H + \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \bar{Y}_H + \left( \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \right)^2 \bar{Y}_H m_{\bar{X}}}{\left( 1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}n} \right)^2} = \frac{\bar{X}_H + \frac{\bar{Y}_H}{m_{\bar{X}}} \left( (1 + A_E/n)^2 - 1 \right)}{(1 + A_E/n)^2};$$

$$\bar{Y}_{K,2} = m_{\bar{X}} \bar{X}_{K,2} \quad (15.11)$$

.....

$$\bar{X}_{K,n} = \frac{\bar{X}_H + \frac{\bar{Y}_H}{m_{\bar{X}}} \left( (1 + A_E/n)^n - 1 \right)}{(1 + A_E/n)^n}; \quad \bar{Y}_{K,n} = m_{\bar{X}} \bar{X}_{K,n}. \quad (15.12)$$

здесь  $A_E$  определяется соотношением (15.8) и является экстракционным фактором всей установки в целом. Для отдельной ступени экстракционный фактор  $A_{E,i} = A_E/n$ . По аналогии с (15.9) можно найти коэффициент извлечения  $\phi$  для перекрестной экстракции

$$\phi^{\text{пер}} = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_{K,n}}{\bar{X}_H - \bar{Y}_H / m_{\bar{X}}} = \frac{(1 + A_E/n)^n - 1}{(1 + A_E/n)^n}. \quad (15.13)$$

Нетрудно убедиться, как это видно из таблицы 15.1, что для любых положительных значений экстракционного фактора ( $A_E > 0$ )  $\phi^{\text{пер}} > \phi^{\text{одн}}$ .

Таким образом, степень извлечения распределяемого компонента (степень очистки рафината) при одинаковых затратах экстрагента в случае многоступенчатой перекрестной экстракции выше, чем в одноступенчатой. Или подругому, для достижения одинаковой степени очистки рафината в многоступенчатой установке потребуется меньше экстрагента, чем в одноступенчатой.

Отношение  $\phi^{\text{пер}}/\phi^{\text{одн}}$  увеличивается с увеличением экстракционного фактора  $A_E$  и числа ступеней  $n$  (табл. 15.1). Эти величины могут служить параметрами оптимизации при проектировании установки для многоступенчатой перекрестной экстракции. Следует иметь в виду, что для перекрестной многоступенчатой экстракции существует минимальное значение экстракционного фактора, при котором возможно достижение

заданной степени извлечения для бесконечного числа ступеней. Величина  $A_{E,\min}$  может быть найдена из

$$\varphi_{n \rightarrow \infty}^{\text{пер}} = 1 - \exp(-A_E). \quad (15.14)$$

Таблица 15.1

**Коэффициенты извлечения для различных способов ступенчатой экстракции при  $m_x = \text{const}$ , в зависимости от величины экстракционного фактора  $A_E$  и числа ступеней  $n$**

	$A_E=0,5$			$A_E=1,2$			$A_E=2$		
	$n=2$	$n=5$	$n=10$	$n=2$	$n=5$	$n=10$	$n=2$	$n=5$	$n=10$
$\varphi^{\text{прот}}$	0,428	0,492	0,500	0,725	0,899	0,969	0,857	0,984	0,9995
$\varphi_{S_i=S/n}^{\text{пер}}$	0,360	0,378	0,386	0,609	0,659	0,678	0,750	0,810	0,838
$\varphi_{S_i=S}^{\text{пер}*}$	0,555	0,868	0,983	0,793	0,980	0,9996	0,889	0,996	0,99998
$\varphi^{\text{одн}}$	0,333			0,545			0,666		

\* Если для предыдущих способов многоступенчатой экстракции величина  $A_E$  определяется во всей установке, то для данного способа – в отдельной ступени.

Если  $m_x \neq \text{const}$ , то есть равновесная линия является кривой, то вместо аналитического способа определения конечных концентраций можно применять графический (рис. 15.5). Построение на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме проводится аналогично одноступенчатой экстракции, с учетом того, что рафинат с предыдущей ступени является исходной смесью для последующей, а  $\text{tg} \alpha = n\dot{A}/\dot{S}$ . Построение проводится при различных значениях  $n$ , начиная с меньших. Выбирается такое число ступеней, для которого  $\bar{X}_{k,n}$  меньше заданной конечной концентрации рафината  $\bar{X}_k$ .

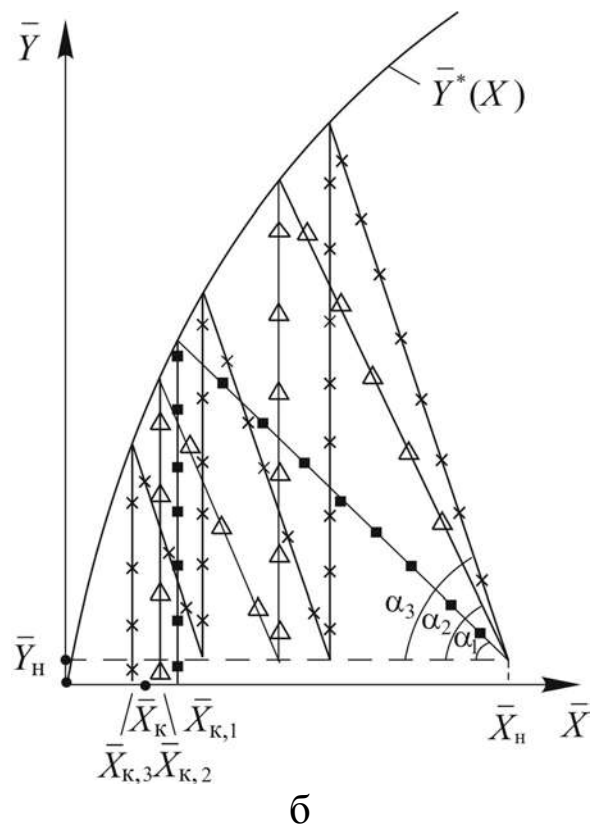
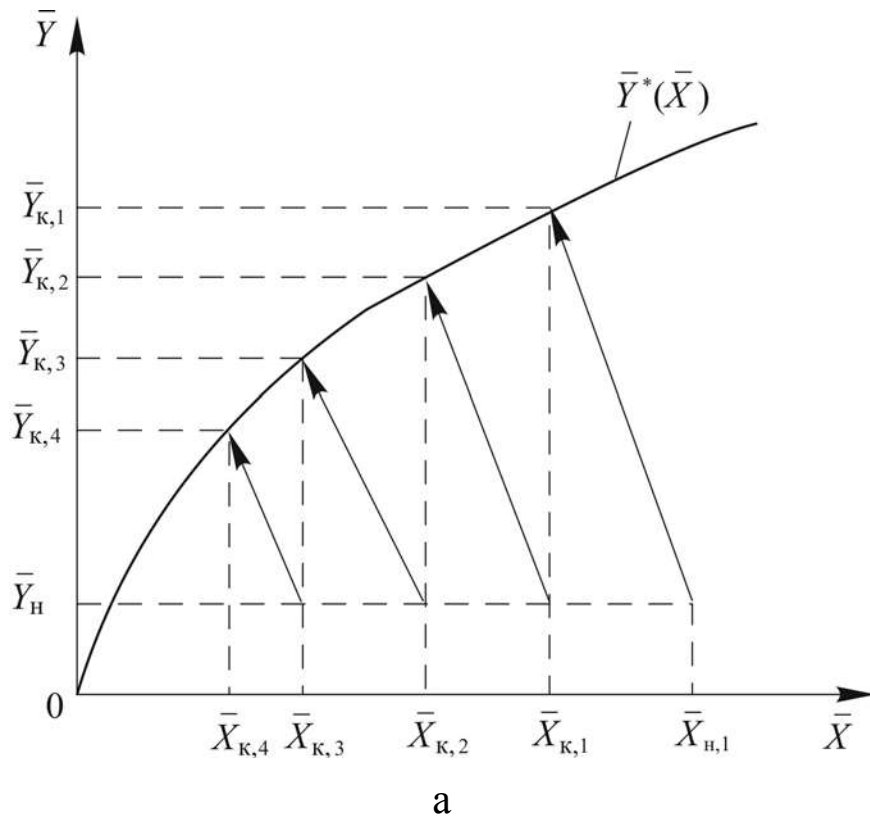


Рис. 15.5. Изображение процесса многоступенчатой перекрестной экстракции на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме: а -  $n = 4$ ; б -  $\blacksquare - \blacksquare$  -  $n=1$ ,  $\blacktriangle - \blacktriangle$  -  $n=2$ ,  $\times - \times$  -  $n=3$ ;  $\text{tg}\alpha_1 = \dot{A}/\dot{S}$ ,  $\text{tg}\alpha_2 = 2\dot{A}/\dot{S}$ ,  $\text{tg}\alpha_3 = 3\dot{A}/\dot{S}$

Недостатком многоступенчатой перекрестной экстракции являются значительные потери инертного компонента с экстрактом, так как на практике полностью разделить их не удастся даже при низкой взаимной растворимости. Еще одна причина редкого промышленного использования перекрестной экстракции заключается в существовании более эффективного способа экстракции – противоточного, который будет рассматриваться в следующем разделе. На практике перекрестная экстракция применяется тогда, когда ценность представляет лишь рафинат, а экстрагент дешев и не требует регенерации. В этом случае можно на каждую ступень подавать большой расход экстрагента, например,  $S_i = S$ , а не  $S_i = S/n$ .

Тогда степень извлечения существенно возрастает за счет увеличения экстракционного фактора для каждой ступени ( $A_{E,i} = A_E$ ) (табл. 15.1)

$$\varphi_{S_i=S}^{\text{пер}} = \frac{(1 + A_E)^n - 1}{(1 + A_E)^n}. \quad (15.15)$$

### 15.2.3. Многоступенчатая противоточная экстракция

При многоступенчатой противоточной экстракции потоки рафината и экстракта движутся от одной ступени к другой навстречу друг к другу. Исходная смесь подается в первую ступень, а экстрагент – в последнюю (рис. 15.6)

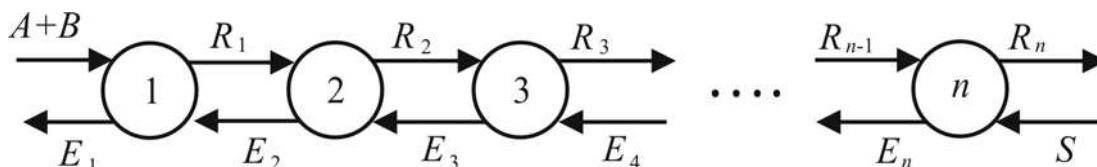


Рис. 15.6. Схема процесса многоступенчатой противоточной экстракции

Решая систему уравнений материального баланса и равновесия для каждой ступени можно получить выражения для концентраций рафината и экстракта, а также коэффициента извлечения при  $m_{\bar{x}} = \text{const}$ . Пусть  $n=2$



$$\bar{X}_{k,1} = \frac{\bar{X}_h + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_{k,2}}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}}}, \quad \bar{Y}_{k,1} = m_{\bar{X}} \bar{X}_{k,1}, \quad (15.16)$$

$$\bar{X}_{k,2} = \frac{\bar{X}_{k,1} + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_h}{1 + m_{\bar{X}} \frac{\dot{S}}{\dot{A}}}; \quad \bar{Y}_{k,2} = m_{\bar{X}} \bar{X}_{k,2}, \quad (15.17)$$

Выразим концентрацию рафината на последней 2-й ступени через  $\bar{X}_h$  и  $\bar{Y}_h$ , подставив (15.16) в (15.17), получим

$$\begin{aligned} \bar{X}_{k,2} &= \left( \frac{\bar{X}_h + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} m_{\bar{X}} \bar{X}_{k,2}}{1 + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} m_{\bar{X}}} + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_h \right) / \left( 1 + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} m_{\bar{X}} \right) = \\ &= \frac{\bar{X}_h + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_h (1 + A_E)}{1 + A_E + A_E^2}. \end{aligned} \quad (15.18)$$

Можно получить аналогичное соотношение для концентрации рафината на последней ступени  $n$ -ступенчатой противоточной экстракционной установки

$$\bar{X}_{k,n} = \frac{\bar{X}_h + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_h (1 + A_E + A_E^2 + \dots + A_E^{n-1})}{1 + A_E + A_E^2 + \dots + A_E^n}. \quad (15.19)$$

Учитывая, что геометрическая прогрессия может быть записана как (15.20), представим (15.19) в виде

$$1 + A_E + A_E^2 + \dots + A_E^n = (A_E^{n+1} - 1) / (A_E - 1), \quad (15.20)$$

$$\bar{X}_{k,n} = \frac{A_E - 1}{A_E^{n+1} - 1} \left( \bar{X}_h + \frac{\dot{S}}{\dot{A}} \bar{Y}_h \left( \frac{A_E^n - 1}{A_E - 1} \right) \right). \quad (15.21)$$

Используя (15.21) найдем коэффициент извлечения  $\phi^{\text{прот}}$

$$\phi^{\text{прот}} = \frac{\bar{X}_h - \bar{X}_{k,n}}{\bar{X}_h - \bar{Y}_h / m_{\bar{X}}} = \frac{A_E^{n+1} - A_E}{A_E^{n+1} - 1}. \quad (15.22)$$

Как видно из таблицы 15.1, коэффициенты извлечения для противоточной экстракции выше, чем для одноступенчатой или

перекрестной при одинаковых значениях экстракционного фактора для установки в целом.

Величина экстракционного фактора и число ступеней могут служить параметрами оптимизации при проектировании противоточной экстракционной установки. Обычно значения экстракционного фактора изменяются в диапазоне  $1,2 < A_E < 2$ , а числа ступеней  $3 \leq n \leq 6$ . Еще одним преимуществом противоточной многоступенчатой экстракции является возможность достижения любой сколь угодно большой степени извлечения при  $A_E > 1$  за счет увеличения числа ступеней. Напомним, что для перекрестной экстракции даже при  $n \rightarrow \infty$  она ограничена соотношением (15.14).

В случае  $m_x \neq \text{const}$  вместо аналитического можно использовать графический метод определения числа ступеней, необходимых для достижения требуемой степени извлечения. Для этого вначале из уравнения материального баланса всей установки в целом, совпадающего с (15.3), находят недостающие начальные и конечные концентрации. Алгоритм графического метода следующий (см. рис. 15.7): по конечной концентрации экстракта, выходящего из 1-й ступени  $\bar{Y}_k = \bar{Y}_{k,1}$  находят соответствующую ей точку 1к на линии равновесия, абсцисса которой соответствует концентрации рафината  $\bar{X}_{k,1}$ , уходящего с 1-й ступени; проводят из точки 1к прямую под углом  $\alpha$  к оси  $\bar{X}$ , тангенс которого равен отношению  $\dot{A}/\dot{S}$ , до пересечения с прямой, параллельной оси  $\bar{Y}$ , проведенной через точку с координатами  $(\bar{X}_n, 0)$ , получают точку 1н, характеризующую составы фаз на входе в 1-ю ступень; ордината этой точки соответствует концентрации экстракта  $\bar{Y}_{k,2}$ , выходящего из 2-й ступени и приходящего на 1-ю; затем процедура повторяется – по конечной концентрации экстракта, выходящего из 2-й ступени  $\bar{Y}_{k,2}$  находят соответствующую ей точку 2к на линии равновесия, абсцисса которой соответствует концентрации рафината  $\bar{X}_{k,2}$ , уходящего со второй ступени, проводят из точки 2к прямую под углом  $\alpha$  к оси  $\bar{X}$  до пересечения с прямой, параллельной оси  $\bar{Y}$  проведенной через точку с координатами  $(\bar{X}_{k,1}, 0)$ , получают точку 2н, характеризующую составы фаз на входе во 2-ю ступень, ордината которой соответствует концентрации экстрагента  $\bar{Y}_{k,3}$ , выходящего из 3-й ступени и

приходящего на 2-ю и т.д.; построения заканчиваются при выполнении условия  $\bar{X}_{к,n} \leq \bar{X}_к$ .

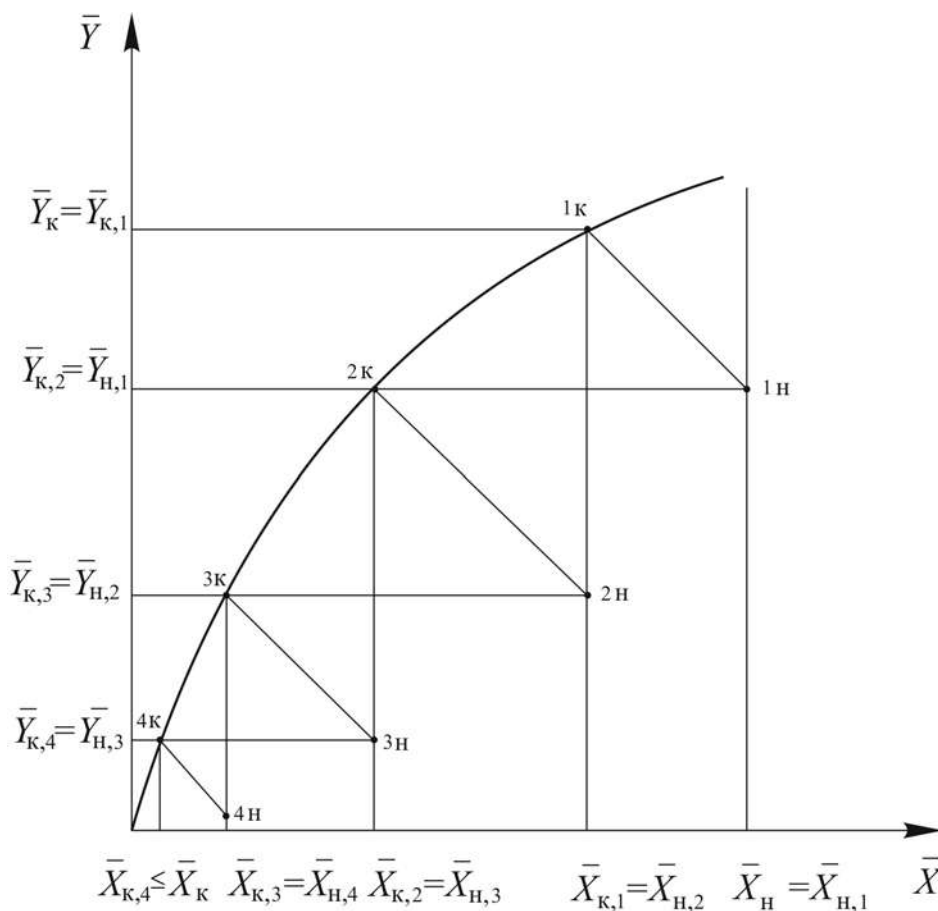


Рис. 15.7. Изображение многоступенчатой противоточной экстракции на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме

#### 15.2.4. Непрерывная противоточная экстракция

Как уже отмечалось, при непрерывной противоточной экстракции фазы взаимодействуют друг с другом не достигая равновесия. Поскольку, как и в случае абсорбции, противоточное движение фаз при экстракции обеспечивает большую степень извлечения, чем прямоточное, то на практике применяется именно противоток. Непрерывная противоточная экстракция реализуется, как правило, в колонных экстракторах (рис. 15.1). В нижнюю часть аппарата подается более легкая фаза, допустим экстрагент  $S$ , диспергируемая для увеличения поверхности контакта в сплошной, более тяжелой фазе, допустим инертном компоненте  $A$ . В верхнюю часть аппарата подается исходная смесь, движущаяся вниз навстречу

экстрагенту. Экстракт  $E$  отбирается из верхней части колонны, а рафинат  $R$  из нижней.

Уравнение материального баланса для всего экстрактора совпадает с (15.3). Записывая материальный баланс для участка аппарата от произвольного сечения до, например, нижнего можно получить уравнение рабочей линии непрерывной противоточной экстракции

$$\bar{Y} = \frac{\dot{A}}{\dot{S}} \bar{X} - \frac{\dot{A}}{\dot{S}} \bar{X}_к + \bar{Y}_н. \quad (15.23)$$

Изображение этого процесса на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме приведено на рис. 15.8. Определение числа теоретических ступеней изменения концентрации (теоретических тарелок), необходимых для достижения требуемой степени извлечения можно проводить как аналитическим, так и графическим способами (раздел 12.7.3).

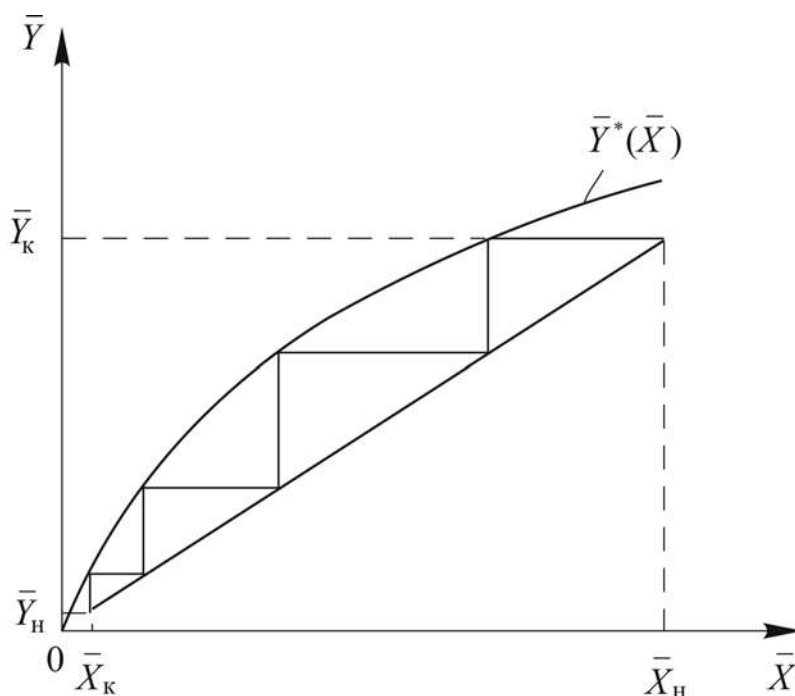


Рис. 15.8. Изображение процесса непрерывной противоточной экстракции на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме

Для определения высоты колонны необходимо умножить число теоретических ступеней  $N_T$  на высоту, эквивалентную одной ступени  $h_э$ . Величина  $h_э$  зависит от конструктивных и режимных характеристик колонны. Кроме того для расчета непрерывной противоточной экстракции могут применяться схемы, основанные на основном

уравнении массопередачи и его модификациях, изложенные в разделе 12.7.2, с использованием выражений для коэффициентов массоотдачи, аналогичных (12.198) – (12.201).

Нетрудно убедиться, что число теоретических ступеней изменения концентрации, необходимых для достижения заданной степени извлечения в непрерывной противоточной экстракции совпадает с числом ступеней, обеспечивающих ту же степень извлечения при противоточной многоступенчатой экстракции. Выбор того или иного способа проведения процесса экстракции производится на основе технико-экономического расчета с учетом стоимости соответствующего аппаратного оформления.

Осуществление процесса непрерывной противоточной экстракции возможно при условии, что рабочая линия расположена ниже равновесной

$$\bar{Y}^*(\bar{X}) = m_{\bar{X}}(\bar{X})\bar{X} > \frac{\dot{A}}{\dot{S}}\bar{X} - \frac{\dot{A}}{\dot{S}}\bar{X}_k + \bar{Y}_n$$

или

$$\frac{m_{\bar{X}}(\bar{X})\dot{S}}{\dot{A}} = A_E(\bar{X}) > 1 + \left( \frac{\dot{S}}{\dot{A}}\bar{Y}_n - \bar{X}_k \right) / \bar{X}, \quad (15.24)$$

то есть величина экстракционного фактора  $A_E(\bar{X})$ , зависящего от  $\bar{X}$  при  $m_{\bar{X}} \neq \text{const}$ , должна быть больше величины, определяемой условием (15.24). Это же условие справедливо и для противоточной многоступенчатой экстракции. Причем необходимо иметь в виду, что равновесная кривая может быть обращена как выпуклостью вверх, так и вниз. Из (15.24) при равенстве левой и правой частей может быть найден минимальный расход экстрагента  $\dot{S}_{\min}$ . Расход экстрагента может служить параметром оптимизации: при его уменьшении снижаются затраты на регенерацию экстрагента, но увеличиваются затраты на изготовление экстрактора, так как растет число необходимых ступеней изменения концентрации.

### 15.3. Классификация и конструкции экстракторов

По способу проведения процесса экстракторы можно подразделить на *ступенчатые*, в которых фазы достигают состояния близкого к равновесному (ступенчатая экстракция), и

*дифференциально-контактные*, в которых фазы движутся противотоком друг к другу в неравновесных условиях (непрерывная противоточная экстракция). Для проведения многоступенчатой экстракции ступенчатые экстракторы соединяются в установку, как правило, с противоточным движением рафината и экстракта.

В зависимости от источника энергии, используемой для диспергирования и перемещения фаз, экстракторы подразделяются на аппараты *без подвода дополнительной энергии* и *с подводом дополнительной энергии*. В первых – диспергирование и перемещение фаз осуществляется за счет энергии потоков или силы тяжести, во вторых – энергия подводится за счет механических мешалок, искусственно создаваемых пульсаций или центробежных сил.

В зависимости от рода сил, под действием которых происходит сепарация фаз, различают *гравитационные* и *центробежные* экстракторы.

По способу организации процесса экстракторы, как и все другие аппараты, подразделяются на *периодические* и *непрерывные*.

### 15.3.1. Ступенчатые экстракторы

Наиболее распространенными ступенчатыми экстракторами являются *смесительно-отстойные*, в которых диспергирование одной из фаз в другой осуществляется с помощью механической мешалки, а разделение фаз – отстаиванием.

Простейшим смесительно-отстойным экстрактором периодического действия может служить вертикальный цилиндрический аппарат с мешалкой. Процесс экстракции в этом случае будет состоять из следующих стадий: заполнение аппарата исходной смесью и экстрагентом; перемешивание, в ходе которого осуществляются образование эмульсии и процесс массопередачи до состояния близкого к равновесному; разделение образовавшихся фаз рафината и экстракта путем отстаивания; выгрузка из аппарата продуктов экстракции.

Однако на практике гораздо чаще применяются смесительно-отстойные экстракторы непрерывного действия. В них вышеперечисленные стадии протекают одновременно, но в различных частях экстрактора. С этой целью смеситель и сепаратор (отстойник) выполняются в виде отдельных камер (рис. 15.2а). Обе фазы могут

подаваться в нижнюю часть смесителя либо легкая фаза снизу, а тяжелая сверху. Штуцер, соединяющий смеситель с отстойником, может располагаться в верхней части смесителя или на уровне мешалки. В последнем случае радиальное движение обеспечиваемое, например, турбинной мешалкой используется для перемещения эмульсии из смесителя в отстойник.

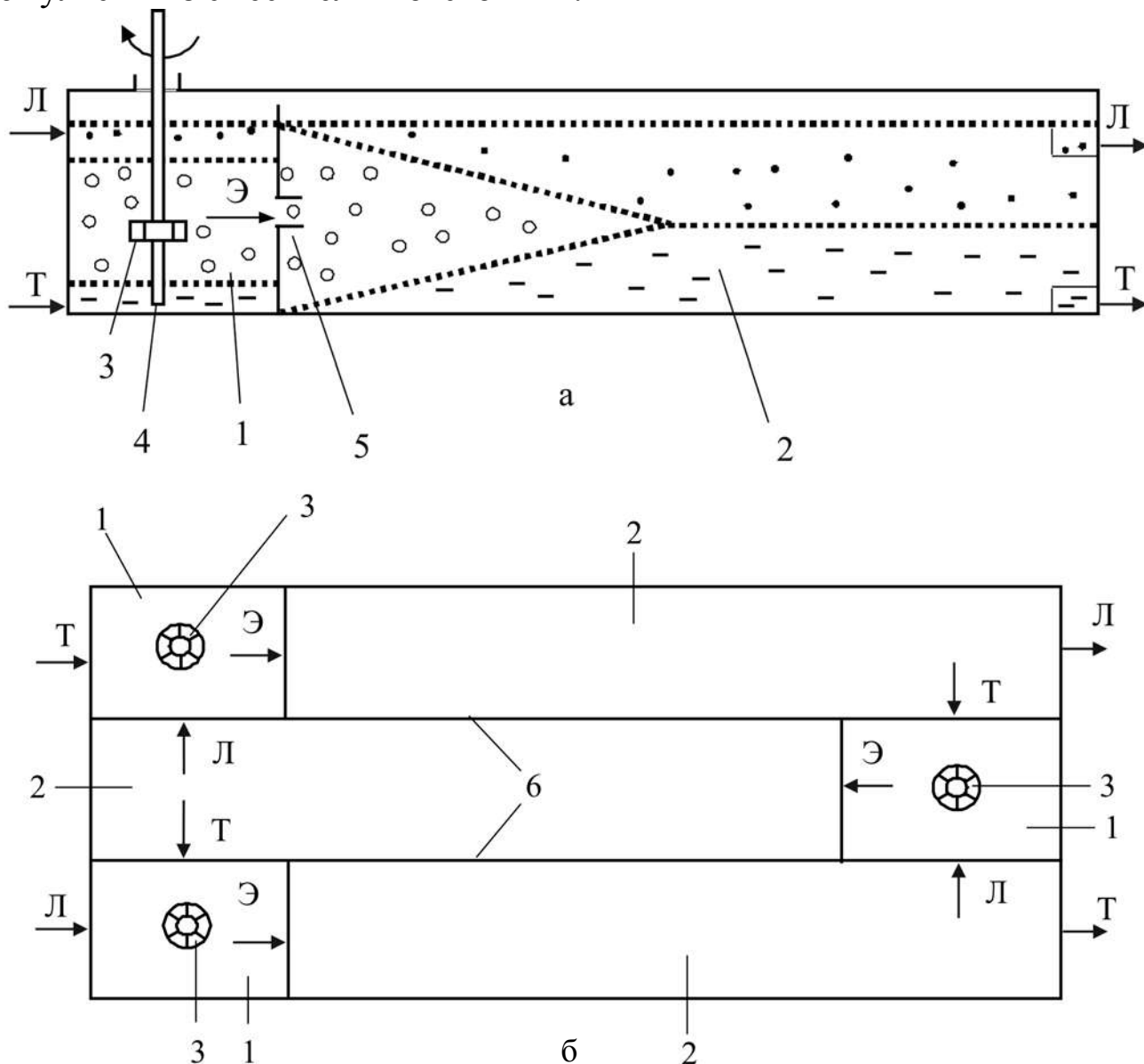


Рис. 15.9. Ящичный экстрактор: а – отдельная ступень; б – трехступенчатый противоточный; 1 – смеситель; 2 – отстойник; 3 – турбинная мешалка; 4 – полый вал; 5 – штуцер для выхода эмульсии; 6 – вертикальные перегородки, разделяющие ступени. Здесь и далее в главе 15:  $\boxed{\dots}$  – легкая фаза (Л);  $\boxed{-}$  – тяжелая фаза (Т);  $\boxed{\circ\circ}$  – эмульсия (Э); — — — — — граница с твердой фазой; ..... – граница раздела фаз жидкость – жидкость, газ – жидкость

Наиболее часто применяются вертикальные цилиндрические смесители с перегородками, уменьшающими воронкообразование и цилиндрические горизонтальные отстойники (см. рис. 7.3). Однако в целях экономии площадей, материала и насосов при многоступенчатой экстракции используют *ящичные* экстракторы прямоугольного сечения, все ступени которого размещены в одном корпусе и отделены друг от друга вертикальными перегородками (рис. 15.9.) Такой экстрактор позволяет обойтись без насосов. Перемещение сред в нем осуществляется за счет насосного действия турбинной мешалки, засасывающей тяжелую фазу через полый вал 4 и радиально отбрасывающей ее к штуцеру 5.

### 15.3.2. Дифференциально-контактные экстракторы

*Экстракторы без подвода дополнительной энергии.* Наиболее просты по устройству *полые колонные распылительные экстракторы*. На рис. 15.10. изображен полый экстрактор с диспергированием легкой фазы, осуществляемым с помощью распылителя 2 в нижней части колонны (возможно диспергирование тяжелой фазы в верхней части колонны). Тяжелая фаза, являющаяся в данном случае сплошной, подается сверху. Диспергирование происходит за счет энергии потока, а противоточное движение фаз и их расслаивание под действием силы тяжести. В верхней и нижней частях колонны, имеющих, как правило, большее сечение, расположены отстойные зоны. Гидрозатвор 4, через который отводится тяжелая фаза, предназначен для полного заполнения жидкостью колонны, а также совместно с вентилями 5 регулирования уровня раздела фаз по высоте колонны. Из верхней части колонны отводится легкая фаза. Для устранения перемешивания легкой и тяжелой фаз последнюю вводят через трубы 3. Каждому расходу одной из фаз соответствует предельно допустимый расход второй, при котором наблюдается явление захлебывания. Оно заключается в уносе дисперсной фазы сплошной за счет увеличения относительной скорости их движения и образовании еще одной границы раздела фаз вблизи распылителя. Поскольку распылитель уменьшает свободное сечение колонны, увеличивая скорости движения фаз, способствуя тем самым возрастанию уноса дисперсной фазы и возникновению захлебывания,



его стараются разместить в части колонны с большим поперечным сечением.

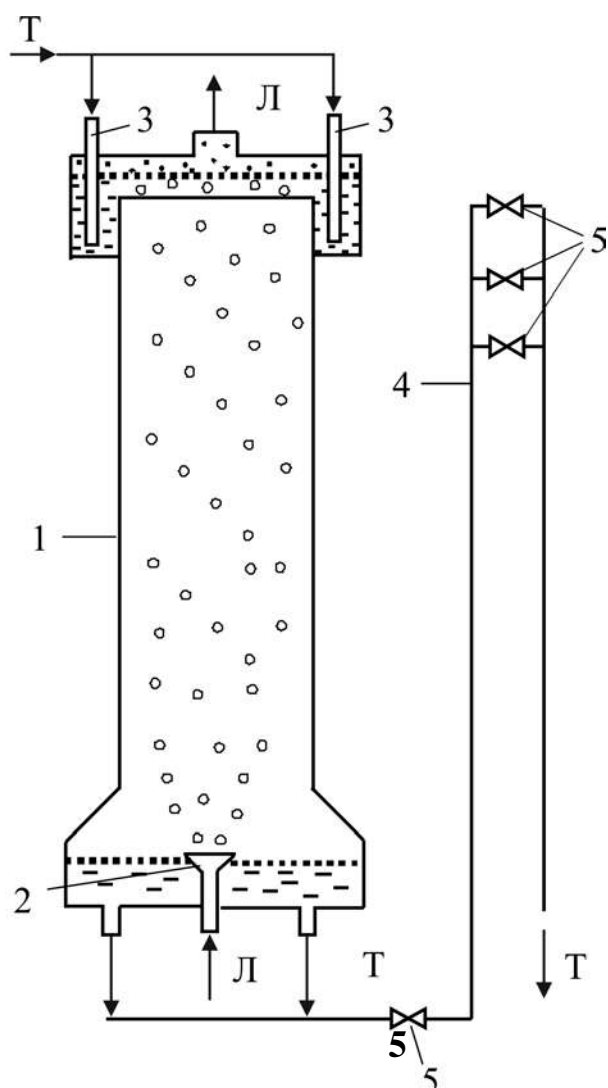


Рис.15.10. Полнотелый колончатый распылительный экстрактор: 1 – колонна; 2 – распылитель; 3 – трубы для ввода тяжелой фазы; 4 – гидрозатвор; 5 – вентили

Недостатком полных распылительных экстракторов является низкая интенсивность массопередачи, обусловленная невысокими значениями коэффициентов массопередачи и удельной поверхности контакта фаз, а также значительным обратным перемешиванием, что снижает среднюю движущую силу процесса. Поток дисперсной фазы движется, в основном, в центральной части колонны, а сплошной – ближе к стенкам, что создает циркуляционные токи и приближает структуру потока сплошной фазы к идеальному смешению, особенно, в аппаратах большого диаметра. В результате, эффективность полных распылительных экстракторов невелика и составляет одну – две теоретических ступени изменения концентрации. Достоинствами данных аппаратов являются простота конструкции, высокая производительность и возможность использования для сред, содержащих твердые примеси.

С целью уменьшения обратного перемешивания и увеличения коэффициента массопередачи применяются *полочные колонные экстракторы* (рис. 15.11.). Капли дисперсной фазы коалесцируют (сливаются), обтекая перегородки, и вновь диспергируются, отрываясь от них, что увеличивает величину коэффициента массопередачи. Кроме того, наличие полок уменьшает явление обратного

перемешивания по сравнению с полыми колоннами, предотвращает возникновение циркуляционных токов.

С этими же целями применяются *колонные насадочные экстракторы*, конструкция которых мало чем отличается от насадочных колонн, применяемых для процессов абсорбции и ректификации (рис.13.10) или смотри далее рис. 15.14. Насадку обычно располагают слоями высотой от 2 до 10 диаметров колонны. Проходя через слой насадки, капли многократно коалесцируют и вновь дробятся, а в пространстве между слоями перемешиваются, что способствует снижению поперечной неравномерности потоков. При выборе материала насадки необходимо учитывать его предпочтительную смачиваемость сплошной фазой, в противном случае капли дисперсной фазы сливаются в пленку, уменьшая

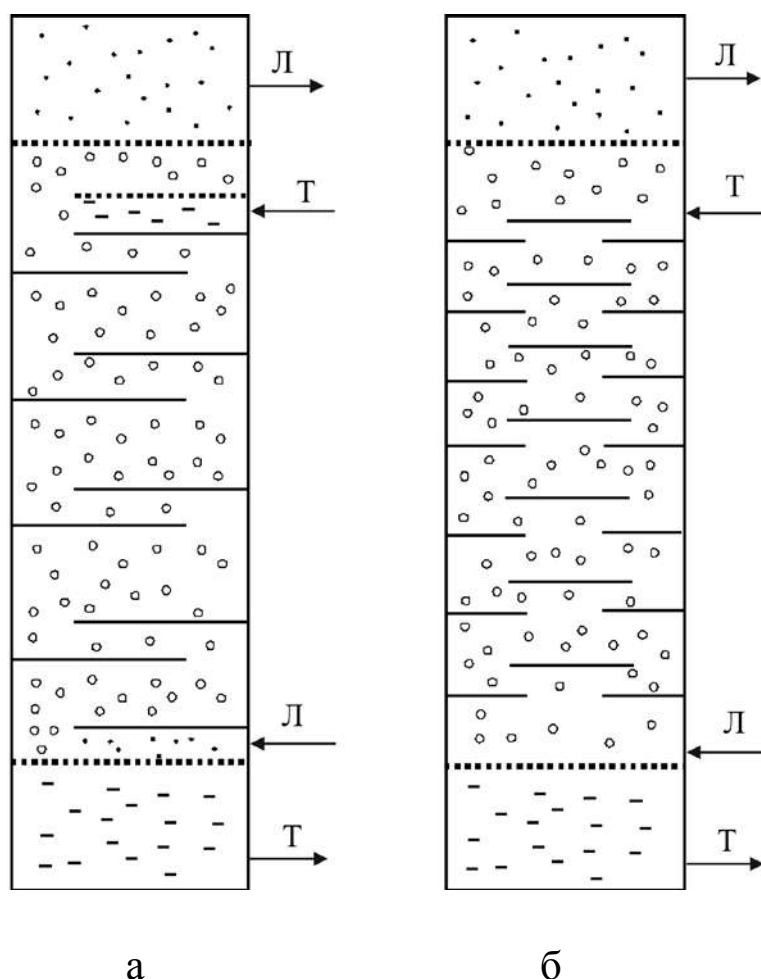


Рис. 15.11. Полочные колонные экстракторы: а – с сегментными перегородками; б – с чередующимися перегородками типа диск-кольцо

поверхность контакта фаз. Недостатками насадочных колонных экстракторов по сравнению с полыми являются их большая стоимость и меньшая производительность, так как захлебывание достигается при меньших расходах фаз за счет уменьшения свободного сечения колонны.

Для увеличения коэффициентов массопередачи и уменьшения обратного перемешивания применяются также *экстракторы с ситчатыми тарелками*. Одна из фаз, например, легкая (рис.15.12) многократно диспергируется протекая через отверстия тарелок, взаимодействует с тяжелой и коалесцирует скапливаясь под следующей тарелкой. Тяжелая фаза перетекает с верхней тарелки на нижнюю через сливные устройства, а затем движется в горизонтальном направлении вдоль тарелки к очередному перетоку. При этом сливные и переливные перегородки, в отличие от тарельчатых аппаратов для проведения процессов абсорбции и ректификации (рис.15.12), не устанавливаются, а сливные планки погружены в слой тяжелой фазы.

Все дифференциально-контактные экстракторы без подвода дополнительной энергии отличаются с одной стороны простотой конструкции, надежностью (отсутствие движущихся частей), низкими энергозатратами, а с другой – малой эффективностью массопередачи и сепарации фаз, что приводит к их большой металлоемкости.

***Экстракторы с подводом дополнительной энергии.*** Роторно-дисковые экстракторы (рис.15.13) по конструкции схожи с полочными колоннами (рис. 15.11б). Отличия заключаются в том, что диски имеют меньший диаметр, закреплены на валу и вращаются вместе с ним. Легкая фаза может изначально диспергироваться при обтекании кольцевых перегородок либо с помощью распылителя. Затем, соприкасаясь с поверхностью вращающихся дисков, она многократно коалесцирует и редиспергируется. В каждой секции, расположенной между соседними кольцевыми перегородками, образуются сложные, как правило, турбулентные тороидальные течения, способствующие увеличению коэффициентов массопередачи и уменьшению обратного перемешивания в аппарате в целом, несмотря на то, что в каждой секции структура потоков близка к идеальному смешению. Иногда вместо дисков на валу ротора устанавливаются мешалки различных типов. Недостатком роторно-

дисковых экстракторов является снижение их эффективности при увеличении диаметра аппарата.

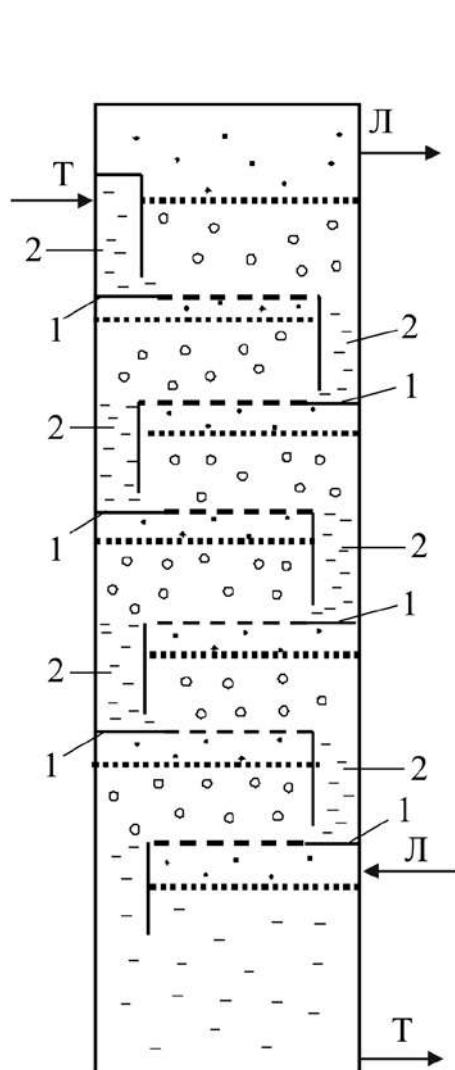


Рис. 15.12. Экстрактор с ситчатыми тарелками:

1 – тарелки;  
2 – сливные устройства для перетока тяжелой фазы

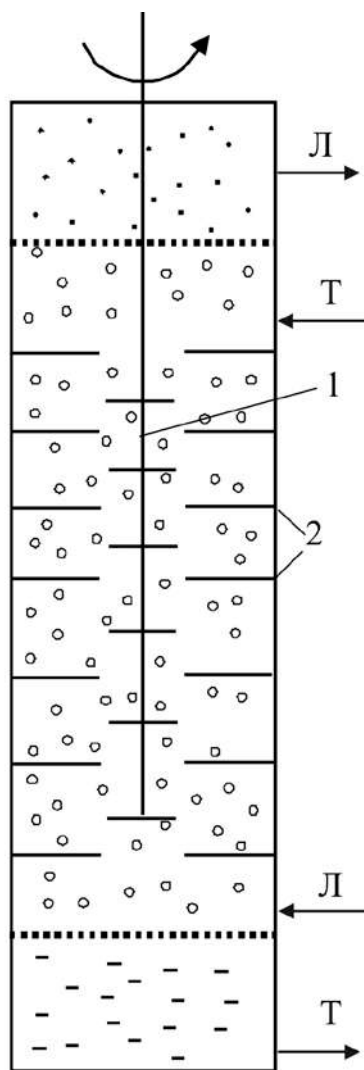


Рис. 15.13. Роторно-дисковый экстрактор:

1 – вал ротора с дисками;  
2 – кольцевые перегородки

Для интенсификации процесса массопередачи используются *пульсационные экстракторы*, в которых на противоточное движение фаз накладываются возвратно-поступательные колебания небольшой амплитуды. Используются два способа создания пульсаций: с

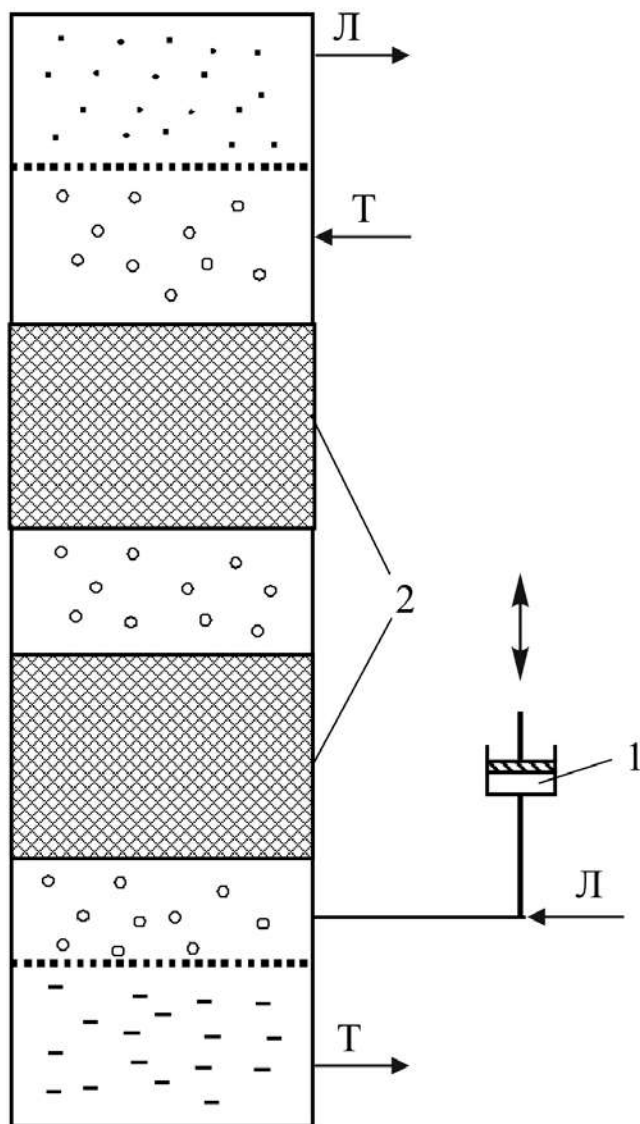


Рис. 15.14. Пульсационный насадочный экстрактор:

1 – пульсатор;

2 – насадка

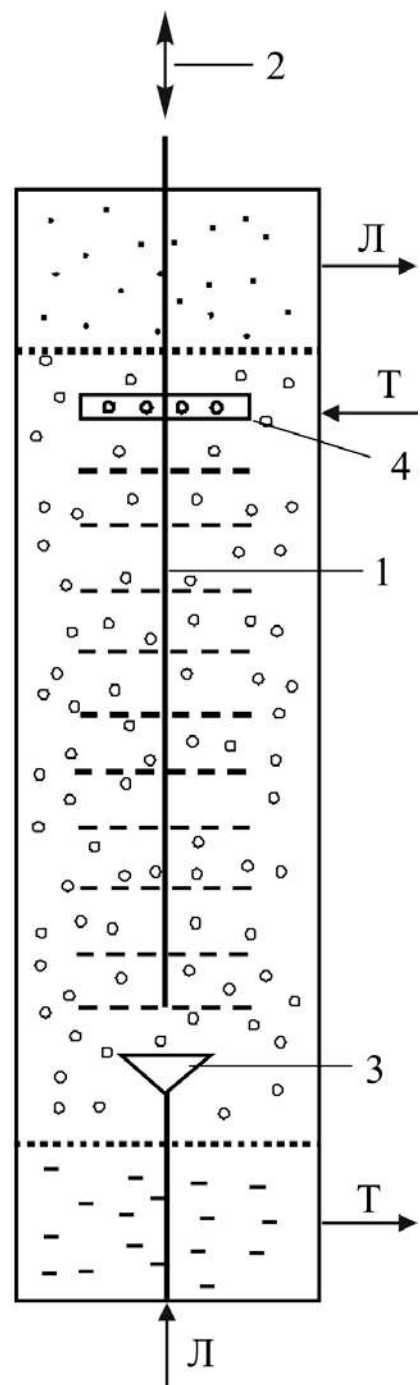


Рис. 15.15. Экстрактор с вибрирующими тарелками:

1 – штанга с закрепленными перфорированными тарелками;

2 – привод кривошипно-шатунного механизма;

3, 4 – распределители легкой и тяжелой фаз

помощью пульсаторов, расположенных вне колонны (рис. 15.14), или за счет вибрации тарелок, находящихся внутри экстрактора (рис. 15.15). Применение пульсаций способствует лучшему многократному дроблению капель, увеличивая коэффициент массопередачи.

Колонна с вынесенным пульсатором может быть полый, тарельчатой или насадочной (рис. 15.14). Пульсатор, как правило, представляет собой поршневой или диафрагмовый насос, подключенный к линии подачи легкой фазы. Пульсации передаются всему объему жидкости в колонне, что требует больших затрат энергии и прочных массивных фундаментов. Достоинствами экстракторов с вынесенными пульсаторами являются отсутствие движущихся частей внутри аппарата и удобство обслуживания пульсатора, что особенно важно при работе с токсичными средами. Колонны с возвратно-поступательным движением перфорированных тарелок, их еще называют *вибрационными экстракторами* (рис. 15.15), потребляют меньше энергии, так как пульсации сообщаются не всему объему жидкости, а лишь слоям, находящимся в непосредственной близости от тарелок. Однако они более сложны в обслуживании.

При невысокой разности плотностей фаз для обеспечения достаточной относительной скорости их движения и улучшения сепарации используют *центробежные экстракторы* (рис. 15.16). Внутри вращающегося ротора 2 установлены цилиндрические перфорированные перегородки. Легкая и тяжелая фазы вводятся по каналам с противоположных концов полого вала 1. При этом легкая фаза подается к периферии ротора, а тяжелая – ближе к оси вращения. Под действием центробежной силы тяжелая фаза движется от центра к периферии, вытесняя легкую. При этом обе они многократно дробятся и коалесцируют, проходя сквозь отверстия перфорированных перегородок, обеспечивая высокую интенсивность массопередачи. Тяжелая фаза отводится по каналам от периферии ротора, а легкая – из центральной части. Достоинствами центробежных экстракторов служат компактность, малое время пребывания сред в аппарате, недостатками – дороговизна и большие затраты на эксплуатацию.

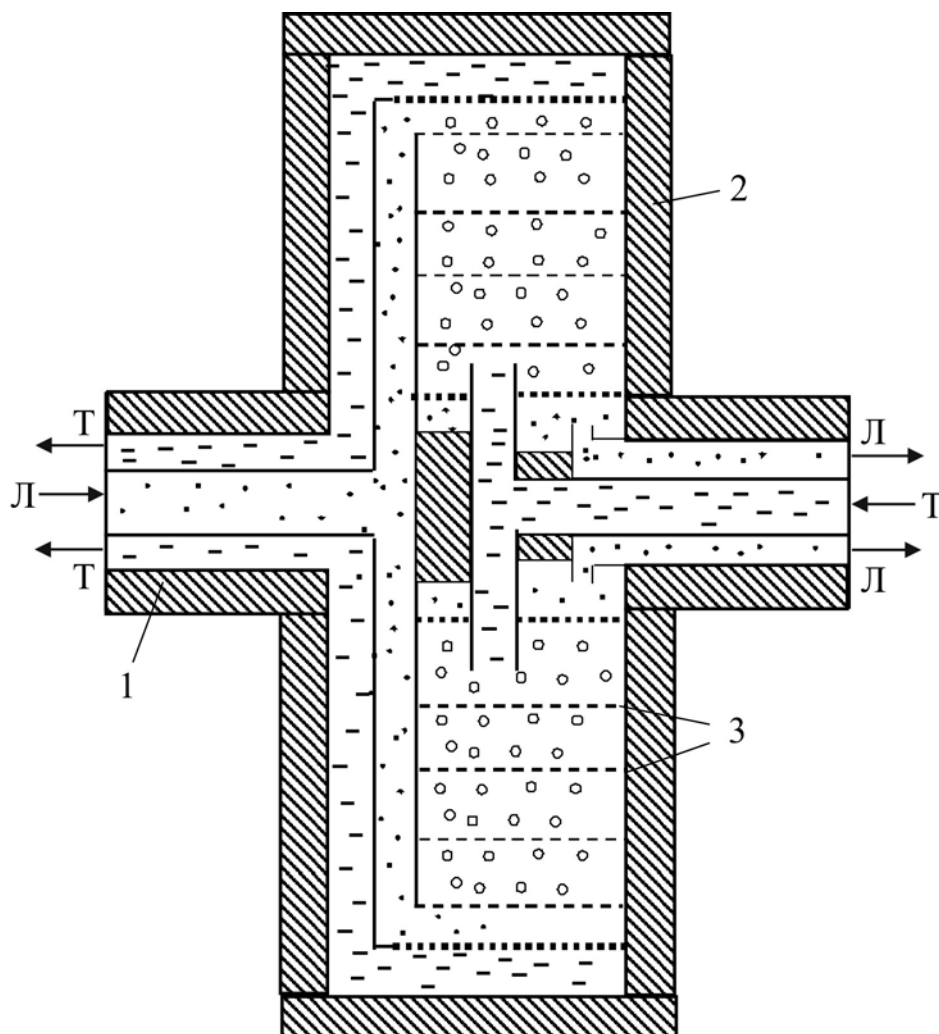


Рис.15.16. Центробежный экстрактор: 1 – вал; 2 – ротор; 3 – перфорированные перегородки

## 15.4. Многокомпонентная экстракция\*

### 15.4.1. Особенности многокомпонентной экстракции

На практике чаще приходится иметь дело с многокомпонентной экстракцией, так как даже при извлечении одного целевого компонента из бинарной исходной смеси чистым экстрагентом в каждой фазе присутствуют все три компонента вследствие частичной растворимости экстрагента  $S$  и растворителя  $A$ . Кроме того зачастую сама исходная смесь является многокомпонентной и экстрагируемых компонентов может быть несколько. В качестве экстрагента также могут использоваться смеси различных веществ.

Условия равновесия для многокомпонентной двухфазной системы жидкость–жидкость имеют вид (12.61). Полагая, что в равновесии находятся фазы рафината и экстракта, эти условия можно записать следующим образом

$$y_{i,K} = m_{i,x} x_{i,K}, \quad i = \overline{1, n}, \quad \text{где } m_{i,x} = \gamma_{i,R} / \gamma_{i,E}. \quad (15.25)$$

Как уже отмечалось в разделе 12.1 определение коэффициентов активности, особенно в многокомпонентных смесях, представляет сложную задачу. Для систем жидкость-жидкость лучше всего с этой целью использовать модельные уравнения НРТЛ с параметрами, найденными по равновесию в бинарных смесях жидкость–жидкость [46].

Для определения составов экстракта и рафината при проведении простейшего способа одноступенчатой непрерывной экстракции необходимо дополнить уравнения равновесия (15.25) уравнениями материального баланса

$$\dot{F} + \dot{S} = \dot{R} + \dot{E}, \quad (15.26)$$

$$\dot{F}x_{i,H} + \dot{S}y_{i,H} = \dot{R}x_{i,K} + \dot{E}y_{i,K}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (15.27)$$

Поскольку в данном случае не удастся подобрать единицы измерения расходов фаз, неизменных в ходе процесса, то для записи потоков применены мольные расходы (моль/с), позволяющие использовать в уравнениях покомпонентного баланса (15.27) мольные доли, как и в уравнениях равновесия (15.25). Учитывая, что сумма мольных долей в каждой из фаз равна единице, независимыми из них являются  $(n-1)$ . Таким образом, система уравнений (15.25)–(15.27) содержит  $2n$  уравнений и  $2n$  неизвестных  $(\dot{E}, \dot{R}, (n-1)x_{i,K}, (n-1)y_{i,K})$ . Надеяться на ее аналитическое решение вряд ли придется, так как коэффициенты активности являются функциями составов рафината  $\gamma_{i,R} (x_{i,K}, i = \overline{1, n-1})$  и экстракта  $\gamma_{i,E} (y_{i,K}, i = \overline{1, n-1})$ . В связи с этим используются численные методы решения.

Графическое решение системы уравнений (15.25)–(15.27) для многокомпонентной экстракции не столь наглядно, как для бинарной и резко усложняется с увеличением числа компонентов. Так изображение процесса экстракции в трехкомпонентной смеси возможно с помощью плоской треугольной диаграммы, а для четырехкомпонентной – пространственной тетраэдрической. С



развитием вычислительной техники становится очевидным преимущество численных методов решения задач многокомпонентной экстракции.

Записывая систему уравнений (15.25)–(15.27) для каждой ступени многоступенчатой перекрестной и противоточной экстракции можно найти соответствующие решения. Расчет непрерывной противоточной многокомпонентной экстракции может проводиться на основе алгоритмов, изложенных в разделах 12.8.3, 12.8.4. Особенностью систем с частичной растворимостью экстрагента является наличие его не только минимального, но и максимального расхода. Это объясняется тем, что при расходе экстрагента больше максимального происходит полное растворение в нем исходной смеси без расслоения на фазы и процесс экстракции теряет смысл. Для полного разделения  $n$ -компонентной исходной смеси с помощью поочередного воздействия различных экстрагентов, как и в случае ректификации, потребуется  $(n-1)$  каскад многоступенчатых экстракторов или  $(n-1)$  аппарат для непрерывной экстракции.

#### 15.4.2 Противоточная экстракция с флегмой

Во всех рассмотренных выше способах проведения процесса экстракции концентрации распределяемых компонентов, в выходящем из установки экстракте не могли превышать их концентрации, соответствующие равновесию с исходным раствором. С целью увеличения концентрации экстрагируемых компонентов в экстракте, а также уменьшения в нем концентрации частично растворимых инертных компонентов (растворителей) применяют *противоточную экстракцию с флегмой*. Рассмотрим этот способ на примере многоступенчатой установки, имея в виду, что аналогичным образом его можно проводить и при непрерывной экстракции.

Исходная смесь  $\dot{F}$  поступает на промежуточную ступень под номером  $f$  (рис.15.17). Экстракт  $\dot{E}_1$ , выходящий из 1-й ступени, поступает в регенератор  $P$ , где из него с помощью перегонки выделяется экстрагент  $\dot{S}_p$ , возвращаемый для повторного использования. Оставшаяся часть экстракта  $\dot{E}$  делится на две части одинакового состава: конечный экстракт  $\dot{E}_k$  и флегму  $\dot{\Phi}$ , направляемую в 1-ю ступень экстракционной установки. Поскольку

флегма содержит большую концентрацию экстрагируемых компонентов и малую концентрацию инертных (растворителей) по сравнению с исходной смесью, то на ступенях с 1-й до  $(f - 1)$ -й происходит обогащение экстракта первыми и обеднение его вторыми. Растворители переходят в рафинат, увеличивая его выход. В целом применение флегмы увеличивает степень разделения исходной смеси  $\dot{F}$  на экстракт  $\dot{E}_1$ , содержащий большую концентрацию экстрагируемых компонентов, и рафинат  $\dot{R}_m$ , с большей долей инертных компонентов.

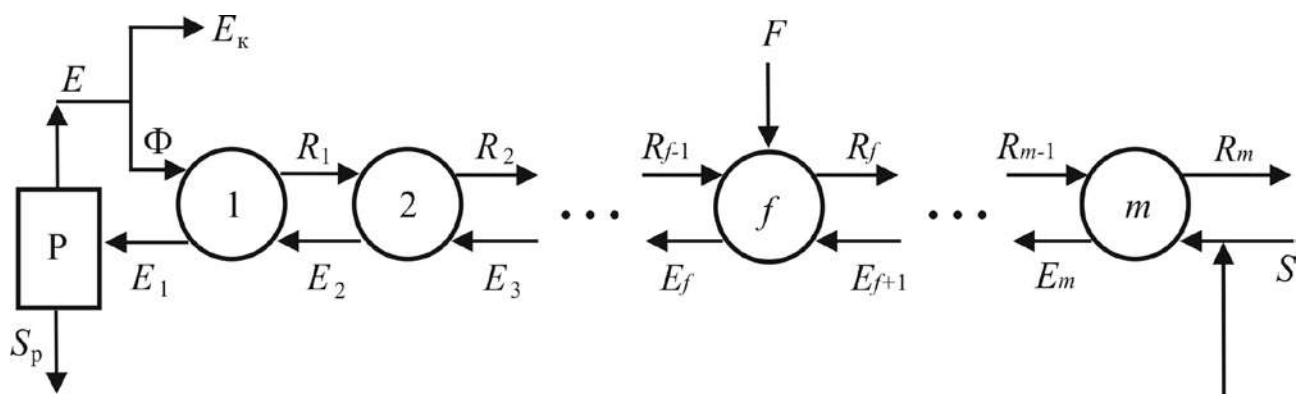


Рис.15.17. Схема процесса многоступенчатой противоточной экстракции с флегмой

Определение составов и расходов фаз на каждой ступени может производиться решением системы уравнений вида (15.25)–(15.27). Применение флегмы приводит к увеличению расходов фаз и, соответственно, размеров ступеней, а также к возрастанию расхода экстрагента, но позволяет сократить число ступеней, необходимых для достижения требуемой степени разделения. Выбор оптимального расхода флегмы схож с нахождением оптимального флегмового числа при ректификации и производится на основе минимизации экономических затрат. При этом на расход флегмы накладывается дополнительное ограничение, связанное с существованием двух жидких фаз, то есть возврат флегмы не должен приводить к полной взаимной растворимости компонентов. Применение противоточной экстракции с флегмой оказывается выгодной, как правило, при низких концентрациях распределяемых компонентов в исходной смеси и невысоких их коэффициентах распределения.

### 15.4.3 Фракционная экстракция

Еще одним способом экстракции, применяемым с целью повышения степени разделения исходной смеси, является *фракционная экстракция* (экстракция двумя экстрагентами). Экстрагенты должны иметь как можно меньшую растворимость друг в друге и преимущественно растворять различные компоненты исходной смеси. Процесс фракционной экстракции осуществляется в многоступенчатых или непрерывных противоточных установках. Рассмотрим его на примере четырехкомпонентной системы при многоступенчатой экстракции.

Пусть имеется исходная смесь  $\dot{F}$ , состоящая из компонентов  $A$  и  $B$ . Для ее разделения используются два экстрагента:  $S$ , преимущественно растворяющий  $B$ , и  $S'$ , преимущественно извлекающий  $A$ . В случае фракционной экстракции компоненты исходной смеси распределяются между двумя фазами, основу которых составляют соответствующие экстрагенты. Таким образом оба конечных продукта должны называться экстрактами, однако для удобства сохранения всех обозначений один из них, пусть с преимущественным содержанием  $S'$  и  $A$ , обычно, называют рафинатом. Исходная смесь  $\dot{F}$  поступает на промежуточную ступень под номером  $f$  (рис.15.18). На первую ступень подается экстрагент  $S'$ , а на последнюю экстрагент  $S$ . Отбор экстракта и рафината осуществляется, соответственно, из 1-й и  $m$ -й ступени. Концентрации и расходы фаз на выходе из каждой ступени могут находиться решением системы уравнений, аналогичной (15.25) – (15.27).

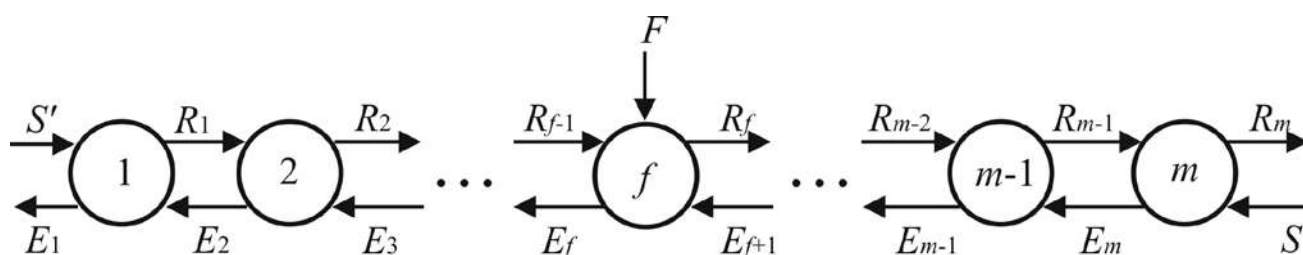


Рис.15.18. Схема процесса фракционной многоступенчатой противоточной экстракции

Недостатком фракционной экстракции является значительный расход двух экстрагентов, а также необходимость регенерации

каждого из них. Этот способ применяется, обычно, при невозможности подобрать один экстрагент с высокой селективностью.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется экстракцией? Какие продукты получают в результате экстракции, чем они отличаются от исходной смеси?
2. Какими способами можно разделить продукты экстракции?
3. Что такое экстрагент и какими свойствами он должен обладать?
4. Как можно регенерировать экстрагент?
5. В чем заключаются преимущества и недостатки экстракции по сравнению с другими процессами разделения?
6. В каких случаях целесообразно использовать экстракцию?
7. Перечислите основные стадии процесса экстракции.
8. Что характеризует коэффициент селективности?
9. Изобразите схему установки для проведения процесса бинарной экстракции.
10. Перечислите способы проведения процесса бинарной экстракции.
11. Изобразите схему процесса одноступенчатой экстракции, запишите уравнения материального баланса и равновесия, получите на основе их решения конечные концентрации распределяемого компонента в экстракте и рафинате.
12. Решите последнюю задачу графическим методом, в каком случае он представляет преимущества по сравнению с аналитическим?
13. Что такое экстракционный фактор и коэффициент извлечения? Какова их взаимосвязь для одноступенчатой экстракции?
14. Как можно повлиять на экстракционный фактор? В чем заключаются преимущества и недостатки его увеличения?
15. Изобразите схему многоступенчатой перекрестной экстракции, как графическим методом определить необходимое число ступеней, в чем заключаются преимущества и недостатки этого способа по сравнению с одноступенчатой экстракцией?
16. Изобразите схему многоступенчатой противоточной экстракции, как графическим методом определить необходимое число ступеней, в чем заключаются преимущества и недостатки этого способа по сравнению с одноступенчатой и перекрестной экстракцией?

17. Как осуществляется непрерывная противоточная экстракция?  
Изобразите этот процесс на  $\bar{X} - \bar{Y}$  диаграмме.
18. Приведите классификацию экстракторов.
19. Изобразите схематично конструкции экстракторов, опишите принципы их работы, преимущества и недостатки.
- 20.\* В чем заключаются особенности многокомпонентной экстракции?
- 21.\* Изобразите схему процесса многоступенчатой противоточной экстракции с флегмой, опишите работу такой установки.
- 22.\* Изобразите схему процесса фракционной многоступенчатой противоточной экстракции, опишите работу такой установки ее преимущества и недостатки.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Имеет ли смысл проведение процесса многоступенчатой прямоточной экстракции?
2. Для чего при проведении процесса экстракции вначале одна из фаз диспергируется в другой, если затем приходится эти фазы отделять?
- 3.\* Почему при многокомпонентной экстракции существует не только минимальный, но и максимальный расход экстрагента.

## Глава 16. АДСОРБЦИЯ, ЭКСТРАГИРОВАНИЕ И ИОННЫЙ ОБМЕН

### 16.1. Общие сведения

*Адсорбцией* называется процесс поглощения одного или нескольких компонентов из газовой, парогазовой или жидкой смеси твердым поглотителем, называемым *адсорбентом*. В данном разделе будет рассматриваться адсорбция из газовой фазы, однако все рассуждения и соотношения, за исключением (16.2а), применимы для адсорбции из жидкой смеси.

Адсорбируемое вещество, находящееся в газе, называется *адсорбтивом*, а после его перехода в фазу адсорбента – *адсорбатом*.

Процессы адсорбции избирательны и обычно обратимы. Благодаря их обратимости становится возможным обратный процесс выделения поглощенных веществ из адсорбента в газовую фазу (*десорбция*) или жидкую (*экстрагирование*).

Адсорбция применяется главным образом при небольших концентрациях поглощаемого вещества в исходной смеси, когда требуется достичь практически полного извлечения адсорбтива. В тех случаях, когда концентрация извлекаемого вещества в исходной смеси велика, обычно выгоднее использовать абсорбцию.

В промышленности процессы адсорбции используются при очистке и осушке газов с целью удаления ненужных примесей или при извлечении ценных компонентов из газовой смеси, например, рекуперация летучих растворителей.

Способность твердых тел поглощать вещества из газовой фазы объясняется особыми свойствами молекул поверхности твердого тела. Их силовые поля в противоположность силовым полям молекул, расположенных в объеме твердого тела в окружении других молекул, не уравновешены, в результате чего возникает сила, направленная к поверхности твердого тела (сила притяжения). Под действием этой силы и происходит притяжение молекул из газовой фазы. В зависимости от природы сил, действующих на поверхности твердого тела, различают физическую и химическую адсорбцию. Последнюю, обычно, называют *хемосорбцией*. Как разновидность хемосорбции может рассматриваться *ионный обмен (ионообмен)*, заключающийся в обмене ионами между твердой фазой и раствором электролита.

Физическая адсорбция происходит под действием сил взаимного притяжения молекул газа молекулами на поверхности твердого тела – *вандерваальсовскими* силами. Действие вандерваальсовских сил проявляется на расстояниях, значительно превышающих размеры адсорбируемых молекул газа. Поэтому при физической адсорбции на поверхности адсорбента обычно удерживается несколько слоев молекул поглощаемого вещества.

При химической адсорбции, или хемосорбции, в результате химической реакции между молекулами поглощенного газа и поверхностными молекулами адсорбента возникает химическая связь.

Важнейшими характеристиками адсорбента являются *поглотительная способность* и *селективность*. Под поглотительной способностью понимается количество вещества, которое может быть поглощено единицей массы или объема адсорбента, а под селективностью – избирательная способность поглощения целевых компонентов (или компонента) из разделяемой газовой смеси.

## 16.2. Виды адсорбентов и их характеристики

В качестве адсорбентов применяются пористые твердые вещества с большой удельной поверхностью, обычно относимой к единице массы вещества. Адсорбенты имеют различные по радиусу капиллярные каналы – поры, которые условно могут быть разделены на *макропоры* (более  $10^{-7}$ м), *переходные* поры ( $10^{-9}$  –  $10^{-7}$ м), *микропоры* ( $r < 10^{-9}$ м). Характер процесса адсорбции определяется размером пор.

Удельная поверхность макропор относительно мала, поэтому на их поверхности (стенках) адсорбируется небольшое количество вещества. Макропоры играют, в основном, роль транспортных каналов для адсорбируемых молекул газа.

На поверхности переходных пор, размеры которых значительно больше размеров адсорбируемых молекул, в процессе адсорбции образуются слои поглощенного вещества. Возможно образование слоев толщиной в одну молекулу (мономолекулярная адсорбция) и в несколько молекул (полимолекулярная адсорбция).

Размеры микропор приближаются к размерам адсорбируемых молекул, и адсорбция в микропорах приводит к заполнению их объема. Вследствие этого говорить об образовании слоев

поглощенного вещества на поверхности микропор не имеет смысла. Обычно микропоры пересекаются макро- и переходными порами, что сокращает путь, проходимый адсорбируемыми молекулами, и приводит к ускорению адсорбции.

Адсорбенты характеризуются своей поглотительной или адсорбционной способностью, определяемой концентрацией поглощенного вещества в единице массы или объема адсорбента. Поглотительная способность адсорбента по отношению к данному веществу зависит от температуры и давления, при которых производится адсорбция, а также от концентрации поглощаемого вещества в газе. Максимально возможная при данных условиях поглотительная способность адсорбента называется его *равновесной или статической активностью*. В промышленности в качестве адсорбентов применяются, главным образом, активные угли и минеральные адсорбенты (силикагели, цеолиты и др.).

**Активные угли.** Высокопористые активные угли получают путем сухой перегонки различных углеродсодержащих веществ (древесина, каменный уголь, кости и др.) с целью удаления легколетучих компонентов и активирования полученных углей для повышения их пористости. Удельная поверхность активных углей колеблется от 600 до 1700 м<sup>2</sup>/г. Активные угли применяются в основном для поглощения органических веществ. Недостатком активных углей является их горючесть; в воздухе они возгораются при температуре около 300°C.

**Силикагели.** Это минеральный адсорбент, представляющий собой высушенный гель кремневой кислоты. Силикагели отличаются однородностью и узким распределением пор. Удельная поверхность силикагеля изменяется от 400 до 770 м<sup>2</sup>/г. Силикагели применяются главным образом для осушки газов. Поглотительная способность силикагелей по отношению к парам органических веществ сильно снижается в присутствии влаги. Достоинством силикагелей является их негорючесть и большая механическая прочность, чем у активных углей.

**Цеолиты.** Эти адсорбенты являются природными или синтетическими минералами (алюмосиликаты щелочных металлов). В качестве промышленных адсорбентов применяются главным образом синтетические цеолиты, обладающие весьма однородной структурой пор, размеры которых соизмеримы с размерами адсорбируемых



молекул. Эти цеолиты проявляют молекулярно-ситовое действие, которое заключается в их способности не поглощать молекулы, диаметр которых больше диаметра пор. Цеолиты отличаются высокой поглотительной способностью по отношению к воде и их часто используют для глубокой осушки газов, содержащих небольшие количества влаги.

### 16.3. Равновесие при адсорбции

В общем случае следовало бы говорить о равновесии между твердой пористой и газовой фазами и тогда отсутствовало бы различие в описании равновесия в процессах адсорбции и сушки, которую можно рассматривать как процесс десорбции. Однако при описании процессов адсорбции и сушки принято использовать различные способы выражения концентрации распределяемых компонентов, а также различную терминологию. Сохраним эту традицию, чтобы не затруднять использование существующей учебной, научной и справочной литературы.

Количество вещества, адсорбированное единицей массы или объема адсорбента при достижении состояния равновесия, зависит от температуры и концентрации поглощаемого вещества в газовой смеси. Эта зависимость при фиксированном давлении запишется в виде:

$$\bar{X}^* = f(C, T), \quad (16.1)$$

или при постоянной температуре (изотерма адсорбции)

$$\bar{X}^* = f_1(C), \quad (16.2)$$

где  $\bar{X}^*$  – относительная массовая концентрация поглощаемого вещества в адсорбенте, равновесная с концентрацией его в газовой фазе, кг адсорбата/кг адсорбента;  $C$  – объемная массовая концентрация адсорбтива в газовой фазе, кг адсорбтива/м<sup>3</sup>.

Концентрация  $C$  поглощаемого вещества может быть заменена его парциальным давлением  $p_a$  в газовой смеси. Тогда изотерма адсорбции примет вид

$$\bar{X}^* = f_2(p_a). \quad (16.2a)$$

Изотермы адсорбции (равновесия) определяются опытным путем. Вид изотермы адсорбции зависит от многих факторов: природы адсорбата и адсорбента, удельной поверхности адсорбента, объема пор, их распределения по размерам, а также от температуры. В

качестве примера на рис. 16.1 приведены виды типичных изотерм адсорбции для различных веществ, на рис. 16.2 – изотермы адсорбции для одного вещества при различных температурах.

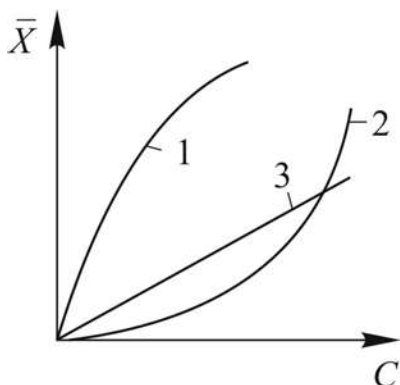


Рис. 16.1 Изотермы адсорбции для различных веществ:  
1 – выпуклая, 2 – вогнутая,  
3 – линейная

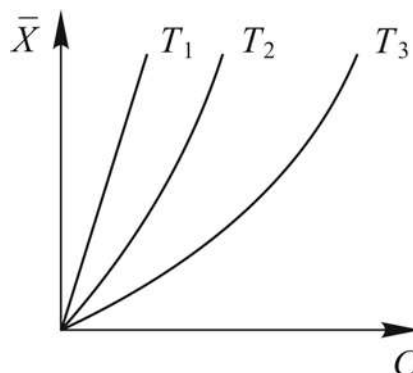


Рис. 16.2 Изотермы адсорбции для одного вещества при различных температурах:  
 $T_1 < T_2 < T_3$

Для аналитического описания изотерм адсорбции используются как модельные (Дубинина, Ленгмюра) так и чисто эмпирические (Фрейндлиха) уравнения [3, 5, 7, 47], однако все они требуют знания параметров, определяемых опытным путем.

Адсорбция сопровождается уменьшением парциального давления поглощаемого компонента из газовой смеси и заметным выделением теплоты. Поэтому, в соответствии с принципом Ле-Шателье, количество адсорбированного вещества возрастает с понижением температуры и повышением давления.

#### 16.4. Кинетика периодической адсорбции

Периодическая адсорбция является нестационарным процессом массообмена между потоком разделяемой газовой смеси, содержащей поглощаемый компонент (адсорбтив), и неподвижным зернистым слоем адсорбента. В общем случае этот процесс характеризуется последовательным массопереносом адсорбтива из ядра потока к поверхности частиц адсорбента (внешний массоперенос) и от этой поверхности – внутрь частиц (внутренний массоперенос). В отдельных случаях процесс может лимитироваться либо внешним, либо внутренним массопереносом.

Расчет адсорберов периодического действия основывают на закономерностях изменения во времени степени насыщения адсорбента и концентрации адсорбтива в газовой фазе в каждом сечении слоя адсорбента. Это пространственно – временное распределение поглощаемого компонента между фазами можно представить следующим образом. При входе газового потока с постоянной начальной концентрацией адсорбтива  $C_n$  в слой адсорбента высотой  $H$  с остаточной концентрацией поглощаемого компонента (адсорбата)  $\bar{X}_n$  компонент начинает поглощаться первым рядом гранул адсорбента, затем вторым, третьим и т.д. С течением времени вовлекается в работу много последовательно расположенных рядов частиц адсорбента, однако, каждый последующий ряд оmyвается потоком газа с концентрацией адсорбтива  $C < C_n$ , так как часть его уже поглощена предыдущими рядами. После предельного насыщения частицы первого ряда выключаются из процесса поглощения, и газ с концентрацией  $C_n$  начинает оmyвать частицы второго ряда, затем третьего и т.д. Таким образом, с течением времени по высоте слоя адсорбента  $x$  образуются три зоны (рис. 16.3):

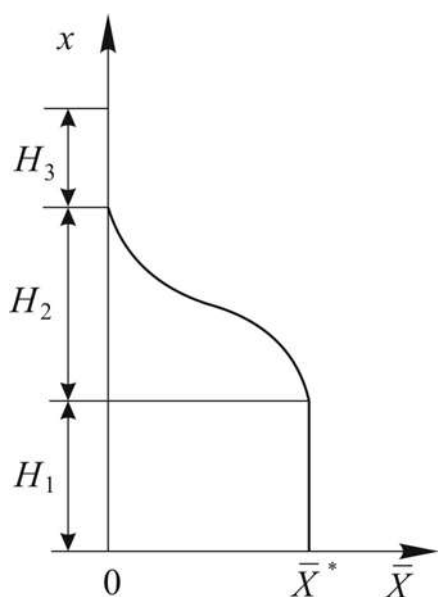


Рис. 16.3. Кривая распределения концентрации адсорбата по высоте слоя адсорбента

1 – зона отработанного адсорбента (высота  $H_1$ ), где достигнута предельная емкость (равновесная концентрация)  $\bar{X}^*(C_n)$  т.е. находящаяся в равновесии с газовым потоком концентрации  $C_n$ ; 2 – работающая зона (высота  $H_2$ ), где предельная емкость еще не достигнута и происходит процесс адсорбции; 3 – зона не включенного еще в работу адсорбента (высота  $H_3$ ). Насыщение первого ряда частиц адсорбента происходит с падающей скоростью, так как по мере приближения к предельному значению  $\bar{X}^*(C_n)$  непрерывно уменьшается движущая сила процесса.

Математическая модель процесса периодической адсорбции может быть представлена в виде следующей системы уравнений в предположении о движении газовой фазы, соответствующем идеальному вытеснению и постоянстве температуры

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + W \frac{\partial C}{\partial x} = -r_m, \quad (16.3)$$

$$\rho_{\text{нас}} \frac{\partial \bar{X}}{\partial t} = r_m, \quad (16.4)$$

$$r_m = K_V (C - C^*), \quad (16.5)$$

$$C^* = f_3(\bar{X}), \quad (16.6)$$

где  $\varepsilon$  – порозность зернистого слоя адсорбента,  $W$  – фиктивная скорость движения газа в слое,  $r_m$  – источник (сток) массы, обусловленный переносом адсорбтива из газовой фазы в твердую,  $K_V$  – объемный коэффициент массопередачи,  $\rho_{\text{нас}}$  – насыпная плотность адсорбента. Система дифференциальных уравнений с частными производными должна быть дополнена соответствующими начальными и граничными условиями. Обычно предполагается, что начальная концентрация адсорбата равна нулю или некоторой остаточной после регенерации величине  $\bar{X}_n$ , а начальная концентрация адсорбтива равновесна с ней  $C(0, x) = C^*(0) = 0$  или  $C(0, x) = C^*(\bar{X}_n)$ ; граничная концентрация абсорбтива в газовой фазе  $C(t, 0) = C_n$ .

Рассмотренная модель является упрощенной. Для учета обратного перемешивания в сплошной фазе можно использовать диффузионную модель, добавив в уравнение (16.3) слагаемое  $-D_L \partial^2 C / \partial x^2$ . Если процесс адсорбции сопровождается существенным тепловыделением то температуры как газовой, так и твердой фазы будут зависеть от координаты и времени, влияя на теплофизические свойства фаз и уравнение равновесия (16.6). В этом случае систему уравнений (16.3) – (16.6) необходимо дополнить уравнениями аналогичными (16.3) – (16.5), учитывающими перенос не массы, а теплоты, и кроме того в источнике теплоты учесть удельную теплоту адсорбции. Такая система уравнений не будет иметь аналитического решения, да и численное ее решение будет иметь определенные сложности.

Анализ решения системы уравнений (16.3) – (16.6) показывает, что для выпуклой изотермы адсорбции (16.2) рис. 16.1 и постоянного значения коэффициента массопередачи  $K_V$  в течение определенного

времени происходит формирование стационарного профиля концентрации  $C(x)$  – *стационарного фронта* адсорбции, а затем осуществляется его параллельный перенос с постоянной скоростью  $u$  (рис.16.4). Для линейной и тем более вогнутой изотерм адсорбции профиль концентрации  $C(t, x)$  с течением времени все более расширяется, что не позволяет говорить в этих случаях о формировании стационарного фронта адсорбции и его параллельном переносе.

Для расчета и анализа работы адсорберов периодического действия используется понятие *времени проскока*  $t_{пр}$  (*времени защитного действия слоя*), соответствующее времени работы адсорбента, при котором концентрация адсорбтива на выходе из слоя адсорбента станет равной некоторой заданной максимально допустимой проскоковой концентрации  $C_{пр}$ , по достижении которой следует процесс прекращать и производить регенерацию адсорбента. Оно может быть найдено решением системы уравнений (16.3) – (16.6) при  $C(t_{пр}, H) = C_{пр}$ , которое получается аналитически (в случае линейной изотермы и  $K_V = \text{const}$ ) либо численными или приближенными методами [3, 8, 45].

Расчет объемных коэффициентов массопередачи  $K_V$  требует предварительного нахождения коэффициентов массоотдачи в каждой из фаз. Для сплошной фазы при этом используют, как обычно, критериальные уравнения. Для элементов дисперсной фазы они также могут быть применимы, например, (12.200), (12.201), однако сложность заключается в определении эффективных коэффициентов диффузии в пористых телах (см. разд. 12.3) и нестационарности массообмена для них [8, 45].

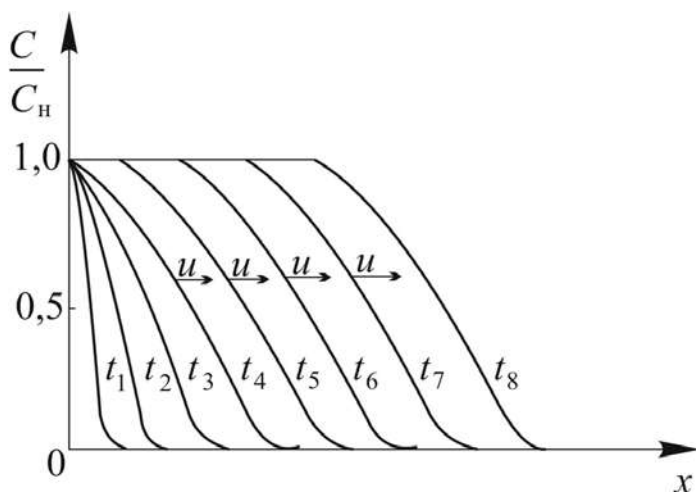


Рис. 16.4. Профили концентраций адсорбтива  $C(t, x)$  при прохождении слоя адсорбента

Средняя концентрация адсорбата в слое при проскоке  $\bar{X}_д$  называется *динамической активностью* или *емкостью* адсорбента, причем  $\bar{X}_д < \bar{X}^*(C_n)$

вследствие того, что концентрация адсорбата в конечных слоях адсорбента (зоны 2 и 3) меньше равновесной (рис. 16.3). Получить максимальное значение времени проскока можно воспользовавшись моделью *идеальной равновесной* адсорбции, в соответствии с которой предполагается бесконечно большая скорость массопередачи ( $K_v \rightarrow \infty$ ) и предельно выпуклая (ступенчатая) изотерма адсорбции. В этом случае каждый элементарный слой адсорбента будет насыщаться адсорбатом до равновесного значения  $\bar{X}^*(C_n)$  и лишь затем включаться в работу следующий слой. Проскок наступит лишь тогда, когда весь адсорбент насытится адсорбатом до  $\bar{X}^*(C_n)$ .

Время проскока для такой модели можно определить из уравнения материального баланса, приравняв количество адсорбтива, ушедшего из газовой фазы за время  $t$ , количеству адсорбата, поглощенного адсорбентом, полагая  $\bar{X}_n = 0$

$$\dot{V}C_n t = S x p_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n), \quad (16.7)$$

где  $\dot{V}$  – объемный расход газа,  $S$  – площадь поперечного сечения слоя адсорбента. Учитывая, что  $\dot{V} = SW$ , перепишем (16.7) в виде

$$WC_n t = x p_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n). \quad (16.8)$$

Время проскока для модели идеальной адсорбции  $t_{\text{пр.ид.}}$  будет соответствовать насыщению всего слоя адсорбента высотой  $H$

$$t_{\text{пр.ид.}} = \frac{H \rho_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n)}{WC_n}. \quad (16.9)$$

Действительное время проскока будет меньше идеального, и для его нахождения используют вместо статической активности (равновесной концентрации адсорбата) динамическую активность

$$t_{\text{пр}} = \frac{H \rho_{\text{нас}} \bar{X}_d}{WC_n} \quad (16.10)$$

либо вводят величину потери времени защитного действия слоя  $t_0$ , обусловленную конечной скоростью массопередачи

$$t_{\text{пр}} = \frac{H \rho_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n)}{WC_n} - t_0. \quad (16.11)$$

Последнее уравнение носит название уравнения Шилова, которое соответствует решению системы уравнений (16.3 – 16.6) при формировании стационарного фронта адсорбции. Недостатком данного подхода является необходимость опытного определения величин  $\bar{X}_d$  или  $t_0$ .

Из уравнения материального баланса можно получить и величину скорости параллельного переноса стационарного фронта адсорбции  $u$ . Запишем его для системы отсчета, перемещающейся с фронтом адсорбции

$$(W_{\text{ист}} - u)\varepsilon C_n S = u\rho_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n)S \quad (16.12)$$

$$u = \frac{WC_n}{\varepsilon C_n + \rho_{\text{нас}} \bar{X}^*(C_n)} \quad (16.13)$$

где  $W_{\text{ист}}$  – истинная скорость движения газового потока в слое адсорбента. Такое же решение для  $u$  получается и из системы уравнений (16.3) – (16.6).

### 16.5. Непрерывная адсорбция

Процесс непрерывной адсорбции является стационарным и осуществляется в аппаратах со встречным движением потоков газа и адсорбента (противоток). Для расчета такого установившегося процесса при движении плотного слоя адсорбента можно использовать методы расчета массообмена между двумя фазами (например, абсорбция), которые изложены ранее в разделах 12.7.2. и 13.1. Для этого обозначим  $L$  и  $G$  массовые расходы адсорбента и инертной части газового потока,  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  – относительные массовые концентрации адсорбата в адсорбенте и адсорбтива в инертном газе. Тогда можно воспользоваться уравнениями (13.1) – (13.8). Отличие будет заключаться в нахождении коэффициента распределения  $m_{\bar{X}}$  в уравнении равновесия (13.4). В случае линейной изотермы адсорбции или малых концентраций  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  для нелинейных изотерм (рис.16.1) величина  $m_{\bar{X}}$  может считаться постоянной. Это упрощает нахождение средней движущей силы массопередачи по (12.105).

Если  $m_{\bar{X}}$  нельзя считать постоянным, а коэффициент массопередачи можно, то следует воспользоваться основным (12.95) или модифицированными (12.110), (12.117) уравнениями массопередачи, среднюю движущую силу в которых находить по (12.103). Если же и коэффициент массопередачи существенно меняется по высоте аппарата, то возможно применение уравнения (12.106) или (12.212).

Еще более общий, но и более сложный подход заключается в численном решении системы дифференциальных уравнений,

позволяющих учесть как изменение теплофизических свойств каждой из фаз, коэффициентов распределения и массопередачи по высоте аппарата, так и обратное перемешивание по аналогии с (4.112), (4.113). Используя, например, для газовой фазы диффузионную модель структуры потока, а для плотного слоя адсорбента – идеального вытеснения, запишем уравнения изменения концентрации абсорбтива (16.14), абсорбата (16.15), массопередачи (16.16), равновесия (16.17), граничных условий в нижнем (16.18) и верхнем (16.19) сечениях аппарата

$$\frac{G}{S\rho_y} \frac{\partial \bar{Y}}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 \bar{Y}}{\partial x^2} - r_m, \quad (16.14)$$

$$\frac{L}{S\rho_x} \frac{\partial \bar{X}}{\partial x} = r_m, \quad (16.15)$$

$$r_m = K_{y,V}(\bar{Y} - \bar{Y}^*), \quad (16.16)$$

$$\bar{Y}^* = m_{\bar{X}} \bar{X}, \quad (16.17)$$

$$x=0, \quad \frac{G}{S\rho_y} \bar{Y}_n = \frac{G}{S\rho_y} \bar{Y} - D_L \frac{\partial \bar{Y}}{\partial x}, \quad (16.18)$$

$$x=H, \quad \bar{Y} = \bar{Y}_k, \quad \bar{X} = \bar{X}_n, \quad (16.19)$$

где  $\rho_y, \rho_x$  – плотности газовой и твердой фаз,  $S$  – площадь поперечного сечения аппарата,  $D_L$  – коэффициент обратного перемешивания.

## 16.6. Десорбция

Извлечение адсорбированного вещества из твердого поглотителя (десорбция) с целью регенерации адсорбента является необходимой составной частью всех технологических процессов адсорбции, проводимых в замкнутом цикле.

К числу основных способов десорбции относятся: продувка адсорбента инертным газом, не содержащим абсорбтива; вытеснение из адсорбента поглощенных компонентов посредством агентов, обладающих более высокой адсорбционной способностью; испарение поглощенных компонентов, путем нагрева слоя адсорбента либо существенного понижения давления.

Выбор того или иного способа десорбции производится на основе технико-экономических расчетов с учетом ценности десорбирующихся компонентов, причем часто указанные выше способы применяются в комбинации друг с другом.



Проведение десорбции путем пропускания инертного газа через слой адсорбента в изотермических условиях описывается теми же уравнениями, что и процесс адсорбции, например, (16.3) – (16.6), но с другими начальными и граничными условиями. Недостатками данного способа являются малая скорость и последующее отделение адсорбтива от десорбирующего агента, если это необходимо. Для повышения скорости извлечения десорбцию можно проводить при повышенных температурах, например, пропуская через слой адсорбента предварительно нагретый десорбирующий агент.

Десорбция с применением вытесняющих агентов, как правило, водяного пара, позволяет интенсифицировать процесс. Однако после проведения процесса десорбции слой адсорбента требуется подвергать сушке и охлаждению. Десорбцию водяным паром наиболее часто применяют в процессах десорбции органических растворителей из активированного угля. В этом случае водяной пар вытесняет растворители из угля и занимает их место, а вытесненные из адсорбента летучие растворители вместе с потоком пара выносятся из слоя адсорбента. Кроме того, водяной пар конденсируется в слое адсорбента и за счет теплоты конденсации происходит нагревание адсорбента, что также способствует десорбции. Для полного восстановления активности адсорбента по окончании десорбции его необходимо освободить от поглощенной влаги, т.е. высушить, а затем охладить до температуры, при которой протекает процесс адсорбции.

Большой скорости процесс десорбции может достигать при вакуумировании с нагревом адсорбента. Пары адсорбтива при этом откачиваются с помощью вакуум-насоса в чистом виде. Недостатками данного способа десорбции являются менее эффективный нагрев адсорбента через стенку и дополнительные затраты на вакуумирование и герметизацию.

Процессы десорбции, подобно процессам адсорбции, осуществляются как в неподвижном слое адсорбента, так и в аппаратах с движущимся и псевдоожиженным слоями адсорбента.

## **16.7. Устройство и принципы действия адсорбционных аппаратов**

Аппараты, в которых осуществляется процесс адсорбции, называются *адсорберами*. По состоянию слоя адсорбента в аппарате адсорберы можно разделить на три группы: 1 – адсорберы с

неподвижным слоем адсорбента (аппараты периодического действия); 2 – адсорберы с псевдоожиженным слоем адсорбента; 3 – адсорберы с движущимся плотным слоем адсорбента. Последние две группы относятся к аппаратам непрерывного действия.

**Адсорбер периодического действия с неподвижным слоем адсорбента.** На рис. 16.5 представлено устройство вертикального адсорбера с неподвижным слоем адсорбента. Кроме вертикальных применяются также горизонтальные и кольцевые адсорберы [1, 3], используемые, как правило, при больших расходах газа (более 30000 м<sup>3</sup>/ч). Периодические процессы часто осуществляют в четыре стадии.

- 3 – штуцер для отвода очищенного газа (при адсорбции) и воздуха (при сушке и охлаждении);
- 4 – барботер при подаче острого водяного пара при десорбции;
- 5 – штуцер для отвода водяного пара при десорбции;
- 6 – штуцер для отвода конденсата водяного пара;
- 7 – люк для загрузки адсорбента;
- 8 – люки для выгрузки адсорбента;
- 9 – слой адсорбента;
- 10 – колосниковая решетка, на которую насыпан адсорбент

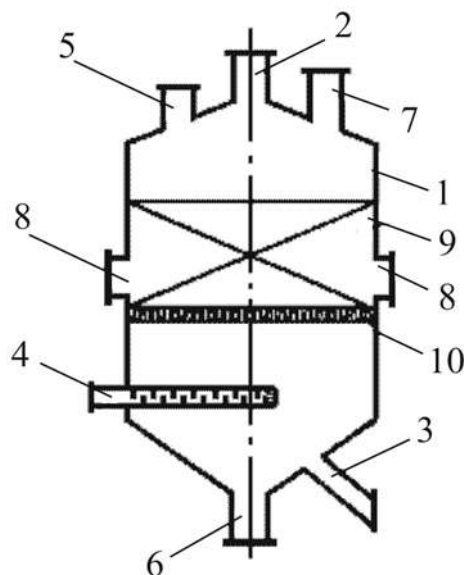


Рис. 16.5. Адсорбер с неподвижным слоем адсорбента: 1 – корпус; 2 – штуцер для подачи исходной газовой смеси (при адсорбции) и воздуха (при сушке и охлаждении);

Первая стадия – собственно адсорбция, т.е. насыщение адсорбента поглощаемым компонентом. Исходная газовая смесь подается в корпус 1 аппарата через штуцер 2, проходит через слой адсорбента 9 и очищенные газы выходят через штуцер 3. Процесс заканчивается при достижении проскоковой концентрации.

Вторая стадия – десорбция поглощенного компонента из адсорбента. Подача исходной смеси газов прекращается, и в аппарат подается водяной пар через барботер 4. Смесь паров десорбированного компонента и воды удаляется через штуцер 5. Конденсат водяного пара отводится из аппарата после десорбции через штуцер 6.

Третья стадия – сушка адсорбента. Перекрывается вход и выход водяного пара, после чего влажный адсорбент сушится горячим воздухом, поступающим в аппарат через штуцер 2 и выходящим из аппарата через штуцер 3.

Четвертая стадия – охлаждение адсорбента. Прекращается подача горячего воздуха, после чего адсорбент охлаждается холодным воздухом, поступающим в аппарат через штуцер 2 и выходящим через штуцер 3.

По окончании четвертой стадии цикл работы аппарата начинается снова со стадии адсорбции. Загрузку и выгрузку адсорбента производят периодически через люки 7 и 8.

На рис. 16.6 показан постадийный график работы двух адсорберов периодического действия в схеме установки непрерывного действия.

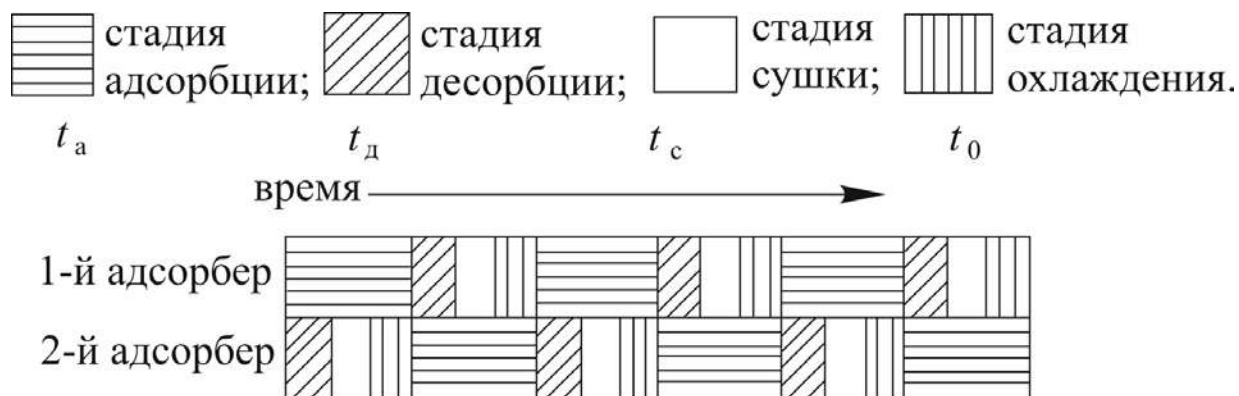


Рис. 16.6. График работы двух адсорберов

В данном случае время собственно адсорбции  $t_a$  равно сумме времени стадий десорбции  $t_d$ , сушки  $t_c$  и охлаждения  $t_0$ , т.е.

$$t_a = t_d + t_c + t_0 \quad (16.20)$$

Если продолжительность стадий десорбции, сушки и охлаждения превышает продолжительность стадии адсорбции, то

непрерывность работы установки достигается применением большего числа адсорберов.

**Адсорбер с псевдоожиженным слоем адсорбента.** На рис. 16.7 показан адсорбер непрерывного действия с псевдоожиженным слоем адсорбента. Работает адсорбер следующим образом. Исходная газовая смесь поступает в аппарат через штуцер 5, проходит через газораспределительную решетку 2 и создает псевдоожиженный слой (разд. 5.5.5) адсорбента 8. Адсорбент поглощает из газовой смеси адсорбтив, а очищенные газы входят в сепаратор 3, где очищаются от уносимых потоком газа мелких частиц адсорбента, далее очищенные газы выходят из аппарата через штуцер 4. В аппарат непрерывно подается свежий адсорбент по трубе 6 и непрерывно из него отводится отработанный адсорбент по трубе 7. В случае, если заданной степени очистки в одном аппарате достигнуть нельзя, то устанавливается

- 1 – корпус;
- 2 – газораспределительная решетка;
- 3 – сепаратор;
- 4 – штуцер для отвода очищенных газов;
- 5 – штуцер для подвода исходной газовой смеси;
- 6 – труба для подвода свежего адсорбента;
- 7 – труба для отвода отработанного адсорбента;
- 8 – псевдоожиженный слой адсорбента

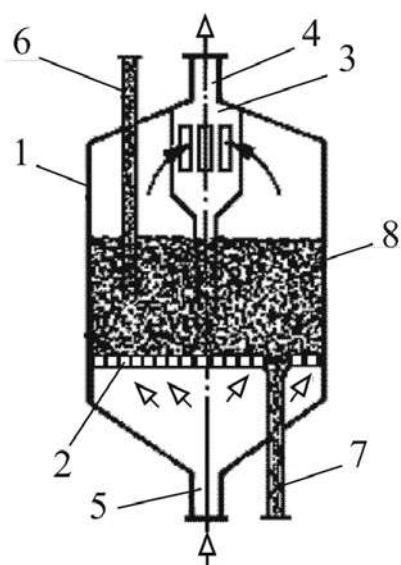


Рис. 16.7. Адсорбер с псевдоожиженным слоем адсорбента:

последовательно несколько аппаратов либо используются многоступенчатые адсорберы (см. рис. 17.15). В самом адсорбере протекает только стадия адсорбции, а регенерация отработанного адсорбента проводится в других аппаратах. Недостатками одноступенчатого адсорбера с псевдоожиженным слоем адсорбента по сравнению с неподвижным являются его более высокое гидравлическое сопротивление, повышенные требования к

механической прочности адсорбента и неоднородность времени пребывания различных частиц адсорбента в аппарате. Структура их потока близка к модели идеального смешения, вследствие чего частицы с малым временем пребывания не насытятся адсорбатом, а с большим – часть времени после насыщения будут находиться в аппарате в качестве балласта (энергия для поддержания их в псевдооживленном состоянии будет тратиться впустую). Для устранения данного недостатка применяются многоступенчатые адсорберы аналогичные многоступенчатым сушилкам (рис. 17.15), структура потока в которых может описываться ячеечной моделью с числом ячеек приблизительно соответствующем количеству ступеней. Преимуществами адсорберов с псевдооживленным слоем являются непрерывность работы, доступность всей поверхности каждой частицы для массообмена, большие коэффициенты массоотдачи в газовой фазе.

***Адсорбер непрерывного действия с движущимся плотным слоем адсорбента.*** На рис. 16.8 приведен адсорбер непрерывного действия с движущимся плотным слоем зернистого адсорбента. Адсорбер представляет собою колонну, в которую встроены холодильник 1, подогреватель 7 и распределительные тарелки 2. Зернистый адсорбент, вводимый в аппарат, движется сверху вниз, скорость движения его регулируется внизу затвором-отводником 8. Распределительные тарелки в адсорбере служат для равномерного распределения адсорбента по поперечному сечению аппарата и препятствуют переходу газовой фазы из одной зоны в другую. Холодильник 1 предназначен для охлаждения нагретого регенерированного адсорбента, который движется по трубкам, а в межтрубном пространстве движется холодная вода. Подогревание десорбционной зоны 7 применяется для нагревания адсорбента в процессе десорбции. Адсорбент движется по трубам, а в межтрубное пространство поступает горячий теплоноситель.

При движении сверху вниз адсорбент вначале охлаждается до указанной температуры в трубах холодильника 1 и через распределительную тарелку поступает в адсорбционную секцию 3. Здесь он взаимодействует с исходной газовой смесью, которая поступает из распределительного устройства 4 и движется противотоком к направлению движения адсорбента, т.е. вверх. Очищенные от поглощаемого компонента газы выходят через штуцер 12. Адсорбент же через распределительную тарелку 2 поступает в зону

десорбции, проходит через трубки подогревателя 7, где нагревается. Противотоком по отношению к адсорбенту движется вытесняющее вещество (острый водяной пар), которое поступает в зону десорбции через распределительное устройство 9. Водяной пар с вытесненным из адсорбента компонентом выходит из зоны десорбции через патрубок 11. Регенерированный влажный адсорбент выходит из аппарата через патрубок 17 и при помощи пневмотранспорта направляется в патрубок 16 адсорбера. При движении в линии пневмотранспорта (пневмотранспортная линия не показана) адсорбент сушится в потоке нагретого воздуха в пневматической сушилке (рис. 17.16).

- 3 – адсорбционная секция;
- 4 – распределительное устройство для исходной газовой смеси;
- 5 – патрубок для исходной газовой смеси;
- 6, 10 – патрубки для входа и выхода горячего теплоносителя;
- 7 – подогреватель десорбционной секции;
- 8 – затвор-отводник адсорбента;
- 9 – распределительное устройство для острого водяного пара;
- 11 – патрубок для отвода водяного пара с продуктами десорбции;
- 12 – патрубок для отвода очищенных газов;
- 13, 14 – патрубки для ввода и вывода охлаждающей воды;
- 15 – патрубок для ввода острого водяного пара;
- 16 – патрубок для ввода высушенного адсорбента;
- 17 – патрубок для отвода влажного очищенного адсорбента

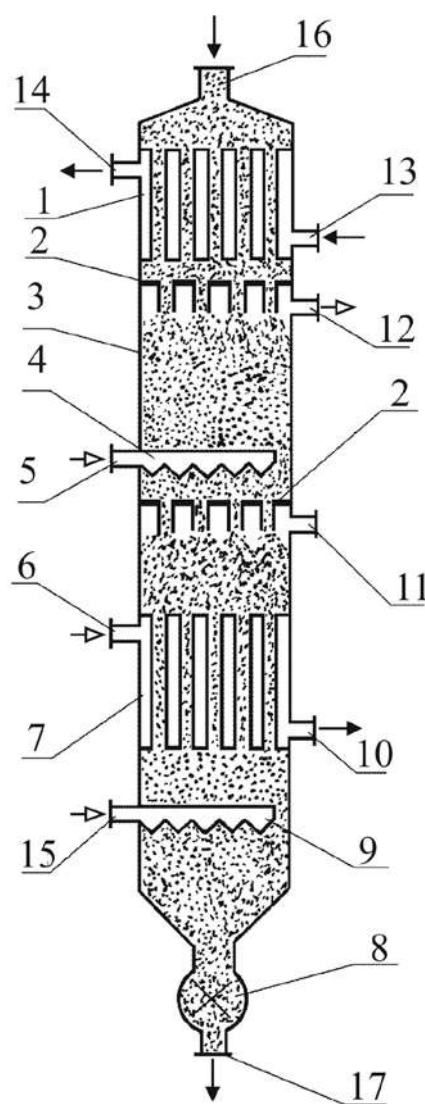


Рис. 16.8. Адсорбер с движущимся плотным слоем адсорбента:  
1 – холодильник;  
2 – распределительные тарелки;

Преимуществами данного аппарата являются непрерывность работы, совмещение всех стадий процесса в одном аппарате, практически одинаковое время пребывания всех частиц адсорбента в каждой секции (структура их потока близка к модели идеального вытеснения). Основные недостатки заключаются в большей сложности устройства и функционирования аппарата, а также повышенные требования к механической прочности частиц адсорбента.

## 16.8. Расчет адсорберов

**Периодические адсорберы.** Расчет периодически действующего вертикального адсорбера с неподвижным слоем адсорбента зависит от постановки задачи: определение времени проскока (времени стадии адсорбции) при заданной высоте аппарата или нахождение высоты адсорбера при заданном времени адсорбции.

В любом случае вначале определяется фиктивная скорость газа  $W$  в зависимости от диаметра частиц адсорбента, его насыпной плотности  $\rho_{\text{нас}}$  и плотности газа по формулам, полученным на основе технико-экономического анализа. Как правило,  $W \leq 0,3 \text{ м/с}$ . Зная величину фиктивной скорости и заданный расход газа, легко находятся площадь поперечного сечения адсорбера и его диаметр.

Если требуется найти время адсорбции, то высотой аппарата задаются (для стандартных вертикальных адсорберов она находится в диапазоне 0,5 – 1,2 м), возможно, с последующим уточнением. В качестве оценки на начальном этапе расчета можно воспользоваться моделью идеальной равновесной адсорбции и определить максимальное время проскока из соотношения (16.9). Для нахождения действительного времени проскока необходимо использовать выражения (16.10) или (16.11), либо решать систему уравнений (16.3) – (16.6), предварительно рассчитав объемный коэффициент массопередачи  $K_v$  [8, 45]. Данная система уравнений имеет аналитическое решение в случае линейной изотермы равновесия, однако, оно может быть использовано и для нелинейных изотерм с учетом определенных поправок [3]. Иначе, систему уравнений (16.3) – (16.6) можно решать с помощью численных методов.

Если требуется найти высоту аппарата при заданном времени адсорбции, то данная задача решается аналогичным образом при заданном времени проскока и неизвестной высоте аппарата.

**Непрерывные адсорберы.** Для расчета непрерывного противоточного адсорбера, например, изображенного на рис. 16.8, вначале определяется минимальный расход адсорбента  $L_{\min}$  из уравнения (13.8), затем выбирается рабочий расход адсорбента  $L = (1,1 - 1,5)L_{\min}$ . Отношение  $L/L_{\min}$  может являться параметром оптимизации, так как его увеличение повышает среднюю движущую силу процесса массопередачи, что приводит к уменьшению высоты аппарата, но в то же время к увеличению диаметра аппарата и затрат на регенерацию адсорбента.

Скорость газа выбирается несколько меньшей скорости начала псевдоожижения, рассчитываются площадь поперечного сечения аппарата  $S$ , объемный коэффициент массопередачи  $K_{y,v}$ , если его можно считать постоянным, а затем находится высота адсорбционной секции  $H$  по формулам (12.211) и (12.209) либо (12.117). Если коэффициент массопередачи существенно меняется по высоте аппарата, то для нахождения высоты адсорбционной секции можно воспользоваться формулой (12.212) либо решением системы дифференциальных уравнений (16.14) – (16.17) с граничными условиями (16.18), (16.19).

При расчете непрерывного адсорбера с псевдоожиженным слоем (рис. 16.7) расход адсорбента определяется по аналогии с противоточным. Особенность заключается в нахождении значения  $\bar{X}_{k,\max}$ , необходимого для расчета  $L_{\min}$  по (13.8). В аппарате с псевдоожиженным слоем предполагается интенсивное его перемешивание, что позволяет использовать для твердой фазы модель идеального смешения, а для газовой фазы – модель идеального вытеснения. Таким образом, концентрация адсорбата полагается одинаковой во всем объеме слоя и равной конечной. В связи с этим при расчете  $\bar{X}_{k,\max}$  используется уравнение (13.6), соответствующее прямотоку и, как было показано в разделе 13.1, приводящее к большему значению  $L_{\min}$  по сравнению с противотоком.

Скорость газа выбирается больше скорости начала псевдоожижения, но меньше скорости витания, находится площадь поперечного сечения адсорбера  $S$ . Упрощение дальнейшего расчета в



данном случае заключается неизменных по высоте слоя концентрации адсорбата и равновесной с ней концентрацией адсорбтива, что позволяет при любом виде изотермы адсорбции определять среднюю движущую силу массопередачи как среднелогарифмическую (12.105) и считать неизменным коэффициент массопередачи  $K_{y,V}$ , рассчитав который, из (12.211) найти объем слоя и из (12.209) его высоту.

## 16.9. Экстрагирование

*Экстрагирование* заключается в переходе распределяемого целевого компонента из твердой пористой фазы в жидкую (не путать с *экстракцией*, когда переход происходит из одной жидкой фазы в другую). В отличие от десорбции, применяемой, в основном, с целью регенерации адсорбента, экстрагирование может использоваться как самостоятельный процесс извлечения ценных компонентов из минерального или растительного сырья. Целевой компонент может находиться внутри пор как в жидком, так и в твердом состоянии. В последнем случае процесс экстрагирования иногда называют *выщелачиванием*.

Механизм процесса экстрагирования жидкого целевого компонента заключается в следующем: за счет взаимной диффузии с растворителем (экстрагентом), проникающим в поры, он перемещается к поверхности твердой частицы, а затем происходит его массоотдача в жидкой фазе. Здесь можно провести аналогию с процессом десорбции с применением вытесняющего агента. При экстрагировании твердого компонента добавляется стадия его растворения. Скорость каждой из стадий определяется свойствами участвующих в ней компонентов и условиями проведения процесса. Возможно наличие лимитирующей стадии, скорость которой значительно меньше других, в таком случае именно она будет определять кинетику процесса. Если скорости всех стадий соизмеримы, то все они должны влиять на кинетику процесса, например, учитываться при расчете коэффициента массопередачи. Для его увеличения необходимо прежде всего повышать скорость самой медленной стадии.

Увеличения коэффициента массоотдачи в жидкой фазе возможно за счет повышения скорости ее движения относительно твердых частиц, турбулизации потока, в том числе с использованием

перемешивающих устройств, применения пульсаций, а также повышения температуры. Однако необходимо учитывать возникающие при этом дополнительные затраты энергии.

Повышение скорости доставки целевого компонента из глубины частицы к ее поверхности (коэффициента массоотдачи в твердой фазе) возможно путем увеличения температуры с целью повышения коэффициента диффузии или уменьшения размера частиц. Однако последний способ приводит к дополнительным затратам на измельчение материала и последующего его отделения от жидкой фазы.

Скорость каждой из стадий, включая и растворение целевого компонента, если он находится в твердом состоянии, можно увеличить за счет замены растворителя, который должен обеспечивать высокие коэффициенты диффузии и низкую вязкость в каждой из фаз, а также хорошую растворимость. Зачастую всеми этими свойствами обладают *сверхкритические флюиды* (состояние вещества находящегося при давлении и температуре выше критических значений). Использование сверхкритических флюидов в качестве экстрагентов началось сравнительно недавно. В большинство случаев применяется  $\text{CO}_2$  благодаря его высокой растворяющей способности, дешевизне, доступности, нетоксичности и невысоких критических параметров (критическая температура  $31,3^\circ\text{C}$ , критическое давление  $7,36\text{ МПа}$ ). Большим преимуществом сверхкритических флюидов является простота их регенерации за счет перевода в газовое состояние при снижении давления.

Особым случаем экстрагирования можно считать возникновение химической реакции между целевым компонентом и растворителем, которая может сопровождаться образованием жидких, твердых или газообразных продуктов реакции. Это может, как ускорять, так и замедлять каждую из стадий процесса.

Экстрагирование может осуществляться в аппаратах, аналогичных адсорберам (разд. 16.7). Кроме того могут применяться аппараты схожие со смесительно-отстойными экстракторами (разд. 15.3.1) периодическими или непрерывными, как единичными, так и соединенными в многоступенчатую установку (разд. 15.2.3), а также аппараты иных конструкций [1, 3, 7]. Особенности будут заключаться в необходимости шнековых транспортеров для перемещения твердой фазы из одной ступени в другую [1, 3, 7], а также в невозможности,

зачастую, использовать допущение о достижении равновесия между фазами, покидающими каждую ступень. Последнее обстоятельство объясняется существенно меньшими эффективными коэффициентами диффузии целевого компонента в твердой пористой частице и соответственно коэффициентами массоотдачи по сравнению с каплей. В связи с этим возможно применение не только противоточных многоступенчатых установок, но и прямоточных, хотя эффективность последних будет ниже.

При расчете ступенчатых экстракторов можно вводить к.п.д. ступени по аналогии с эффективностью ступени изменения концентрации по Мэрфри (разд. 12.7.3), учитывающей степень достижения равновесия. Величина к.п.д. будет определяться временем контакта фаз и кинетикой массопередачи. Решение обычно представляется в виде (12.129) – (12.131) и в конкретных случаях может находиться аналитически или численно [47, 3, 7], либо методом физического моделирования.

## 16.10. Ионный обмен

Ионный обмен – обмен ионов, находящихся в растворе, на ионы, содержащиеся в твердом теле (*ионите*). Отличие от адсорбции заключается в том, что между жидкой и твердой фазами происходит взаимный обмен компонентами, а не их одностороннее поглощение и компоненты представляют собой заряженные частицы (ионы), а не нейтральные молекулы. Кроме того, замещение одних ионов другими является гетерогенной химической реакцией, скорость которой может лимитировать процесс ионного обмена.

В качестве промышленных ионитов обычно используются ионообменные смолы, обладающие как фиксированными в матрице ионами, так и противоионами способными обмениваться на ионы раствора. Иониты, обменивающиеся катионами (анионы фиксированы), называются *катионитами*, а иониты, обменивающиеся анионами (катионы фиксированы), называются *анионитами*. Кроме того, существуют и *амфолиты*, выступающие в зависимости от условий как катиониты или аниониты.

Реакции катионного и анионного обмена можно представить следующим образом:

$$R - K_{\text{и}} + K_{\text{р}}^+ \rightleftharpoons R - K_{\text{р}} + K_{\text{и}}^+, \quad (16.21)$$

$$R - A_{\text{и}} + A_{\text{р}}^- \rightleftharpoons R - A_{\text{р}} + A_{\text{и}}^-, \quad (16.22)$$

где  $R$  – фиксированный в матрице ион,  $K_{\text{и}}^+$  – катион ионита, способный обмениваться на катион раствора  $K_{\text{р}}^+$ ;  $A_{\text{и}}^-$  – анион ионита способный обмениваться на анион раствора  $A_{\text{р}}^-$ .

Процессы ионного обмена могут применяться для очистки растворов, выделения из них ценных металлов, умягчения и обессоливания воды (в последнем случае необходимо пропустить солесодержащую воду через катионит, обменивающий катионы соли на  $\text{H}^+$ , и анионит, обменивающий анионы соли на  $\text{OH}^-$ ).

Несмотря на кажущиеся различия, процессы ионного обмена и адсорбции весьма схожи. Иониты, как правило, представляют собой пористые гранулированные частицы, массоперенос в которых также может быть характеризован эффективными коэффициентами диффузии. Изотермы равновесия раствор-ионит определяются, в основном, из закона действующих масс и имеют вид, аналогичный изображенным на рис. 16.1. Способы проведения процессов ионного обмена и их аппаратное оформление также схожи с процессом адсорбции. Следовательно, для описания процесса ионного обмена и расчета соответствующих аппаратов могут использоваться математические модели и методики, рассмотренные применительно к процессу адсорбции.

Некоторое отличие составляют вспомогательные стадии процесса ионного обмена: отмывка ионита от исходного раствора, регенерация ионита с помощью регенерирующего раствора и отмывка ионита от регенерирующего раствора.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определения понятиям адсорбция, адсорбент, адсорбтив, адсорбат, десорбция, экстрагирование, ионный обмен.
2. Какими свойствами должны обладать адсорбенты? Перечислите их виды и характеристики.
3. Как описывается равновесие при адсорбции, что называется изотермой адсорбции, какой вид она может иметь?

4. В чем заключается специфика периодической адсорбции, какой вид имеет кривая распределения концентрации адсорбата по высоте слоя адсорбента?
5. Запишите математическую модель периодической адсорбции, проанализируйте возможные варианты ее решения, что называется стационарным фронтом адсорбции и при каких условиях он образуется?
6. Что называется временем проскока, статической и динамической активностью?
7. Сформулируйте допущения соответствующие модели идеальной равновесной адсорбции, как с ее помощью определить максимальное время проскока?
8. Как можно найти действительное время проскока и скорость перемещения стационарного фронта адсорбции?
9. Как осуществляется процесс непрерывной адсорбции, какие математические модели могут использоваться для ее описания?
10. Каковы цель, условия и основные способы проведения процесса десорбции?
11. Изобразите и опишите устройство, принципы действия преимущества и недостатки адсорбционных аппаратов.
12. Сформулируйте постановку задачи и основные особенности расчета адсорберов различных видов.
13. Каковы цели, механизм и способы интенсификации процесса экстрагирования?
14. В чем заключается и для чего применяется процесс ионного обмена?

### **Вопросы для обсуждения**

1. Будет ли меняться время проскока для модели идеальной равновесной адсорбции при увеличении начальной концентрации адсорбтива? Если да, то каким образом и почему? Какой вид будет иметь стационарный фронт адсорбции для данной модели?
2. Почему при проведении процесса адсорбции в замкнутом цикле требуется стадия охлаждения адсорбента?
3. Почему в периодических адсорберах с неподвижным слоем адсорбента подача исходной газовой смеси осуществляется, как правило, сверху, а не снизу?

## Глава 17. СУШКА

### 17.1. Общие сведения

Процесс удаления жидкости из твердых или пастообразных материалов путем ее испарения называется сушкой. Под *влажностью* понимают находящиеся в материале, как правило, в жидком состоянии компоненты. Необходимость частичного или полного удаления влаги из высушиваемых материалов диктуется различными причинами: сохранением свойств материалов при длительном хранении, удешевлением их транспорта, условиями их дальнейшей переработки и т.п. При большом начальном содержании влаги частичное ее удаление возможно механическим путем (отжимом, фильтрованием, центрифугированием и т.д.), однако при этом не может быть достигнуто достаточно полное удаление влаги. Более полное удаление влаги достигается только путем сушки. Сушка является сложным процессом, скорость которого определяется скоростью переноса влаги из глубины высушиваемого материала в окружающую среду. Как уже отмечалось, сушку можно рассматривать как процесс обратный адсорбции. Если в процессе адсорбции теплота выделяется, то в процессе сушки – поглощается. Для интенсификации сушки за счет увеличения коэффициента и движущей силы массопередачи при возрастании температуры или, по крайней мере, поддержании ее постоянной высушиваемому материалу необходимо сообщать определенное количество теплоты. Таким образом, процесс сушки является сочетанием связанных друг с другом процессов тепло- и массообмена.

По способу подвода тепла к высушиваемому материалу различают следующие виды сушки:

- *конвективная* сушка – путем непосредственного соприкосновения высушиваемого материала с сушильным агентом, являющимся одновременно тепло- и влагоносителем (подводит тепло и отводит влагу). В качестве сушильного агента обычно используют нагретый воздух или топочные газы (часто в смеси с воздухом);

- *контактная* сушка – путем передачи тепла от теплоносителя к материалу через разделяющую их стенку;

- *радиационная* сушка – путем передачи тепла излучением;

- *диэлектрическая* сушка – путем нагревания материала-диэлектрика в переменном электрическом поле высокой частоты;
- *сублимационная* сушка – в этом случае влага из замороженного материала переходит в парообразное состояние, минуя жидкое (сублимирует). Процесс осуществляется в глубоком вакууме.

Последние три вида сушки относят к *специальным*. Наиболее широко распространена в промышленности конвективная сушка. Высушиваемый материал при этом находится в контакте с влажным газом (в большинстве случаев с воздухом). Поэтому для дальнейшего изучения процесса сушки остановимся на рассмотрении свойств влажного газа на примере влажного воздуха, где влагой является вода (водяной пар).

## 17.2. Основные параметры влажного воздуха, $I' - x$ диаграмма

Влажный воздух является смесью сухого воздуха и водяного пара и характеризуется следующими основными параметрами: давлением и температурой, абсолютной и относительной влажностью, влагосодержанием и энтальпией.

Поскольку влажный воздух является смесью его абсолютно сухой части и содержащихся в ней водяных паров, то по закону Дальтона следует:

$$p = p_{\text{с.в.}} + p_{\text{п}}, \quad (17.1)$$

где  $p$  – полное давление влажного воздуха,  $p_{\text{с.в.}}$ ,  $p_{\text{п}}$  – парциальные давления абсолютно сухого воздуха и водяного пара. *Абсолютная влажность* воздуха  $\rho_{\text{п}}$  определяется количеством водяного пара в кг, содержащегося в  $1 \text{ м}^3$  влажного воздуха. Водяной пар, как компонент влажного воздуха, находясь под парциальным давлением  $p_{\text{п}}$ , занимает весь объем смеси ( $1 \text{ м}^3$ ). Поэтому абсолютная влажность равна массе  $1 \text{ м}^3$  пара, или плотности водяного пара  $\rho_{\text{п}}$  ( $\text{кг/м}^3$ ) при температуре воздуха и давлении равном парциальному давлению  $p_{\text{п}}$ .

*Относительной влажностью воздуха*  $\phi$  называется отношение абсолютной влажности  $\rho_{\text{п}}$  при данных условиях (температуре и общем давлении) к максимально возможной  $\rho_{\text{п}}$  (плотности насыщенного пара) при тех же условиях:

$$\varphi = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{н}}} . \quad (17.2)$$

С достаточной для технических расчетов точностью можно считать, что влажный воздух подчиняется законам идеальных газов, тогда из уравнения состояния идеальных газов следует, что

$$\rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}} m'_{\text{п}}}{RT} \quad \text{и} \quad \rho_{\text{н}} = \frac{p_{\text{н}} m'_{\text{п}}}{RT} , \quad (17.3)$$

где  $T$  – абсолютная температура,  $K$ ;  $m'_{\text{п}}$  – молярная масса водяного пара;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $p_{\text{н}}$  – давление насыщенного водяного пара при данной температуре. Подставляя значения  $\rho_{\text{п}}$  и  $\rho_{\text{н}}$  в выражение (17.2), получаем

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н}}} . \quad (17.2a)$$

*Влагосодержанием воздуха  $x$*  называется отношение массы водяного пара (кг), содержащейся во влажном воздухе и приходящейся на 1 кг абсолютно сухого воздуха:

$$x = \frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{с.в.}}} = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{с.в.}}} \quad (17.4)$$

где  $M_{\text{п}}$  и  $M_{\text{с.в.}}$  – масса водяного пара и масса сухого воздуха в данном объеме влажного воздуха;  $\rho_{\text{с.в.}}$  – плотность абсолютно сухого воздуха.

Учитывая, что

$$\rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}} m'_{\text{п}}}{RT} \quad \text{и} \quad \rho_{\text{с.в.}} = \frac{p_{\text{с.в.}} m'_{\text{с.в.}}}{RT}$$

имеем

$$x = \frac{m'_{\text{п}}}{m'_{\text{с.в.}}} \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{с.в.}}} ,$$

где  $m'_{\text{с.в.}}$  – молярная масса сухого воздуха, равная 29 кг/кмоль,  $m'_{\text{п}} = 18$  кг/кмоль.

Поскольку

$$p_{\text{с.в.}} = p - p_{\text{п}}$$

и из уравнения (17.2a)

$$p_{\text{п}} = \varphi p_{\text{н}}$$



получаем

$$x = \frac{18}{29} \frac{\varphi p_n}{p - \varphi p_n} = 0,622 \frac{\varphi p_n}{p - \varphi p_n}. \quad (17.5)$$

Если воздух насыщен водяными парами ( $\varphi=1$ ), то

$$x = 0,622 \frac{p_n}{p - p_n}. \quad (17.5a)$$

Энтальпия  $I'$  влажного воздуха, отнесенная к 1 кг абсолютно сухого воздуха, находится как сумма энтальпий сухого воздуха и пара:

$$I' = c_{с.в.}(T - 273) + xI'_n, \text{ Дж/кг}, \quad (17.6)$$

где  $c_{с.в.}$  – средняя удельная теплоемкость абсолютно сухого воздуха, Дж/(кгК);  $I'_n$  – энтальпия водяного пара, Дж/кг;  $T$  – температура воздуха, К. Следует иметь в виду, что за нулевую точку отсчета энтальпии принимают энтальпию жидкости (воды) или газа (сухого воздуха) при температуре  $0^\circ\text{C}$  (273 К). Водяной пар в смеси с воздухом при отсутствии насыщения находится в перегретом состоянии.

Энтальпия водяного пара при 273 К равняется удельной теплоте парообразования  $r_0 = 2493 \cdot 10^3$  Дж/кг, средняя удельная теплоемкость перегретого водяного пара  $c_n = 1,97 \cdot 10^3$  Дж/(кгК), сухого воздуха  $c_{с.в.} = 1000$  Дж/(кгК). Энтальпия перегретого пара будет равна

$$I'_n = r_0 + c_n(T - 273) = 2493 \cdot 10^3 + 1,97 \cdot 10^3(T - 273), \text{ Дж/кг} \quad (17.7)$$

Подставляя значения  $I'_n$  и  $c_{с.в.}$  в уравнение (17.6), получаем (в Дж/кг сухого воздуха)

$$I' = (1000 + 1,97 \cdot 10^3 x)(T - 273) + 2493 \cdot 10^3 x, \text{ Дж/кг} \quad (17.8)$$

Основные параметры влажного воздуха для технических расчетов можно определять по косоугольной  $I' - x$  диаграмме Л. К. Рамзина (рис. 17.1), которая построена для постоянного давления  $p = 745$  мм.рт.ст. (около 99 кПа) (среднегодовое давление для центральных районов России).

На диаграмме нанесены: 1) вертикальные линии постоянного влагосодержания ( $x=\text{const}$ ); 2) линии постоянной энтальпии ( $I'=\text{const}$ ) под углом  $135^\circ$  к оси абсцисс; 3) линии постоянных температур или изотермы ( $T=\text{const}$ ); 4) линии постоянной относительной влажности ( $\varphi=\text{const}$ ); 5) линии парциальных давлений водяного пара  $p_n$  во

влажном воздухе, значения которых отложены на правой вертикальной оси диаграммы; 6) на некоторых диаграммах наносятся и линии постоянных температур мокрого термометра ( $T_m = \text{const}$ , подробнее рассматривается в следующем разделе).

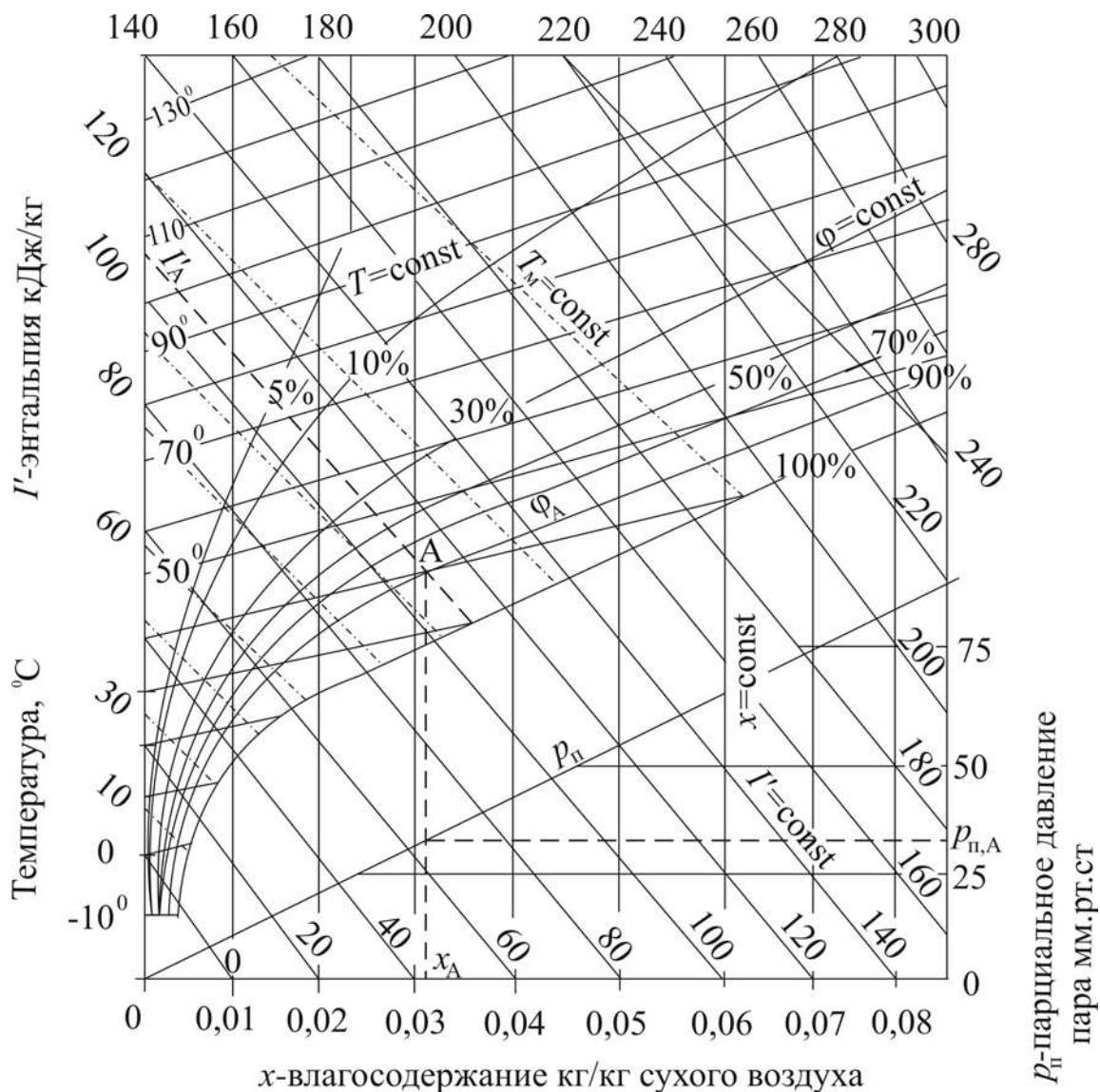


Рис. 17.1.  $I' - x$  - диаграмма влажного воздуха

Линия  $\phi = 100\%$  соответствует насыщению воздуха водяным паром при данной температуре. Эта линия ограничивает снизу расположенную над ней рабочую площадь диаграммы, отвечающую ненасыщенному влажному воздуху, используемому в качестве сушильного агента.

На диаграмме  $I' - x$  по любым двум известным параметрам влажного воздуха можно найти точку, характеризующую состояние

воздуха, и определить все остальные параметры. Например, задавшись температурой  $40^{\circ}\text{C}$  и относительной влажностью 90% получим точку  $A$  пересечения соответствующих линий (рис. 17.1). Влагосодержание  $x_A$  определим опуская перпендикуляр на ось абсцисс. Энтальпию  $I'_A$  найдем проведя из точки  $A$  прямую параллельную линиям  $I'=\text{const}$  до пересечения с осью ординат. Для определения парциального давления водяного пара  $p_{п,A}$  проведем вертикаль до пересечения со вспомогательной наклонной линией  $p_{п,}$ , а из точки пересечения горизонталь до правой вертикальной оси.

Для более точного определения параметров влажного воздуха, особенно если давление отличается от 745 мм.рт.ст., можно использовать соотношения приведенные ранее в данном разделе.

### 17.3. Изображение процессов изменения состояния воздуха на диаграмме $I' - x$

При нагревании влажного воздуха в калорифере (теплообменнике) его энтальпия  $I'$  увеличивается, относительная влажность  $\phi$  уменьшается, а влагосодержание  $x$  остается постоянным. На диаграмме  $I' - x$  этот процесс изображает отрезок  $AB$  (рис. 17.2), где точка  $A$  ( $T_0, x_0$ ) характеризует параметры холодного воздуха, а точка  $B$  ( $T_1, x_0 = x_1$ ) – параметры нагретого воздуха. Процесс охлаждения воздуха при  $x=\text{const}$  от температуры  $T_1$  до линии  $\phi = 100\%$  (точка  $C$ ) характеризуется отрезком  $BC$ .

Точка  $C$  при этом называется *точкой росы*, изотерма, проходящая через эту точку, определяет *температуру росы*  $T_p$ . Дальнейшее охлаждение воздуха ниже  $T_p$  (например, до температуры  $T_{II}$ ) приводит к конденсации паров, находящихся во влажном воздухе, по этой причине влагосодержание уменьшается от  $x_0$  до  $x_{II}$ . На диаграмме процесс охлаждения насыщенного воздуха совпадает с линией  $\phi = 100\%$  (кривая  $CE$ ). Таким образом, *точка росы* – предел охлаждения влажного воздуха до состояния насыщения.

При *изоэнтальпийной* сушке влага из материала будет испаряться за счет тепла, передаваемого материалу воздухом. Энтальпия воздуха после сушки  $I'_2$  будет равна его энтальпии перед сушкой  $I'_1$ , так как все тепло, отданное воздухом на испарение влаги,

возвращается обратно в воздух с удаляющимися из материала парами. Одновременно понижается температура, увеличиваются влагосодержание  $x$  и относительная влажность воздуха  $\varphi$ . Такой процесс носит название *теоретической сушки* ( $I'_2 = I'_1 = I' = \text{const}$ ).

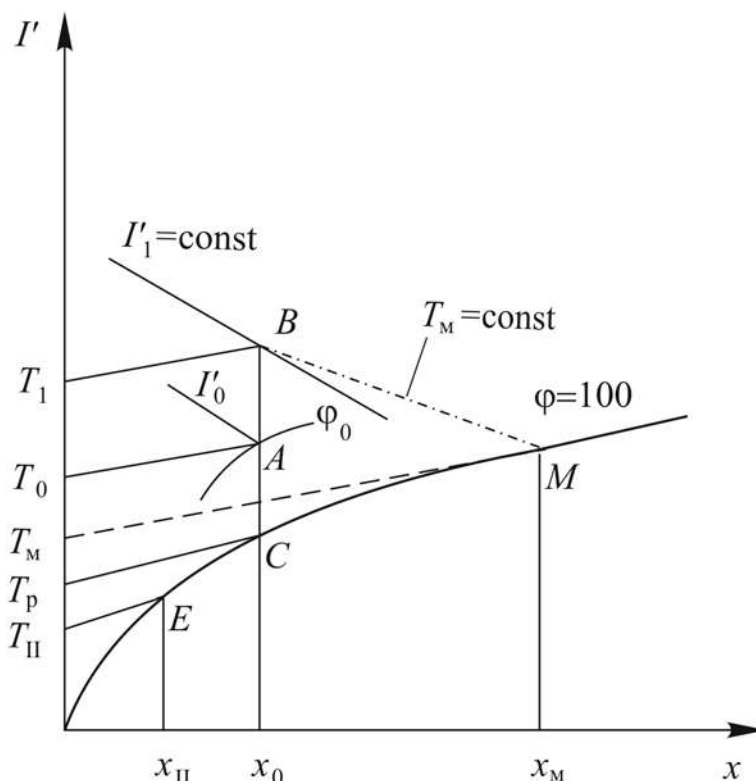


Рис. 17.2. Изображение процессов на  $I' - x$  диаграмме

В сушильной практике есть понятие *адиабатической* сушки (адиабатического испарения в системе поверхность испарения – воздух). В этом процессе воздух только испаряет, а не нагревает влагу. Непосредственно над поверхностью испарения воды (над поверхностью влажного материала) образуется слой насыщенного пара ( $\varphi = 100\%$ ), находящегося в равновесии с водой. Температура влаги при этом имеет постоянное значение, равное температуре мокрого термометра  $T_m$ . Эта температура в процессе испарения не меняется, в то время как температура воздуха, по мере его насыщения, все время уменьшается, приближаясь в пределе к температуре мокрого термометра (при  $\varphi = 100\%$ ). Эту температуру, которую примет воздух в конце процесса испарения, называют также температурой адиабатического насыщения. Таким образом, *температура мокрого*

*термометра* – предельная температура насыщения влажного воздуха при адиабатической сушке. Если  $T_m > 0$ , то поступающая в воздух испаряемая влага вносит в него дополнительное количество тепла  $\dot{W}c_{вл}T_m$  по сравнению с теоретической сушкой, поэтому адиабатический процесс охлаждения воздуха в этом случае происходит с повышением его энтальпии ( $I'_2 > I'_1$ ). При  $T_m=0^\circ\text{C}$  линии адиабатической и теоретической сушки совпадут. Если  $L$  – расход сухого воздуха на испарение, а  $\dot{W}$  – расход удаляемой влаги, то можно записать уравнение теплового баланса, учитывая, что энтальпия воды принимается равной нулю при  $T=0^\circ\text{C}=273\text{ K}$

$$LI'_1 + \dot{W}c_{вл}(T_m - 273) = LI'_2 \quad (17.9)$$

или

$$(I'_2 - I'_1) = \frac{\dot{W}}{L} c_{вл} (T_m - 273) \quad (17.9a)$$

где  $c_{вл}$  – теплоемкость влаги (воды) в жидком состоянии.

Величина  $\dot{W}/L$  показывает увеличение влагосодержания воздуха в процессе его адиабатического охлаждения, равное  $(x_m - x_1)$ , где  $x_m$  – влагосодержание воздуха при его полном насыщении влагой при температуре  $T_m$ . Из полученной выше зависимости, заменяя  $I'_1, x_1$  на текущие значения  $I', x$  соответственно, получим

$$I' = I'_m - (x_m - x)c_{вл}(T_m - 273). \quad (17.10)$$

Уравнение (17.10) служит для нанесения на  $I' - x$  диаграмму линий адиабатического насыщения воздуха (адиабатической сушки, постоянных температур мокрого термометра  $T_m = \text{const}$ ). Для определения температуры мокрого термометра с помощью  $I' - x$  диаграммы, например точки  $B$  (рис. 17.2), необходимо из неё провести среднюю линию между двумя ближайшими линиями  $T_m = \text{const}$  (если они нанесены) до пересечения с линией  $\phi = 100\%$ , получив точку  $M$ , а затем найти температуру  $T_m$  точки  $M$ .

По линии адиабатического насыщения воздуха происходит изменение его состояния (температуры, влагосодержания и относительной влажности) при адиабатическом процессе испарения влаги со свободной поверхности или сушки влажного материала при удалении свободной влаги (см. следующий раздел).

#### 17.4. Формы связи влаги с материалом и равновесие при сушке

Удаление влаги из материала при сушке зависит от формы связи влаги с материалом. При сушке связь влаги с материалом нарушается. Можно выделить следующие формы связи влаги с материалом по мере возрастания ее прочности (энергии связи): механическая, физическая и химическая. Существуют и другие виды классификации форм связи влаги с материалом.

Механически связанная влага удаляется из материала точно так же как со свободной поверхности жидкости, т.е. энергия связи молекул с материалом не отличается от энергии межмолекулярного взаимодействия молекул самой влаги. Из этого следует, что для удаления такой влаги потребуется энергия, равная теплоте ее испарения. Такая влага, как правило, сосредоточена на поверхности материала или в макропорах (см. разд. 16.2).

Физическая связь влаги с материалом обусловлена адсорбционным взаимодействием молекул влаги с молекулами или ионами материала (дисперсионным, индукционным, электростатическим), энергия которого превышает энергию межмолекулярного взаимодействия молекул самой влаги. При удалении такой влаги требуется больших затрат энергии, чем для простого испарения влаги. Эта влага сосредоточена в основном в переходных и микропорах.

Химически связанная влага наиболее прочно соединена с материалом в определенных (стехиометрических) соотношениях и при сушке из материала, как правило, не удаляется. Она может удаляться лишь при высокотемпературном прокаливании.

При сушке влагу материала подразделяют в более широком смысле на *свободную* и *связанную*. Под свободной понимают влагу, скорость испарения которой из материала равна скорости её испарения со свободной поверхности. При наличии в материале свободной влаги  $p_n = p_m$ , где  $p_m$  – парциальное давление пара над поверхностью материала;  $p_n$  – давление насыщенного пара над свободной поверхностью. Под связанной понимают влагу, скорость испарения которой из материала меньше скорости её испарения со свободной поверхности ( $p_m < p_n$ ).

Если материал находится в контакте с влажным воздухом, то принципиально возможны два процесса: сушка (десорбция влаги из

материала) при ( $p_m > p_n$ ), где  $p_n$  – парциальное давление паров влаги в воздухе; увлажнение (адсорбция влаги материалом) при ( $p_m < p_n$ ).

В процессе сушки  $p_m$  уменьшается и приближается к пределу  $p_m = p_n$ . При этом наступает состояние динамического равновесия, которому соответствует предельная влажность материала, называемая равновесной влажностью  $w_p$ .

Влажность материала может быть определена по отношению к его общей массе  $M$  или по отношению к массе абсолютно сухого материала  $M_c$ , последнюю по аналогии с соответствующей характеристикой влажного воздуха иногда называют влагосодержанием материала, при этом

$$M = M_c + M_{\text{вл}}, \quad (17.11)$$

где  $M_{\text{вл}}$  – масса содержащейся в материале влаги.

Влажность, отнесенная к общей массе материала (в %):

$$w = \frac{M_{\text{вл}}}{M} 100 \% \quad (17.12)$$

Влажность, отнесенная к количеству абсолютно сухого материала (в %):

$$w^c = \frac{M_{\text{вл}}}{M_c} 100 \% \quad (17.13)$$

Масса абсолютно сухого материала не меняется в процессе сушки, поэтому величиной  $w^c$  наиболее часто пользуются при расчетах. Следует иметь в виду, что если масса влаги превышает массу сухого материала, то величина  $w^c$  может быть более 100 %, а также возможность рассматривать данную характеристику как относительную массовую концентрацию (кг влаги / кг материала) без умножения в (17.13) на 100%.

Влажности  $w^c$  и  $w$  связаны между собой зависимостями:

$$w^c = \frac{w}{100 - w} 100 \% , \quad (17.14)$$

$$w = \frac{w^c}{100 + w^c} 100 \% . \quad (17.14a)$$

Равновесная влажность материала зависит от состояния влажного воздуха, которое при фиксированном давлении может задаваться двумя параметрами, обычно, относительной влажностью  $\phi$

и температурой  $T$ . Зависимость эта определяется, как правило, опытным путем.

$$w_p = f(\varphi, T). \quad (17.15)$$

Зависимость  $w_p = f(\varphi)$  устанавливаемая при постоянной температуре называется изотермой сушки или десорбции (см. (16.1), (16.2)). Как показано на рисунке 17.3, для отдельных материалов изотермы адсорбции и десорбции могут отличаться, что зависит от способа их экспериментального получения (адсорбционная кривая строится по данным при поглощении влаги, а десорбционная – при сушке материала содержащего свободную влагу). Объяснением явления гистерезиса в данном случае может служить начальное заполнение пор газом, что препятствует поглощению влаги при адсорбции и приводит к меньшей равновесной влажности материала при адсорбции по сравнению с сушкой.

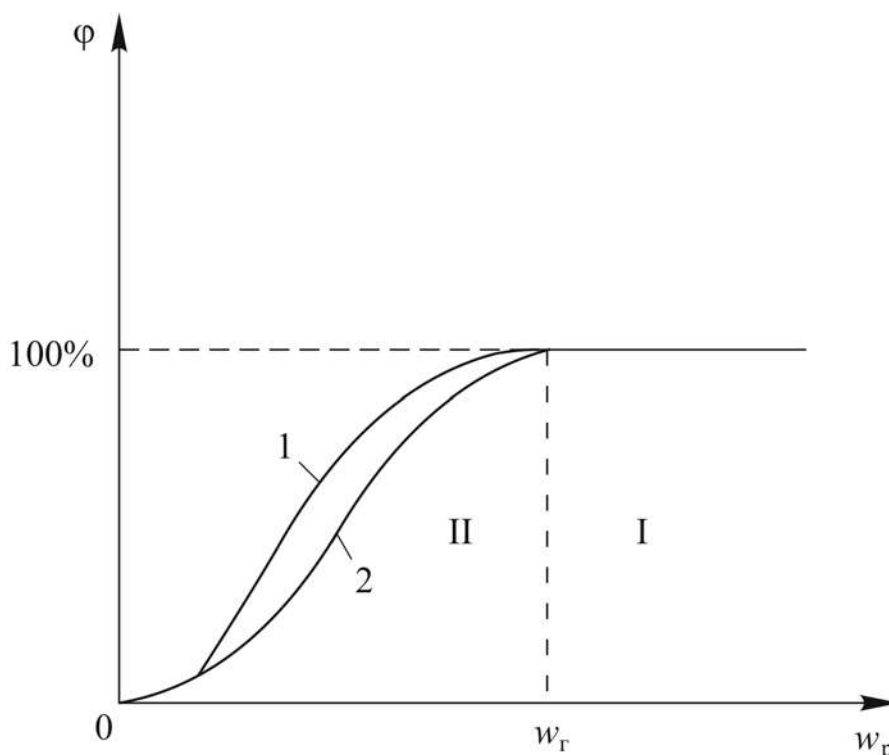


Рис. 17.3. Изотермы адсорбции 1 и десорбции 2:  
I – свободная влага; II – связанная влага

Равновесная влажность материала, соответствующая значению  $\varphi = 100\%$  ( $p_{\text{п}}/p_{\text{н}} = 1$ ) называется гигроскопической влажностью  $w_r$ . Гигроскопическая влажность является граничной между свободной и связанной влагой в материале. Свободная влага будет удаляться из



материала при любой относительной влажности газа, меньшей 100 % ( $\phi < 100\%$ ). Удаление связанной влаги возможно лишь при той относительной влажности окружающей среды, которой соответствует влажность материала, выше, чем равновесная.

### 17.5. Материальный баланс конвективной сушки

Материальный баланс по высушиваемому материалу является общим для всех видов сушки. Уравнение материального баланса будет иметь вид: по всему материалу, поступающему на сушку

$$G_1 = G_2 + \dot{W}, \quad (17.16)$$

по абсолютно сухому веществу

$$G_c = G_1 \frac{100 - w_1}{100} = G_2 \frac{100 - w_2}{100}, \quad (17.17)$$

где  $G_1, G_2, G_c$  и  $\dot{W}$  – массовые расходы поступающего на сушку материала, высушенного материала, абсолютно сухого материала и удаляемой влаги, кг/с;  $w_1$  и  $w_2$  – начальная и конечная влажность материала, %. Из уравнения (17.17) следует:

$$G_1 = G_2 \frac{100 - w_2}{100 - w_1}, \quad (17.18)$$

$$G_2 = G_1 \frac{100 - w_1}{100 - w_2}. \quad (17.19)$$

Расход удаляемой влаги из материала:

$$\dot{W} = G_1 - G_2 \quad (17.20)$$

или

$$\dot{W} = G_1 - G_1 \frac{100 - w_1}{100 - w_2} = G_1 \frac{w_1 - w_2}{100 - w_2}, \quad (17.21)$$

$$\dot{W} = G_2 \frac{w_1 - w_2}{100 - w_1}. \quad (17.21a)$$

При расчете конвективных сушилок помимо баланса по высушиваемому материалу составляют материальный баланс по влаге для сушильного агента. Обозначим через  $L$  (кг/с) массовый расход абсолютно сухого воздуха с влагосодержанием  $x_0$ , поступающим на сушку, и с влагосодержанием  $x_2$ , покидающим сушилку. Тогда

уравнение материального баланса по влаге для воздуха будет иметь вид

$$Lx_0 + \dot{W} = Lx_2, \quad (17.22)$$

а расход воздуха на сушку определяется как

$$L = \frac{\dot{W}}{x_2 - x_0}. \quad (17.23)$$

Удельный расход воздуха на испарение из материала 1 кг влаги будет равен

$$\ell = \frac{L}{\dot{W}} = \frac{1}{x_2 - x_0}. \quad (17.24)$$

Обозначим влагосодержание воздуха, нагретого в калорифере и поступающего в сушильную камеру, через  $x_1$ . Проходя через калорифер, воздух не отдает и не поглощает влаги, поэтому  $x_1 = x_0$ . Соответственно уравнения (17.23) и (17.24) примут вид

$$L = \frac{\dot{W}}{x_2 - x_1}, \quad (17.23a)$$

$$\ell = \frac{L}{\dot{W}} = \frac{1}{x_2 - x_1}. \quad (17.24a)$$

## 17.6. Тепловой баланс конвективной сушилки

Для интенсификации сушки в промышленных условиях, как уже отмечалось, необходим подвод теплоты к материалу. Рассмотрим тепловой баланс на примере конвективной сушилки, схематично изображенной на рис. 17.4.

Введем следующие обозначения:  $c_{\text{мат}}$  – теплоемкость высушенного материала (приход теплоты с материалом мы будем рассматривать как сумму теплот, вносимых высушенным материалом и испаряемой влагой);  $c_{\text{вл}}$  – теплоемкость влаги, находящейся в материале;  $T_{\text{мат}_1}, T_{\text{мат}_2}$  – температуры материала на входе и выходе из сушилки;  $G_{\text{тр}}, c_{\text{тр}}, T_{\text{тр}_1}, T_{\text{тр}_2}$  – массовый расход, теплоемкость, начальная и конечная температура транспортных приспособлений (например, транспортера, на котором расположен материал);  $\dot{Q}_k$  – тепловая

нагрузка, подводимая в сушилку от основного калорифера;  $\dot{Q}_д$  – тепловая нагрузка, подводимая добавочным калорифером;  $\dot{Q}_п$  – потери тепла сушилкой в окружающую среду за единицу времени.

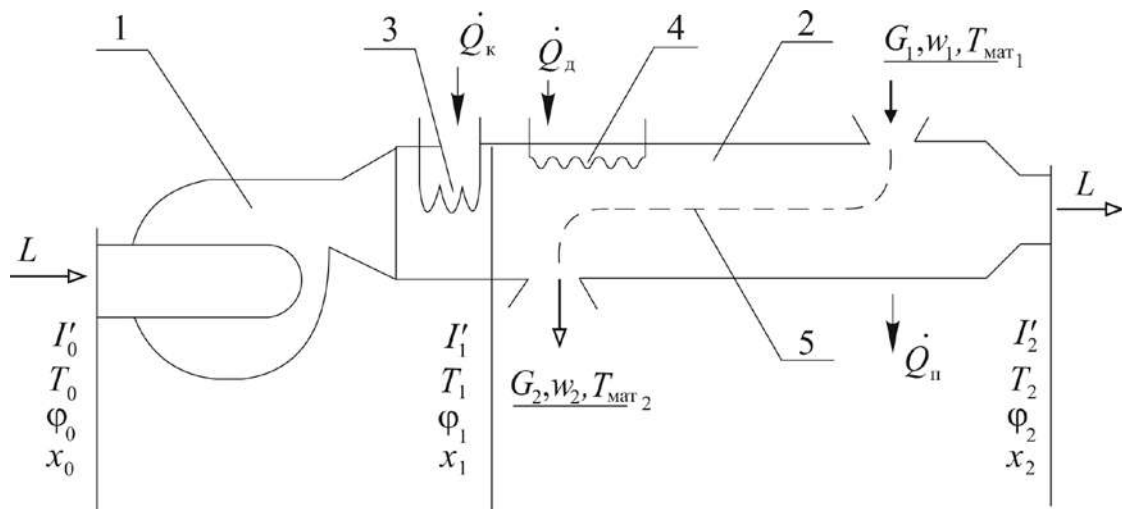


Рис.17.4. Схема конвективной сушилки непрерывного действия: 1 – вентилятор; 2 – сушильная камера; 3 – основной калорифер; 4 – добавочный калорифер, расположенный в сушильной камере; 5 – направление движения высушиваемого материала; индексы: 0 – вход в сушилку (в калорифер), 1 – вход в сушильную камеру, 2 – выход из сушилки

Согласно приведенной схеме (рис. 17.4) установим статьи прихода и расхода тепла за единицу времени в стационарном процессе конвективной сушки.

Приход тепла	Расход тепла
1. С поступающим воздухом $LI'_0$	1. С уходящим воздухом $LI'_2$
2. С влажным материалом $G_1 c_{мат_1} T_{мат_1}$	2. С высушенным материалом $G_2 c_{мат_2} T_{мат_2}$
3. С транспортными приспособлениями $G_{тр} c_{тр} T_{тр_1}$	3. С транспортными приспособлениями $G_{тр} c_{тр} T_{тр_2}$
4. От основного калорифера $\dot{Q}_к$	4. Потери тепла в окружающую среду $\dot{Q}_п$
5. От добавочного калорифера $\dot{Q}_д$	

Запишем уравнение теплового баланса для всей сушилки

$$LI'_0 + G_1 c_{\text{мат}_1} T_{\text{мат}_1} + G_{\text{тр}} c_{\text{тр}} T_{\text{тр}_1} + Q_{\text{к}} + Q_{\text{д}} = LI'_2 + G_2 c_{\text{мат}_2} T_{\text{мат}_2} + G_{\text{тр}} c_{\text{тр}} T_{\text{тр}_2} + Q_{\text{п}}. \quad (17.25)$$

Исключив из него приход и расход тепла с воздухом и от основного калорифера, записав разность оставшихся приходов и расходов тепла, получим так называемый *внутренний тепловой баланс сушильной камеры*

$$\sum \dot{Q} = \dot{Q}_{\text{мат}}^+ + \dot{Q}_{\text{тр}}^+ + \dot{Q}_{\text{д}} - \dot{Q}_{\text{мат}}^- - \dot{Q}_{\text{тр}}^- - \dot{Q}_{\text{п}}. \quad (17.26)$$

Выразив  $G_1$  из уравнения материального баланса (17.16) и поделив все слагаемые (17.25) и (17.26) на расход удаляемой при сушке влаги получим слагаемые, характеризующие удельное количество тепла, приходящееся на 1 кг удаляемой влаги  $q = \dot{Q} / \dot{W}$

$$\begin{aligned} q_{\text{мат}} &= \frac{\dot{Q}_{\text{мат}}^+ - \dot{Q}_{\text{мат}}^-}{\dot{W}} = \frac{G_1 c_{\text{мат}_1} T_{\text{мат}_1} - G_2 c_{\text{мат}_2} T_{\text{мат}_2}}{\dot{W}} = \\ &= \frac{G_2 c_{\text{мат}_2} (T_{\text{мат}_1} - T_{\text{мат}_2})}{\dot{W}} + c_{\text{вл}} T_{\text{мат}_1}, \end{aligned} \quad (17.27)$$

$$q_{\text{тр}} = \frac{\dot{Q}_{\text{тр}}^+ - \dot{Q}_{\text{тр}}^-}{\dot{W}} = \frac{G_{\text{тр}} c_{\text{тр}} (T_{\text{тр}_1} - T_{\text{тр}_2})}{\dot{W}}, \quad (17.28)$$

$$\Delta = \frac{\sum \dot{Q}}{\dot{W}} = q_{\text{мат}} + q_{\text{тр}} + q_{\text{д}} - q_{\text{п}}. \quad (17.29)$$

Величину  $\Delta$  также называют *внутренним тепловым балансом сушильной камеры (сушилки)*. Она может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Следует иметь в виду, что в некоторых изданиях, например, в [9] под внутренним тепловым балансом сушильной камеры понимают разность между расходом и приходом тепла в сушильной камере, в этом случае знак  $\Delta$  сменится на противоположный.

Запишем уравнение теплового баланса для основного калорифера, в котором происходит нагрев воздуха от  $T_0$  до  $T_1$  и увеличение энтальпии от  $I'_0$  до  $I'_1$  за счет подводимого за единицу времени тепла  $Q_{\text{к}}$

$$LI'_0 + Q_{\text{к}} = LI'_1. \quad (17.30)$$

Вернемся к уравнению теплового баланса для всей сушилки (17.25) и преобразуем его с учетом (17.26) и (17.30)

$$LI'_1 + \sum \dot{Q} = LI'_2, \text{ поделим на } \dot{W} \quad (17.31)$$

$$\frac{L}{\dot{W}}(I'_2 - I'_1) = \Delta, \quad (17.32)$$

$$\text{из (17.23a)} \quad \frac{L}{\dot{W}} = \frac{1}{x_2 - x_1}, \quad (17.33)$$

подставив (17.33) в (17.32), получим

$$I'_2 = I'_1 + \Delta(x_2 - x_1). \quad (17.34)$$

Заменяя параметры воздуха на выходе из сушилки их текущими значениями, получим уравнение линии действительной (реальной) сушки:

$$I' = I'_1 + \Delta(x - x_1). \quad (17.35)$$

Для построения прямой линии, соответствующей уравнению реальной сушки (17.35) необходимо знать две точки. Одна из них, характеризующая влажный воздух на входе в сушильную камеру (точка 1), известна. Для нахождения другой, вспомогательной  $D$ , можно задаться влагосодержанием  $x_D$  несколько большим  $x_0$  и по уравнению (17.35) рассчитать энтальпию  $I'_D(x_D)$ . По этим двум параметрам ( $x_D$ ,  $I'_D$ ) на  $I' - x$  диаграмму наносится точка  $D$ . Линия реальной сушки проводится из точки 1 через точку  $D$ . Если условием завершения процесса сушки является достижение конечной температуры воздуха  $T_2$ , то линия реальной сушки доводится до изотермы  $T_2$  (рис. 17.5), в зависимости от величины и знака  $\Delta$ , линия реальной сушки может проходить как выше, так и ниже линии теоретической сушки, либо совпадать с ней.

Изменяя, например, тепловую нагрузку дополнительного калорифера  $\dot{Q}_d$ , можно влиять на  $\Delta$  и, соответственно, на необходимый для сушки расход воздуха  $L$ . При этом, чем больше подвести тепла в дополнительном калорифере, тем выше пойдет линия реальной сушки и меньший расход воздуха потребуется для проведения процесса сушки.

Рассмотренный выше вариант проведения сушки называют *основным* или *простым*. Его недостатком являются слишком «жесткие» условия проведения процесса: порой для достижения результата требуется нагревать воздух до слишком высокой температуры, что может привести к разложению материала. С целью устранения этого недостатка применяют вариант с *многократным промежуточным подогревом воздуха*, который может осуществляться

с помощью нескольких дополнительных калориферов устанавливаемых вдоль пути движения воздуха.

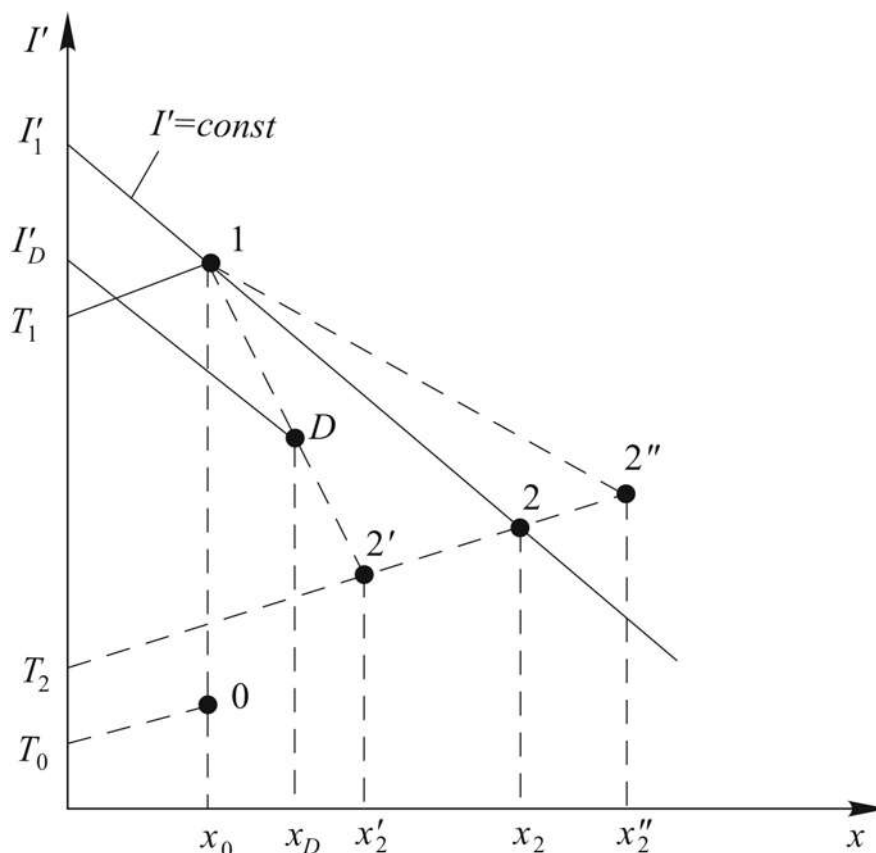


Рис. 17.5. Построение линии реальной сушки на  $I' - x$  диаграмме:

$2 \rightarrow \Delta = 0, \quad I'_2 = I'_1$  – теоретическая сушка;

$2' \rightarrow \Delta < 0, \quad I'_2 < I'_1, \quad x'_2 < x_2, \quad \ell_{\text{дейст}} > \ell_{\text{теор}};$

$2'' \rightarrow \Delta > 0, \quad I'_2 > I'_1, \quad x''_2 > x_2, \quad \ell_{\text{дейст}} < \ell_{\text{теор}}$

Иногда применяется вариант с частичным возвратом отработанного воздуха. При смешении исходного воздуха с отработанным увеличивается его влажность и, следовательно, уменьшается движущая сила массопередачи, но за счет увеличения расхода возрастают скорость и коэффициент массоотдачи в газовой фазе.

Применение менее «жестких» условий может оказаться целесообразным при сушке полимерных материалов, так как при большой скорости сушки на начальной стадии на поверхности

материала образуется корка препятствующая дальнейшему удалению влаги (растворителя).

### 17.7. Основы кинетики процесса конвективной сушки

Кинетика периодической сушки характеризуется уменьшением во времени средней по объему влажности материала (скоростью сушки) и определяется свойствами материала и влаги, его размером и формой, параметрами сушильного агента и его скоростью, конструкцией сушилки. Получение такой зависимости теоретически возможно путем решения системы дифференциальных уравнений движения, неразрывности, нестационарной конвективной диффузии и теплопроводности для газовой и твердой фаз с последующим усреднением влажности материала по объему. Однако в силу чрезвычайной сложности данной задачи её упрощают, применяя различные модели структуры потока как, например, при описании адсорбции (16.3) – (16.6) или применяя подход (12.129) – (12.131), а еще чаще используют экспериментальные кинетические кривые.

**Кинетические кривые конвективной сушки.** Кинетические кривые процесса сушки получаются на основе экспериментальных исследований сушки материала.

*Кривой сушки* называют зависимость изменения влажности материала  $w^c$  от времени сушки  $t$ . В общем случае кривая сушки состоит из нескольких участков, соответствующих различным периодам сушки (см. рис. 17.6). После небольшого промежутка времени – периода прогрева материала (начальный период), в течение которого влажность снижается незначительно от ее начального значения  $w_{нач}^c$  (участок  $AB$ ), наступает период постоянной скорости сушки (I-й период), когда влажность материала интенсивно уменьшается по линейному закону (участок  $BC$ ). Такое уменьшение влажности происходит до значения первой критической влажности  $w_{кр.1}^c$ , после чего начинается период падающей скорости сушки (II-й период), когда уменьшение влажности соответствует кривой  $CE$ , которая в общем случае состоит из двух участков различной кривизны (отрезки  $CD$  и  $DE$ ). Точка перегиба  $D$  соответствует второй критической влажности  $w_{кр.2}^c$ , точка  $E$  – конечной влажности материала  $w_{кон}^c$ . В конце второго периода влажность материала асимптотически приближается к

равновесной  $w_p^c$  (точка  $K$ ); при достижении равновесной влажности прекращается дальнейшее испарение влаги из материала.

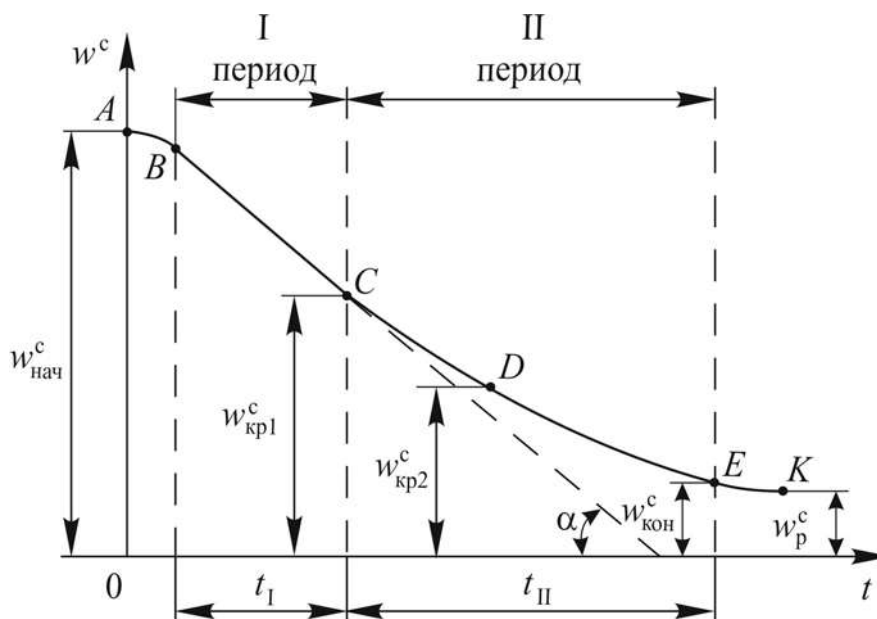


Рис. 17.6. Кривая сушки

*Кривая скорости сушки* представляет зависимость скорости сушки  $N$  от влажности материала  $w^c$ . Скорость сушки определяется уменьшением влажности материала  $-dw^c$  за бесконечно малый промежуток времени  $dt$  и выражается отношением

$$N = -\frac{dw^c}{dt}. \quad (17.36)$$

Скорость сушки может быть определена с помощью кривой сушки путем её графического дифференцирования, т.е. будет выражаться тангенсом угла наклона касательной, проведенной к точке кривой, отвечающей влажности материала. На рис. 17.7 показана кривая скорости сушки, соответствующая кривой сушки на рис. 17.6. Так в начальном периоде сушки  $A-B$  при прогреве материала скорость сушки возрастает. Для I-го периода скорость сушки будет постоянной, и соответствовать  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const}$  на рис. 17.6 (горизонтальный отрезок  $B-C$  на рис 17.7). Отрезок  $C-E$  характеризует период падающей скорости сушки (II-й период). В первый период происходит интенсивное поверхностное испарение свободной влаги. В точке  $C$  ( $w_{кр.1}^c$ ) влажность на поверхности материала становится равной гигроскопической. С этого момента начинается испарение связанной



влаги, и скорость сушки начинает уменьшаться, так как на нее влияет скорость внутреннего переноса влаги из глубины материала к его поверхности.

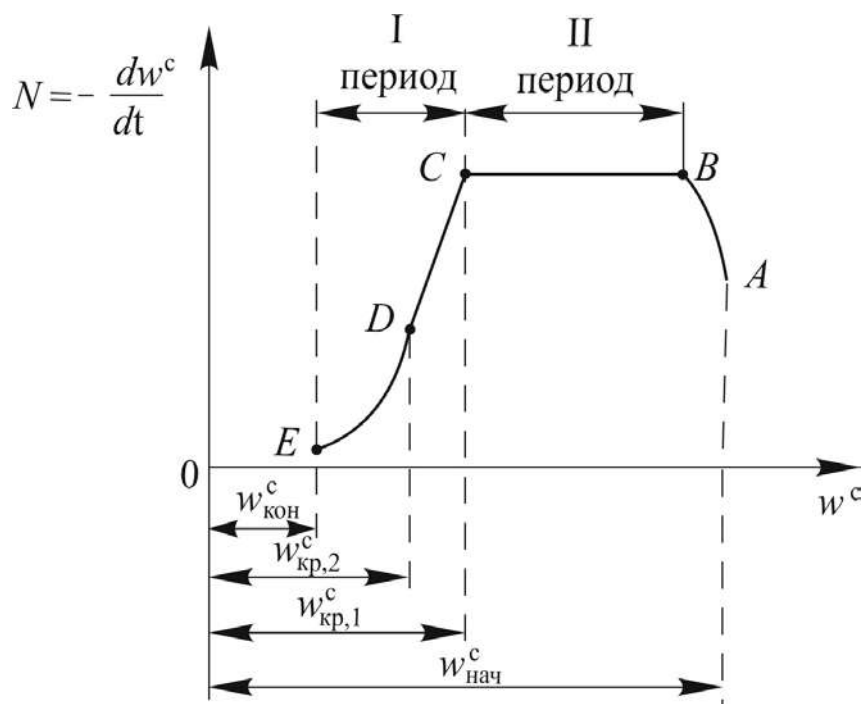


Рис. 17.7. Кривая скорости сушки

Вид кривых скорости сушки во втором периоде весьма разнообразен. На рис.17.7 изображена кривая, типичная для капиллярно-пористых материалов сложной структуры. Точка перегиба  $D$ , соответствующая  $w^c_{\text{кр},2}$ , может быть выражена не столь четко, а иногда и вообще отсутствовать.

**Изменение температуры материала в процессе сушки.** Для анализа процесса сушки, помимо кривых скорости, необходимо знать характер изменения температуры материала  $T_{\text{мат}}$  в зависимости от влажности  $w^c$  (рис. 17.8). За кратковременный период прогрева материала  $A-B$  его температура быстро повышается и достигает значения температуры мокрого термометра  $T_{\text{м}}$ . В период постоянной скорости сушки  $B-C$  все тепло, подводимое к материалу, затрачивается на испарение свободной влаги (адиабатическая сушка) и температура материала остается постоянной равной температуре мокрого термометра ( $T_{\text{мат}} = T_{\text{м}}$ ). В период падающей скорости сушки  $C-K$  испарение влаги с поверхности материала замедляется и его температура начинает повышаться ( $T_{\text{мат}} > T_{\text{м}}$ ). Когда влажность

материала уменьшится до равновесной и испарение влаги прекратится температура материала достигает наибольшего значения равного температуре сушильного агента  $T_{\text{мат}} = T_{\text{в}}$ . Температурная кривая на рис. 17.8 (сплошная линия) характерна для сушки материалов в тонком слое. Для материалов значительной толщины при конвективной сушке температура во внутренних слоях в течение практически всего процесса сушки ниже, чем на поверхности, следовательно, несколько ниже будет и средняя температура материала (штрихпунктирная линия).

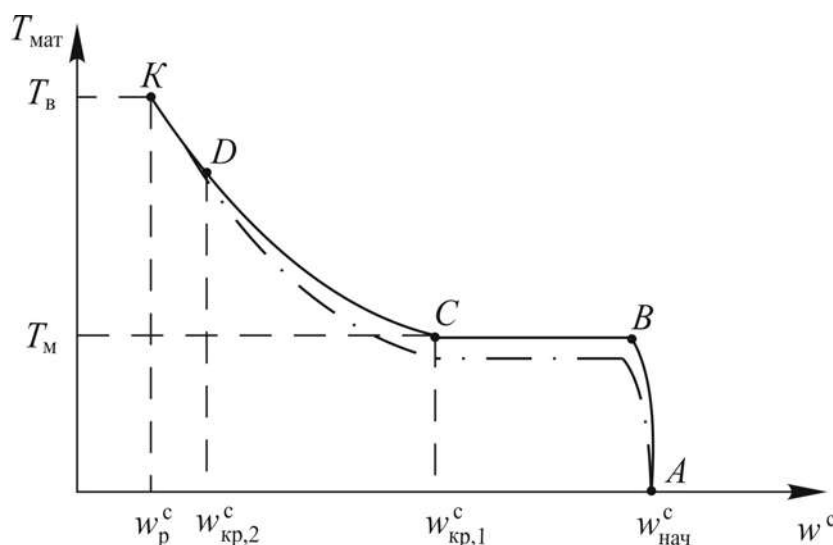


Рис. 17.8. Температурная кривая сушки: — — тонкослойных материалов; — · — · — толстослойных материалов

**Интенсивность испарения влаги.** Интенсивность испарения влаги  $j$  является технологическим параметром процесса сушки и показывает, какое количество влаги  $W$  испаряется с единицы поверхности высушиваемого материала  $F$  в единицу времени (поток влаги)

$$j = \frac{W}{Ft}. \quad (17.37)$$

Интенсивность испарения влаги связана с тепло- и массообменом влажного материала с окружающей средой. Механизм этого процесса очень сложен, т.к. включает процессы перемещения влаги внутри материала, ее массоотдачу с поверхности материала и

получение материалом тепла из окружающей среды. Каждый из этих процессов подчиняется собственным закономерностям и протекает с различной интенсивностью в разные периоды сушки. Для упрощения математического описания столь сложной задачи, как правило, применяют различные модели. Рассмотрим одну из них, наиболее распространенную.

Предполагается, что в период постоянной скорости сушки (I-й период) она лимитируется массоотдачей пара с поверхности материала в ядро газовой фазы. Движущей силой является разность концентраций или парциальных давлений пара у поверхности материала  $p_m$  и в окружающей среде  $p_n$ . Влажность материала больше гигроскопической, пар у поверхности материала является насыщенным ( $p_m = p_n$ ) и соответствует температуре мокрого термометра  $T_m$ . Влага интенсивно поступает из внутренних слоев к поверхности материала. Скорость испарения влаги с его поверхности принимают равной скорости испарения со свободной поверхности жидкости, и описывается уравнением массоотдачи

$$j = \beta_r (x^r - x) = \frac{\beta'_r (p_m - p_n)}{p}, \quad (17.38)$$

где  $\beta_r$  – коэффициент массоотдачи в газовой фазе.

При испарении влаги с поверхности материала возникает градиент влажности по его толщине и когда на поверхности материала влажность достигает значения гигроскопической влажности, начинается II-й период сушки. На поверхности материала влажность становится меньше гигроскопической и продолжает уменьшаться, а скорость процесса сушки все больше определяется переносом влаги внутри материала, что приводит к ее уменьшению.

**Продолжительность процесса сушки.** Для первого периода сушки интенсивность испарения влаги  $j_1$  постоянна

$$j_1 = \frac{W_1}{F t_1} = \text{const}, \quad (17.39)$$

здесь  $W_1$  – количество удаленной влаги первый период продолжительностью  $t_1$ .

Обозначим

$$N_1 = - \frac{dw^c}{dt} \quad (17.40)$$

скорость сушки в первом периоде, которая выражает число килограммов влаги (на 1 кг сухого вещества), испаряемой за 1 с. Величина  $W_1$  может быть представлена в виде:

$$W_1 = M_c (w_{\text{нач}}^c - w_{\text{кр.1}}^c) \quad \text{и} \quad j_1 = \frac{M_c (w_{\text{нач}}^c - w_{\text{кр.1}}^c)}{F t_1}. \quad (17.41)$$

Скорость сушки в первом периоде и его продолжительность будут равны

$$N_1 = \frac{j_1}{M_c} F = \frac{(w_{\text{нач}}^c - w_{\text{кр.1}}^c)}{t_1}, \quad (17.42)$$

$$t_1 = \frac{(w_{\text{нач}}^c - w_{\text{кр.1}}^c)}{N_1}. \quad (17.43)$$

Для второго периода сушки расчет скорости сушки значительно усложняется вследствие более сложной и различной конфигурации кривых скорости сушки (см. рис. 17.9). Продолжительность сушки в этот период определяют приближенно с помощью *коэффициента скорости сушки*  $K_c$ .

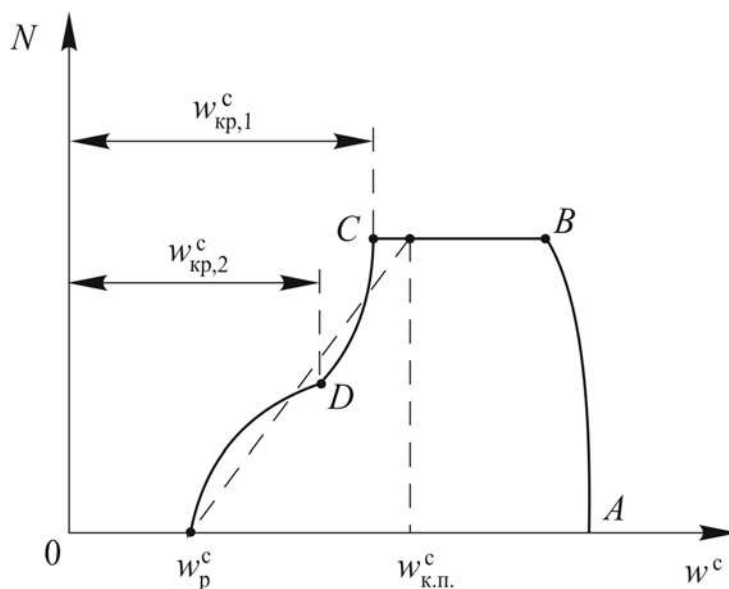


Рис. 17.9. Определение приведенной критической влажности  $w_{\text{к.п.}}^c$ .

Для расчета  $K_c$  пользуются экспериментальной кривой скорости сушки данного материала, аппроксимируя в ней криволинейный отрезок (соответствующий второму периоду сушки) наклонной

прямой, проводимой из точки соответствующей равновесной влажности материала  $w_p^c$  до горизонтального прямолинейного участка, отвечающего периоду постоянной скорости (пунктирная линия на рис. 17.9). Верхний конец этой прямой соответствует *приведенной критической влажности*  $w_{к.п.}^c$ , которой заменяют в первом приближении первую критическую влажность  $w_{кр.1}^c$ .

При этом уравнение скорости сушки для второго периода может быть представлено в виде:

$$-\frac{dw^c}{dt} = K_c (w^c - w_p^c), \quad K_c = \frac{N_1}{(w_{к.п.}^c - w_p^c)}. \quad (17.44)$$

В результате интегрирования этого уравнения в пределах от  $w_{к.п.}^c$  до  $w_{кон}^c$  (конечная влажность материала после сушки) получаем

$$\frac{(w_{кон}^c - w_p^c)}{(w_{к.п.}^c - w_p^c)} = \exp(-K_c t_2). \quad (17.45)$$

Откуда продолжительность второго периода сушки  $t_2$  будет

$$t_2 = \frac{1}{K_c} \ln \frac{(w_{к.п.}^c - w_p^c)}{(w_{кон}^c - w_p^c)} = \frac{1}{N_1} (w_{к.п.}^c - w_p^c) \ln \frac{(w_{к.п.}^c - w_p^c)}{(w_{кон}^c - w_p^c)}. \quad (17.46)$$

Общая продолжительность сушки составляет:

$$t = t_1 + t_2 \quad (17.47)$$

Описанный метод расчета продолжительности сушки с использованием коэффициента скорости сушки  $K_c$  предложен А.В.Лыковым [58] и используется при расчете сушилок.

## 17.8. Классификация и конструкции сушилок

Классифицировать сушилки можно по различным признакам:

- по способу подвода тепла, как и виды сушки (конвективные, контактные, радиационные, диэлектрические, сублимационные);
- по состоянию слоя высушиваемого материала (с неподвижным, движущимся плотным слоем, перемешиваемым, взвешенным и т.д.);
- по виду теплоносителя (воздушные, газовые, паровые, жидкие);
- по способу организации процесса (периодические и непрерывные);

- по взаимному направлению движения сушильного агента и материала (противоточные, прямоточные, с перекрестным и смешанным током);
- по давлению в сушильной камере (атмосферные, вакуумные, под избыточным давлением);
- по виду материала и т.д.

За основу классификации сушилок обычно принимают два первых признака.

### 17.8.1. Конвективные сушилки

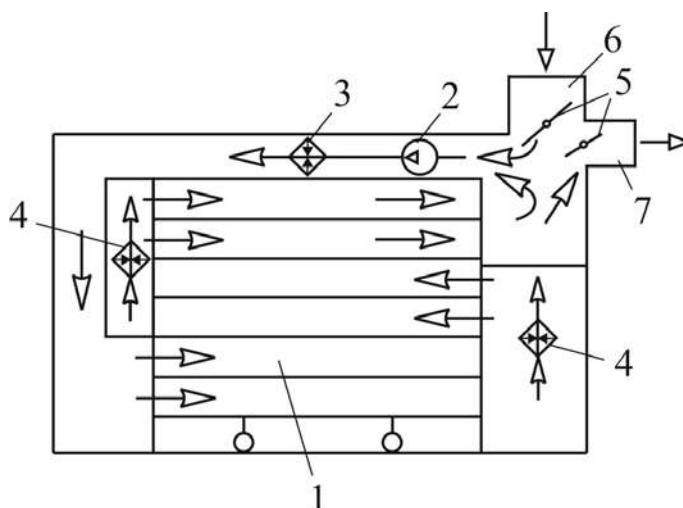
Как уже отмечалось, конвективные сушилки наиболее распространены в химической промышленности, а в качестве сушильного агента чаще всего применяется воздух.

#### 17.8.1.1. Сушилки с неподвижным или движущимся плотным слоем материалом

**Камерные сушилки.** Данные сушилки, как правило, являются воздушными, периодического действия, атмосферными и предназначены для сушки различных материалов (сыпучих, кусковых, пастообразных). Конструкция сушилки изображена на рис. 17.10.

Рис. 17.10. Камерная сушилка:

1 – полки с материалом; 2 – вентилятор; 3 – основной калорифер; 4 – дополнительные калориферы; 5 – заслонки; 6 и 7 – штуцеры для входа свежего и выхода отработанного воздуха



Материал в сушильной камере располагается на полках (противнях) 1, которые устанавливаются на стеллажах или для удобства загрузки-выгрузки в вагонетках. Полки с помощью перегородок (козырьков) делятся на несколько зон последовательного

прохождения сушильного агента. После загрузки влажного материала свежий воздух через штуцер 6 засасывается вентилятором 2, нагревается в основном калорифере 3 и поступает в первую зону сушильной камеры. После её прохождения относительная влажность воздуха увеличивается, а температура уменьшается. Далее воздух попадает в дополнительный калорифер 4, где происходит процесс нагревания воздуха, сопровождающийся уменьшением его относительной влажности (см. разд. 17.3). Затем воздух последовательно проходит следующие зоны сушильной камеры и дополнительные калориферы. Отработанный воздух отводится через штуцер 7, при необходимости часть его смешивается со свежим воздухом, обеспечивая совместно с дополнительными калориферами менее «жесткие» условия сушки (см. разд. 17.6). Соотношение расходов рециркулирующего и отработанного воздуха регулируется заслонками (шиберами) 5.

Достоинствами камерных сушилок являются простота устройства, отсутствие движущихся частей (предотвращается механическое разрушение материала) и возможность сушки различных материалов, а недостатками – периодичность действия и как следствие низкая производительность, использование ручного труда при загрузке и выгрузке материала, неравномерность его сушки (при значительной толщине слоя верхние слои сушатся существенно лучше нижних). Камерные сушилки применяются, как правило, для сушки небольшого количества материала при значительной длительности процесса.

**Туннельные сушилки.** Туннельные сушилки, изображенные на рис. 17.11 (вид сверху), схожи с камерными. Основное отличие заключается в непрерывности их действия, что обеспечивается движением вагонеток 2 с расположенным на полках материалом (см. рис. 17.10, позиция 1) вдоль длинной камеры (туннеля) 1, герметичность которой обеспечивается дверями 6, открывающимися лишь на время входа или выхода вагонетки. Перемещаются вагонетки по замкнутому контуру, как правило, по рельсам с помощью троса. Взаимное движение сушильного агента и материала по всей камере обычно противоточное, а для отдельной вагонетки перекрестное. Как и в камерных сушилках, как правило, применяются дополнительные калориферы 5, а поскольку длина туннеля велика, то и дополнительные вентиляторы 3.

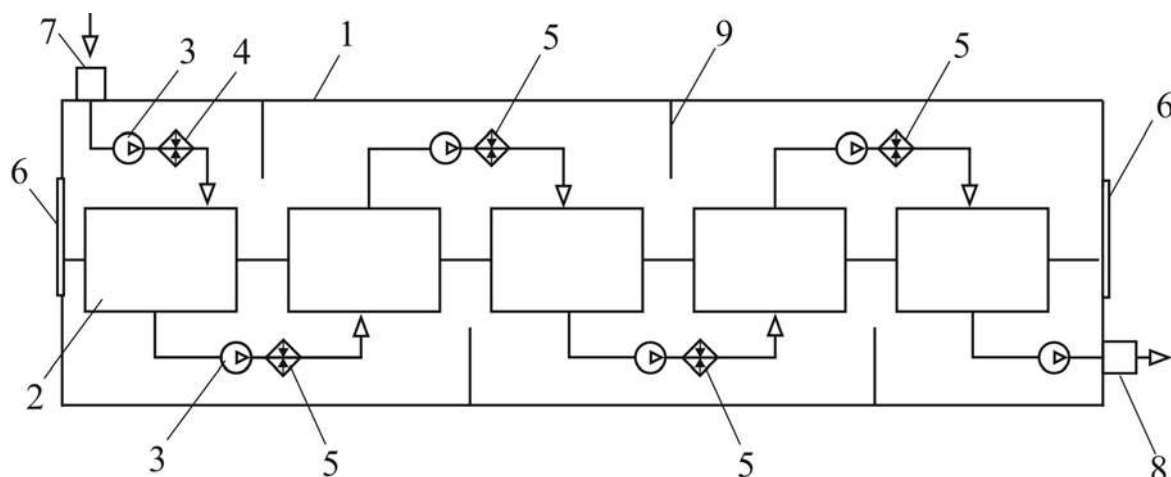


Рис.17.11. Туннельная сушилка: 1 – камера; 2 – вагонетки; 3 – вентиляторы; 4 – основной калорифер; 5 – дополнительные калориферы; 6 – герметичные двери; 7, 8 – штуцеры для входа свежего и выхода отработанного воздуха

Достоинства и недостатки туннельных и камерных сушилок весьма схожи. Преимуществом туннельных сушилок является непрерывность процесса. Применяются они обычно для сушки большого количества штучных изделий.

**Ленточные сушилки.** Эти сушилки являются непрерывными, атмосферными, сушильным агентом может служить как нагретый воздух, так и топочные газы, взаимное движение материала и сушильного агента может организовываться по различным схемам, сушке подвергаются зернистые, гранулированные и волокнистые материалы средних размеров.

Влажный материал попадает в сушильную камеру через питатель 1 (рис.17.12) на перемещающуюся замкнутую ленту транспортера 2, изготовленную, как правило, из сетки или перфорированного штампованного материала, что обеспечивает прохождение через нее, а также слой материала сушильного агента. Движение замкнутой ленты обеспечивается вращающимися барабанами 3. Обычно используется несколько лент, расположенных одна под другой. Материал пересыпается с верхней ленты на нижнюю и при этом перемешивается. С самой нижней ленты материал ссыпается в бункер 4 и удаляется из сушилки. Сушильный агент входит через штуцер 5, проходит сквозь ленты транспортера и слои



материала (перекрестный ток) и выходит через штуцер 6. Возможны и другие схемы движения сушильного агента, так часть его может двигаться над поверхностью материала, он может подогреваться в дополнительных калориферах или дополняться свежим сушильным агентом.

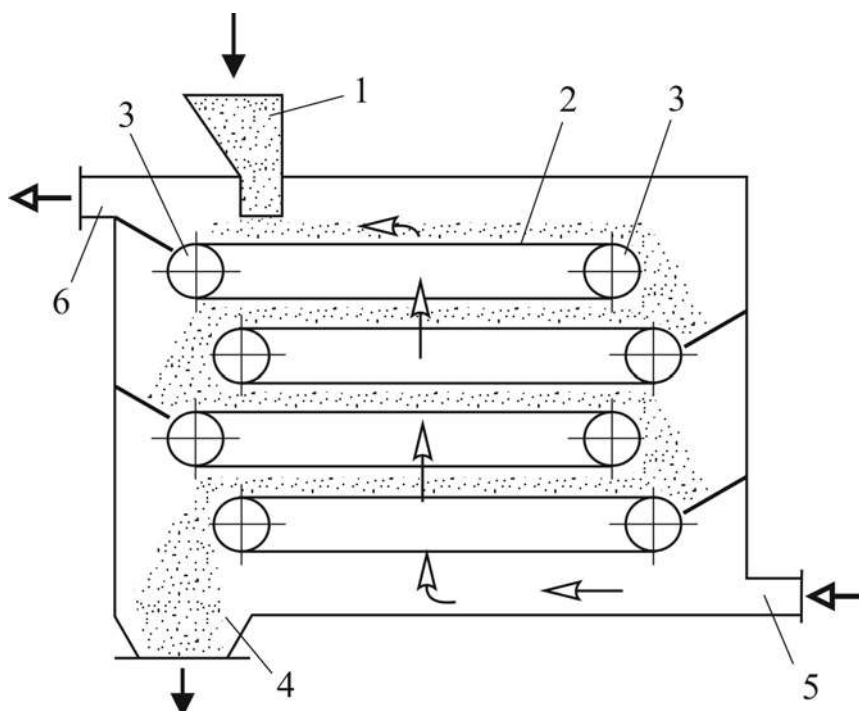


Рис.17.12. Ленточная сушилка: 1 – питатель; 2 – лента транспортера; 3 – барабаны; 4 – бункер; 5, 6 – штуцеры для входа свежего и выхода отработанного воздуха

Недостатками ленточных сушилок по сравнению с камерными и туннельными являются большая сложность конструкции и обслуживания, а преимуществами – повышение равномерности высушивания материала за счет перемешивания при пересыпании с одной ленты на другую и прохождения сушильного агента сквозь слой материала, а также возможность отказа от ручного труда при загрузке и выгрузке материала.

**Петлевые сушилки.** По своим классификационным характеристикам петлевые сушилки совпадают с ленточными за

исключением вида высушиваемого материала, так как они предназначены для сушки пастообразных материалов.

Влажный пастообразный материал из питателя 1 (рис. 17.13) направляется на сетчатую замкнутую ленту 2, вдавливается в нее вальцами 3 и перемещается с ней по сушильной камере. Петлеобразное движение ленты, увеличивающее путь и время пребывания в сушилке, обеспечивается цепным конвейером 4 и системой роликов 5. Сушильный агент, движущийся в поперечном направлении (перпендикулярно плоскости рисунка), контактирует с обеими сторонами ленты, создавая достаточно большую поверхность взаимодействия с материалом. Высушенный материал с помощью автоматического ударного устройства 6 стряхивается с ленты, попадает в бункер 7 и выводится из сушилки.

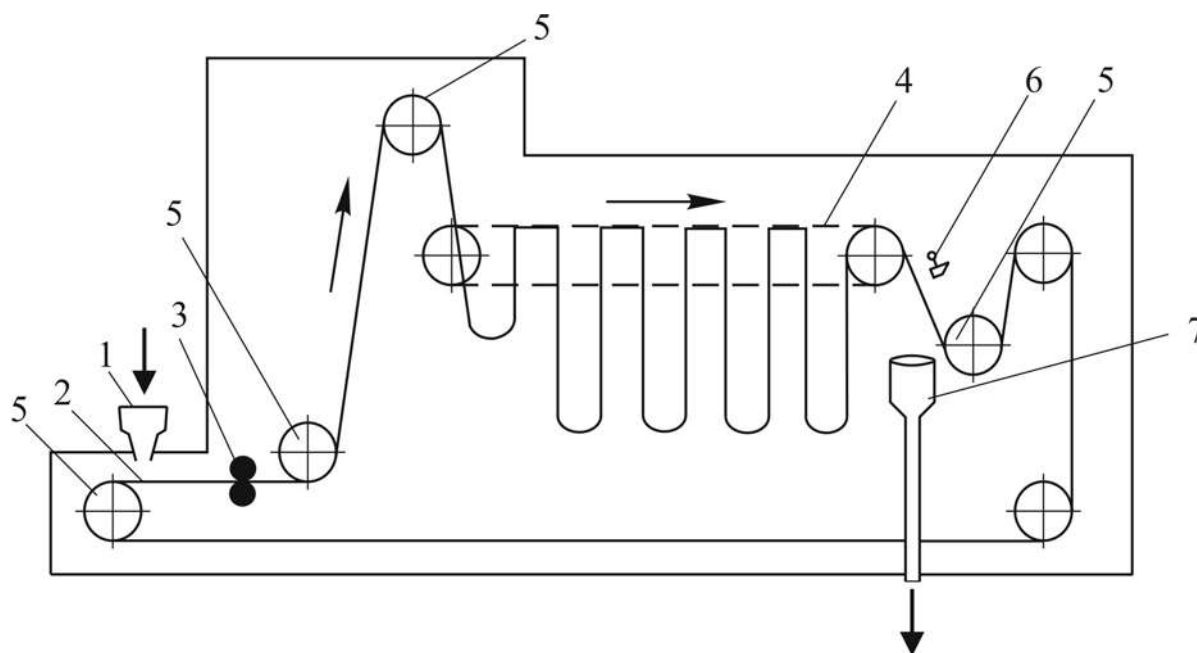


Рис.17.13. Петлевая сушилка: 1 – питатель; 2 – сетчатая лента; 3 – вальцы; 4 – цепной конвейер; 5 – ролики; 6 – ударное устройство; 7 – бункер

Достоинствами петлевых сушилок по сравнению с камерными и туннельными являются большие интенсивность и равномерность высушивания пастообразных материалов, отказ от ручного труда, а недостатками – сложность конструкции и значительные эксплуатационные затраты.

### 17.8.1.2. Сушилки с перемешиванием материала

**Барабанные сушилки.** Данные сушилки являются непрерывными, по большей части атмосферными, но в определенных случаях вакуумными, в качестве сушильного агента, как правило, используют топочные газы, движущиеся в одном направлении с зернистым или кусковым материалом.

Топочные газы могут образовываться непосредственно в топке 1 барабанной сушилки (рис. 17.14) при сжигании топлива (обычно природного газа), поступающего через штуцер 2, в воздухе, входящем через штуцер 3. Если температура топочных газов слишком велика, то они смешиваются с дополнительным количеством воздуха, поступающего через штуцер 4, в смесительной камере 5 и проходят в цилиндрический барабан 7. Туда же через питатель 6 подается влажный материал. Прямоточное движение сушильного агента и высушиваемого материала позволяет избежать излишнего перегрева последнего, так как в этом случае наиболее горячие газы соприкасаются с наиболее влажным и холодным материалом. Барабан 7 расположен под углом к горизонту ( $1 - 7^\circ$ ) и вращается с малой скоростью (5 – 8 об/мин) за счет электродвигателя 9, шестеренной передачи 10 с редуктором и зубчатого венца 8, обеспечивая перемешивание материала и его перемещение вдоль барабана. Время пребывания материала в барабане определенной длины (до 27м) регулируется углом его наклона и скоростью вращения. Высушенный материал и отработанные газы поступают в разгрузочную камеру. Газ отделяется от мелких частиц материала в циклоне 12 и отсасывается вакуум-насосом 13, а материал отводится через штуцеры 14.

Даже если сушилку можно считать атмосферной (давление в ней близко к атмосферному), она, тем не менее, работает под небольшим разрежением, так как газы не нагнетаются, а отсасываются из нее. Это препятствует утечке топочных газов через неплотности соединений. В определенных случаях (термочувствительные, токсичные материалы) сушку проводят при большем вакууме. Необходимый уровень заполнения барабана материалом ( $\approx 20\%$ ) обеспечивается подпорным кольцом 15, устанавливаемым на выходе из барабана. Для лучшего перемешивания материала и создания большей поверхности контакта фаз в барабан помещают насадку, захватывающую материал при

вращении барабана и распределяющую его по всему сечению последнего. Вид насадки определяется размером, формой и свойствами материала.

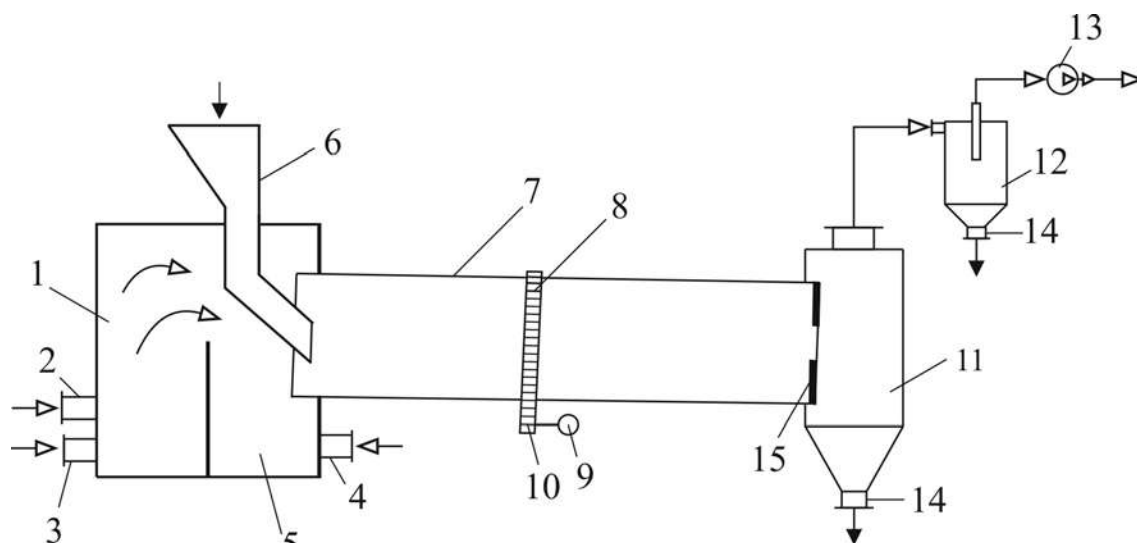


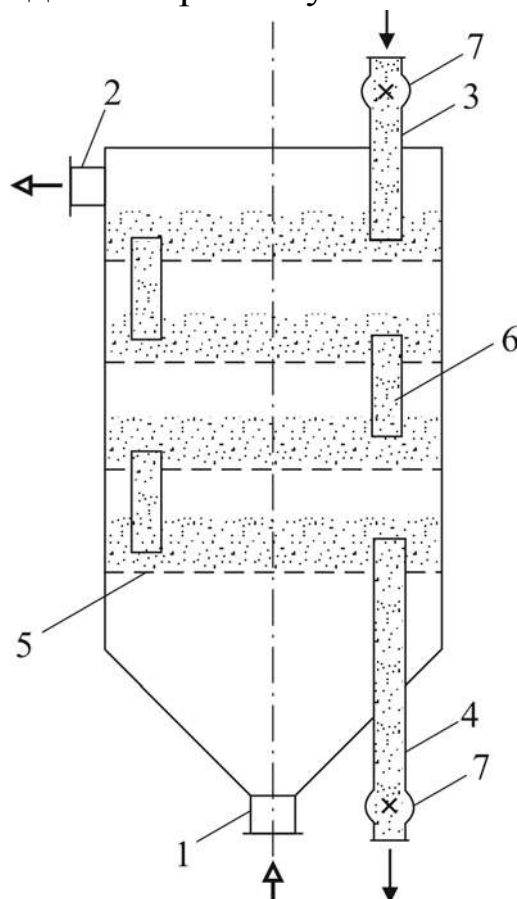
Рис. 17.14. Барабанная сушилка: 1 – топка; 2 – штуцер для подачи топлива; 3, 4 – штуцеры для подачи воздуха; 5 – смесительная камера; 6 – питатель; 7 – барабан; 8 – зубчатый венец; 9 – электродвигатель; 10 – шестеренная передача с редуктором; 11 – разгрузочная камера; 12 – циклон; 13 – вакуум-насос; 14 – штуцеры для отвода материала; 15 – подпорное кольцо

Достоинствами барабанных сушилок являются равномерность высушивания материала, высокая интенсивность процесса, а недостатками – сложность, необходимость уплотнений и затрат на вращение барабана, шум.

**Сушилки со взвешенным слоем материала.** Они предназначены, в основном, для сушки зернистых материалов. В качестве сушильного агента может использоваться нагретый воздух или топочные газы. Перемешивание материала в данных сушилках осуществляется за счет потока сушильного агента. Конструкция и принцип работы однокамерной сушилки схожи с изображенным на рис. 16.7 адсорбером непрерывного действия с псевдоожиженным слоем адсорбента. Только процесс идет в обратном направлении (распределяемый компонент – влага переходит из твердой фазы в газовую), трубы 6 и 7 предназначены для подачи влажного и отвода высушенного материала, а штуцеры 5 и 4 – для подвода и отвода

сушильного агента. Преимущества и недостатки сушилок с псевдоожиженным слоем материала аналогичны соответствующим адсорберам.

Для устранения неравномерности высушивания материала в однокамерных сушилках вследствие существенного различия времени



пребывания частиц в аппарате применяют либо многокамерные сушилки, представляющие собой последовательное или перекрестное соединение нескольких однокамерных, либо многоступенчатые сушилки (рис. 17.15). При необходимости для регулирования температуры на каждой ступени может устанавливаться змеевиковый теплообменник.

Рис. 17.15. Многоступенчатая сушилка с псевдоожиженным слоем: 1, 2 – штуцеры для входа и выхода сушильного агента; 3, 4 – трубы для подачи и отвода материала; 5 – распределительная решетка; 6 – переточная труба; 7 – затворы

Для сушки малого количества материала применяются однокамерные сушилки со взвешенным слоем материала периодического действия. В этом случае время сушки всех частиц одинаково.

**Пневматические сушилки.** Отличительной особенностью данных сушилок является возможность совмещения процессов сушки и пневмотранспорта, что удобно использовать, например, в адсорбционной установке с движущимся плотным слоем адсорбента (рис. 16.8). Сушильный агент (нагретый воздух или топочные газы) подается в трубу 2 (рис.17.16) со скоростью в несколько раз превышающей скорость витания (разд. 5.5.6) и уносит зернистый материал, подводимый шнековым питателем 1. Структура потока монодисперсного высушиваемого материала в данной сушилке близка к модели идеального вытеснения, а скорость его перемещения

относительно трубы, высота которой может достигать 20 м, равна разности скоростей сушильного агента и витания. Попадая в гравитационную камеру 3 с гораздо большей площадью поперечного сечения, скорость сушильного агента существенно уменьшается, что

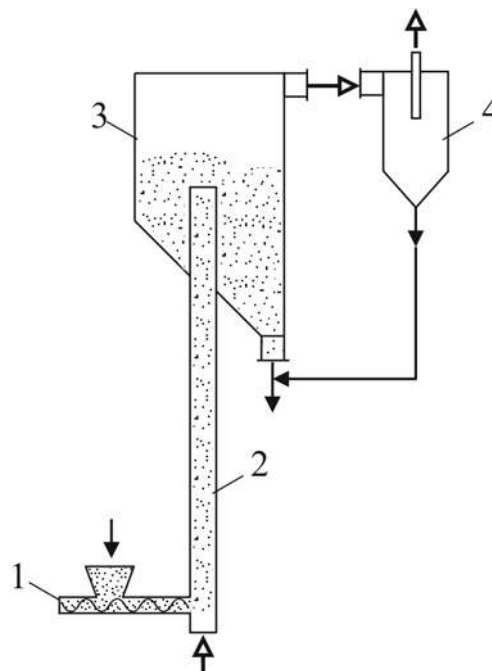
Рис. 17.16. Пневматическая сушилка: 1 – шнековый питатель; 2 – труба; 3 – гравитационная камера; 4 – циклон

приводит к процессу разделения газовой взвеси за счет отстаивания. Окончательная очистка сушильного агента от мелких частиц материала происходит в циклоне 4.

Преимуществом пневматических сушилок по сравнению с сушилками с псевдоожиженным слоем материала является большая равномерность высушивания монодисперсного материала, обусловленная однородностью времени пребывания в аппарате, а недостатком – большие энергозатраты на прокачку сушильного агента. Последние тем меньше, чем меньше размер частиц материала и их плотность.

При сушке полидисперсного материала более крупные частицы, требующие большей продолжительности сушки, обладают более высокой скоростью витания (5.207), будут медленнее подниматься по трубе и иметь большее время пребывания в зоне сушки, что способствует их лучшему высушиванию. В этих же целях используют разновидность пневматических сушилок – *аэрофонтанные* сушилки. Их особенностью является коническая форма сушильной камеры с расширением в верхней части, что приводит к снижению скорости сушильного агента и осаждению наиболее крупных и массивных частиц, созданию их циркуляции, так как после высыхания масса этих частиц уменьшается и они уносятся потоком сушильного агента.

**Распылительные сушилки.** Основная особенность данных сушилок заключается в их назначении – сушке жидких (например, раствор полимера) и пастообразных материалов. Диспергирование



материала в сушильном агенте производится в распылителе 2 (рис. 17.17) с помощью форсунок или вращающихся дисков (разд. 5.5.3).

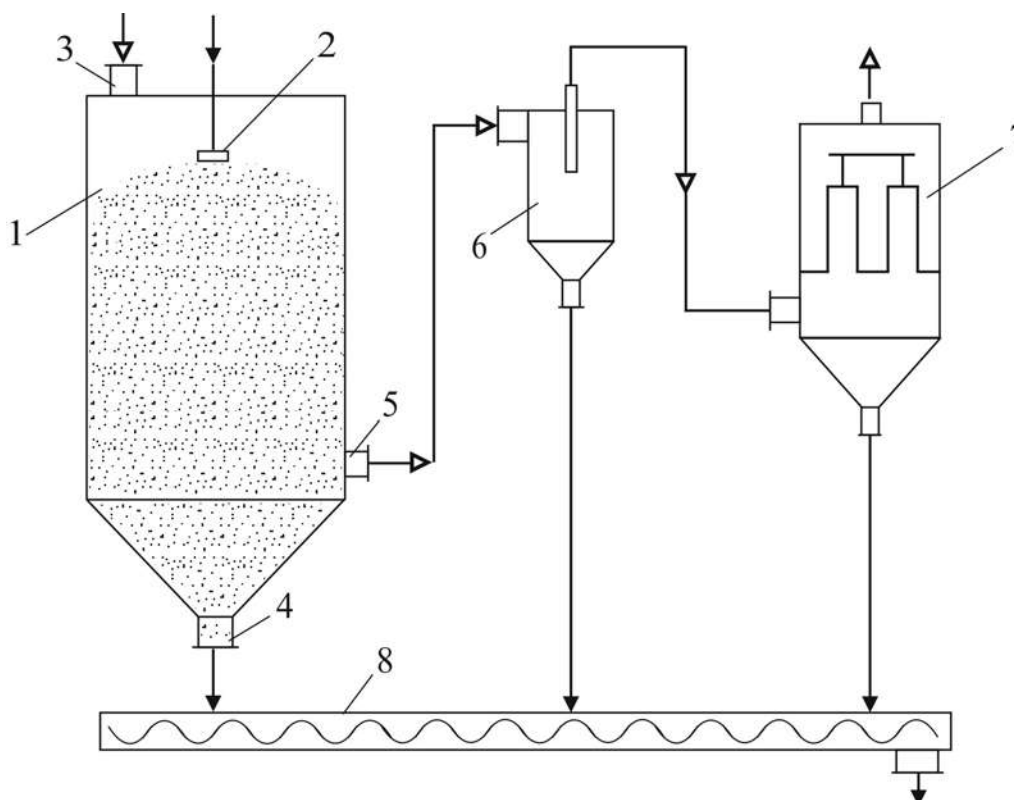


Рис. 17.17. Распылительная сушилка: 1 – камера; 2 – распылитель; 3, 5 – штуцеры для входа и выхода сушильного агента; 4 – штуцер для выхода материала; 6 – циклон; 7 – рукавный фильтр; 8 – шнек для выгрузки высушенного материала

Сушильный агент с высокой температурой (топочные газы или нагретый воздух) подается в камеру 1 через штуцер 3. Как правило, организуется прямоточное движение фаз, обеспечивающее контакт наиболее горячего сушильного агента с жидким высокодисперсным материалом (капли диаметром 20 – 60 мкм) при достаточно «мягких» условиях, так как температура материала в первом периоде сушки близка к температуре мокрого термометра. Интенсивность сушки при этом чрезвычайно высока, что позволяет за очень малое время пребывания материала в аппарате (15 – 30 секунд) достигнуть необходимого высушивания материала и превращения его в твердый порошкообразный продукт, отводимый через штуцер 4. Отработанный сушильный агент очищается от частиц материала предварительно в

циклоне 6 и окончательно в рукавном фильтре 7. Высушенный материал выгружается с помощью шнека 8.

Иногда организуют противоточное движение фаз, подавая сушильный агент в нижнюю часть камеры 1. Это замедляет осаждение частиц материала, увеличивает время их пребывания в аппарате, обеспечивает контакт высушенного материала со свежим сушильным агентом, что позволяет получить материал с меньшим содержанием влаги. Однако в этом случае обеспечиваются более «жесткие» условия сушки, что допустимо не для всех материалов.

### **17.8.2. Контактные сушилки**

В контактных сушилках подвод тепла к материалу производится через разделяющую стенку, в качестве которой обычно используется металл с высокой теплопроводностью. Если высушиваемый материал плотно прилегает к стенке и обладает небольшой толщиной (ткань, бумага, слой пасты или вязкого раствора), то за счет использования нагревающего агента с высоким коэффициентом теплоотдачи, например, водяного пара можно существенно увеличить коэффициент теплопередачи и интенсивность сушки по сравнению с конвективной, где в качестве нагревающего агента применяются газы, коэффициенты теплоотдачи у которых невелики. Другим преимуществом контактных сушилок является отсутствие непосредственного контакта нагревающего агента с материалом и удаляемой влагой, что необходимо обеспечивать при вступлении их в нежелательную химическую реакцию или сложности требующегося последующего разделения (влага может быть ценной, токсичной, взрывопожароопасной). Недостатками контактных сушилок является низкая интенсивность процесса при сушке зернистых, кусковых и штучных материалов, а также сложность устройства вследствие работы, как правило, под вакуумом, необходимым для отвода паров удаляемой влаги.

**Вакуум-сушильные шкафы.** Эти аппараты являются простейшими контактными сушилками периодического действия и предназначены для сушки небольших количеств различных материалов при удалении токсичной, взрывопожароопасной или ценной влаги. Вакуум-сушильный шкаф представляет собой цилиндрический или в форме параллелепипеда корпус 1 (рис. 17.18), в



котором размещены полые горизонтальные полки 2 с установленными на них лотками 3, заполненными материалом. Внутри полок по трубопроводу 4 подается нагревающий агент, как правило, водяной пар, отдающий тепло материалу. Испаряемая влага отсасывается вакуум-насосом 10 через штуцер 6, конденсируется в конденсаторе 7 и отводится по трубопроводу 9. Не сконденсировавшиеся газы удаляются по трубопроводу 11.

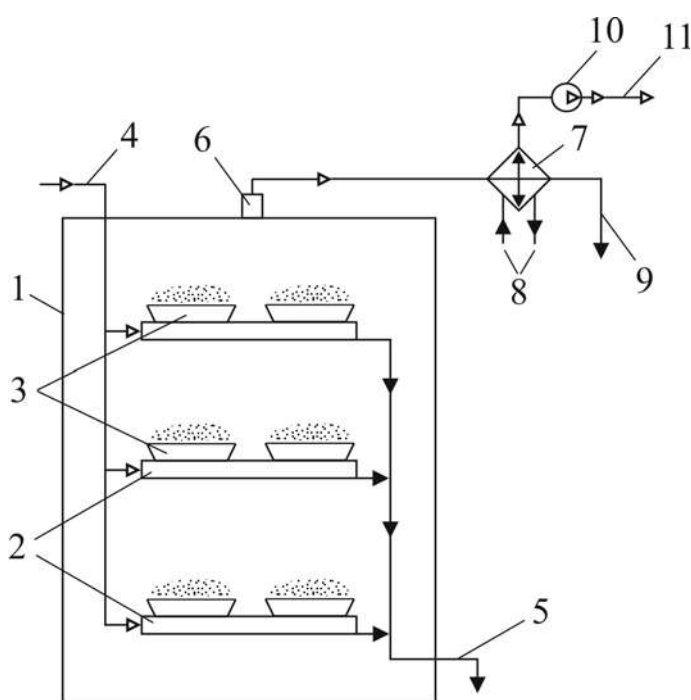


Рис. 17.18. Установка с вакуум-сушильным шкафом: 1 – корпус шкафа; 2 – полые полки; 3 – лотки с материалом; 4, 5 – трубопроводы для подачи греющего пара и отвода конденсата; 6 – штуцер для выхода испаренной влаги; 7 – конденсатор; 8 – охлаждающий агент; 9 – отвод сконденсированной влаги; 10 – вакуум-насос; 11 – отвод несконденсировавшихся газов

К недостаткам данных сушилок относятся ручная загрузка и выгрузка материала, а также низкая их эффективность вследствие малых коэффициентов теплопередачи, что обусловлено зазорами между полками и лотками, лотками и неподвижным материалом (зернистым, кусковым, штучным), заполненными разреженными газами и парами с малыми коэффициентами теплопроводности.

**Гребковые вакуум-сушилки.** Предназначены они для сушки таких же материалов, что и вакуум-сушильные шкафы, но обладают рядом преимуществ: отсутствие ручного труда для загрузки-выгрузки, более высокие интенсивность и равномерность сушки за счет перемешивания материала. Гребковая вакуум-сушилка (рис. 17.19) состоит из цилиндрического корпуса 1, обогреваемого с помощью паровой рубашки 2. По оси цилиндра расположен вал 3 с закрепленными на нем гребками.

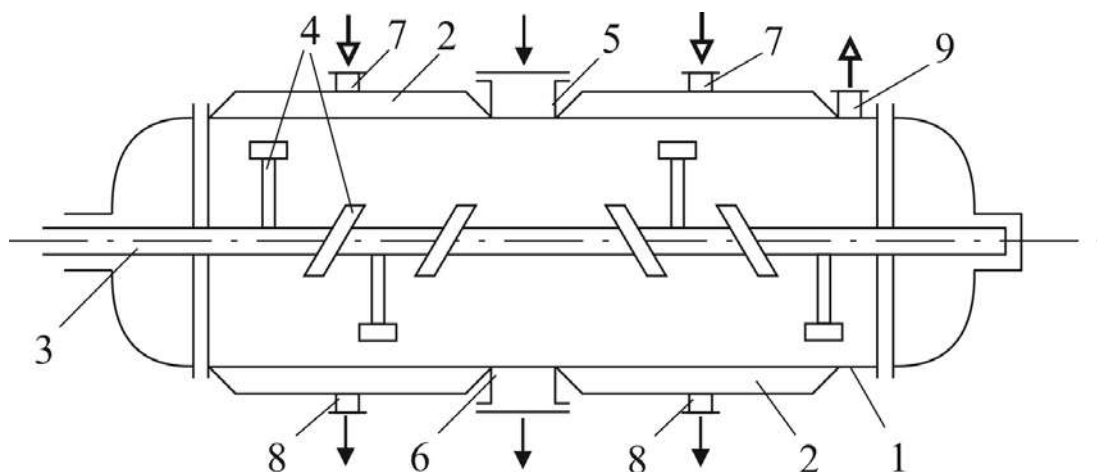


Рис. 17.19. Гребковая вакуум-сушилка: 1 – цилиндрический корпус; 2 – паровые рубашки; 3 – вал; 4 – гребки; 5, 6 – загрузочный и разгрузочный люки; 7, 8 – штуцеры для подачи греющего пара и отвода конденсата; 9 – штуцер для отвода влаги

На одной половине длины вала гребки загнуты в одну сторону, а на другой половине – в противоположную. Вал имеет реверсивный привод и после загрузки материала через люк 5 периодически меняет направление вращения. За счет этого материал медленно перемешиваясь перемещается от центра к периферии и обратно в горизонтальном направлении. Испаряющаяся влага отсасывается вакуум-насосом через штуцер 9 и конденсируется в конденсаторе по аналогии с установкой, изображенной на рис. 17.18. По окончании процесса материал выгружается через люк 6.

**Вальцовые сушилки.** Данные сушилки непрерывного действия применяются для сушки жидких и пастообразных материалов. Они могут быть как атмосферными, так и вакуумными; одно- и двухвальцовыми. Начнем с рассмотрения атмосферной двухвальцовой сушилки изображенной на рис. 17.20б.

Внутри полых цилиндрических вальцов 1 подводится нагревающий агент, как правило, водяной пар, горячая вода или высокотемпературные органические теплоносители. Материал непрерывно подается сверху в зазор между медленно вращающимися в противоположном направлении вальцами, составляющий обычно 0,5 – 1 мм. Материал покрывает поверхность вальцов тонкой пленкой 2, его высушивание происходит интенсивно вследствие высоких коэффициентов теплопередачи за один неполный оборот вальцов до

съема материала ножами 3. Продолжительность сушки регулируется скоростью вращения валцов.

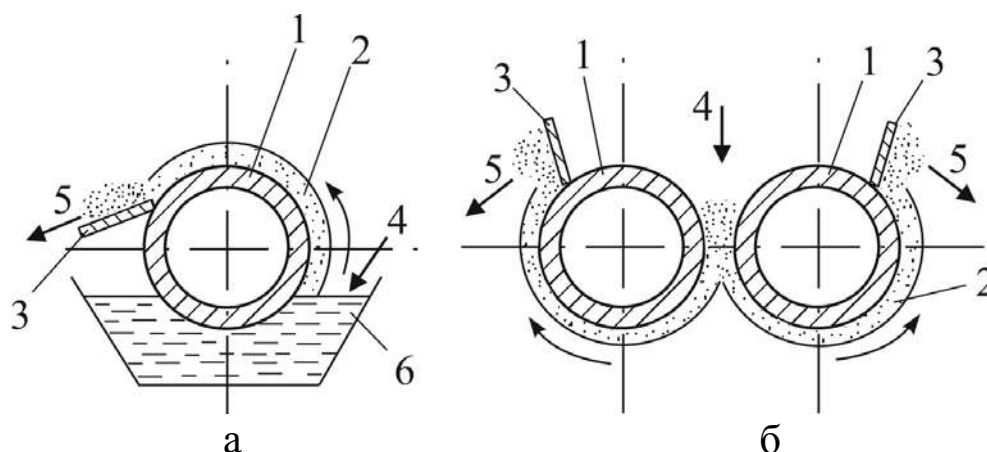


Рис. 17.20. Вальцовые сушилки: а – одновальцовая; б – двухвальцовая; 1 – вальцы; 2 – пленка материала; 3 – ножи для съема материала; 4, 5 – подвод и отвод материала, 6 – корыто с материалом

В одновальцовых сушилках (рис.17.20а) материал непрерывно подается в корыто 6, в которое частично погружен вращающийся валец 1. Прилипая к поверхности вальца, материал также образует тонкую пленку 2, высушивается и снимается ножом 3.

Устройство и принцип действия вакуумных вальцовых сушилок аналогичны рассмотренным выше атмосферным, но в отличие от них все рабочие элементы находятся внутри герметичного корпуса, соединенного с вакуум-насосом и конденсатором влаги, как на рис. 17.18. Их преимущество по сравнению с атмосферными заключается в возможности удаления ценной, токсичной, взрыво- пожароопасной влаги, а также снижении температуры процесса, последнее важно для термически нестойких материалов.

Общие достоинства вальцовых сушилок: малое время сушки, высокая интенсивность, непрерывность действия.

### 17.8.3. Радиационные сушилки

В радиационных сушилках подвод тепла к материалу осуществляется преимущественно за счет теплового излучения (см. разд. 9.3). Достоинством такого вида сушки является возможность

многократного увеличения теплового потока к поверхности материала по сравнению с конвективной сушкой. Однако поскольку перенос энергии и массы внутри материала происходит, в основном, за счет молекулярного механизма, то указанное выше преимущество имеет значение лишь для тонкослойных материалов.

В качестве источников теплового излучения могут использоваться электрические: лампы накаливания, керамические панели с находящимися в них спиралями; газовые: горелки, металлические или керамические плиты, нагреваемые открытым пламенем либо продуктами сгорания газов. Как правило, газовые источники излучения обходятся дешевле электрических.

На рис. 17.21 изображена радиационная сушилка непрерывного действия. В камеру 1 на ленту транспортера 2 из питателя 3 подается материал. Перемещаясь вместе с лентой, материал нагревается с помощью излучателей 4, высушивается и отводится через штуцер 5. Испаренная влага удаляется через штуцер 6. Данные сушилки могут быть как атмосферными, так и вакуумными.

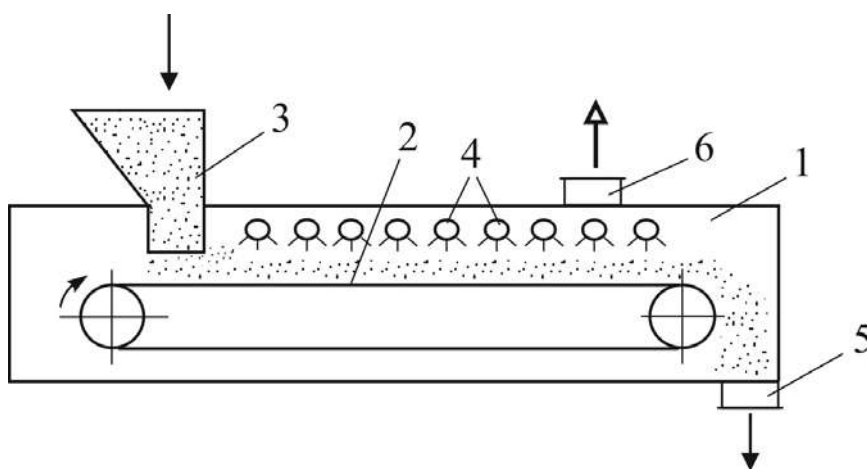


Рис. 17.21. Радиационная сушилка: 1 – камера; 2 – транспортер; 3 – питатель; 4 – излучатели; 5, 6 – штуцеры для отвода материала и испаренной влаги

К недостаткам радиационных сушилок можно отнести большие градиенты температуры в материале, что не всегда допустимо; значительный расход энергии.

#### 17.8.4. Диэлектрические сушилки

В диэлектрических сушилках подвод тепла осуществляется высокочастотным способом при помещении диэлектрика в переменное электрическое поле высокой частоты (см. начало гл. 10). Этот же способ нагрева используется в известных всем бытовых приборах – микроволновых печах. Преимуществом данных сушилок по сравнению с другими и, особенно радиационными, является равномерный прогрев материала по всей толщине, что позволяет использовать их для сушки толстослойных материалов.

Диэлектрические сушилки могут быть как периодическими, так и непрерывными. Конструктивно последние схожи с изображенной на рис. 17.21 радиационной сушилкой, только вместо излучателей 4 с обеих сторон ленты транспортера, по которому движется материал, расположены пластины конденсатора подключенные к высокочастотному генератору.

Недостатком диэлектрических сушилок является высокая стоимость их приобретения и эксплуатации.

#### 17.8.5. Сублимационные сушилки

Сублимационные сушилки можно рассматривать как разновидность контактных, специфика которых заключается в том, что влага в материале находится не в жидком, а в твердом замороженном состоянии и переходит в пар непосредственно из него. Такой процесс проводится при низких температурах и глубоком вакууме.

Конструктивное оформление схоже с установкой, изображенной на рис. 17.18. Отличия заключаются в следующем: в качестве нагревающего агента обычно используется не водяной пар, а теплоноситель с более низкой температурой, например, вода при  $T = 40 - 50^{\circ}\text{C}$ , а в конденсаторе-вымораживателе 7 в качестве охлаждающего агента 8 применяются низкотемпературные холодильные агенты (см. разд. 10.1.2), например, жидкий аммиак.

Недостатком сублимационных сушилок является их низкая интенсивность и высокая стоимость, а преимуществом – «мягкие» условия сушки, позволяющие сохранять неизменными свойства материала, в том числе и при длительном хранении. Чаще всего

сублимационную сушку применяют в производстве медицинских и пищевых продуктов.

### 17.9. Расчет сушилок

Наилучшим и теоретически обоснованным подходом к расчету сушилок явилось бы решение системы дифференциальных уравнений движения, неразрывности, нестационарной конвективной диффузии и теплопроводности для газовой и твердой фаз с соответствующими конкретными условиями однозначности. Однако такой подход чрезвычайно сложен и реализуем лишь для самых простейших случаев. В инженерной практике используются упрощенные методики, основанные на ряде допущений. Во многом они схожи с методиками расчета адсорберов, рассмотренными в разделе 16.8. Учитывая многообразие способов сушки и конструкций сушилок сложно предложить общую методику их расчета. Конкретные методики приведены в специальной литературе [7, 47, 57 – 59]. Рассмотрим основные этапы расчета на примере непрерывных конвективных воздушных сушилок.

Исходными данными для проектного расчета, как правило, служат: массовый расход исходного  $G_1$  или высушенного  $G_2$  материала, его начальная  $w_1$  и конечная  $w_2$  влажность, начальная температура  $T_{\text{мат}_1}$  и другие характеристики (размер, фракционный состав и т.д.), давление в сушилке, параметры свежего воздуха, его температура после калорифера  $T_1$  и конечная температура на выходе из сушилки  $T_2$ .

На первом этапе из уравнения материального баланса (17.21) или (17.21а) определяют расход удаляемой влаги  $\dot{W}$ ; задаваясь конечной температурой материала  $T_{\text{мат}_2}$ , как правило, соответствующей температуре мокрого термометра  $T_m$  для первого периода сушки и на несколько градусов ниже конечной температуры воздуха  $T_2$  для второго, а также тепловой нагрузкой дополнительного калорифера  $\dot{Q}_d$ , из уравнений (17.27) – (17.29) находят внутренний тепловой баланс сушилки  $\Delta$ ; по уравнению (17.35) на  $I' - x$  диаграмме проводят линию реальной сушки и с ее помощью по конечной температуре воздуха определяют влагосодержание воздуха на выходе из сушилки  $x_2$  (рис.17.5); из уравнения (17.23) находят необходимый расход воздуха

$L$ ; в соответствии с конструктивными особенностями сушилки и характеристиками материала, пользуясь имеющимися рекомендациями, выбирают скорость газа  $W_r$ , а затем рассчитывают площадь поперечного сечения сушилки  $S$

$$S = L / (\rho_r W_r). \quad (17.48)$$

На втором этапе необходимо определить объем  $V$  и высоту  $H$  (длину  $l$ ) сушилки. Это наиболее сложная задача, требующая знания кинетики процесса. Для ориентировочных расчетов или в качестве начального приближения можно использовать такую характеристику сушилок как *объемное напряжение по влаге*  $A_v$ , кг/(м<sup>3</sup>ч), приводимую в справочной литературе и зависящую от конструкции сушилки, свойств материала и условий проведения процесса

$$V = 3600 \dot{W} / A_v, \quad (17.49)$$

$$H(l) = V / S. \quad (17.50)$$

Зная площадь поперечного сечения и высоту (длину) аппарата можно выбрать нормализованную сушилку и произвести ее поверочный расчет, уточнив скорость газа в нормализованной сушилке.

Зачастую сушка проводится в первом периоде. В этом случае можно считать коэффициент массопередачи постоянным и равным коэффициенту массоотдачи в газовой фазе (разд.17.7), а влагосодержание на границе раздела фаз соответствующим температуре мокрого термометра и  $\phi=100\%$  ( $x^r = x_m$ ) в уравнении (17.38). Тогда объем сушилки можно найти из модифицированного уравнения массоотдачи

$$V = \dot{W} / (\beta_{y,v} \rho_{c.v.} \Delta x_{cp}). \quad (17.51)$$

Для сушилок, структура потока в которых близка к идеальному вытеснению (барабанных, пневматических с монодисперсным материалом), а движение фаз прямо- или противоточное среднюю движущую силу можно считать среднелогарифмической

$$\Delta x_{cp} = \frac{(x_{m,1} - x_1) - (x_{m,2} - x_2)}{\ln \frac{(x_{m,1} - x_1)}{(x_{m,2} - x_2)}}. \quad (17.52)$$

Для сушилок с перекрестным движением фаз (туннельных, ленточных, петлевых) в выражение (17.52) вводится множитель менее единицы по аналогии с (10.12). Объемные коэффициенты массоотдачи вычисляются по эмпирическим уравнениям.

Если в процессе сушки необходимо удалять не только свободную, но и связанную влагу, т.е. он проводится как в первом, так и во втором периодах, то расчет усложняется. Коэффициент массопередачи во втором периоде будет уменьшаться, что не позволяет использовать основное уравнение массопередачи, кроме того будет изменяться и температура материала. В этом случае для расчета непрерывной сушки можно воспользоваться кинетическими кривыми, полученными для периодической сушки в аналогичных условиях (разд. 17.7). При этом можно предположить, что объемы сушки необходимые для удаления влаги в первом и втором периодах будут пропорциональны их продолжительности.

При этом расход влаги, удаляемой в первом периоде  $\dot{W}_1$ , можно найти из уравнений (17.21) или (17.21a), заменив в них  $w_2$  на  $w_{кр.1}$ . Объем сушки для удаления влаги в первом периоде  $V_1$  можно определить из уравнений (17.51), (17.52), заменив в последнем  $x_2$  на  $x_{кр.1}$ , а  $x_{м,2}$  на  $x_{м,кр.1}$ . Величину  $x_{кр.1}$  найдем из уравнения материального баланса

$$x_{кр.1} = x_1 + G_c(w_1^c - w_{кр.1}^c) / L, \quad (17.53)$$

а для определения  $x_{м,кр.1}$  вначале на линии реальной сушки находится по  $x_{кр.1}$  точка окончания первого периода сушки, а для нее точка пересечения линий адиабатической сушки ( $T_m = \text{const}$ ) и  $\phi = 100\%$  (разд.17.2).

Далее можно получить объем сушки необходимый для удаления влаги во втором периоде с использованием (17.43) и (17.46)

$$V_2 = V_1 t_2 / t_1 = V_1 \frac{(w_{к.п.}^c - w_p^c)}{(w_{нач}^c - w_{кр.1}^c)} \ln \frac{(w_{к.п.}^c - w_p^c)}{(w_{кон}^c - w_p^c)}. \quad (17.54)$$

Общий объем сушки может учитывать и дополнительный объем  $V_n$ , необходимый для прогрева материала (начальный период) от  $T_{мат_1}$  до  $T_{м,1}$ , определяемый из уравнения теплопередачи

$$V = V_n + V_1 + V_2. \quad (17.55)$$

### Контрольные вопросы

1. Что называется сушкой? Какие виды сушки вам известны?
2. Дайте определение основных параметров влажного воздуха.



3. Схематично изобразите  $I' - x$  диаграмму Л.К. Рамзина, как с ее помощью определять параметры влажного воздуха?
4. Как на  $I' - x$  диаграмме Л.К. Рамзина изображаются процессы нагревания, охлаждения, теоретической и адиабатической сушки? Что такое температура росы и температура мокрого термометра?
5. Какие формы связи влаги с материалом вам известны?
6. Что характеризует влажность материала и какие способы ее выражения вам известны?
7. От чего зависит равновесная влажность материала? Какую влажность называют гигроскопической?
8. Запишите уравнения материального баланса конвективной сушки.
9. Запишите уравнение теплового баланса конвективной сушки.
10. Что называют внутренним тепловым балансом сушильной камеры (сушилки)?
11. Получите уравнение действительной (реальной) сушки, проанализируйте его.
12. Какие зависимости называют кривыми сушки и скорости сушки?
13. Какие периоды сушки принято выделять, чем они характерны?
14. Как меняется температура материала в процессе сушки?
15. Как определить продолжительность сушки и приведенную критическую влажность материала?
16. По каким признакам и каким образом классифицируются сушилки?
17. Изобразите и опишите устройство, преимущества и недостатки конвективных сушилок с неподвижным или движущимся плотным слоем материалом.
18. Изобразите и опишите устройство, преимущества и недостатки конвективных сушилок с перемешиванием материала.
19. Изобразите и опишите устройство, преимущества и недостатки контактных сушилок.
20. Изобразите и опишите устройство, преимущества и недостатки радиационных, диэлектрических и сублимационных сушилок.
21. Сформулируйте основные этапы расчета сушилок.

### **Вопросы для обсуждения**

1. В чем заключается отличие теоретической сушки от адиабатической? Могут ли они быть идентичными? Если да, то при каком условии?
2. С помощью каких факторов и каким образом можно увеличить скорость сушки?
3. Чем обусловлены сложности расчета сушилок?

## Глава 18. КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ И РАСТВОРЕНИЕ

### 18.1. Общие сведения

*Кристаллизацией* называется процесс выделения из растворов, расплавов или газов твердой фазы в виде кристаллов. В химической технологии наибольшее распространение получила кристаллизация из растворов. Остановимся на рассмотрении именно этого случая. *Растворение*, т.е. переход вещества из кристаллического состояния в раствор, является процессом обратным кристаллизации. Необходимым условием кристаллизации является *пересыщение* раствора, т.е. концентрация растворенного вещества должна быть больше концентрации насыщения.

Целями кристаллизации могут являться: получение веществ в чистом виде, выделение кристаллов заданного размера, разделение растворов. В последнем случае в растворе присутствуют несколько растворенных веществ. Для их разделения необходимо подобрать условия, при которых одно из веществ кристаллизуется, а остальные совсем не кристаллизуются или кристаллизуются в меньшей степени. Процесс кристаллизации используется при производстве минеральных удобрений, соды, химических реактивов и т.д.

Получение одновременно большого числа кристаллов в промышленных масштабах называется *массовой кристаллизацией*. Появление термина массовая кристаллизация связано с теми особенностями, которые присущи массовому одновременному зарождению и росту большого числа кристаллов. Этими особенностями являются: образование большого числа центров кристаллизации, рост кристаллов в условиях конкуренции, соударений, сложных концентрационных и температурных полей, перекристаллизация и т.п.

Одновременное зарождение и рост большого числа кристаллов подчиняется общим законам фазовых превращений и в этом смысле массовая кристаллизация не отличается от роста и зарождения монокристалла. Процесс кристаллизации состоит из следующих стадий: образование пересыщенного раствора, появление зародышей кристаллов, рост кристаллов, отделение их от раствора, промывка и сушка кристаллов.

При массовой кристаллизации может наблюдаться явление *перекристаллизации*. Перекристаллизация заключается в исчезновении мелких и увеличении за счет этого размеров крупных кристаллов, кроме того происходит некоторое изменение формы кристаллов.

*Кристаллы* представляют собой однородные твердые тела различной геометрической формы, ограниченные плоскими гранями. Особенностью кристаллов является строго определенное, периодически повторяющееся в трех измерениях расположение ионов, атомов или молекул, образующих кристаллическую решетку.

Кристаллической решеткой определяется форма кристаллов. В зависимости от природы вещества кристаллы могут быть простой или более сложной формы (кубической, гексагональной и т.д.). При массовой кристаллизации реально получаемые кристаллы одного и того же вещества отличаются друг от друга внешним видом. Однако, несмотря на это углы между соответствующими гранями во всех кристаллах данного вещества остаются постоянными.

Ряд веществ, обычно химически однотипных, которые имеют подобную кристаллическую решетку, при кристаллизации из растворов выделяются совместно. Они образуют *объединенные* или *смешанные* кристаллы переменного состава. Такие вещества называются *изоморфными*, а явление – *изоморфизмом*. Типичными представителями таких веществ являются кристаллы KCl и KBr;  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ,  $\text{KH}_2\text{AsO}_4$  и  $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$  и др. Некоторые вещества образуют кристаллы совместно с молекулами растворителя – *кристаллосольваты* (*кристаллогидраты*, если растворителем является вода), причем их соотношение может зависеть от условий кристаллизации в частности от температуры. Например, в температурном диапазоне 30 – 80°C образуются  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ .

Для некоторых веществ характерно, что в зависимости от термодинамических условий процесса (температуры, давления) одно и то же вещество образует разные по форме кристаллы. Такое явление называется *полиморфизмом*, и различные формы кристаллов при этом принято обозначать  $\alpha$ ,  $\beta$  и т.д. Так нитрат аммония ( $\text{NH}_4\text{NO}_3$ ) имеет пять полиморфных модификаций.

Пересыщение приводит к появлению движущей силы процесса кристаллизации. *Пересыщенными* называются растворы, концентрация

которых превышает концентрацию насыщения  $C^*$  (растворимость, равновесная концентрация) для данных условий. Движущую силу (пересыщение) можно записать:

$$\Delta C = C_{\pi} - C^*, \quad (18.1)$$

где  $C_{\pi}$  – концентрация пересыщенного раствора.

Кристаллизация, как всякий массообменный процесс, характеризуется статикой и кинетикой. Статика определяет равновесие между кристаллами и раствором, материальный и тепловой балансы. Кинетика определяет скорость протекания процесса, т.е. описывает рост и качество получаемых кристаллов (их размер, фракционный состав, наличие примесей).

## 18.2. Равновесие в системе кристалл-раствор

Все твердые вещества, рассматриваемые в этом разделе, обладают способностью растворяться в различных жидкостях (растворителях). Растворение твердых веществ в растворителях сопровождается тепловым эффектом. На разрушение кристаллической решетки требуется затратить определенное количество теплоты, а при сольватации теплота выделяется. Величина и знак результирующего теплового эффекта зависят от природы твердого вещества и растворителя, температуры и концентрации раствора. Эта теплота называется *теплотой растворения*. При кристаллизации вещества из раствора так же выделяется или поглощается теплота. Тепловой эффект при этом противоположен по знаку тепловому эффекту при растворении. В инженерных расчетах величину теплового эффекта при кристаллизации принимают равной величине теплового эффекта при растворении и называют *теплотой кристаллизации*. Сведения о величине и знаке теплового эффекта при растворении приводятся в справочной литературе.

Содержание растворенного вещества в растворителе характеризуется концентрацией. Концентрация раствора, при которой наступает подвижное равновесие между кристаллами и раствором, т.е. количество растворяющихся частиц кристалла (молекул, ионов) и кристаллизующихся частиц одинаково, называется *растворимостью* или *концентрацией насыщения* (12.64).

Растворимости веществ в различных растворителях определяются опытным путем и приводятся в справочной литературе. Растворимость различных веществ сильно может отличаться как по величине, так и по зависимости от температуры. Для веществ обладающих *положительной растворимостью* она увеличивается с повышением температуры, а для веществ с *отрицательной растворимостью* – падает с увеличением температуры. На рис. 18.1 представлена зависимость растворимости некоторых веществ в воде от температуры.

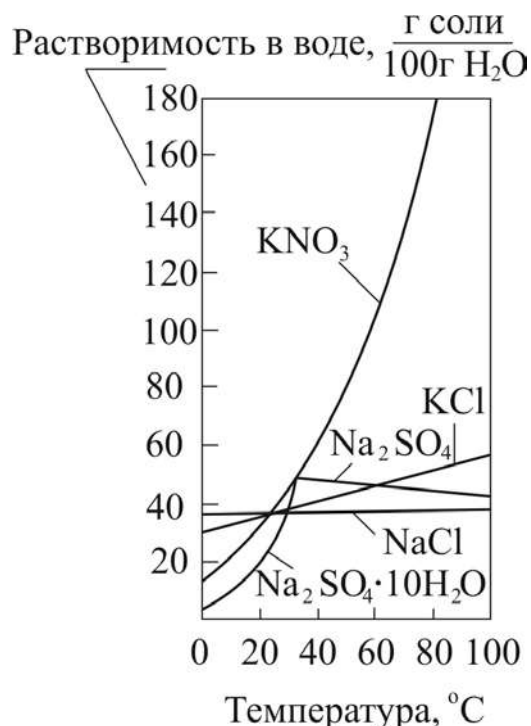


Рис.18.1. Кривые растворимости некоторых солей в воде

Растворимость веществ в различных растворителях зависит от физико-химических свойств, как самих веществ, так и растворителя и от температуры. Наибольшее распространение в промышленности в качестве растворителей нашли вода для неорганических веществ, а для органических – спирты, эфиры, углеводороды, хлорпроизводные и другие органические жидкости.

Растворимость определяет условия равновесия между кристаллами и раствором.

Равновесие можно представить в виде диаграмм в координатах температура – состав (рис.18.2).

На этой диаграмме линия *C-F* соответствует насыщенным растворам соли (линия растворимости), *C-D* – растворам, находящимся в равновесии со льдом (вода в кристаллическом состоянии). В точке *C*, называющейся *криогидратной*, существует три фазы: раствор, кристаллы соли и лед. Область *C-F-E* ограничивает область пересыщенных растворов, т.е. растворов в которых концентрация выше растворимости. При некоторых условиях, рассматриваемых ниже, концентрация растворенного вещества может быть больше его растворимости. Такие растворы называются *пересыщенными*. Область *C-F-E* называется *полем кристаллизации*

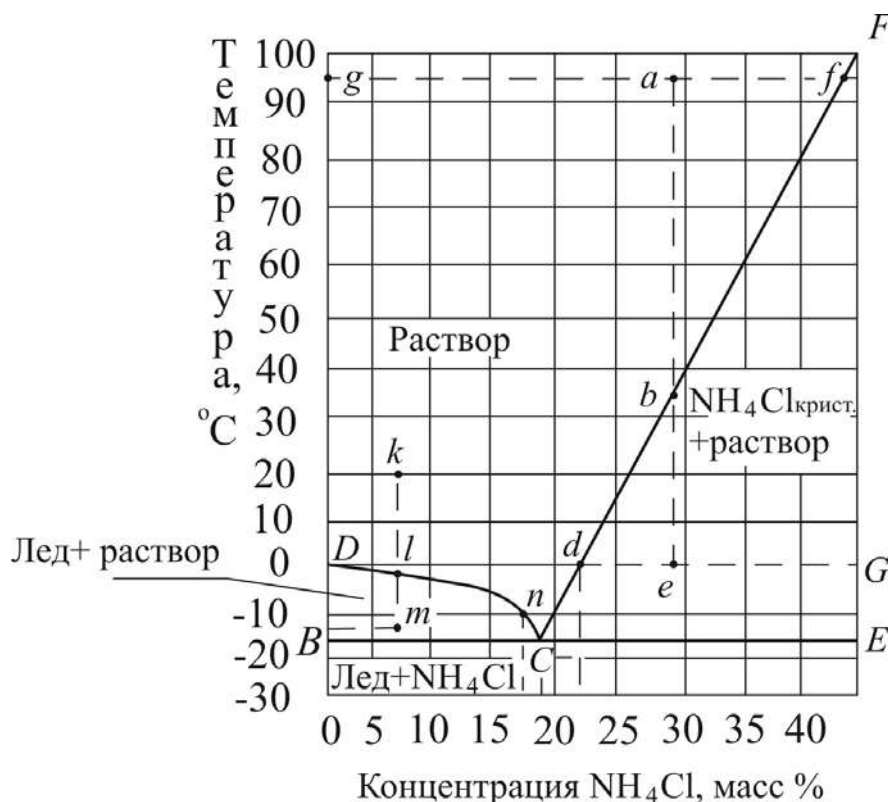


Рис. 18.2. Диаграмма растворимости системы  $\text{NH}_4\text{Cl}-\text{H}_2\text{O}$

соли и определяет пересыщенные растворы и механические смеси насыщенного раствора и избытка кристаллической соли. Точки на диаграмме, расположенные выше линии  $D-C$  и  $C-F$  показывают состав ненасыщенных растворов. Область  $B-C-D$

называется *полем кристаллизации льда*, а точки в этой области характеризуют механическую смесь раствора с избытком льда. Ниже линии  $B-C-E$  находятся точки, отражающие состав твердой фазы, состоящей из кристаллов  $\text{NH}_4\text{Cl}$  и льда (жидкая фаза отсутствует).

### 18.3. Кинетика процессов кристаллизации

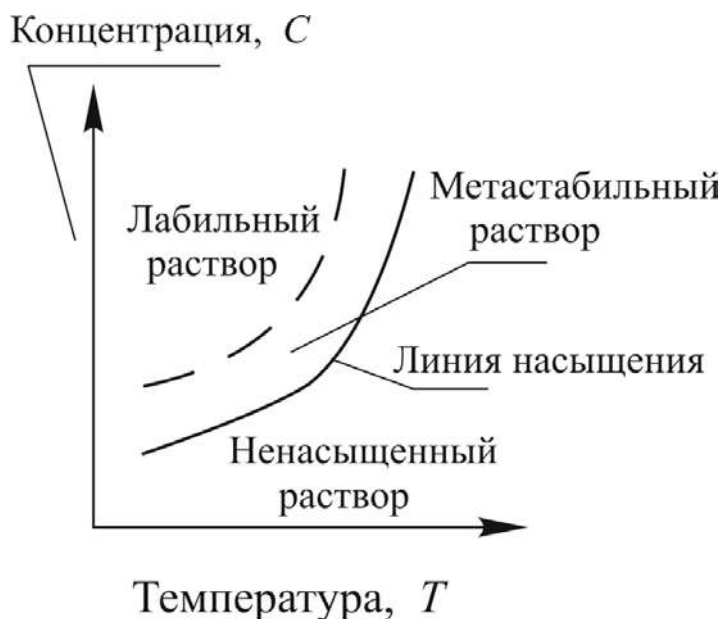
При концентрации растворов ниже концентрации насыщения кристаллы не образуются. При концентрации выше насыщения начинается процесс кристаллизации, который можно подразделить на две стадии: образование кристаллических зародышей и их рост. Кинетика процесса кристаллизации характеризуется скоростью образования зародышей и скоростью роста кристаллов.

Пересыщенные растворы в течение некоторого времени могут не образовывать кристаллических зародышей. Продолжительность этого периода времени, называемого *индукционным* или *латентным*, зависит от природы растворенного вещества и растворителя, величины пересыщения, наличия в растворе примесей, механических и ультразвуковых воздействий и т.д. Продолжительность латентного периода может составлять от десятых долей секунды до суток и месяцев. При увеличении пересыщения сверх некоторого предела

наступает процесс спонтанной кристаллизации. Уменьшить продолжительность латентного периода можно внесением в пересыщенный раствор «затравки» – кристалликов растворенного вещества.

В соответствии с тем, что при малом пересыщении (условное понятие, имеющее достаточно индивидуальные значения для каждого конкретного вещества) скорость образования зародышей равна нулю, а по мере увеличения пересыщения устойчивость системы резко падает и скорость образования зародышей растет, соответственно область пересыщения делят на две зоны: *метастабильную* и *лабильную* (рис. 18.3). Граница между лабильной и метастабильной областями достаточно условна. Она разделяет область, где вероятность спонтанной кристаллизации в течение определенного времени мала, и область, где вероятность велика.

Рис. 18.3. Лабильная и метастабильная зоны на диаграмме растворимости



Единой теории зародышеобразования нет. Предложено несколько моделей расчета скорости образования устойчивых кристаллических зародышей, требующих, однако, знания эмпирических параметров.

Скорость образования зародышей зависит от природы раствора, наличия растворенных примесей. На скорость образования зародышей положительно влияют степень пересыщения раствора ( $C_{\text{п}} / C^*$ ), температура, перемешивание, встряхивание, ультразвуковое воздействие, наличие механических примесей.

Обычно процесс зародышеобразования рассматривают как последовательное присоединение к двум ионам (молекулам) третьего и т.д. до образования зародыша критического размера. Для стабильного роста кристаллов зародыши должны вырасти больше критического размера. В противном случае зародыши могут расти, а



могут и раствориться. Критические размеры зародыша определяются выражением:

$$r_k = \frac{2m\sigma}{\rho RT \ln(C_{\pi}/C^*)}, \quad (18.2)$$

где  $r_k$  – критический радиус;  $m$  – молекулярная масса кристаллизующегося вещества;  $\rho$  – плотность зародыша;  $\sigma$  – межфазное поверхностное натяжение;  $R$  – газовая постоянная.

Кристаллы растут на зародышах превысивших критические размеры. Рост кристаллов происходит одновременно по всем его граням. Однако линейные скорости роста различных граней отличаются друг от друга. Единой теории роста кристаллов не существует. Скорость роста не является постоянной, меняясь в зависимости от изменения условий проведения процесса. Скорость роста кристаллов можно описать уравнением:

$$\frac{dM}{dt} = \beta F (\Delta C)^n, \quad \Delta C = C_{\pi} - C^*, \quad (18.3)$$

где  $\beta$  – кинетический коэффициент;  $F$  – площадь поверхности кристаллов;  $\Delta C$  – абсолютное пресыщение;  $n$  – порядок процесса. Скорость роста кристаллов может определяться стадией доставки молекул или ионов кристаллизующегося вещества к поверхности кристалла. В этом случае показатель  $n$  в уравнении (18.3) равен единице и оно превращается в обычное уравнение массоотдачи (4.15). Однако на скорость роста кристаллов может влиять и скорость встраивания молекул (ионов) в кристаллическую решетку. В этом случае величина  $\beta$  в (18.3) будет являться некоторым эффективным кинетическим коэффициентом и степень  $n$  отличаться от единицы (обычно  $n = 1 - 2$ ).

Скорость роста кристаллов зависит от тех же факторов, что и скорость образования зародышей, во многом их влияние определяется лимитирующей стадией роста кристаллов. Если лимитирующей является стадия доставки ((18.3) – уравнение массоотдачи), то скорость роста кристаллов возрастает с увеличением: движущей силы процесса (абсолютного пересыщения), которая в свою очередь может зависеть от температуры через  $C^*(T)$ ; коэффициента массоотдачи (растет с увеличением температуры и интенсивности перемешивания). Если лимитирующей стадией является скорость образования кристаллической решетки, то скорость роста кристаллов также

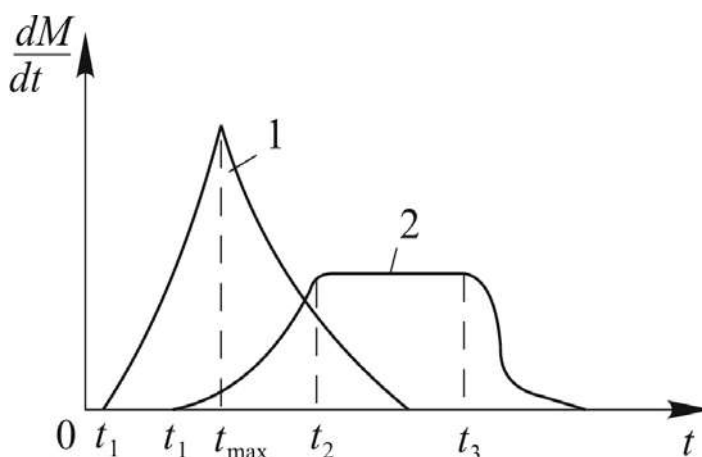
возрастает с ростом абсолютного пересыщения, но зависимость эта нелинейная, как правило  $n > 1$ ; температуры. Перемешивание в этом случае существенного влияния не оказывает в отличие от присутствия растворимых примесей. Наличие даже ничтожного количества таких примесей может оказывать существенное влияние на скорость роста отдельных граней кристалла, его форму.

При массовой кристаллизации образование зародышей и рост кристаллов происходит одновременно. Поэтому описание кинетики массовой кристаллизации еще более затруднено.

На рис. 18.4. показана зависимость скорости кристаллизации от времени для периодического процесса.

Рис. 18.4. Изменение скорости кристаллизации во времени:

1 – при сравнительно больших степенях пересыщения;  
2 – при малых степенях пересыщения



Вначале скорость практически равна нулю (латентный период  $0-t_1$ ), потом возрастает, достигает максимума и снова уменьшается до нуля. При большой степени пересыщения раствора наблюдается резкий максимум скорости в момент времени  $t_{\max}$  (кривая 1). При малой степени пересыщения или при наличии тормозящих кристаллизацию примесей латентный период достаточно велик и на кривой 2 наблюдается горизонтальный участок  $t_2-t_3$ , т.е. максимальная скорость в течение некоторого времени постоянна.

Размер кристаллов при массовой кристаллизации зависит от соотношения скоростей образования зародышей и их роста. Если скорость первой стадии существенно больше второй, то в результате образуется множество мелких кристаллов и наоборот. Поскольку одни и те же факторы влияют на скорости протекания обеих стадий практически одинаково, то в каждом конкретном случае необходим более детальный анализ. Тем не менее, можно выделить характерные закономерности получения более крупных кристаллов: снижение пересыщения и интенсивности перемешивания, повышение температуры. Для получения крупных кристаллов применяют

введение в раствор затравочных кристаллов, которые заменяют зародыши и становятся центрами кристаллизации, а также использование определенных растворимых примесей. Распределение по размерам получаемых кристаллов регулируется пересыщением раствора, созданием определенной гидродинамической обстановки или последующим разделением полученных кристаллов на фракции механическими методами.

Форма кристаллов определяется природой кристаллизующегося вещества, наличием примесей в растворе, гидродинамической обстановкой в аппарате, степенью пересыщения.

Кристаллизация является одним из наиболее эффективных способов получения веществ в чистом виде. Примеси по способу их включения в получаемый продукт можно подразделить на: изоморфные (могут образовывать смешанные кристаллы), адсорбционные (адсорбируются на поверхности кристалла) и обычные (попадают с остатками раствора). Для избавления от последних следует производить промывку кристаллов и более тщательное разделение образующейся суспензии, например, центрифугированием. Для снижения концентрации изоморфных и адсорбционных примесей необходимо проводить предварительную очистку исходного раствора.

#### **18.4. Методы кристаллизации, материальный и тепловой балансы**

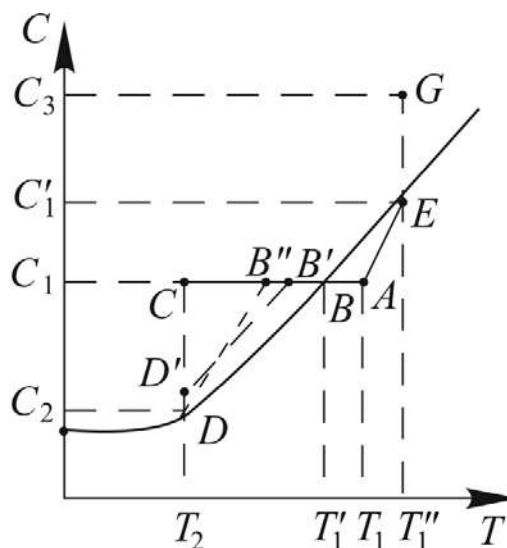
Для проведения процесса кристаллизации необходимо создать в растворе пересыщение. Пересыщение в растворе создается различными методами. Наибольшее распространение получили: охлаждение или, для некоторых веществ с отрицательной растворимостью, нагревание раствора; частичное удаление растворителя при выпаривании.

Метод, при котором меняют температуру раствора, называется *изогидрической кристаллизацией*. При этом количество растворителя остается постоянным. Рассмотрим этот процесс с охлаждением раствора на диаграмме растворимости (рис. 18.5). Точка *A* на диаграмме соответствует раствору в начальный момент времени. В этой точке ненасыщенный раствор имеет температуру  $T_1$  и концентрацию  $C_1$ . Линия *A-C* характеризует охлаждение раствора до температуры  $T_2$  и пересекает кривую растворимости в точке *B*.

Если кристаллизация начинается только при температуре  $T_2$  и при этой температуре заканчивается, то процесс кристаллизации изобразится линией  $C-D$ . Точка  $D$  на кривой растворимости, соответствующая равновесной концентрации  $C_2$ , характеризует конечное состояние раствора. Если раствор не может быть пересыщенным, т.е. процесс кристаллизации начинается при равновесной концентрации, то процесс охлаждения и кристаллизации изобразится линией  $A-B-D$ . В реальности процесс охлаждения и кристаллизации может протекать в соответствии с линиями  $A-B'-D'-D$  или  $A-B''-D$ .

Метод, при котором раствор переводят в пересыщенное состояние за счет удаления растворителя при выпаривании, называется *изотермической кристаллизацией*. На диаграмме растворимости (рис. 18.5) изменение концентрации раствора от начала процесса (точка  $A$ ) изобразится линией  $A-E-G$ .

Рис. 18.5. Изображение процесса кристаллизации на диаграмме растворимости



Линия  $A-E$ , характеризующая процесс выпаривания до концентрации насыщения, показывает, что с повышением концентрации повышается температура кипения раствора. В большинстве случаев кристаллизация при выпаривании протекает при постоянной концентрации раствора, близкой к состоянию насыщения для данной температуры  $T_1$ .

Существуют и другие методы кристаллизации: высаливанием, вымораживанием, в результате химической реакции. При высаливании к раствору добавляют вещество, понижающее растворимость выделяемой соли. При вымораживании охлаждают раствор до температуры образования кристаллов растворителя (льда). Достичь пересыщения возможно и в результате химических реакций, проходящих в растворе.

Выбор того или иного метода кристаллизации зависит от свойств растворителя и выделяемого вещества. Для веществ, растворимость которых резко уменьшается с понижением температуры ( $\text{KNO}_3$ ,  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ,  $\text{NH}_4\text{Cl}$  и др), кристаллизацию целесообразно проводить изогидрическим методом. В противном случае ( $\text{NaCl}$ ) применяется изотермическая кристаллизация.

Из сказанного выше следует, что процесс кристаллизации происходит только тогда, когда исходная фаза находится в состоянии пересыщения. Поскольку пересыщенные растворы неустойчивы, то из них выделяется избыточное количество растворенного вещества, т.е. происходит процесс кристаллизации. После прекращения выделения кристаллов раствор становится насыщенным. Такой раствор называется *маточным*, его отделяют от кристаллов путем отстаивания, фильтрования, центрифугирования и др.

Запишем материальный и тепловой балансы кристаллизации в общем виде, применяя обозначения и подход, использованные при рассмотрении выпаривания (разд. 11.5)

$$G_n = G_k + W + G_{кр}, \quad (18.4)$$

$$G_n \bar{x}_n = G_k \bar{x}_k + G_{кр} K, \quad (18.5)$$

$$G_n I'_n + \dot{Q} = G_k I'_k + W I'_в + G_{кр} I'_{кр} + \dot{Q}_п, \text{ откуда} \\ \dot{Q} = G_n c_{p,n} (T_k - T_n) + W (I'_в - c_{p,p} T_k) - \dot{Q}_к + \dot{Q}_п, \quad (18.6)$$

где  $G_{кр}$  – расход кристаллической фазы,  $K$  – отношение молекулярных масс собственно кристаллического вещества и кристаллосольвата,  $\dot{Q}$  – подвод тепла за единицу времени, что свойственно для изотермического метода (положительная величина) или отвод – свойственно для изогидрического метода (отрицательная величина, кроме того в этом случае расход испаряемого растворителя  $W$ , как правило, равен нулю). Слагаемое  $\dot{Q}_к$  учитывает как теплоту концентрирования раствора (при изотермическом методе), так и теплоту кристаллизации.

## 18.5. Конструкции кристаллизаторов

Метод проведения процесса кристаллизации диктует выбор конструкции аппаратов. Аппараты могут быть непрерывного или периодического действия. Аппараты для проведения изотермической

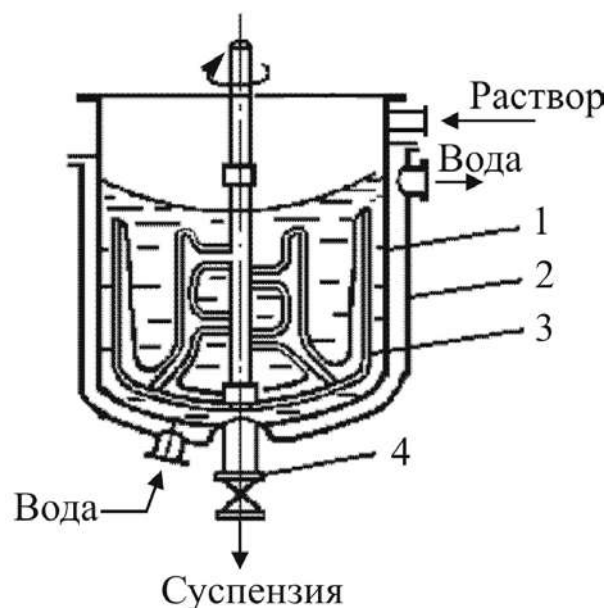
кристаллизации по конструкции мало отличаются от выпарных аппаратов.

Аппараты для проведения изогидрической (с охлаждением раствора) кристаллизации представляют собой теплообменные аппараты специфической конструкции. Специфика конструкции таких теплообменных аппаратов объясняется появлением в растворе твердых кристаллических включений.

На рис. 18.6. показан объемный кристаллизатор периодического действия с охлаждающей рубашкой и мешалкой. Вначале в корпус 1 заливают раствор и включают мешалку. Затем в рубашку подается холодная вода (рассол) с температурой на 8-10 градусов ниже температуры раствора. После окончания процесса кристаллизации суспензию выгружают и разделяют на фильтрах или центрифугах.

Рис. 18.6 Кристаллизатор с мешалкой и охлаждающей рубашкой:

1 – корпус; 2 – охлаждающая рубашка; 3 – мешалка; 4 – вывод суспензии



Качающийся кристаллизатор (рис. 18.7) является аппаратом непрерывного действия. Он представляет собой длинное неглубокое корыто 1, укрепленное на бандажах 2, опирающихся на ролики 3. Корыто установлено с небольшим наклоном вдоль его продольной оси. Посредством специального устройства (на рисунке не показано) оно медленно качается на роликах. Раствор подается в верхнюю часть корыта и медленно протекает по нему. Он охлаждается вследствие потери тепла в окружающую среду и частично испарения. Благодаря медленному охлаждению раствора (малому пересыщению) скорость образования зародышей мала, поэтому образуются крупные кристаллы. Так как кристаллы движутся медленнее раствора, то они хорошо омываются раствором и приобретают правильную форму. Маятниковое движение корыта препятствует *инкрустации* его

поверхности (отложению на ней кристаллов), а также измельчению кристаллов. Недостатком качающихся кристаллизаторов является низкая производительность, обусловленная медленным охлаждением раствора из-за малой интенсивности теплообмена с окружающей средой.

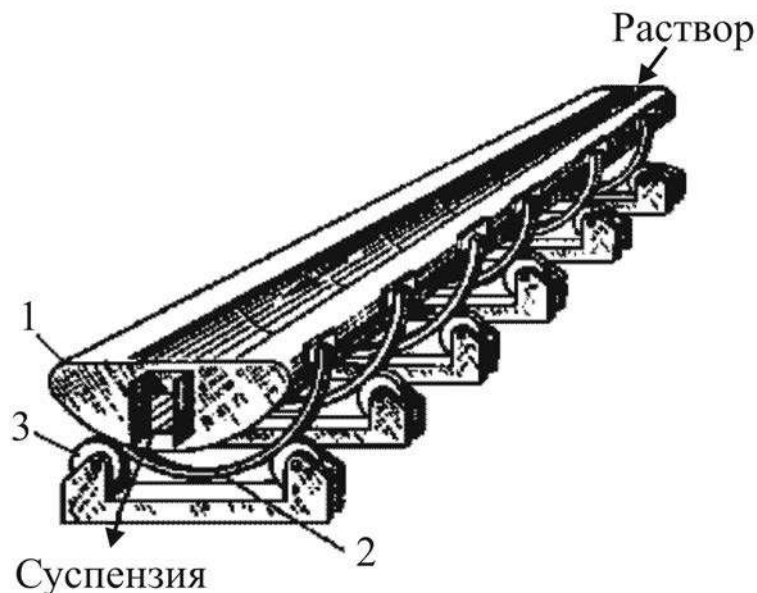


Рис. 18.7. Качающийся кристаллизатор:

1 – качающееся корыто; 2 – бандаж; 3 – опорные ролики

К аппаратам непрерывного действия относятся шнековые кристаллизаторы. Они состоят из горизонтального неподвижного корыта с водяной охлаждающей рубашкой, внутри которого вращается ленточная или шнековая мешалка. Она не только перемещает образующиеся кристаллы к месту выгрузки, но и поддерживает их во взвешенном состоянии, что способствует свободному и равномерному росту кристаллов. Вследствие интенсивного охлаждения раствора кристаллы получаются мелкие, но правильной формы и однородные по размеру. Недостатком таких кристаллизаторов является возможная инкрустация поверхностей, соприкасающихся с раствором.

Изотермический метод реализуется в выпарных аппаратах, позволяющих проводить кристаллизацию. С целью получения кристаллов определенного размера применяются классифицирующие кристаллизаторы типа «Кристалл». В этом аппарате пересыщение раствора за счет испарения растворителя происходит в

циркулирующем потоке – оно достигается в одной части аппарата, а теряется в другой. За счет многократной циркуляции маточного раствора степень пересыщения невелика, что способствует получению достаточно крупных кристаллов. Пересыщенный раствор течет вверх через псевдооживленный слой кристаллов, классифицируя их по размерам. На рис. 18.8 показаны два типа аппаратов «Кристалл», различающихся главным образом по способу испарения растворителя.

В первом аппарате (рис. 18.8а) пересыщение достигается путем нагревания циркулирующего потока, находящегося под достаточно большим статическим напором. Это, с одной стороны, препятствует испарению раствора в циркуляционных трубах, а, с другой стороны, способствует испарению его в верхней части аппарата *A*. Образующийся при этом пар, удаляют через трубу *U*. Раствор, пересыщенный относительно кристаллизационной части аппарата *E*, покидает выпарную зону *A*, переходя по трубе *B* через фильтровальную перегородку *Ф* в зону *E*, где контактирует с кристаллами, находящимися над фильтровальной перегородкой. При взаимодействии с кристаллами раствор теряет пересыщение, что приводит к росту кристаллов. Поток, движущийся из зоны *E* к нагревателю *H*, должен быть практически насыщенным. Этот раствор смешивается с исходным раствором в трубе *T*. Кристаллы, достигшие требуемого размера, опускаются вниз и выводятся из аппарата по трубе *M*, а маточный раствор через штуцер *N*. Циркуляция раствора обеспечивается насосом *F*. Для обогрева раствора в теплообменнике *H* используется греющий пар, отводимый через штуцер *K* в виде конденсата. Рассмотренный тип кристаллизатора применяют в тех случаях, когда испарение растворителя достигают путем подвода тепла.

На рис. 18.8б изображен вакуум-кристаллизатор, в котором испарение растворителя достигается путем адиабатического понижения давления над горячим концентрированным раствором. Исходный раствор, поступающий в патрубок *T*, непосредственно включают в циркуляционный поток, который является далее смесью исходного и маточного растворов. Эта смесь испаряется в испарителе *A*, в котором существует определенное разрежение, что снижает температуру кипения раствора. Образующиеся пары отсасывают через трубу *U*. Пересыщенный раствор, проходя через трубу *B*, взаимодействует с растущими кристаллами в зоне *E*. Маточная



жидкость отводится через патрубок  $N$ , а кристаллическая масса – через патрубок  $M$ . Образование центров кристаллизации в зоне  $E$  может происходить за счет существующих в растворе кристаллов или в результате столкновения кристаллов друг и другом и со стенками сосуда. При непрерывном проведении процесса скорость образования центров кристаллизации должна соответствовать числу кристаллов, удаляемых в виде продукта.

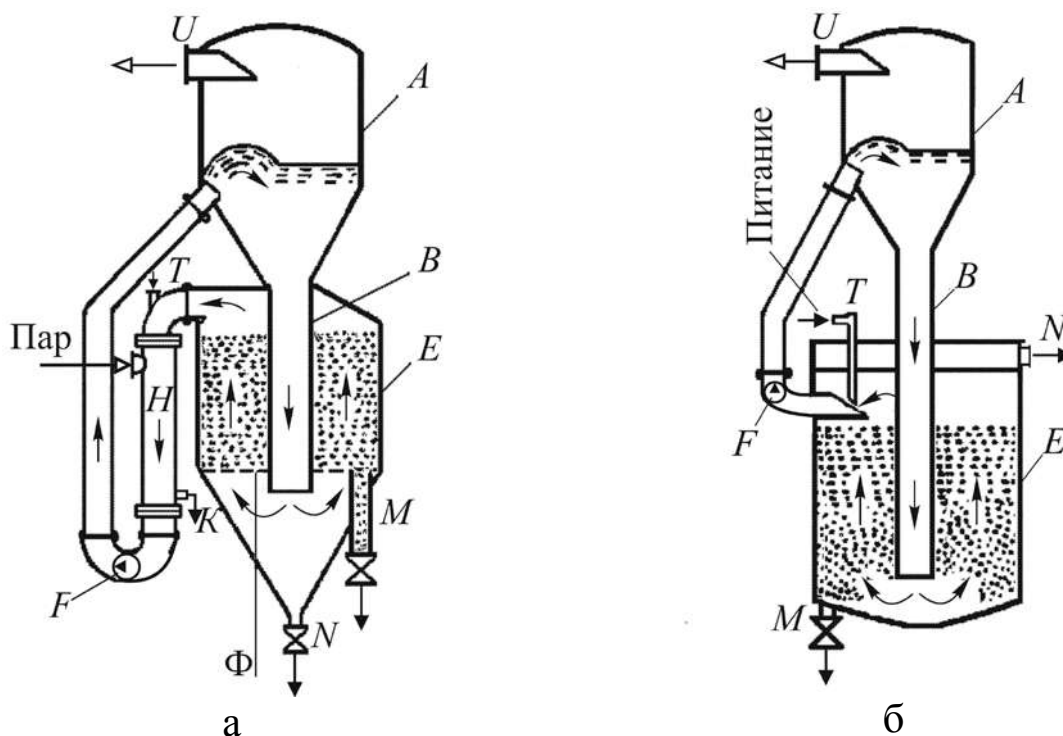


Рис. 18.8. Кристаллизаторы типа «Кристалл»:

а – кристаллизатор с испарением; б – вакуум-кристаллизатор

Использование кристаллизаторов с псевдоожиженным слоем возможно и при изогидрическом способе проведения процесса. В этом случае вместо нагревателя  $H$  (рис. 18.8а) устанавливается холодильник и не требуется штуцера  $U$  для отвода пара.

**Расчет кристаллизаторов.** Методика расчета конкретного кристаллизатора зависит от его конструкции и метода кристаллизации (изотермический, изогидрический). В любом случае можно выделить основные этапы:

1. Составление уравнений материального и теплового балансов процесса (18.4) – (18.6). Определение из них, а также температурной зависимости концентрации насыщения конечной концентрации

раствора, массы полученных кристаллов и маточного раствора, массы удаляемого растворителя и затрат теплоты на его испарение при изотермическом методе либо затрат охлаждающего агента при изогидрическом методе.

2. Определение скорости движения раствора и площади поперечного сечения кристаллизатора в аппаратах непрерывного действия в зависимости от конструкции и требуемых размеров кристаллов.

3. Расчет поверхности теплообмена либо температуры охлаждающего или нагревающего агента из уравнения теплопередачи.

4. Нахождение высоты (длины) кристаллизатора исходя из условий проведения процесса и его кинетики.

## 18.6. Растворение

Под термином *растворение* понимают переход вещества в раствор с поверхности твердых частиц. Различают физическое и химическое растворение. При физическом растворении исходное вещество может быть вновь получено путем кристаллизации из раствора. Химическое растворение представляет собой гетерогенную химическую реакцию, продукты которой растворяются в жидкой фазе. Возврат к исходному веществу путем кристаллизации в этом случае невозможен. В дальнейшем будет рассматриваться только физическое растворение, которое можно рассматривать, как процесс обратный кристаллизации, происходящий при концентрации раствора ниже равновесной.

Равновесие при растворении, как и при кристаллизации, достигается в условиях равенства химических потенциалов (летучестей) вещества в растворе и твердом состоянии (12.63), что определяется равновесной концентрацией (12.64), смотри также раздел 18.2.

Кинетика растворения более проста по сравнению с кристаллизацией в связи с отсутствием стадии, аналогичной образованию зародышей. Скорость растворения можно описать по аналогии со скоростью роста кристаллов уравнением (18.3), в котором  $\Delta C = C^* - C$ , где  $C$  – концентрация ненасыщенного раствора. При этом также можно выделить две стадии: разрушение кристаллической решетки и переход молекул (ионов) в раствор, а также их отвод от

границы кристалла в ядро раствора. Как правило, лимитирующей стадией при растворении является массоперенос в жидкой фазе. В этом случае порядок процесса в уравнении (18.3)  $n=1$  и оно превращается в уравнение массоотдачи.

Аппараты для проведения процесса растворения называются растворителями, конструкции их разнообразны. Для интенсификации процесса стремятся увеличить коэффициент массоотдачи в (18.3), с этой целью аппараты периодического действия снабжают механическими мешалками (рис 18.6), циркуляционными насосами или пневматическим перемешиванием. В аппаратах непрерывного действия также стремятся к созданию высоких скоростей движения жидкой фазы относительно растворяющихся твердых частиц. Для этого, например, могут использоваться аппараты с псевдоожиженным слоем.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется кристаллизацией и для чего она применяется?
2. Дайте определения понятиям: растворение, пересыщение, массовая кристаллизация, перекристаллизация.
3. Что называется кристаллом, кристаллосольватом, смешанным кристаллом, изоморфизмом, полиморфизмом?
4. Что является движущей силой процесса кристаллизации?
5. Что определяют статика и кинетика кристаллизации?
6. Что называется теплотой растворения и теплотой кристаллизации, от чего зависят их величины и знаки?
7. Что такое положительная и отрицательная растворимость?
8. Изобразите примерную диаграмму растворимости для системы соль – вода и укажите поля ненасыщенного раствора, кристаллизации соли, кристаллизации льда, а также криогидратную точку, поясните эти понятия.
9. Какие две стадии можно выделить в процессе кристаллизации?
10. Что называется латентным (индукционным) периодом и от чего зависит его продолжительность?
11. Чем характеризуются метастабильная и лабильная зоны области пересыщенного раствора?
12. От каких факторов и каким образом зависит скорость образования зародышей?

13. Что понимается под критическим размером зародыша, от чего он зависит?
14. Каким уравнением можно описать скорость роста кристаллов?
15. Какие две стадии роста кристаллов можно выделить? От чего зависит скорость каждой из них? Какие особенности приобретет уравнение (18.3) если одна из стадий будет лимитирующей?
16. От каких факторов и каким образом зависят размеры образующихся кристаллов?
17. Как обеспечить чистоту получающихся кристаллов?
18. Какие методы проведения процесса кристаллизации вам известны, в чем они заключаются?
19. Изобразите изотермический и изогидрический методы кристаллизации на диаграмме растворимости.
20. Запишите уравнения материального и теплового балансов кристаллизации, в чем заключаются их особенности для изотермического и изогидрического методов?
21. Изобразите изогидрические кристаллизаторы, поясните их работу, преимущества и недостатки.
22. Изобразите изотермические кристаллизаторы, поясните их работу, преимущества и недостатки.
23. Сформулируйте основные этапы расчета кристаллизаторов.
24. Каковы особенности статики и кинетики растворения по сравнению с кристаллизацией?

### **Вопросы для обсуждения**

1. От чего зависит выбор метода кристаллизации?
2. За счет чего в аппаратах типа «Кристалл» удается получать достаточно крупные кристаллы близкие по размеру?

## Глава 19. МЕМБРАННОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ

### 19.1. Общие сведения. Классификация методов мембранного разделения

*Мембранное разделение* – процесс разделения газовых или жидких смесей с помощью мембран. *Мембраны* – полупроницаемые перегородки, избирательно пропускающие компоненты газовых или жидких смесей.

Рассмотрим процесс мембранного разделения на примере бинарного раствора компонента  $B$  в растворителе  $A$ . Пусть растворитель проходит сквозь мембрану лучше, чем растворенное вещество. Тогда после контакта с мембраной исходная смесь разделится на два продукта: *концентрат* (*ретант*), обогащенный растворенным веществом  $B$ , и *фильтрат* (*пермеат*) с меньшей концентрацией компонента  $B$  по сравнению с исходной смесью (рис. 19.1).

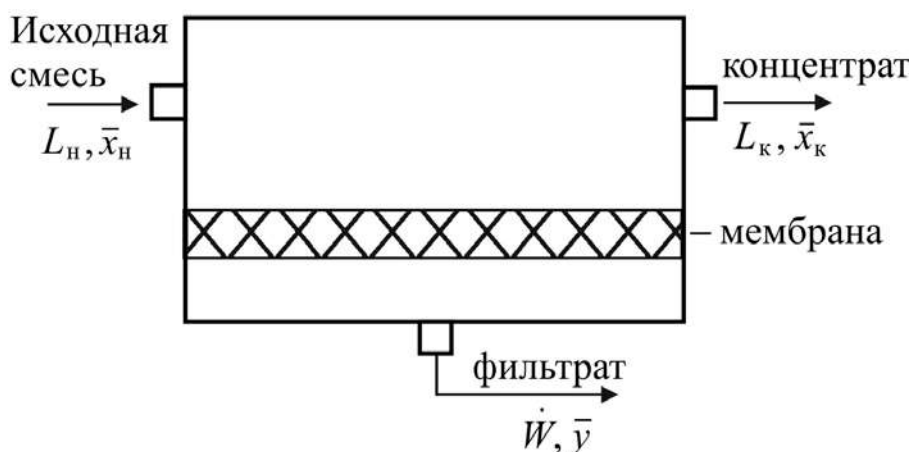


Рис. 19.1. Схема процесса мембранного разделения:  $L_n, L_k, \dot{W}$  – массовые расходы и  $\bar{x}_n, \bar{x}_k, \bar{y}$  – массовые доли компонента  $B$  в исходной смеси, концентрате и фильтрате;  $\bar{x}_n < \bar{x}_k, \bar{y} < \bar{x}_n$

Для представленной схемы процесса мембранного разделения можно записать уравнения материального баланса по смеси в целом и компоненту  $B$  соответственно:

$$L_n = L_k + \dot{W} \quad (19.1)$$

$$L_n \bar{x}_n = L_k \bar{x}_k + \dot{W} \bar{y} \quad (19.2)$$

Процесс мембранного разделения может характеризоваться селективностью  $\phi$  и проницаемостью  $j$ . Селективность определяется долей растворенного компонента  $B$ , не прошедшего сквозь мембрану

$$\phi = (\bar{x}_n - \bar{y}) / \bar{x}_n. \quad (19.3.)$$

Если мембрана совершенно не пропускает компонент  $B$ , то  $\bar{y} = 0$ ,  $\phi = 1$  – достигается полное разделение (компонент  $B$  отсутствует в фильтрате). Если же мембрана одинаковым образом пропускает оба компонента  $A$  и  $B$ , то ее селективность  $\phi = 0$ ,  $\bar{y} = x_n = x_k$  разделение полностью отсутствует.

*Проницаемость* (удельная производительность, поток массы) – масса фильтрата, проходящая через единицу поверхности мембраны за единицу времени

$$j^r = \dot{W} / F, \text{ (кг/м}^2\text{с)}. \quad (19.4.)$$

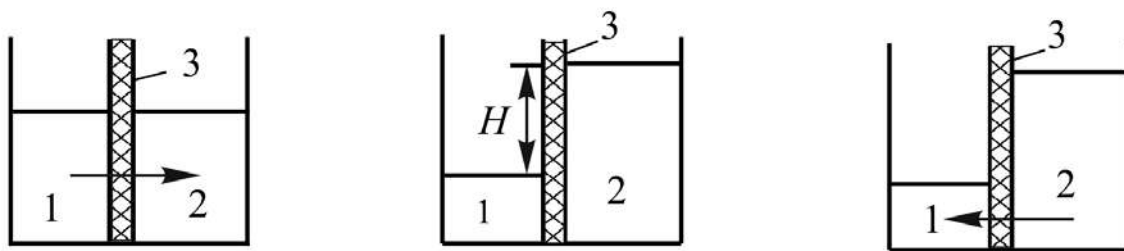
Классифицировать методы мембранного разделения можно по различным признакам. Так, в зависимости от природы движущей силы их можно подразделить на:

- 1) *баромембранные* (движущей силой является градиент давления  $\vec{\nabla} p$ );
- 2) *диффузионно-мембранные* (движущей силой являются градиенты химических потенциалов  $\vec{\nabla} \mu_i$ );
- 3) *электромембранные* (движущей силой наряду с градиентами химических потенциалов является градиент электрического потенциала  $\vec{\nabla} \phi_E$ )

Баромембранное разделение осуществляется за счет разности давлений по обе стороны мембраны. В зависимости от размера задерживаемых мембраной частиц баромембранные процессы подразделяют на:

- а) *обратный осмос* ( $10^{-4} - 10^{-3}$  мкм);
- б) *ультрафильтрацию* ( $10^{-3} - 2 \cdot 10^{-2}$  мкм);
- в) *микрофильтрацию* ( $2 \cdot 10^{-2} - 10$  мкм).

**Обратный осмос.** В основе этого процесса разделения лежит явление *осмоса* – самопроизвольного перехода растворителя через мембрану в раствор. Перепад давлений, который устанавливается при этом между раствором и растворителем по достижении равновесия, называется *осмотическим давлением*  $\pi$  (рис. 19.2.)



Осмоз  $p_2 - p_1 < \pi$

Равновесие  $p_2 - p_1 = \pi$

Обратный осмос  $p_2 - p_1 > \pi$

Рис. 19.2. Схематическое изображение переноса растворителя и состояние равновесия в сосуде, разделенном мембраной 3:

1 – расположение растворителя; 2 – расположение раствора;  $p_1$  и  $p_2$  – давления жидкости в соответствующих частях сосуда на одинаковом расстоянии от дна;  $\pi = \rho g H$  – осмотическое давление.

Для проведения процесса обратного осмоса необходимо создать перепад давлений между раствором и растворителем, превышающий осмотическое давление. Это приведет к переносу растворителя из раствора и увеличению концентрации раствора (рис. 19.2.) Обратный осмос применяется, в основном, для разделения растворов электролитов. При этом осмотическое давление может составлять десятки и сотни атмосфер, а рабочее давление в аппарате и того больше. Так, для морской воды  $\pi = 25$  атм, а рабочее давление при ее опреснении составляет примерно 60 атм.

**Ультрафильтрация** применяется для отделения высокомолекулярных соединений от низкомолекулярных, при этом проходят сквозь мембрану лишь последние. Осмотическое давление в таких растворах невелико и рабочие давления не превышают, как правило, десяти атмосфер.

**Микрофильтрация** служит для концентрирования растворов крупных коллоидных частиц. Этот процесс является промежуточным между ультрафильтрацией и обычным фильтрованием. Следует иметь в виду, что в отличие от фильтрования при мембранном разделении образуется концентрат в виде раствора, а не осадок.

Достоинства баромембранных процессов разделения являются малые энергозатраты ввиду отсутствия фазовых превращений (мембранное опреснение воды требует в 10 – 15 раз меньше энергозатрат, чем дистилляция); низкие температуры, позволяющие разделять термически нестойкие соединения. К их

недостаткам относятся высокие рабочие давления (особенно для обратного осмоса), а также падение селективности и проницаемости при увеличении концентрации растворов, обусловленное концентрационной поляризацией – увеличением концентрации растворенного вещества у поверхности мембраны. Для снижения концентрационной поляризации можно применить турбулизацию потока, перемешивание, вибрацию, что приводит к выравниванию концентраций.

**Диффузионно-мембранное** разделение осуществляется за счет различной скорости диффузии компонентов смеси через мембраны. Компоненты должны обладать различными коэффициентами диффузии, следовательно, отличающимися молекулярными массами и потенциалами взаимодействия (смотри 1.3.1. и П.3.2.). Диффузионно-мембранные процессы используют при *первапорации* – испарении через мембрану (исходный раствор и концентрат жидкости, а фильтрат – пар); для разделения жидких растворов – *диализ* (исходный раствор и оба продукта жидкости), а также для разделения газовых смесей. Диффузионно-мембранные процессы могут применяться для разделения азеотропных и близкикопнящих смесей.

**Электромембранные процессы** применяют для разделения ионосодержащих растворов (*электродиализ*). Их движущей силой является совокупность градиентов химического и электрического потенциалов. Выражение для потока компонента  $i$  в отличие от (1.16.) будет иметь вид:

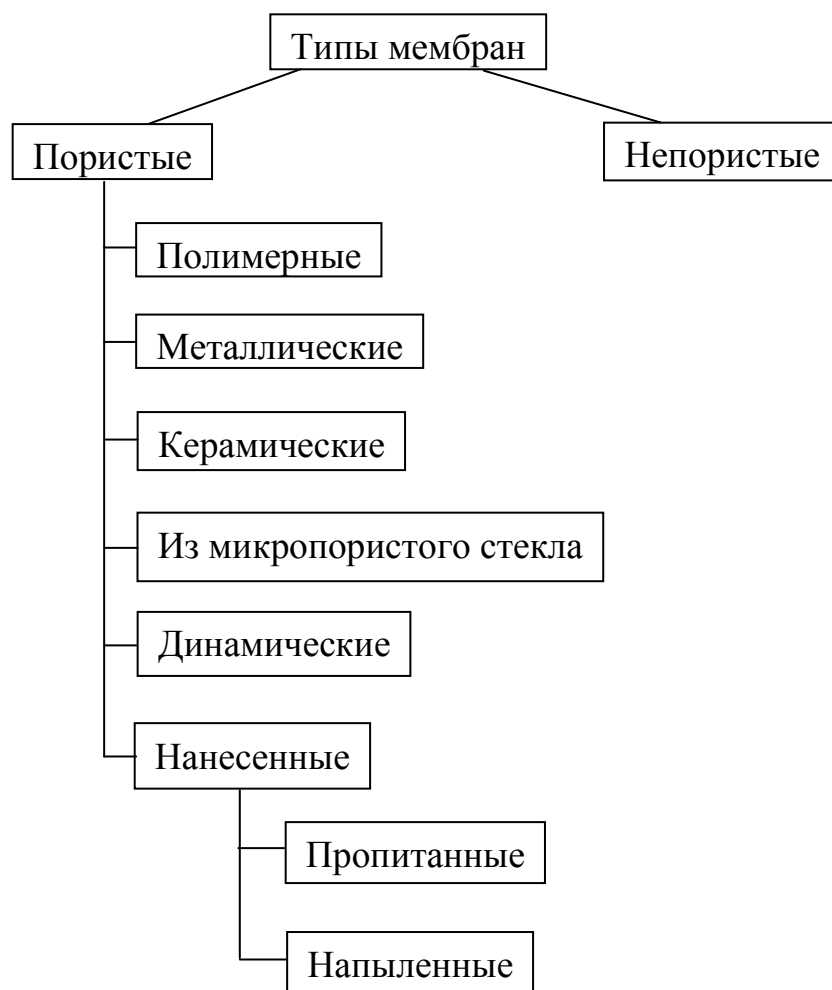
$$\vec{j}_i = -D_i \frac{c_i}{RT} (\vec{\nabla} \mu_i + e z_i \vec{\nabla} \varphi_E) + c_i \vec{W}, \quad (19.5.)$$

где  $e z_i$  – заряд иона,  $\varphi_E$  – потенциал электрического поля.

## 19.2. Типы мембран. Модели мембранного разделения

Мембраны, применяющиеся в промышленности, должны удовлетворять следующим основным требованиям: обладать высокими селективностью и проницаемостью, химической стойкостью, долговечностью, а также быть недорогими. Все мембраны можно разделить на пористые и непористые, называемые еще диффузионными. В зависимости от материала и способа изготовления пористые мембраны в свою очередь подразделяются на различные типы. Классификация мембран представлена на схеме.





**Полимерные** мембраны, изготавливаемые из полимерных материалов вымыванием предварительно введенных добавок или бомбардировкой  $\alpha$ -частицами с последующим травлением химическими реагентами, обладают узким распределением размеров пор.

**Металлические** мембраны получают выщелачиванием одного из компонентов сплава. Их достоинства заключаются в механической прочности, однородности структуры.

**Керамические** мембраны относятся к композитным материалам и изготавливаются двух- или трехслойными. На подложку с более крупными порами наносится тонкий мембранообразующий слой. Их основным преимуществом является химическая стойкость, что позволяет использовать для разделения агрессивных сред.

Мембраны из **микропористого стекла** получают путем кислотной обработки, при которой из стекломассы удаляются отдельные составляющие. Они также обладают химической стойкостью и жесткой структурой.

**Нанесенные** мембраны в зависимости от способа получения подразделяют на *пропитанные* и *напыленные*. Пропитанные мембраны изготавливают из пористого материала, например, металлокерамики, пропитывая его вначале раствором одной соли, а затем другой, образующей с первой нерастворимый осадок, уменьшающий размер пор до нужного. Напыленные мембраны получают напылением на пористую подложку тонкого слоя хорошо сцепляющегося с ней материала, обычно, полимерного, что позволяет регулировать размер пор.

**Динамические** мембраны получают при фильтровании растворов, содержащих коллоидные частицы, через пористые подложки. Осадок коллоидных частиц составляет мембранный слой. Преимуществами таких мембран являются высокая проницаемость, долговечность, простота очистки (нужно просто смыть мембранный слой растворителем, подавая его под давлением с противоположной стороны мембраны, а затем при возобновлении процесса мембрана самовосстановится).

**Непористые (диффузионные)** мембраны представляют собой, тонкие пленки либо жидкости, как правило, квазигомогенные гели, либо полимера, обуславливающие разделение веществ за счет различия их растворимости и коэффициентов диффузии в мембране.

Единой теории, позволяющей объяснить и получить математическое описание мембранного разделения для всех типов мембран и методов мембранного разделения, не существует. Можно выделить несколько концептуальных моделей, каждая из которых обладает ограниченной применимостью.

Модель *просеивания* предполагает, что через поры проходят частицы малых размеров, а большие задерживаются. Она применима для процессов ультрафильтрации и микрофильтрации, осуществляемых через пористые мембраны, но не пригодна для обратного осмоса и диффузионно-мембранного разделения.

*Диффузионная* модель, основанная на различии диффузионных потоков различных компонентов, применима для диффузионно-мембранного разделения.

В соответствии с моделью *отрицательной адсорбции* на поверхности мембраны адсорбируются только молекулы растворителя, поэтому они и проходят сквозь мембрану. Данная модель применима, в основном, для обратного осмоса.

### 19.3. Конструкции мембранных аппаратов

Аппараты с пористыми мембранами классифицируются по типу мембранных элементов, которые могут быть *плоскими*, *трубчатыми*, *спиральными* и *волоконистыми*.

Конструкцию аппаратов с **плоскими мембранными элементами** рассмотрим на примере аппарата типа фильтр-пресс (рис. 19.3). Разделяющий элемент состоит из двух мембран 1, уложенных по обе стороны дренажной пластины 2, которая изготовлена из крупнопористого материала. Между разделяющими элементами расположены полые пластины (рамы) 3. Как показано на рис. 19.3, полые элементы чередуются с разделяющими и такая сборка зажимается с двух сторон торцевыми пластинами 4 при помощи стягивающих болтов 5. Разделяемый раствор последовательно проходит через все разделительные элементы, концентрируется и удаляется из аппарата. Прошедший же через мембрану фильтрат стекает по дренажным пластинам вниз и выводится из аппарата. Аппараты типа «фильтрпресс» отличаются простотой изготовления и сборки, замены мембран. Основным недостатком этих аппаратов является малая удельная поверхность мембран:  $60 - 300 \text{ м}^2/\text{м}^3$  (поверхность мембран на единицу рабочего объема аппарата).

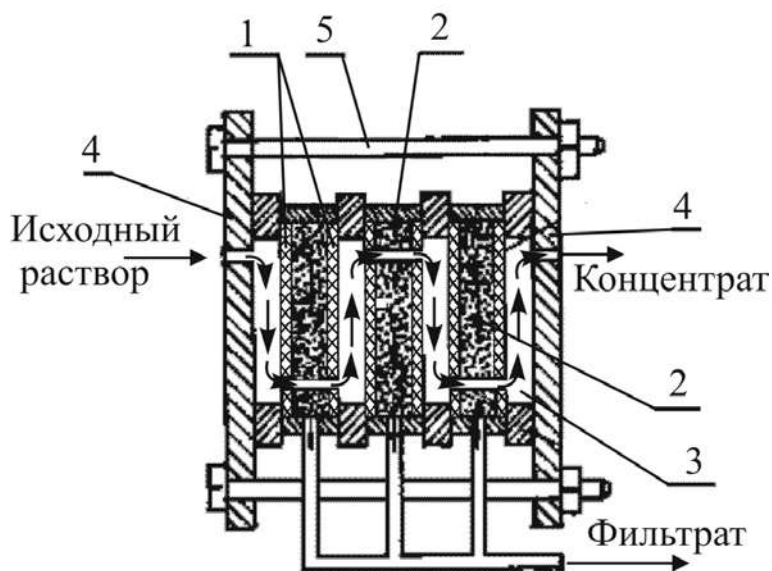


Рис. 19.3. Мембранный аппарат типа фильтр-пресс:  
1 – мембраны; 2 – дренажные пластины; 3 – рамы;  
4 – торцевые пластины; 5 – стягивающие болты

Аппараты с *трубчатыми мембранными элементами* применяют для обратного осмоса, но особенно широко их применяют для ультрафильтрации. Трубчатый мембранный элемент показан на рис. 19.4, а аппарат с трубчатыми элементами – на рис. 19.5, где в трубных плитах 1 герметично закреплены разделительные трубчатые элементы 2. По виду такой аппарат сходен с кожухотрубчатым теплообменником (рис. 10.1). Положительные качества аппаратов с трубчатыми разделительными элементами заключаются в следующем: малая материалоемкость; хорошие гидродинамические условия работы мембраны, так как обеспечивается равномерность потока раствора во всех точках поверхности; относительно небольшое гидравлическое сопротивление разделительных элементов. Недостатком является малая удельная поверхность мембран:  $60\text{--}200\text{ м}^2/\text{м}^3$ .

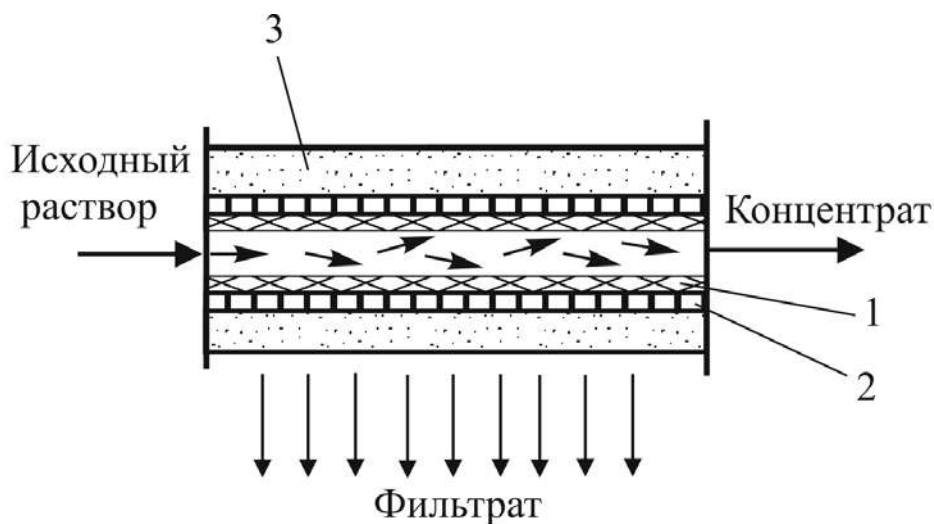


Рис. 19.4. Трубчатый элемент для мембранного разделения:  
1 – мембрана; 2 – подложка; 3 – пористая труба

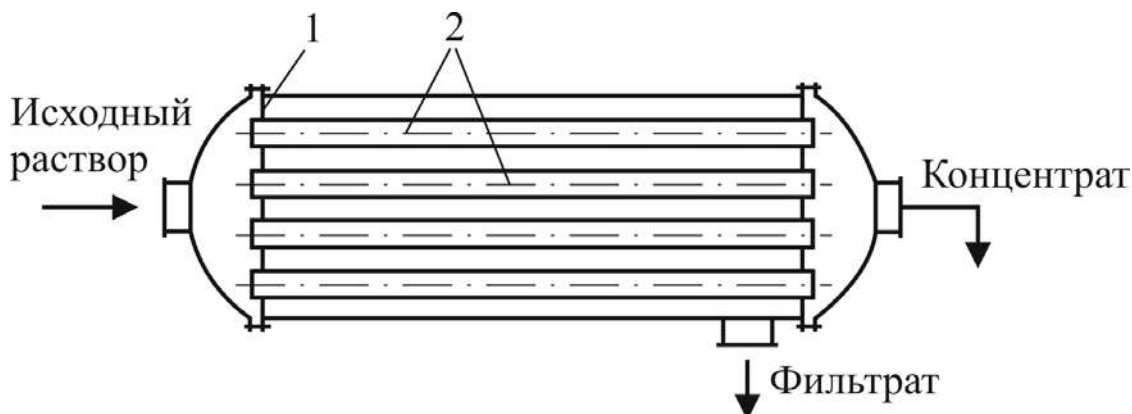


Рис. 19.5. Мембранный аппарат с трубчатыми элементами:  
1 – трубная плита; 2 – трубчатые мембранные элементы

Аппараты со **спиральными мембранными элементами (рулонные)** изготавливаются из четырехслойной пластины, свернутой в спираль и конструктивно схожи со спиральными теплообменниками (рис 10.10). Схематично спиральный мембранный элемент изображен на рис. 19.6. Он состоит из сетки-сепаратора 2, по которой подается исходный раствор и выходит концентрат, двух мембран 1 и расположенного между ними дренажного слоя. Раствор, проходя по сетке-сепаратору, концентрируется за счет удаления части растворителя через мембраны в дренажный слой, из которого отводится фильтрат. Аппараты со спиральными мембранными элементами обладают большей удельной поверхностью ( $300\text{--}800\text{ м}^2/\text{м}^3$ ) и малой металлоемкостью, но более сложны в изготовлении и монтаже, а также имеют значительное гидравлическое сопротивление как сетки-сепаратора, так и дренажного слоя.

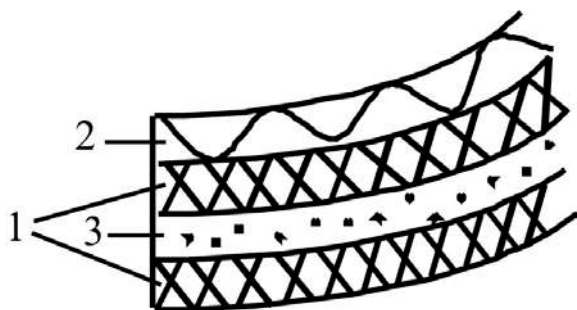


Рис. 19.6. Изображение спирального мембранного элемента:

1 – мембраны; 2 – сетка-сепаратор;  
3 – дренажный слой

Аппараты с **волоknистыми мембранными элементами** представляют собой пучки мембран, изготовленных в виде полых волокон, концы которых с помощью эпоксидной смолы закреплены в трубных решетках 3 (рис. 19.7.). Такие аппараты применяются для баромембранных процессов. Волокна имеют наружный диаметр  $45\text{--}1000\text{ мкм}$  и толщину стенки  $10\text{--}200\text{ мкм}$ . Подача исходного раствора возможна как внутрь волокон (рис. 19.7.), так и снаружи. Достоинствами таких аппаратов является высокая удельная поверхность мембран ( $20000\text{--}30000\text{ м}^2/\text{м}^3$ ), а недостатком – необходимость предварительной очистки растворов от механических примесей.

Конструкции аппаратов с **жидкими мембранами** зависят от способа создания мембраны. Так, слой жидкой мембраны может располагаться между двумя плоскими параллельными полимерными пористыми перегородками, пропускающими исходный раствор, но удерживающими гель, из которого состоит мембрана. В этом случае конструкция аппарата будет идентична аппаратам с плоскими пористыми мембранами, например, фильтр-пресс (рис. 19.3).

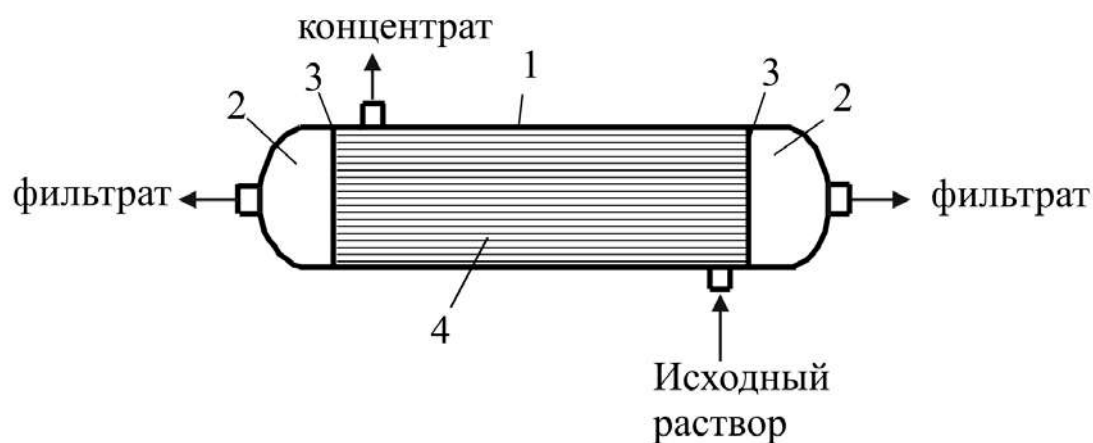


Рис. 19.7. Мембранный аппарат с полыми волокнами:  
1 – корпус; 2 – крышки; 3 – трубные решетки; 4 – волокна

Мембрана может образовывать жидкую пленку на поверхности разделяемой жидкости (испарение через мембрану), но удельная поверхность мембраны в этом случае невелика. Гораздо большую удельную поверхность можно обеспечить, если «мембранная жидкость» будет обволакивать капли разделяемой жидкости, распределенные в сплошной фазе (эмульсия). В этом случае для проведения процессов мембранного разделения пригодны экстракторы, например, полый распыливающий, роторно-дисковый и другие (разд. 15.3.2).

#### 19.4 Расчет мембранных аппаратов

Отсутствие надежных теоретических методик расчета аппаратов мембранного разделения усугубляется участием трех фаз, сложностью описания массопереноса внутри мембраны, наличием явлений поверхностной адсорбции и концентрационной поляризации. В связи с этим расчет мембранных аппаратов проводится по методикам с использованием эмпирических зависимостей. Рассмотрим основные этапы расчета на примере установки обратного осмоса [8].

1. Из уравнений материального баланса (19.1), (19.2) по заданным расходу и концентрации исходного раствора, а также концентрациям концентрата и фильтрата определяют расходы последних. Из уравнения (19.3) находят требуемую селективность мембраны.

2. По приведенным в литературе характеристикам выбирают мембрану, обеспечивающую требуемую селективность и максимальную удельную производительность при разделении данного раствора. Из уравнения (19.4) определяют ориентировочную поверхность мембраны.

3. Исходя из условий проведения процесса, выбранной мембраны и ориентировочной ее поверхности выбирают нормализованный типоразмер аппарата (возможно несколько аппаратов с последовательным и (или) параллельным соединением).

4. Проводят поверочный уточненный расчет поверхности мембраны для выбранного аппарата (аппаратов) с учетом концентрационной поляризации, при необходимости производят коррекцию.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется мембранным разделением, мембранами? Какие продукты получают в результате мембранного разделения?
2. Что такое селективность и проницаемость мембраны?
3. Запишите уравнения материального баланса процесса мембранного разделения.
4. Как классифицируются методы мембранного разделения?
5. Что такое концентрационная поляризация, какими способами можно снизить ее негативное влияние на процесс мембранного разделения?
6. В чем заключаются преимущества и недостатки мембранного разделения?
7. Как классифицируются мембраны, их достоинства и недостатки?
8. Какие модели объясняющие процесс мембранного разделения вам известны, в чем они заключаются?
9. Изобразите конструкции мембранных аппаратов, проанализируйте их преимущества и недостатки.
10. Сформулируйте основные этапы расчета мембранных аппаратов.

### **Вопросы для обсуждения**

1. В каких случаях методы мембранного разделения обладают преимуществом по сравнению с другими?
2. За счет чего возникает концентрационная поляризация?

## **Глава 20. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ**

### **20.1. Критерии оценки эффективности**

Эффективность массообменного процесса может характеризоваться степенью разделения, интенсивностью его проведения (величиной потока массы через границу раздела фаз), но наиболее общим и обоснованным критерием является экономический. В качестве такового могут рассматриваться суммарные затраты на проведение процесса, включая капитальные и эксплуатационные. Однако данный критерий пригоден лишь в случае, если при проведении процесса нельзя повлиять на стоимость получаемых продуктов. Если же, например, достигая лучшей степени разделения можно получить более чистые и соответственно дорогие продукты (высших марок), то более общим критерием эффективности может служить прибыль, получаемая от реализации данных продуктов. При этом возможна ситуация, когда большая прибыль достигается при увеличении затрат на проведение процесса.

### **20.2. Пути повышения эффективности**

Для уже существующих производств повышение эффективности массообменных процессов может осуществляться, в основном, за счет оптимизации режимных параметров (давления, температуры, концентрации и расходов фаз), использования иных разделяющих агентов, а также схем проведения процесса. Кроме того, возможна модернизация массообменных аппаратов путем замены контактных устройств или иных элементов, осуществляемая, как правило, во время капитального ремонта. Модернизация порой становится необходимой при изменении состава или расхода сырья, либо требований к качеству получаемых продуктов.

При проектировании новых производств количество параметров оптимизации, изменение которых приводит к повышению эффективности массообменных процессов, существенно возрастает. Необходим выбор оптимального вида массообменного процесса и его аппаратного оформления, возможно использование совмещенных процессов, когда в одном аппарате происходит несколько типовых процессов, например, химическая реакция и разделение продуктов.



Для разработки предложений по повышению эффективности массообменных процессов требуется создание надежных математических моделей всех процессов, протекающих в аппаратах, только это позволит найти оптимальное решение. Безусловно, математическая модель массообменного процесса должна учитывать кинетику массопереноса, в том числе многокомпонентного.

### 20.3. Комбинированные процессы

Совмещенные процессы относятся к комбинированным. *Комбинированными* называются процессы, сочетающие несколько типовых процессов. Комбинированные процессы, можно подразделить на *последовательные*, *сопряженные* и *совмещенные*. *Последовательными* называются процессы, состоящие из последовательно осуществляемых типовых процессов, связанных прямыми связями. При этом последующие процессы не влияют на предыдущие, например, мембранное разделение → нагревание концентрата → выпаривание концентрата до требуемой концентрации. При проведении непрерывных процессов каждый из типовых процессов осуществляется в отдельном аппарате.

*Сопряженными* называются процессы, состоящие из типовых процессов связанных как прямыми, так и обратными связями, при этом последующие процессы влияют на предыдущие. В непрерывных процессах каждый из типовых процессов проводится в отдельном аппарате. В качестве примера можно рассмотреть схему абсорбционной установки (рис. 13.4). При этом каждый из процессов: абсорбция, нагревание, десорбция и охлаждение влияет на условия проведения всех остальных.

*Совмещенными* называются непрерывные процессы, в которых несколько типовых процессов осуществляются одновременно в одном аппарате, оказывая взаимное влияние друг на друга. Особенно перспективным является совмещение массообменных процессов с химическими, что позволяет увеличить выход целевых продуктов, селективность, движущую силу массопередачи, снизить энергетические и капитальные затраты. В качестве примера можно вспомнить хемосорбцию, при которой абсорбтив вступает в химическую реакцию с абсорбентом, образуя новое вещество, что приводит к уменьшению концентрации абсорбтива в жидкости, его

равновесной концентрации в газе и, следовательно, увеличению движущей силы процесса абсорбции.

#### **20.4. Пример решения конкретной производственной задачи повышения эффективности массообменного процесса**

Рассмотрим задачу повышения эффективности работы ректификационной колонны К-701 Сургутского завода стабилизации конденсата (ЗСК), в решении которой принимали участие преподаватели и аспиранты кафедры «Процессы и аппараты химической технологии» Казанского национального исследовательского технологического университета совместно с сотрудниками Инженерно-внедренческого центра «Инжехим».

Сургутский ЗСК спроектирован для переработки смеси дезтанизованного газового конденсата и нефти в соотношении 9:1 (НГК-смесь), которая поступает по продуктопроводу Уренгой-Сургут. В установках стабилизации (рис.20.1) ректификацией эту смесь разделяют на широкую фракцию легких углеводородов (ШФЛУ) и стабильный конденсат (СК), который направляется на установку моторных топлив, а ШФЛУ отправляется на газофракционирующую установку (ГФУ), состоящую из блока извлечения изопентана и установку получения пропана.

Улучшение экономических показателей работы ЗСК и расширения рынка сбыта готовой продукции потребовало повышения качества товарной продукции и расширения её ассортимента. Для этого возникла необходимость получать изопентан и пропан не ниже марки «А», а также наладить выпуск товарных изобутана и н-бутана марки «А» и «высшей».

Стабилизатор (рис.20.2) представляет собой вертикальный цилиндрический аппарат переменного сечения, внутри которого расположены 38 массообменных ситчатых тарелок с перекрестным сливом. В верхней части колонны – 19 четырехпоточных тарелок диаметром 2600 мм, в нижней части – 19 шестипоточных, диаметром 3200 мм. Процесс ректификации происходит при давлении 0,6 – 1,4 МПа и температуре: куба – не более 250°C, верха – не более 150°C.

Смесь нефти и газового конденсата (НГК) поступает на питательную 20-ю сверху тарелку стабилизатора (рис.20.1), предварительно нагреваясь в теплообменнике-рекуператоре Т-701. Пары ШФЛУ с верха колонны направляются в воздушные холодильники ВХ-701, где конденсируются, охлаждаются и поступают в емкость орошения Е-701. Вывод несконденсированных газов осуществляется в факельную линию, либо на Сургутский газоперерабатывающий завод. Дистиллят (ШФЛУ) из флегмовой емкости насосом Н-701 откачивается в резервуарный парк. Часть ШФЛУ из

емкости поступает в стабилизатор в качестве флегмы и холодного орошения для улучшения качества разделения и регулирования температуры верха колонны.

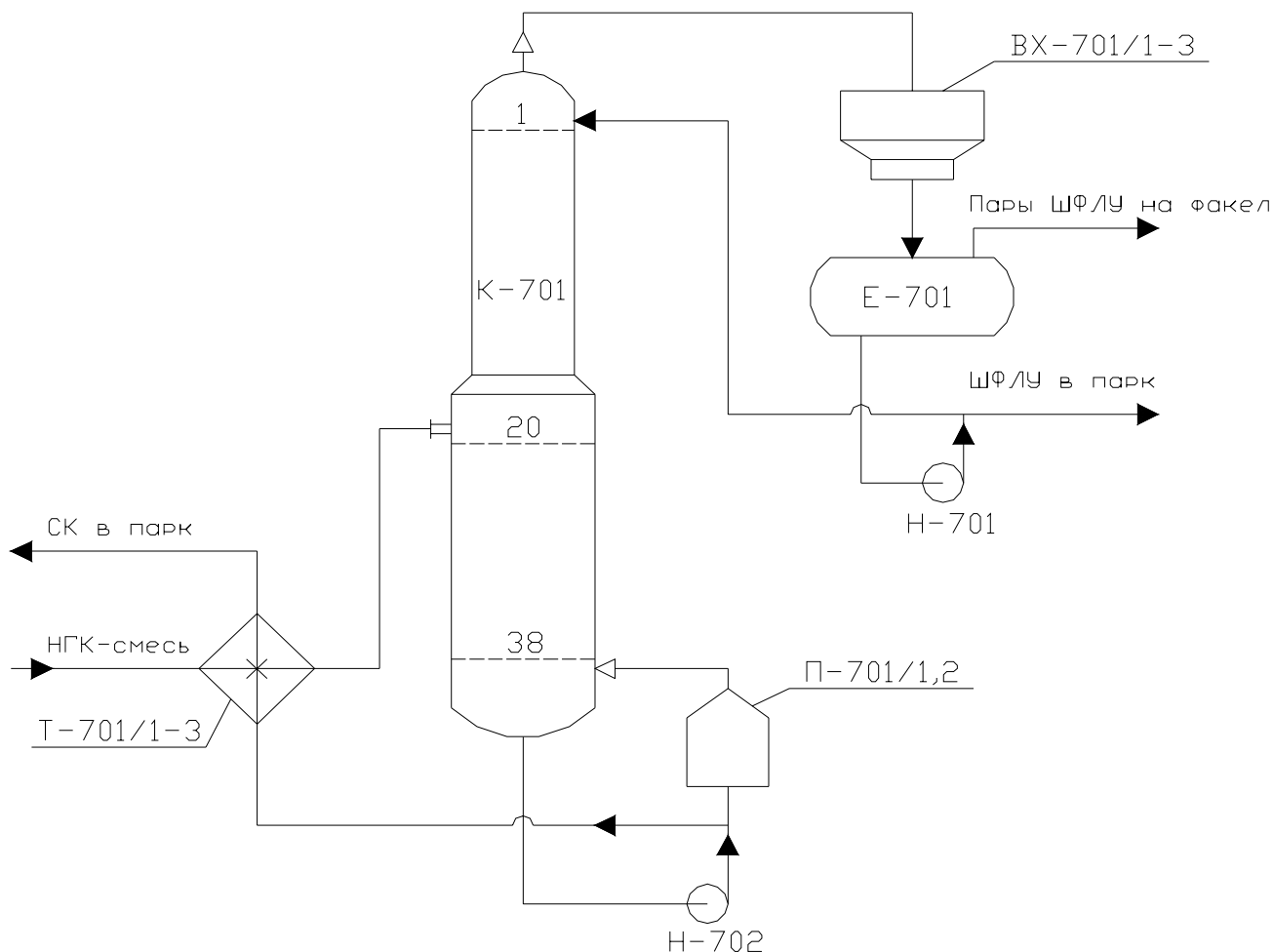


Рис. 20.1. Технологическая схема установки стабилизации

Кубовый остаток (стабильный конденсат) выводится с температурой до 250°C, последовательно проходит межтрубное пространство теплообменников-рекуператоров Т-701, где отдает тепло НГК-смеси и выводится после доохлаждения из установки. Часть кубовой жидкости испаряется в огневом подогревателе П-701 и возвращается в колонну под нижнюю тарелку.

Изменение состава исходной смеси и увеличение её расхода по сравнению с проектными привело к тому, что в дистилляте (ШФЛУ) слишком велико содержание тяжелых углеводородов ( $C_6$  и выше), а в кубовом остатке (СК) – легких углеводородов, что не соответствует техническим требованиям. Анализ показал, что лимитирует пропускную способность колонны К-701 по нагрузке её верхняя часть диаметром 2600 мм. Для увеличения пропускной способности и эффективности разделения было предложено заменить ситчатые тарелки в верхней части колонны на новую высокоэффективную регулярную насадку *IRG* «Инжехим» [64], изображенную на рис. 20.3.

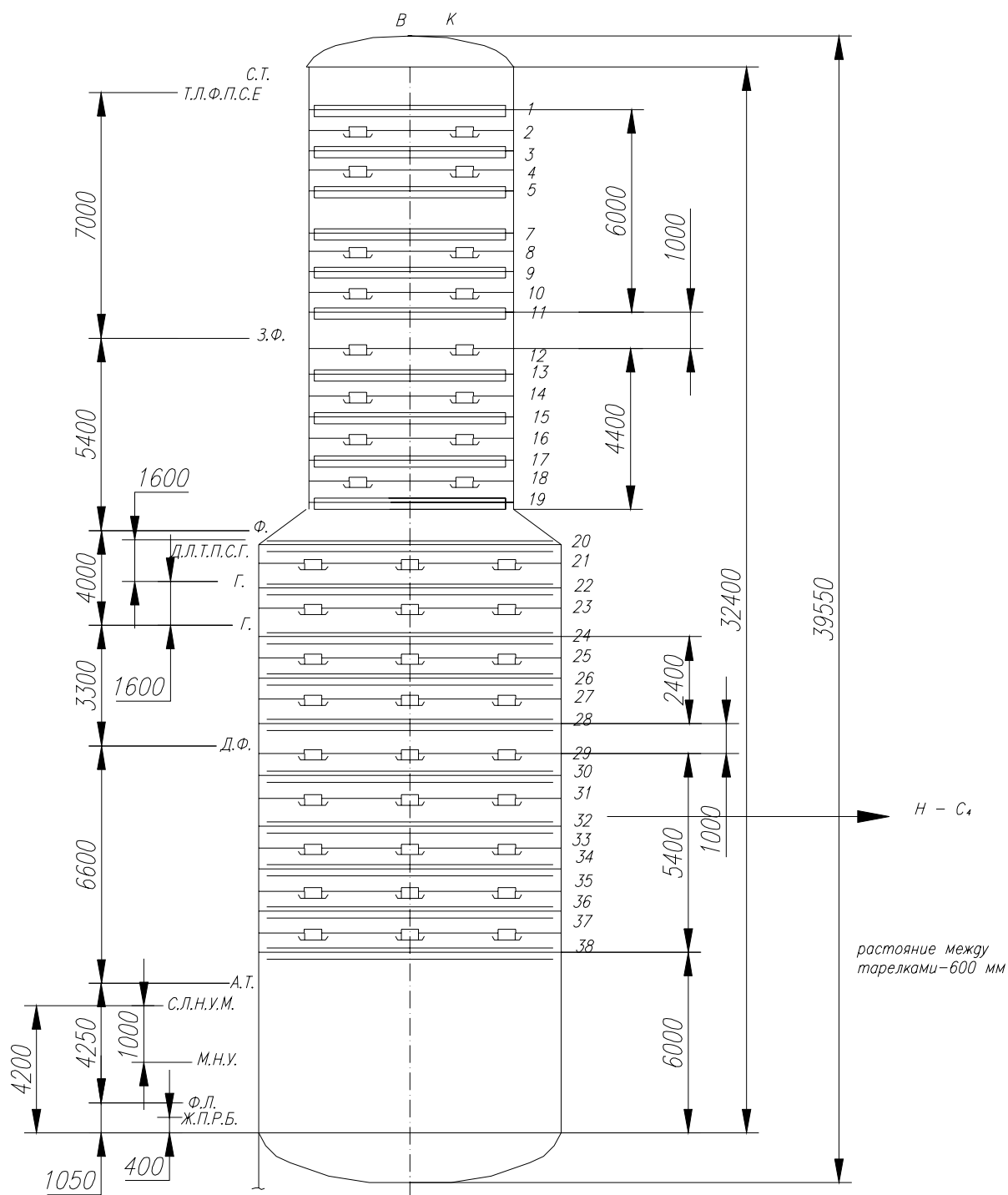


Рис. 20.2. Колонна стабилизации

При разработке этой насадки и поиске оптимальной её геометрии (угол наклона гофров к вертикальной оси аппарата  $\alpha$ , высота гофра  $h$ , угол при вершине гофра  $\beta$ ) использовался метод численного решения системы дифференциальных уравнений, составляющих теоретическое описание процессов переноса субстанций. Он реализовывался с помощью программно-

вычислительного комплекса PHOENICS [65] (разд. 21.3). Затем для изготовленной насадки проводились испытания на гидравлическом стенде кафедры ПАХТ КНИТУ, в ходе которых сопоставлялись результаты численного и физического экспериментов, а также изучалась структура потока в данной насадке. По результатам исследований был сделан вывод о возможности использования модели идеального вытеснения для парового потока и диффузионной – для жидкого [64].

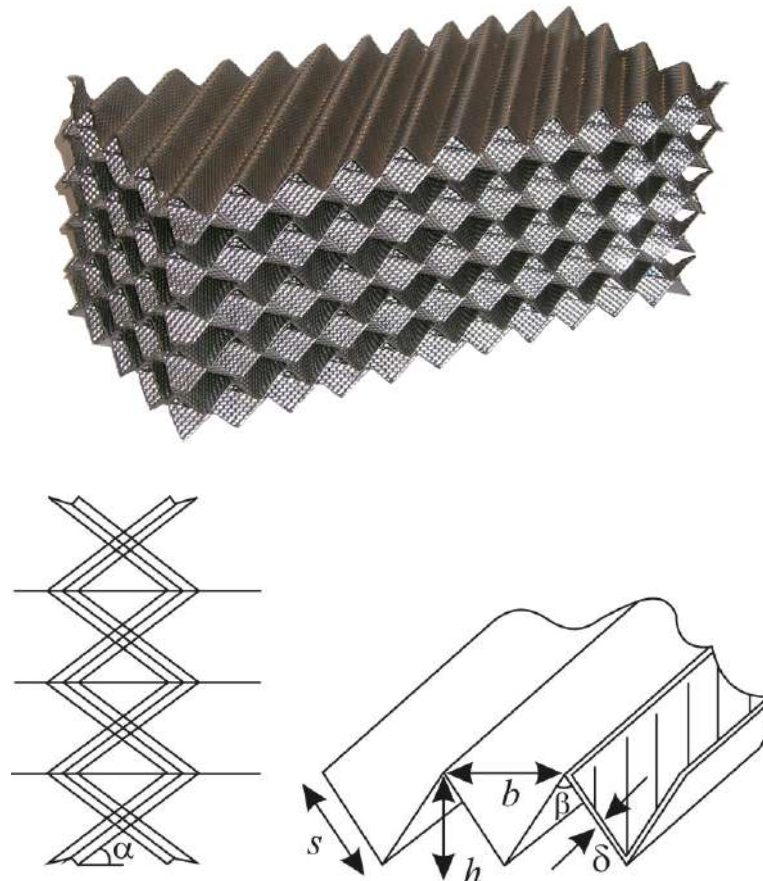


Рис. 20.3. Пакет пластин насадки IRG

С учетом этого была предложена следующая математическая модель массопереноса в насадочной части колонны

$$\frac{dy_i}{dz} = \frac{S}{G} \sum_{j=1}^{n-1} K_{V,ij}^y (y_j^* - y_j), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (20.1)$$

$$\frac{dx_i}{dz} = \frac{S}{L} \sum_{j=1}^{n-1} K_{V,ij}^y (y_j^* - y_j) - \frac{d_3}{\text{Pe}_L} \frac{d^2 x_i}{dz^2}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (20.2)$$

где  $K_{V,ij}^y$  – элементы матрицы объёмных коэффициентов массопередачи,  $S$  – площадь поперечного сечения колонны,  $G$ ,  $L$  – мольные расходы пара и жидкости,  $\text{Pe}_L$  – критерий Пекле для обратного перемешивания жидкости,  $d_3$  – эквивалентный диаметр насадки,  $z$  – вертикальная координата.

Система уравнений (20.1), (20.2) должна удовлетворять граничным условиям, заданным для верхнего и нижнего сечений насадки в колонне и имеющим вид:

$$\begin{aligned} y_i(0_-) &= y_i(0_+), & i &= \overline{1, n-1}, \\ x_i(H_+) &= x_i(H_-) + \frac{d_3}{\text{Pe}_L} \frac{dx_i(H_-)}{dz}, & \frac{dx_i(0)}{dz} &= 0 & i &= \overline{1, n-1}, \end{aligned}$$

где значения координаты  $z = 0_-; H_+$  соответствуют нижнему и верхнему сечениям насадки с внешней стороны её границы,  $z = 0_+; H_-$  – с внутренней границы насадки.

Для расчета матриц коэффициентов массопередачи по (12.248) требуется знание матриц коэффициентов массоотдачи. Анализ работ по применению различных моделей турбулентного обмена при многокомпонентном массопереносе показывает, что итоговые соотношения для коэффициентов массоотдачи получаются аналогичными выражениям, полученным для бинарных систем [66]. Так, например, показано, что модель обновления поверхности приводит в многокомпонентном случае к выражению:

$$[\beta_x] = A_x [D_x]^{\frac{1}{2}}. \quad (20.3)$$

Для массоотдачи в газовой фазе при ее турбулентном движении на сегодняшний день не существует надежных моделей. Обобщение большого числа экспериментальных данных по бинарным системам показывает, что в этом случае  $\beta \propto D^{2/3}$ , а критериальное выражение для коэффициента массоотдачи обычно записывают в следующем виде:

$$\text{Nu} = c \text{Re}^m (\text{Pr})^{1/3}. \quad (20.4)$$

Допуская, что для многокомпонентного массопереноса функциональная зависимость не изменится, можно записать:

$$[\beta_y] = A_y [D_y]^{\frac{2}{3}}. \quad (20.5)$$

Коэффициенты  $A_x$  и  $A_y$  в выражениях (20.3), (20.5) зависят от теплофизических свойств систем, гидродинамики в аппаратах и характеристик контактных устройств. Значения критериев Рейнольдса при рабочих нагрузках в колонне, показывают, что режим движения паровой фазы турбулентный, а жидкой лежит в переходной области. Для насадки типа, подобного IRG, выражения для множителей были получены из эксперимента по массообмену при ректификации бинарной смеси углеводородов [67]. Для массоотдачи в жидкой фазе это следующие соотношения:

$$A_x = 2 \sqrt{\frac{L}{0,9\pi\epsilon\chi a S d_3 \sin \alpha}}, \quad \chi = \sqrt[3]{\frac{\epsilon L \mu_x}{S \rho_x g \sin \alpha}},$$

$$d_3 = \frac{\frac{(bh - 2\delta s)^2}{bh}}{\sqrt{\frac{(bh - 2\delta s)^2}{2h} + \frac{(bh - 2\delta s)^2}{b} + \frac{bh - 2\delta s}{2h}}}.$$

Для газовой фазы результаты эксперимента были обработаны и найдены параметры уравнения (20.4):  $c = 0,057$ ,  $m = 0,75$ . Далее, после несложных преобразований, получено значение коэффициента в выражении (20.5)

$$A_y = \frac{0,057a \left( \frac{4G\rho_y}{aS\mu_y} \right)^{\frac{3}{4}} \left( \frac{\mu_y}{\rho_y} \right)^{\frac{1}{3}}}{4\varepsilon}.$$

Алгоритм расчета многокомпонентной ректификации в насадочной колонне строится следующим образом. Задаётся покомпонентный состав питания, условие ввода питания, точка ввода питания, высота колонны, давление в колонне, типы кипятильника и дефлегматора, расход дистиллята или куба, а также покомпонентный состав дистиллята, который используется в качестве первого приближения. На основе этих данных из уравнений материального баланса, получают покомпонентный состав куба колонны, который также используется в качестве первого приближения.

В процессе моделирования расчет проводился на основе  $\theta$ -метода, который позволяет достичь сходимости за достаточно малое количество итераций. При расчетах сделано допущение постоянства мольного расхода пара в колонне [66].

Дифференциальные уравнения (20.1), (20.2) многократно решаются методом Рунге-Кутты четвертого порядка сверху и снизу колонны до согласования состава пара в точке питания. При решении дифференциальных уравнений для новых значений составов жидкой фазы производился пересчет температуры, плотности, равновесных составов паровой фазы и матриц коэффициентов диффузии, последние определялись по соотношениям из приложения П.3.

По предложенной модели, предварительно были проведены расчеты разделения некоторых углеводородных смесей в насадочных колоннах с целями проверки её адекватности и анализа влияния эффектов многокомпонентности.

На рис.20.4. представлены профили концентраций компонентов в жидкой фазе трехкомпонентной смеси. Пунктирные линии – это расчет с матрицей коэффициентов массопередачи, сплошные – с одним коэффициентом массопередачи. Таким образом, можно увидеть влияние перекрестных членов матрицы коэффициентов массопередачи на процесс разделения.

Полученная модель позволила провести расчет процесса ректификации НГК-смеси, проводящегося в колонне К-701 Сургутского ЗСК. Исходная смесь рассматривалась как 36-компонентная, причем первые 7 компонентов являлись индивидуальными предельными углеводородами с  $C_1$  по  $C_5$  (включая изомеры), а остальные – 29-фракциями, выкипающими в диапазоне 10 градусов (рис. 20.5,

20.6). Входные концентрации пара в насадочную (верхнюю) часть колонны брались из потарелочного расчета тарельчатой (нижней) части колонны, который проверялся по экспериментальным данным с колонны К-701.

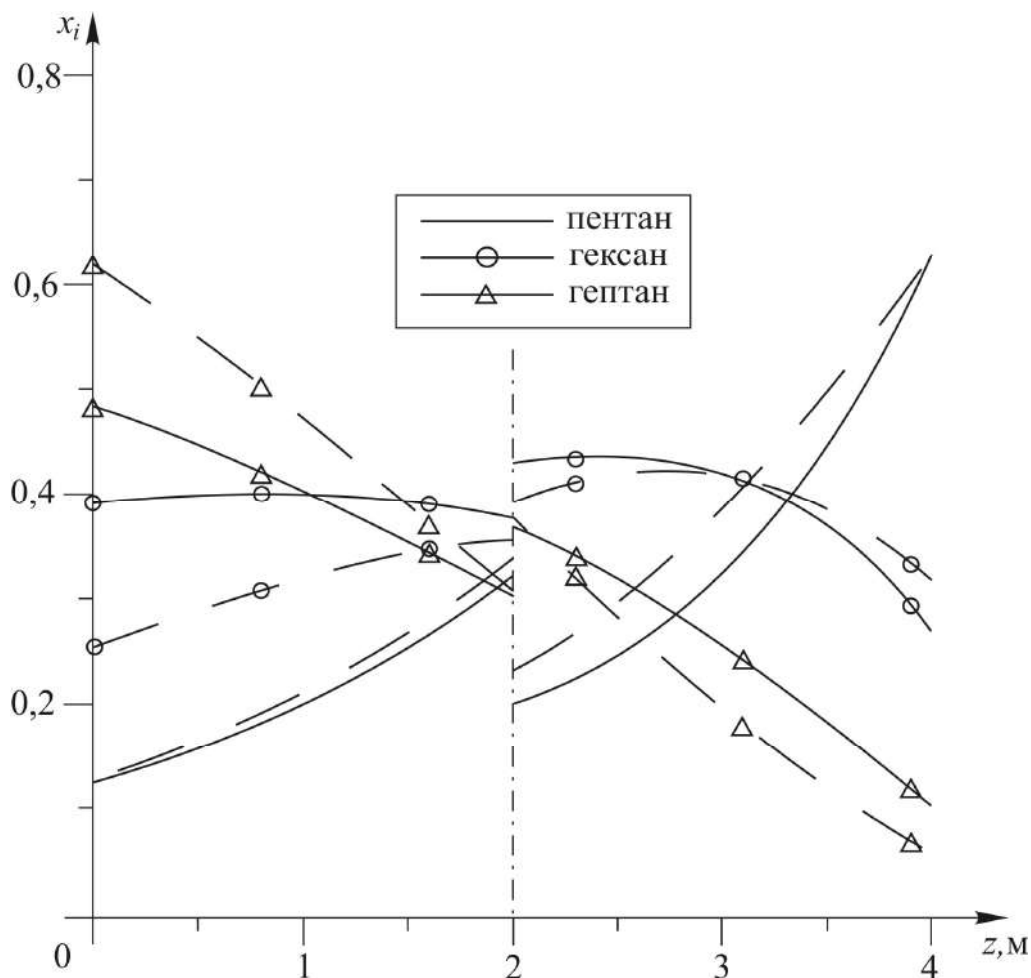


Рис. 20.4. Распределение концентраций компонентов в жидкой фазе по высоте колонны: на высоте 2 м осуществляется ввод исходной смеси

Результаты моделирования, проведенного в соответствии с данными технического задания (ТЗ), показали возможность ее модернизации для решения поставленных задач путем замены ситчатых тарелок в верхней части колонны на регулярную насадку IRG «Инжехим» высотой 8 м (удельная поверхность  $a = 162 \text{ м}^2/\text{м}^3$ , доля свободного объема  $\varepsilon = 0,98$ ). Результаты предварительных расчетов и проведенных после реконструкции колонны К-701 промышленных испытаний, приведенные в таблице 20.1, подтвердили адекватность предложенной модели. Следует отметить, что при моделировании верхней части колонны учитывалась конденсация части пара при контакте с захлажденной флегмой и не полная его конденсация в дефлегматоре.



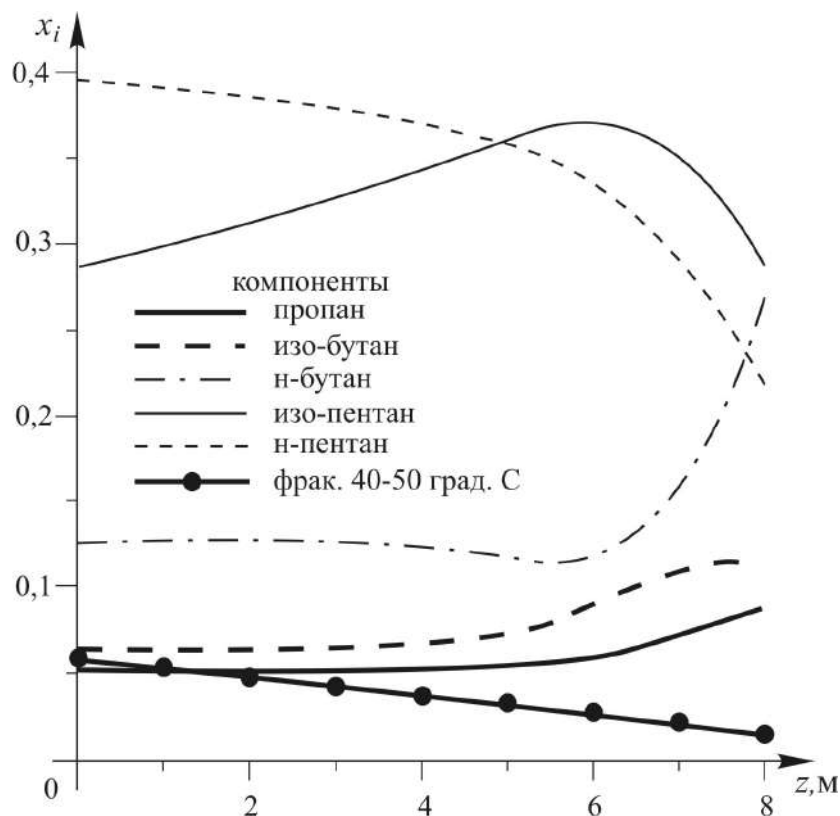


Рис. 20.5. Профили более значимых концентраций компонентов (мольные доли) в жидкой фазе по высоте насадочной части колонны при разделении 36-ти компонентной смеси

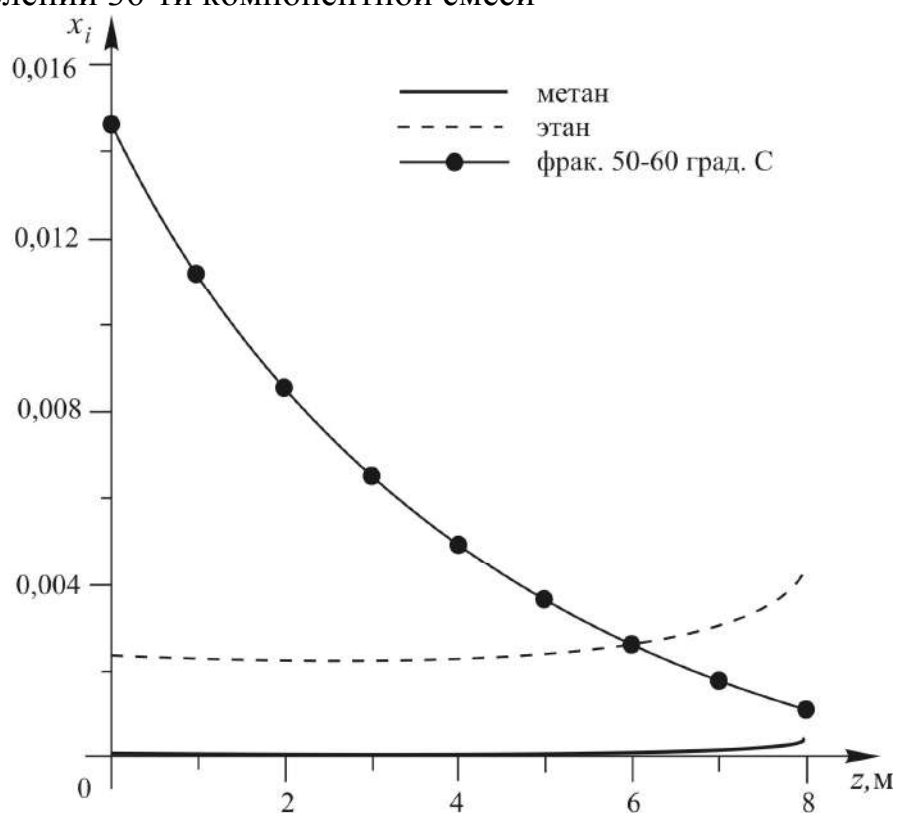


Рис. 20.6. Профили менее значимых концентраций компонентов (мольные доли) в жидкой фазе по высоте насадочной части колонны при разделении 36- компонентной смеси

**Сравнение расчетных и экспериментальных данных для колонны стабилизации газового конденсата К-701**

Компонент	Питание, масс. дол.			Дистиллят, масс. дол.		
	ТЗ	Эксперимент	Расхождение, %	Расчет	Эксперимент	Расхождение, %
$C_1+C_2$	0,0119	0,0122	2,46	0,0261	0,0225	15,84
$C_3$	0,1049	0,0991	5,85	0,3019	0,3073	1,77
сумма $C_4$	0,1548	0,1427	8,48	0,4825	0,4884	1,24
$i-C_5$	0,0527	0,0539	2,04	0,1169	0,1102	6,17
$n-C_5$	0,0453	0,0470	3,62	0,0696	0,0692	0,65
$C_6$ и выше	0,6304	0,6451	2,28	0,0030	0,0024	29,00

Реализованный вариант модернизации колонны К-701 позволил снизить содержание изо-пентана в стабильном конденсате с 3-3,3 до 1,6 % (менее 2 % по техническому заданию) и повысить его содержание в ШФЛУ с 9-10 до 11 % при уменьшении содержания тяжелых углеводородов ( $C_6$  и выше) ниже 1 % (менее 2,5 % по техническому заданию).

### Контрольные вопросы

1. Какие критерии эффективности массообменных процессов вы знаете?
2. Какие пути повышения эффективности массообменных процессов вам известны?
3. Какие процессы называются комбинированными, последовательными, сопряженными, совмещенными, приведите их примеры?

### Вопросы для обсуждения

1. В каком случае увеличение затрат на проведение процесса может привести к повышению его эффективности?

## **Глава 21. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ**

С появлением вычислительной техники наука о процессах аппаратах химической технологии получила новые возможности для своего развития. Особенности задач, которые решаются в рамках этой науки, связаны в первую очередь с математической сложностью описываемых явлений, а также необходимостью поиска оптимальных вариантов условий проведения процесса или его аппаратного оформления. Поэтому применение компьютеров и разнообразного программного обеспечения позволяет преодолеть высокую вычислительную трудоемкость и сложные многоитерационные расчеты, возникающие в задачах химической технологии. Современный уровень развития вычислительной техники дает возможность проводить расчеты процессов химической технологии на основе математических моделей различной степени сложности, вплоть до теоретического описания, рассмотренного в главе 2. Очевидно, что в настоящее время существует большое количество программных средств, как специализированных, так и общего назначения, которые полезно использовать для решения задач химической технологии. Здесь мы ограничимся рассмотрением программных средств, предназначенных для выполнения расчетных задач математического моделирования, и не будем рассматривать пакеты, ориентированные на выполнение графических и текстовых работ, которые широко используются в процессе проектирования.

Все программные средства, используемые для решения задач химической технологии можно условно разбить на три группы:

1. Языки программирования;
2. Системы компьютерной математики;
3. Специализированные программно-вычислительные комплексы.

Выбор того или иного программного средства определяется конкретными особенностями решаемой задачи и уровнем компетенций пользователя в вычислительной математике, программировании и использовании программного обеспечения. Рассмотрим специфику использования программных средств различных групп.

## 21.1. Языки программирования

Использование языков программирования для решения задач химической технологии открывает наиболее широкие возможности перед инженером. В этом случае единственным ограничением потенциала разработчика программ является аппаратная часть компьютера, от которой зависит быстродействие, объем оперативной памяти, жесткого диска и т.д. В остальном, современные языки и методы программирования позволяют создавать программы для алгоритмов любой сложности, способные учесть все индивидуальные особенности решаемой задачи, а также максимально использовать возможности компьютерной техники. В настоящее время существует большое количество языков программирования, многочисленные обзоры по которым можно без труда найти в Интернете. Наиболее известными языками программирования, которые используются для решения вычислительных задач, являются Фортран (FORTRAN), Бейсик (BASIC), Си++ (C++), Паскаль (PASCAL).

Фортран (от FORmulaTRANslation) – один из первых языков программирования, был разработан Джоном Бэкусом в 1957 году для выполнения сложных научных, математических и статистических вычислений. Исторически именно Фортран много лет был языком программирования научных работников, поэтому на этом языке накоплен богатый опыт программирования математических научных задач. Этот опыт реализован в виде математических библиотек подпрограмм из различных областей вычислительной математики, таких как IMSL, CXML, которые поставляются вместе с некоторыми версиями Фортрана, например Compaq Visual Fortran. Библиотека IMSL [68-70] содержит математические и статистические процедуры. Математическая библиотека в свою очередь разделена на две части: основную и содержащую специальные функции, не являющиеся встроенными функциями Фортрана. В основной части математической библиотеки IMSL включены подпрограммы для решения систем линейных и нелинейных уравнений, решения систем дифференциальных уравнений, осуществления аппроксимаций и интерполяций, проведения векторных и матричных вычислений, осуществления оптимизаций и некоторые другие полезные функции. Использование математической библиотеки осуществляется вызовом необходимой подпрограммы с учетом правильного определения всех входных и выходных переменных и функций.

Таким образом, можно говорить о несомненном преимуществе использования Фортрана по сравнению с другими языками программирования, когда речь идет о вычислительных научных задачах. Кроме того, современный Фортран стандарта 90 или 95 не уступает своим более молодым конкурентам (Си, Паскаль) и по многим другим позициям: возможности использования технологии объектно-ориентированного программирования, создания Windows приложений, элементам низкоуровневого программирования т.д. Вследствие вышеуказанных преимуществ именно на языке Фортран была составлена программа, реализующая алгоритм расчета насадочной колонны для многокомпонентной ректификации, рассмотренный в разделе 20.4.

Использование языков программирования для решения вычислительных задач обеспечивает наибольшую скорость вычислений, так как выполнение программ в этом случае происходит методом компиляции. Это значит, что программа сначала вся переводится в эффективный машинный код (компилируется), а затем выполняется. Таким образом, процесс перевода осуществляется всего один раз, при этом происходит оптимизация наиболее затратных в вычислительном плане процедур: циклов, переходов, действий с матрицами и т.д.

Использование языков программирования для решения задач в области химической технологии имеет и свои недостатки. Главным образом они связаны с тем, что инженер, являющийся специалистом в области процессов и аппаратов химической технологии, должен обладать серьезными дополнительными компетенциями в областях не связанных с его профессиональной деятельностью, таких как вычислительная математика, языки и технологии программирования. Кроме того, написание программы, включающей многочисленные алгоритмы различных численных методов вычислительной математики, трудоемко, может занимать достаточно большое время, требует надежной отладки программы, исключая существования ошибок. Также необходимо помнить, что полученные в результате моделирования результаты необходимо представить для их лучшего восприятия и анализа. Поэтому на плечи разработчика программ, как правило, ложатся и работы, связанные с созданием или подключением графических модулей для визуализации данных, что требует тоже определенных навыков и трудозатрат.

## 21.2. Системы компьютерной математики

Системы компьютерной математики (СКМ) – это программные средства, ориентированные на выполнение широкого спектра математических задач для поддержки научных и инженерных работ. Несмотря на то, что в основе любой СКМ лежат глубокие математические результаты из всех областей математики, использовать весь этот сложный математический аппарат пользователь может без изучения самих алгоритмов на профессиональном уровне. Наиболее известными на сегодняшний день среди универсальных СКМ являются: Matlab [71], MathCad [72], Maple [73] и Mathematica [74]. Все эти СКМ имеют свою интегрированную среду для ввода текста программы, свой синтаксис написания программ, средства визуализации результатов вычислений.

Mathematica [75] и Maple [76] – это мощные вычислительные системы, предназначенные для выполнения сложных вычислительных проектов как численными, так и аналитическими методами. Одним из основных достоинств этих СКМ является их сильный аналитический модуль, который дает возможность выполнять аналитические преобразования математических выражений, аналитически выполнять операции дифференцирования и интегрирования, находить аналитическое решение алгебраических и дифференциальных уравнений. Эти возможности оказываются чрезвычайно полезными, если приходится выполнять математические преобразования сложных громоздких выражений, когда вероятность допустить ошибку оказывается высокой. Также, учитывая высокий уровень математических знаний заложенных в Mathematica и Maple, они могут выполнять роль современного компьютерного справочника по аналитическим вычислениям интегралов и решениям дифференциальных уравнений. В Mathematica и Maple есть свой язык программирования и разнообразные средства визуализации, двух и трехмерная графика, звук и т.д. Таким образом, эти СКМ можно с успехом применять для решения задач химической технологии, при этом необходимо освоить их специфический язык ввода команд и программирования.

Что касается СКМ Matlab [77] и MathCad [78], то это системы ориентированные на решение математических задач численными методами, хотя в MathCad есть небольшой модуль аналитических

преобразований и вычислений. Работа в среде Matlab осуществляется с помощью языка программирования высокого уровня, который включает встроенные функции, содержащие эффективные алгоритмы для решения различных задач вычислительной математики. Также существует возможность подключения программ написанных на C++ и Fortran.

В отличие от Matlab программа Mathcad имеет интерфейс похожий на электронную тетрадь, куда последовательно записываются математические выражения стандартными математическими символами. Вычисления производятся автоматически в том порядке, в котором написаны выражения. Для визуализации результатов используется хорошая двух- и трехмерная графика. Учитывая простой интерфейс и близкий к традиционно используемому способ записи математических выражений, Mathcad очень прост в освоении, способен решать достаточно сложные математические задачи, а также одновременно с вычислениями создавать демонстрационные документы хорошего уровня. На рисунке 21.1 представлен пример программы пакета Mathcad для расчета скорости осаждения частиц сферической формы. Напомним, что сложность данных расчетов связана с тем, что коэффициент сопротивления частицы по-разному определяется через критерий Рейнольдса в зависимости от гидродинамической области, в которой происходит осаждение (разд.5.5.2). В приведенном коротком примере, показано, что используя возможности Mathcad, можно эффективно решить эту задачу и проанализировать зависимости скорости осаждения от характеристик сплошной среды и дисперсной фазы. Небольшой излом на зависимости скорости от диаметра частиц соответствует переходу в автомоделную область осаждения.

Таким образом, СКМ являются хорошим инструментом для решения задач химической технологии. Они содержат весь необходимый для решения этих задач спектр вычислительных процедур, таких как решение систем алгебраических и дифференциальных уравнений, оптимизация, процедуры аппроксимации и интерполяции, операции дифференцирования и интегрирования, статистический анализ и многое другое. Создание программ в СКМ осуществляется на языке высокого уровня, что намного проще для освоения, чем языки программирования рассмотренные выше.

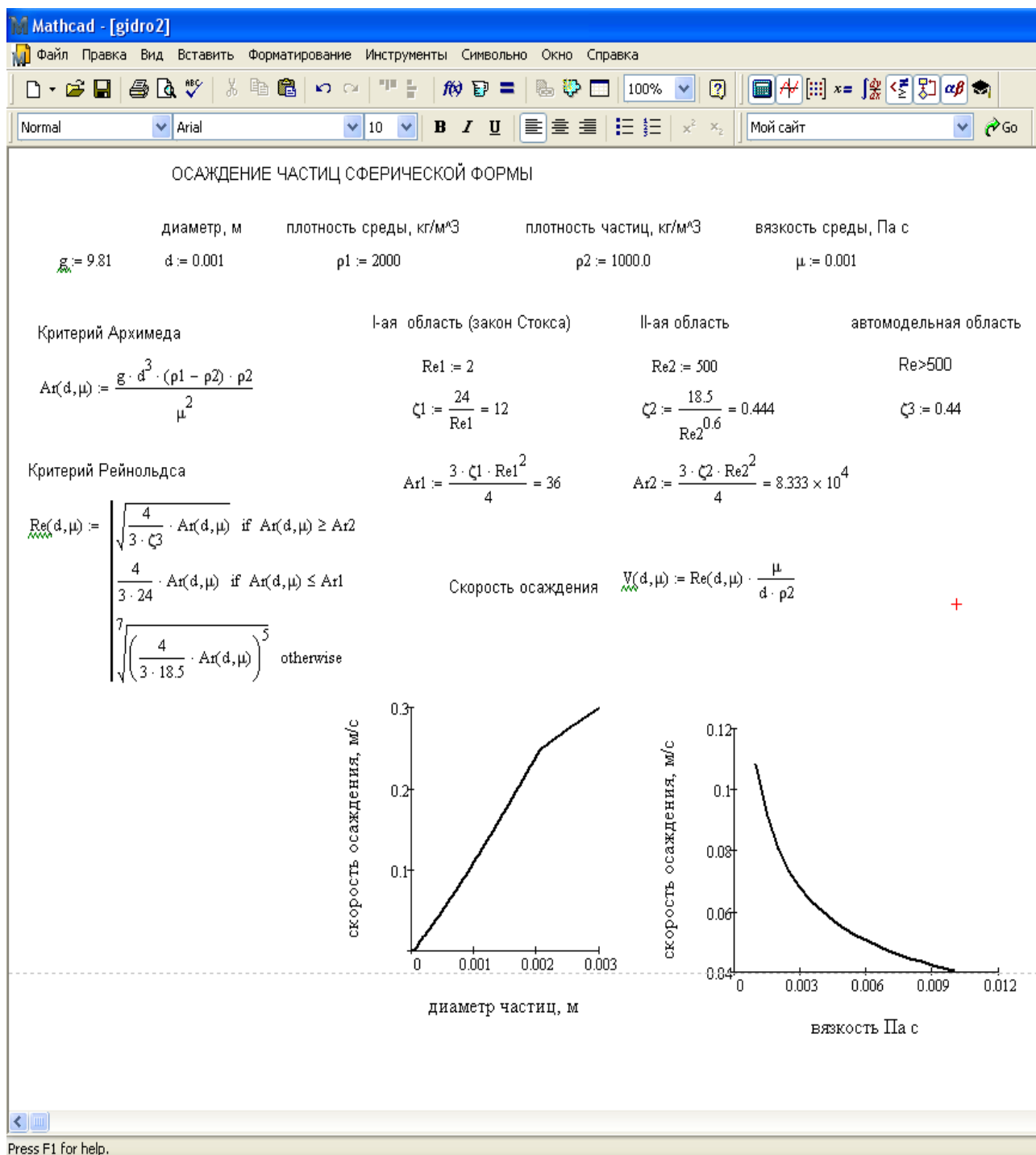


Рис. 21.1. Пример использования программы Mathcad для расчета скорости осаждения частиц сферической формы

Главным недостатком СКМ является то, что все они по принципу исполнения программы являются интерпретаторами, т.е. выполняют программу последовательно по строчкам, что значительно увеличивает время расчета.



### 21.3. Специализированные программно-вычислительные комплексы

Специализированные программно-вычислительные комплексы, предназначенные для решения задач химической технологии, можно в свою очередь разделить на две подгруппы:

- программно-вычислительные комплексы на основе численного решения фундаментальных уравнений теоретического описания процессов переноса субстанций;
- программно-вычислительные комплексы моделирования химико-технологических процессов, построенные на упрощенных моделях структуры потоков и тепломассопереноса.

Начнем рассмотрение с программно-вычислительных комплексов первой подгруппы. В настоящее время в научный лексикон прочно вошел термин *вычислительный* (*численный*) эксперимент, который связан с численным решением уравнений математической модели описывающих рассматриваемое явление. В связи со значительным увеличением быстродействия компьютерной техники особое положение занимает численный эксперимент, проводимый на основе фундаментально строгого, теоретического математического описания. Напомним, что для процессов и аппаратов химической технологии таким описанием является система дифференциальных уравнений с частными производными для полей скоростей, температур и концентраций с соответствующими условиями однозначности (разд. 2.4). Очевидно, что при использовании теоретического математического описания результаты численного эксперимента должны совпадать с результатами физического в пределах ошибки численного решения и погрешности измерений. Более того, как это не парадоксально звучит, в определенных условиях результаты численного эксперимента могут оказаться даже точнее и информативнее физического, и такие примеры известны в науке и практике.

Широкие перспективы, которые открывает использование теоретического описания для решения инженерных задач, привело к созданию многочисленных программных средств, специализирующихся на численном решении уравнений математической физики из различных практических областей. Для решения задач химической технологии наибольший интерес представляют пакеты программ вычислительной гидродинамики,

теплообмена и прочностных расчетов оболочек. Среди них можно упомянуть такие, как STAR-CD, ANSYS, FlowVision, Altair [79], PHOENICS [80] и др. В настоящее время лидером на рынке этой продукции является компания CADFEM [81], разрабатывающая и реализующая пакет программ ANSYS, в который в том числе входят программы CFX и FLUENT. Программа FLUENT – современный, универсальный программно-вычислительный комплекс, предназначенный для решения задач гидромеханики, тепло- и массообмена. Широкий спектр физических моделей заложенных во FLUENT позволяет решать самые разнообразные задачи, среди которых такие важные для химической технологии как ламинарные и турбулентные течения сжимаемых и несжимаемых, одно и многофазных сред в аппаратах различной геометрии, в том числе с эффектами кавитации, теплообмен в движущихся потоках, кондуктивный теплообмен, фазовые переходы, моделирование химических реакций в потоках и др. Кроме того, во FLUENT включена база данных по свойствам множества газообразных, твердых и жидких материалов.

На примере программно-вычислительного комплекса FLUENT рассмотрим основные принципы и этапы проведения численного эксперимента гидродинамики потока. Особенностью решения таких задач при турбулентном режиме движения, наиболее часто реализуемом на практике, является необходимость использования в теоретическом описании дополнительного соотношения – модели турбулентности, которое определяет способ нахождения турбулентной вязкости. Так как теоретически строго вид этого соотношения получить нельзя, на практике используют различные аппроксимации. Одна из таких аппроксимаций в виде модели пристенной турбулентности Прандтля использовалась в главах 5, 9 и 12 для решения задач гидромеханики, тепло- и массообмена в трубе, пленке и плоском пограничном слое. Как показывает практика численного эксперимента гидродинамики турбулентных потоков, модель Прандтля имеет ограниченную область применения, например, оказывается неадекватной вдали от стенок. В настоящее время предложено большое количество моделей турбулентности, каждая из которых имеет свою ограниченную область применения и не является универсальной для всех существующих классов инженерных задач. Поэтому выбор той или иной модели турбулентности является важным моментом при проведении численного гидродинамического

эксперимента, и во многом определяет адекватность получаемых результатов. Очевидно, что в этом случае для оценки точности и адекватности полученного численного решения для поля скорости в некотором аппарате требуется привлечение данных физического эксперимента. Несмотря на этот существенный недостаток теории, методы вычислительной гидродинамики получили широкое распространение, так как применимы в любых пространственных и временных диапазонах, при любых давлениях и температурах. Они позволяют получить распределение всех гидродинамических характеристик потока по всем пространственным координатам. Если процесс нестационарный, то при численном моделировании имеется возможность качественно и количественно проследить эволюцию изучаемого явления. Применяя физический эксперимент многие из этих данных получить просто невозможно.

Можно выделить следующие основные этапы проведения численного эксперимента гидродинамики потока:

1. Создание расчетной модели или этап препроцессинга.
2. Расчетный этап.
3. Анализ и визуализация результатов или этап постпроцессинга.

На этапе препроцессинга необходимо предварительно задать геометрию расчетной области и построить в ней разностную сетку. При этом расчетная модель может полностью соответствовать реальной геометрии аппарата либо содержать те или иные упрощения. Эти построения обычно выполняются с помощью препроцессора GAMBIT или программой ANSYS Workbench входящей в пакет ANSYS.

Так как для численного решения системы уравнений движения и неразрывности используется разностная схема (бесконечно малые приращения в дифференциальных уравнениях заменяются конечными разностями), т.е. решение ищется на некоторой совокупности изолированных точек, важной задачей является построение оптимальной расчетной сетки, которая покрывает расчетную область. Качество расчетной сетки оказывает влияние на точность получаемых результатов, сходимость решения и время расчета. Как известно, с уменьшением числа узловых точек сетки в расчетной области снижается трудоемкость решения задачи, но при этом снижается и точность решения, при увеличении числа точек картина получается обратной. Поэтому построение сетки должно осуществляться на

основе алгоритма рационально регулирующего плотность узлов в разных областях расчетной области в зависимости от значений возможных градиентов скорости. Препроцессоры GAMBIT или входящая в ANSYS Workbench программа ANSYS Meshing позволяют в автоматическом режиме генерировать высококачественные расчетные сетки для областей различной сложности. Сетка может состоять из элементов разнообразной формы, например четырехугольников и треугольников для двумерных моделей; гексайдеров, тетраэдеров, призм и пирамид для трехмерных моделей. На рис. 21.2, 21.3 приведен вид статического смесителя и его расчетной модели, созданной на этапе препроцессинга. Аппараты такой конструкции представляют собой трубу диффузор-конфузорного типа, и могут применяться для интенсификации перемешивания в трубопроводах (см. разд. 8.3.1).

После выполнения этапа препроцессинга расчетная модель считывается решателем FLUENT. Во FLUENT задаются начальные и граничные условия, физические свойства движущегося потока, выбирается модель турбулентности, метод решения и запускается расчет поставленной задачи. В процессе поиска решения у пользователя есть возможность визуально контролировать динамику процесса сходимости. Так на экран монитора можно выводить числовые данные и графические зависимости невязок решаемых уравнений, значений компонентов скоростей в заданных точках аппарата и другие гидродинамические характеристики потока, получаемые в процессе итерационного поиска решения.

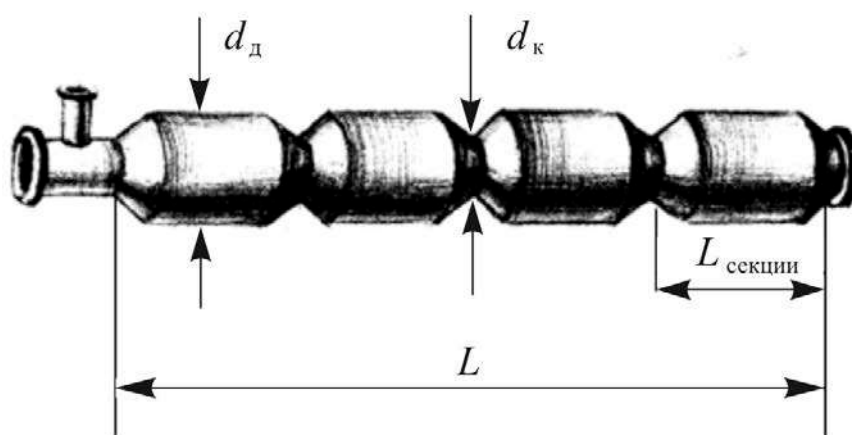


Рис. 21.2. Статический смеситель – труба диффузор-конфузорного типа

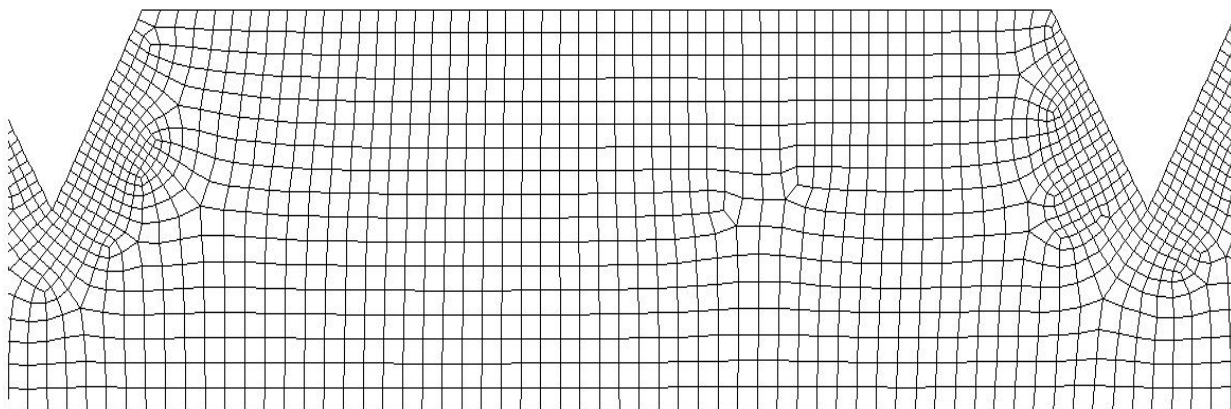


Рис.21.3. Часть расчетной области и сетка для моделирования течения в трубе диффузор-конфузорного типа

По достижении заданной точности решение останавливается и пользователю предоставляет возможность просмотреть и проанализировать полученные результаты. Этап постпроцессинга также осуществляется с помощью FLUENT. Его возможности по визуализации результатов чрезвычайно широки и позволяют отображать результаты расчета в векторном и контурном видах, выводить распределение скорости потока в объеме, на выделенной плоскости или по линии, отображать траектории движения частиц дисперсной фазы и т.д. Также существует встроенный модуль создания анимаций, который позволяет обрабатывать результаты нестационарных расчетов. Кроме того, полученное решение может экспортироваться в другие графические пакеты или в пакеты автоматизированного конструирования для дополнительного анализа. На рис. 21.4 представлены результаты расчета поля скорости в трубе диффузор-конфузорного типа. Видно, что в результате численного эксперимента [82, 83] удалось воспроизвести достаточно сложную структуру потока (с локальными изменениями направления движения и циркуляционными токами) в этом аппарате. Это позволило решить задачу оптимального выбора его геометрии.

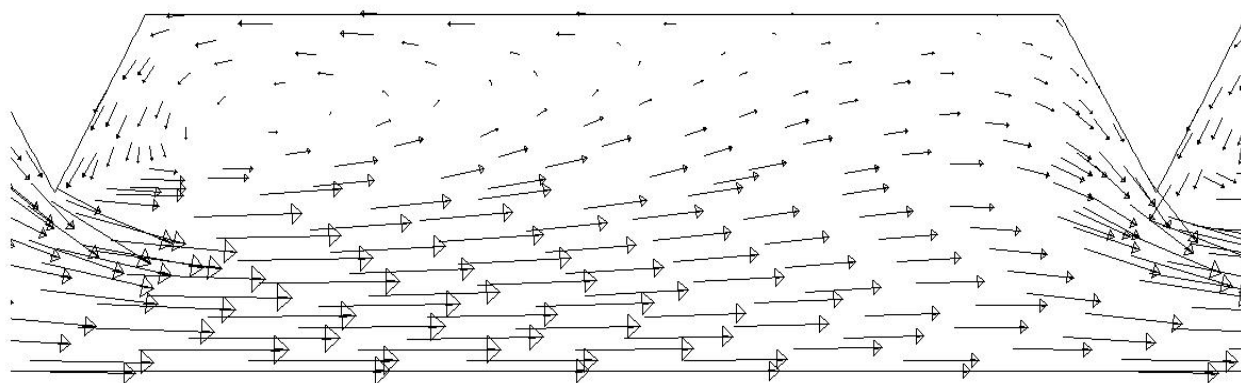


Рис. 21.4. Поле скорости, рассчитанное программой FLUENT в трубе диффузор-конфузорного типа: длина вектора пропорциональна величине скорости

Еще одним примером нахождения поля скорости с помощью FLUENT может служить моделирование цилиндрического аппарата с двухъярусной шестилопастной открытой турбинной мешалкой и четырьмя вертикальными отражательными перегородками (рис.21.5). При этом была решена задача выбора оптимального расстояния между мешалками [84].

Наряду с отмеченными выше достоинствами применения программных средств, позволяющих проводить вычислительный эксперимент на основе теоретического математического описания процессов химической технологии, можно сформулировать и очевидные недостатки. На современном этапе развития компьютерной техники проведение такого вычислительного эксперимента для аппаратов сложной геометрии, течения многофазных потоков и т.д. требует привлечения значительных вычислительных ресурсов и занимает достаточно большой временной интервал (затраты времени даже для единичного расчета поля скорости в однофазной среде и аппарате не очень сложной конструкции (рис. 21.5) на компьютере с процессором AMD Athlon 64 X2 5400+(2,81 ГГц), 1,87 ГБ ОЗУ составили 300 часов). Это делает нерациональным применение подобных программ для решения задач моделирования аппаратов со сложной внутренней геометрией, моделирования технологических линий или производств. В перспективе, с развитием вычислительных мощностей круг задач химической технологии, для которых вычислительный эксперимент окажется эффективным будет неуклонно расширяться.



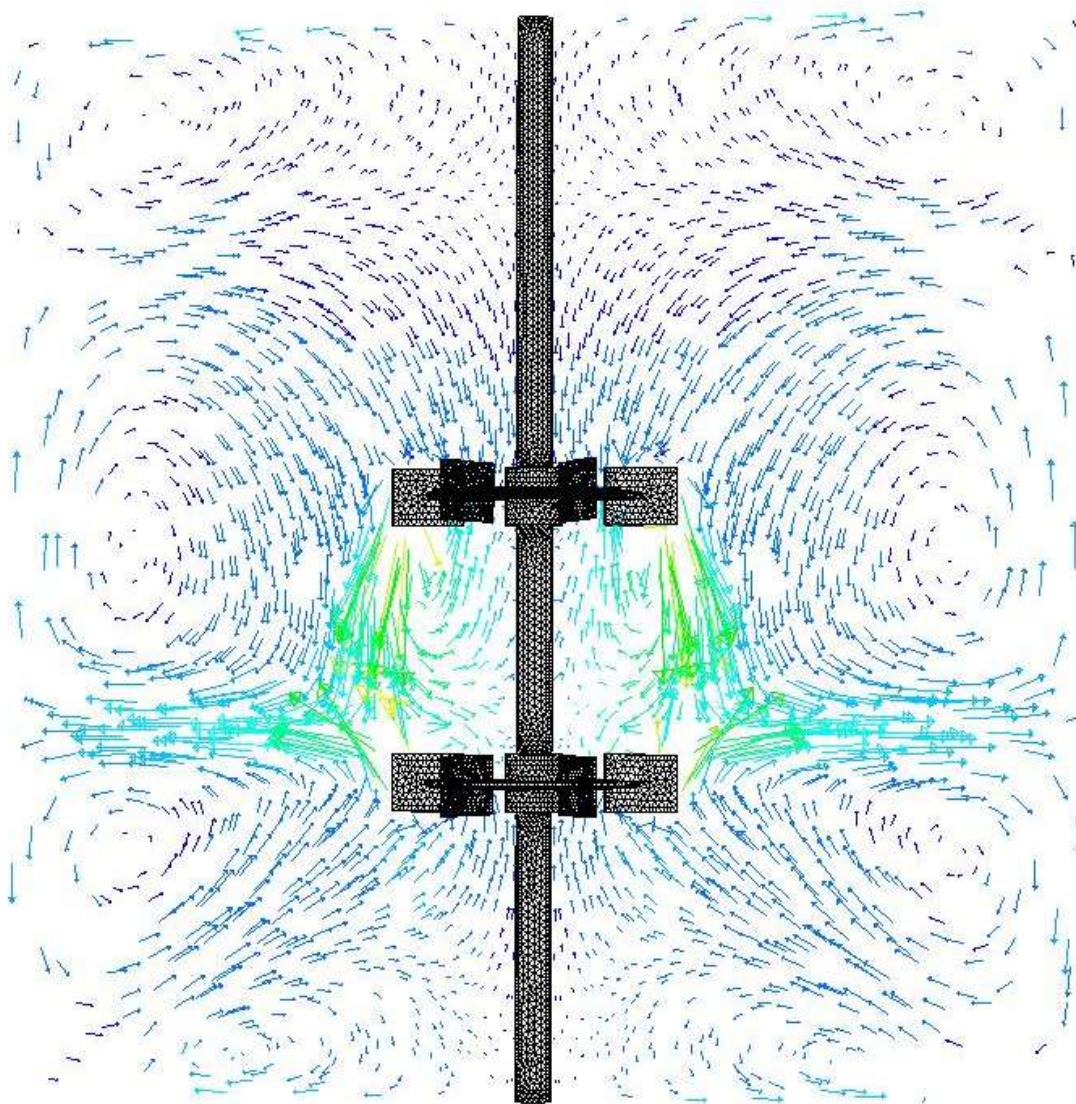


Рис. 21.5. Поле скорости в аппарате с двухъярусной шестилопастной открытой турбинной мешалкой

Перейдем к рассмотрению программно-вычислительных комплексов второй подгруппы. В настоящее время известно достаточно большое число программных средств моделирования технологических процессов в химии, нефтехимии и нефтепереработке, биотехнологии и других смежных отраслях промышленности. Лидирующие позиции на рынке подобных программных средств занимают разработки компаний Канады и США. Наиболее известные компании это:

- Invensys Process Systems, в состав которой входит SimSci – Esscor владелец торговой марки PRO/II [85];
- Aspen Technologies [86], в состав которой вошла компания Huprotech, владельцы торговых марок HYSIM, HYSYS, Aspen;
- ChemStations [87], владеющая торговой маркой CHEMCAD;

- Honeywell с ее программой для моделирования UniSim Design [88].

Моделирующие программы, представленные выше, состоят из трех основных компонентов:

- средств графического изображения процесса, технологической линии или технологической схемы производства;

- расчетных модулей, в которые включены данные по теплофизическим свойствам чистых веществ, модели для расчета различных термодинамических свойств и условий фазового равновесия как чистых веществ, так и многокомпонентных смесей, а также модели для описания свойств природных углеводородных смесей, главным образом – нефтей и газоконденсатов; набор моделей для расчета различных процессов и аппаратов химической технологии;

- средств для представления результатов выполненных расчетов в виде таблиц, графиков и диаграмм и т.д., а также средств сохранения результатов и их конвертирования в другие форматы, например Excel.

Принципы работы с программными средствами моделирования технологических процессов основаны на возможности представления любого производства из стадий (процессов), на каждой из которых производится определенное воздействие на материальные потоки, которые приводят к их преобразованиям (изменениям температуры, состава, скорости движения, сепарации или смешения фаз и т.д.). Последовательность стадий описывается с помощью технологической схемы, каждый элемент которой соответствует определенной единице оборудования (аппарату), в котором протекают технологические процессы или группы процессов. Элементы технологической схемы связываются между собой потоками (материальными или энергетическими).

Научиться решать задачи, возникающие в химической технологии, с использованием моделирующих программ можно по прилагающимся к ним руководствам пользователя или специальной литературе [89, 90]. Здесь, не претендуя на полноту описания, приведем общую стратегию работы с программами моделирования химико-технологических процессов на примере пакета CHEMCAD:

1. Задаются компоненты, находящиеся в потоках всей технологической схемы. Их можно выбрать из имеющейся базы данных, рис. 21.6. В современных моделирующих программах находятся сведения о нескольких десятках тысяч веществ. Если все же



какое-то вещество в базе данных отсутствует, есть возможность туда его ввести, заполнив таблицы с необходимыми свойствами. Затем выбираются модели для расчета свойств смесей (коэффициентов активности, энтальпии и т.д.). Здесь также имеется возможность в случае отсутствия в базе данных значений параметров выбранной модели определить их по известным экспериментальным данным. Например, определить параметры модели NRTL для расчета коэффициентов активности по экспериментальным данным о равновесии пар-жидкость. Если по каким-либо причинам пользователь затрудняется выбрать ту или иную модель он может воспользоваться встроенной экспертной системой, которая с учетом выбранного покомпонентного состава, по данным о диапазонах изменения температур и давлений в данной технологии предложит наилучший вариант.

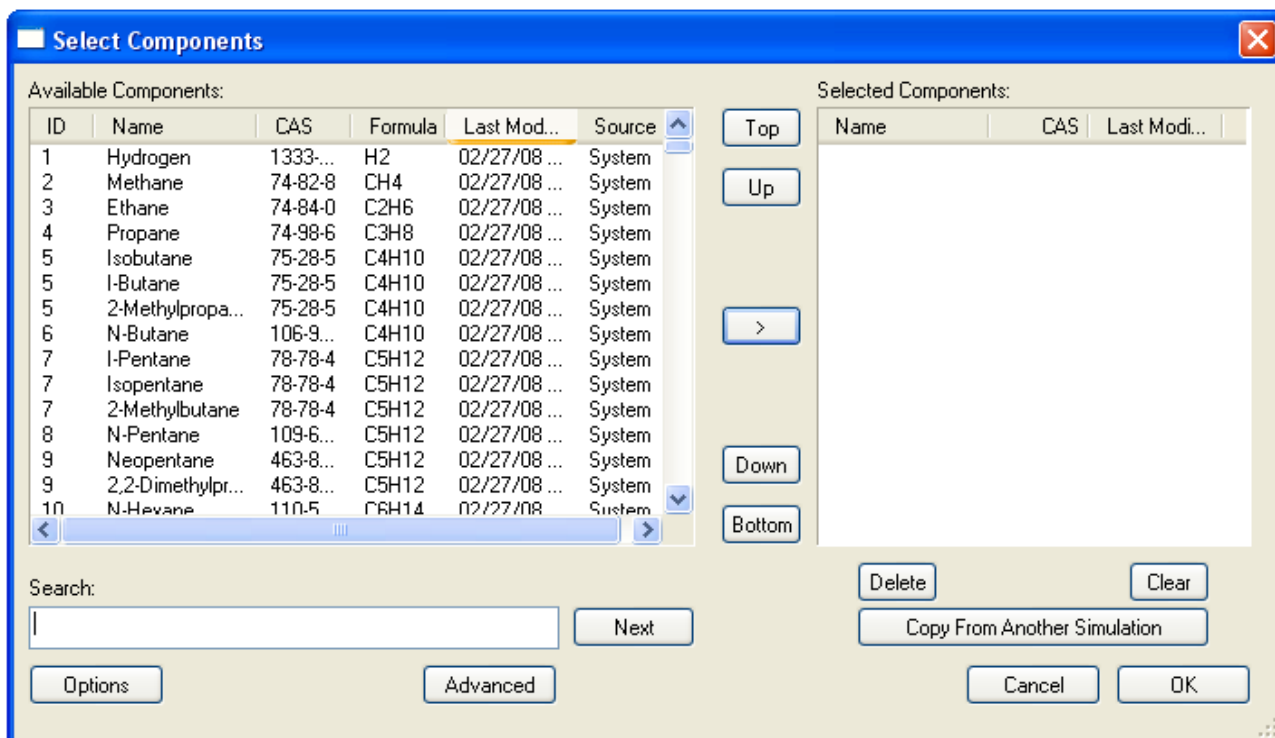


Рис. 21.6. Меню для выбора компонентов из базы данных

2. Строится технологическая схема производства. Для ее построения в моделирующих программах используется набор графических изображений, каждое из которых соответствует определенной единице оборудования, например, как изображено на рис. 21.7. Единицы оборудования расставляются на листе и соединяются линиями потоков (рис. 21.8). Необходимо обратить

внимание на то, что единицы оборудования связаны с определенными моделями, которые будут затем использоваться для расчета.

3. Задаются характеристики внешних входных потоков и параметры в моделях для расчетов единиц оборудования. Такая настройка осуществляется путем выделения (нажатия на изображение) каждого аппарата и каждого внешнего входного потока. При этом появляется индивидуальное для каждого типа оборудования меню.

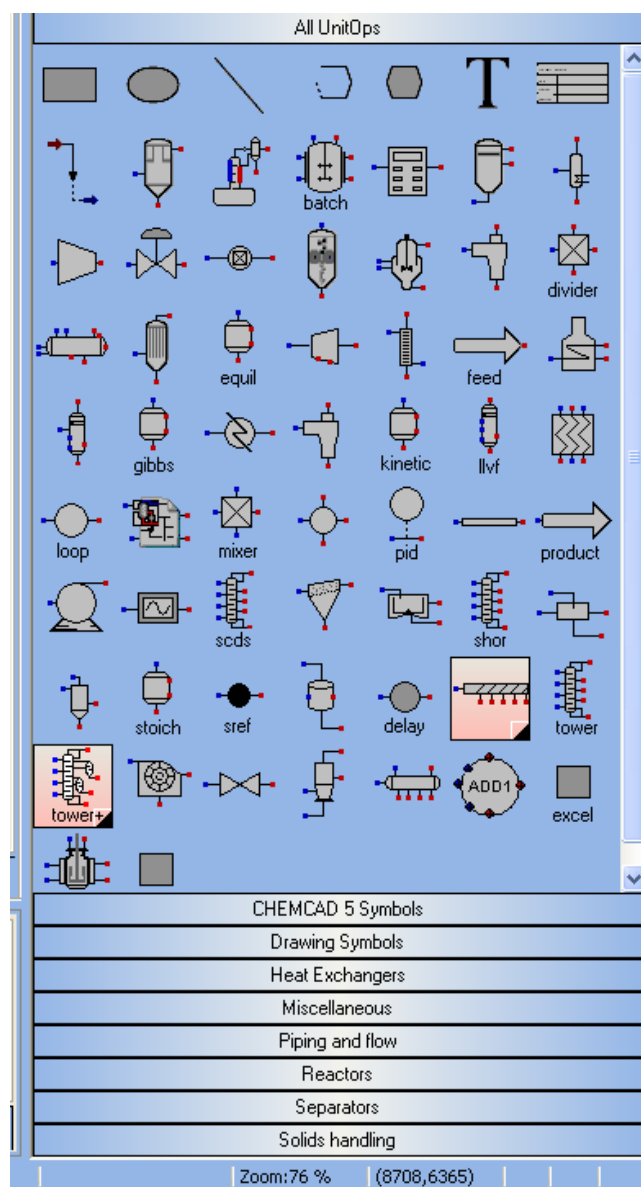
Рис. 21.7. Панель графических изображений единиц оборудования

4. Выполняются расчеты и представляются результаты в виде графиков, таблиц и т.п.

В основу всех расчетных модулей моделирующих программ заложены общие принципы законов сохранения, термодинамики и явлений переноса. Как правило, в основе математических моделей используемых в этих программах лежат простые представления о структуре потоков (идеальное вытеснение, идеальное смешение)

поэтому математическое описание имеет вид алгебраических уравнений. Исключение составляют динамические модели для описания нестационарных процессов. Описание кинетики процессов тепломассопереноса осуществляется на основе моделей различной сложности от теоретической тарелки и КПД колоны до матричного представления многокомпонентного массопереноса.

Важным преимуществом использования моделирующих программ является возможность рассчитывать технологические линии (производства), состоящие из большого количества связанных



потоками аппаратов и проводить оптимизацию. В этом случае задача моделирования заключается в решении системы большого числа нелинейных уравнений. Эта система включает расчет всех необходимых свойств для всех потоков, расходов и составов с применением выбранных моделей расчета свойств, процессов и аппаратов. Эти задачи решаются с помощью встроенных эффективных алгоритмов, которые можно самостоятельно настраивать.

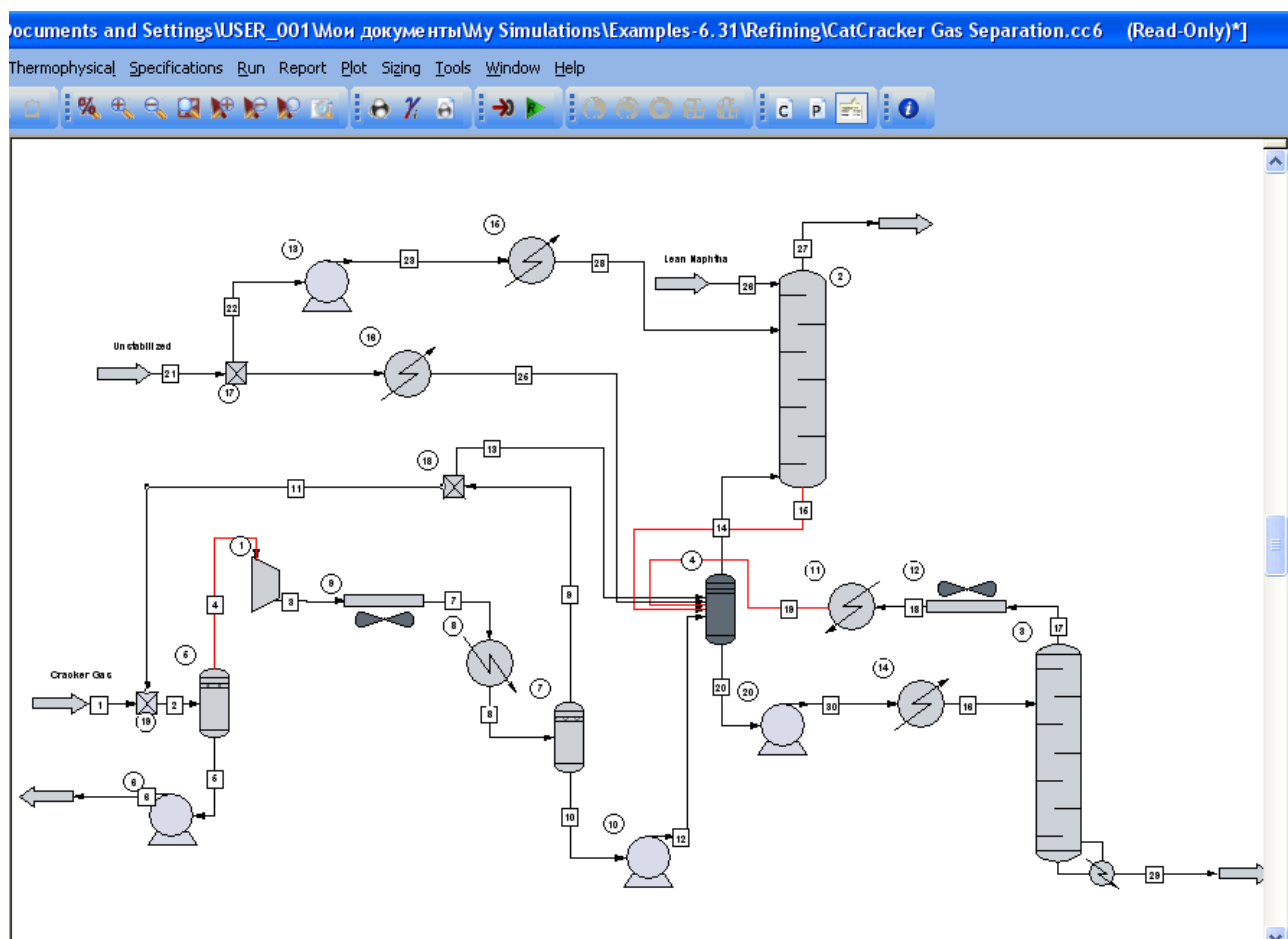


Рис. 21.8. Пример технологической схемы

Современные моделирующие программы предоставляют инженеру еще некоторые полезные возможности:

- создание пользователем собственного изображения единиц оборудования (аппаратов) технологической схемы;
- включение в программный пакет собственных разработок, в частности, алгоритмов расчета свойств многокомпонентных смесей и алгоритмов расчета единиц оборудования;

– интегрируемость программы с другими программными продуктами, прежде всего, с используемыми для монтажно-технологического проектирования, например, с AutoCAD.

Очевидно, что использование моделирующих программ существенно облегчает решение задач химической технологии. На первый взгляд, может показаться, что наступило время, когда это может с успехом сделать даже не разбирающийся глубоко в науке о процессах и аппаратах химической технологии пользователь, путем последовательного нажатия кнопок на панелях инструментов. Однако это не так, решение каждой задачи требует индивидуального осмысления сути протекающих в аппаратах явлений для осознанного выбора аппаратов и математических моделей, с учетом понимания тех допущений и предположений которые в них заложены. Также важно уметь правильно анализировать и интерпретировать результаты моделирования, чтобы исключить грубые ошибки, которые могут возникнуть ввиду использования некорректной математической модели или найденного приближенного решения.

Наряду с большим числом преимуществ использования моделирующих программ для решения задач химической технологии, можно сформулировать и очевидные недостатки. В основном они связаны с тем, что используемые в них математические модели процессов основаны на идеальной структуре потоков в аппаратах и записаны для средних величин по всему аппарату или некоторому объему аппарата. Такие модели, за исключением нестационарного случая, имеют вид алгебраических уравнений. Вследствие этого, результатами моделирования являются либо средние значения величин концентрации и температуры по аппарату, либо их одномерное распределение. Очевидно, что без использования таких простых моделей невозможно было бы моделировать сложные технологические линии и производства. Однако необходимо помнить, что структура потока и возникающие при этом неоднородности полей концентраций и температур могут существенно влиять на протекание процессов и не учет этого может приводить к неадекватным результатам моделирования. Поэтому результаты расчетов моделирующих программ желательно проверять путем сравнения с небольшим массивом экспериментальных данных.

Рассмотрим в качестве примера широко используемый процесс осушки природного газа. Как известно, наличие избыточной влаги в газе вызывает ряд

серьезных проблем при его транспортировке, связанных с образованием конденсата, ледяных пробок, кристаллогидратов, коррозией трубопроводов и т.д. Для удаления влаги из углеводородных газов, в зависимости от их состава применяют различные способы. Здесь будет рассмотрен процесс осушки природного газа методом абсорбции, который часто используется в случае малого содержания в газе тяжелых углеводородов. В качестве абсорбента традиционно используются гликоли, поэтому рассмотрим в качестве абсорбента диэтиленгликоль. Сформулируем следующую задачу: рассчитать установку абсорбционной осушки природного газа, производительностью 400 т/час. Состав подаваемого на осушку газа приведен в таблице 21.1. Согласно ОСТ 51.40-93 на природный газ, транспортируемый по магистральным газопроводам в холодной климатической зоне в зимний период, температура росы осушенного газа должна быть не выше  $-25^{\circ}\text{C}$  для давления 5,5 МПа. Это соответствует концентрации воды  $2 \cdot 10^{-4}$  массовых доли.

В результате решения этой задачи необходимо определить основные размеры колонных аппаратов и провести анализ влияния количества циркулирующего диэтиленгликоля, давления в абсорбере и высоты насадочного слоя на концентрацию воды в осушенном газе.

Для выполнения этого задания с использованием пакета CHEMCAD выполним следующие шаги:

1. Создадим новый файл. На рабочем листе разработаем технологическую схему установки (рис.21.9), состоящую из насадочного абсорбера 1, в котором процесс поглощения паров воды диэтиленгликолем будет осуществляться при повышенном давлении; аппарата для сброса давления и выделения легкой газовой фракции из раствора с диэтиленгликолем 3; тарельчатой ректификационной колонны 2 для регенерации диэтиленгликоля, которая работает под вакуумом, обеспечивающим температуру в кубе ниже  $160^{\circ}\text{C}$ , для исключения процессов разложения диэтиленгликоля. В схеме предусмотрена рекуперация тепла потока, отводимого из куба ректификационной колонны с помощью теплообменника 4, также в схему включены насос 5 и теплообменник 6, для создания необходимого давления и температуры в потоке абсорбента подаваемого на осушку газа.

2. Выберем систему единиц измерения СИ, а размерности давление и температуры для удобства определим в МПа и  $^{\circ}\text{C}$ , соответственно.

3. Из базы данных (рис. 21.6) выберем компоненты, присутствующие в потоках технологической схемы.

4. Выберем термодинамические модели, по которым будут рассчитываться свойства и условия равновесия потоков в аппаратах (рис.21.10). Этот этап является очень важным, так как неадекватное описание термодинамических свойств может привести к существенному несоответствию рассчитанных данных с истинными. Поэтому, выбрав какую-либо из термодинамических моделей желательно проверить ее адекватность путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными. Для этого в CHEMCAD существует вкладка Plot, в которой имеются инструменты для

Особенностью рассматриваемой в данном примере системы является то, что один компонент – метан находится при температуре намного выше критической. Поэтому, несмотря на то, что система вода-диэтиленгликоль близка идеальному раствору использование соотношения Рауля для расчета равновесия приводит к значительным ошибкам по растворимости метана в диэтиленгликоле. Необходимо учитывать, что процесс абсорбции проводится при высоких давлениях, и, следовательно, коэффициенты летучести компонентов в газовой фазе могут существенно отличаться от единицы (разд.12.1). Анализ имеющихся в распоряжении CHEMCAD моделей показал, что наиболее адекватные результаты обеспечивает модель PSRK (предсказывающее уравнение состояния Соава-Редлиха-Квонга) с расчетом летучести компонентов газовой фазы.

The diagram illustrates a chemical process involving a distillation column, a reboiler, and a condenser. The system includes several numbered streams and components:

- Streams:** Numbered 1 through 13, representing different flows within the system.
- Components:**
  - Distillation Column:** A vertical vessel with internal trays, used for separating components based on volatility.
  - Reboiler:** A heat exchanger at the bottom of the column, heated by a steam jacket (indicated by a red line).
  - Condenser:** A heat exchanger at the top of the column, cooled by a water jacket (indicated by a red line).
  - Pumps:** Three pumps are shown, labeled 5, 6, and 7, which move liquids between different parts of the system.
  - Storage Tank:** A vertical cylindrical tank used for storing intermediate products or feeds.
  - Control Elements:** Various symbols like valves, flow controllers, and measurement points are present throughout the process.
- Flow Path:**
  - Feed stream 1 enters the distillation column.
  - Distillate stream 2 exits the top of the column.
  - Bottoms stream 3 exits the bottom of the column.
  - Stream 4 goes from the reboiler to a storage tank.
  - Stream 5 is pumped from the storage tank to the reboiler.
  - Stream 6 is pumped from the reboiler to the condenser.
  - Stream 7 is pumped from the condenser to the reboiler.
  - Stream 8 is a side product from the condenser.
  - Stream 9 is another side product from the condenser.
  - Stream 10 is a feed to the condenser.
  - Stream 11 is a feed to the condenser.
  - Stream 12 is a feed to the condenser.
  - Stream 13 is a feed to the condenser.

- 835 -

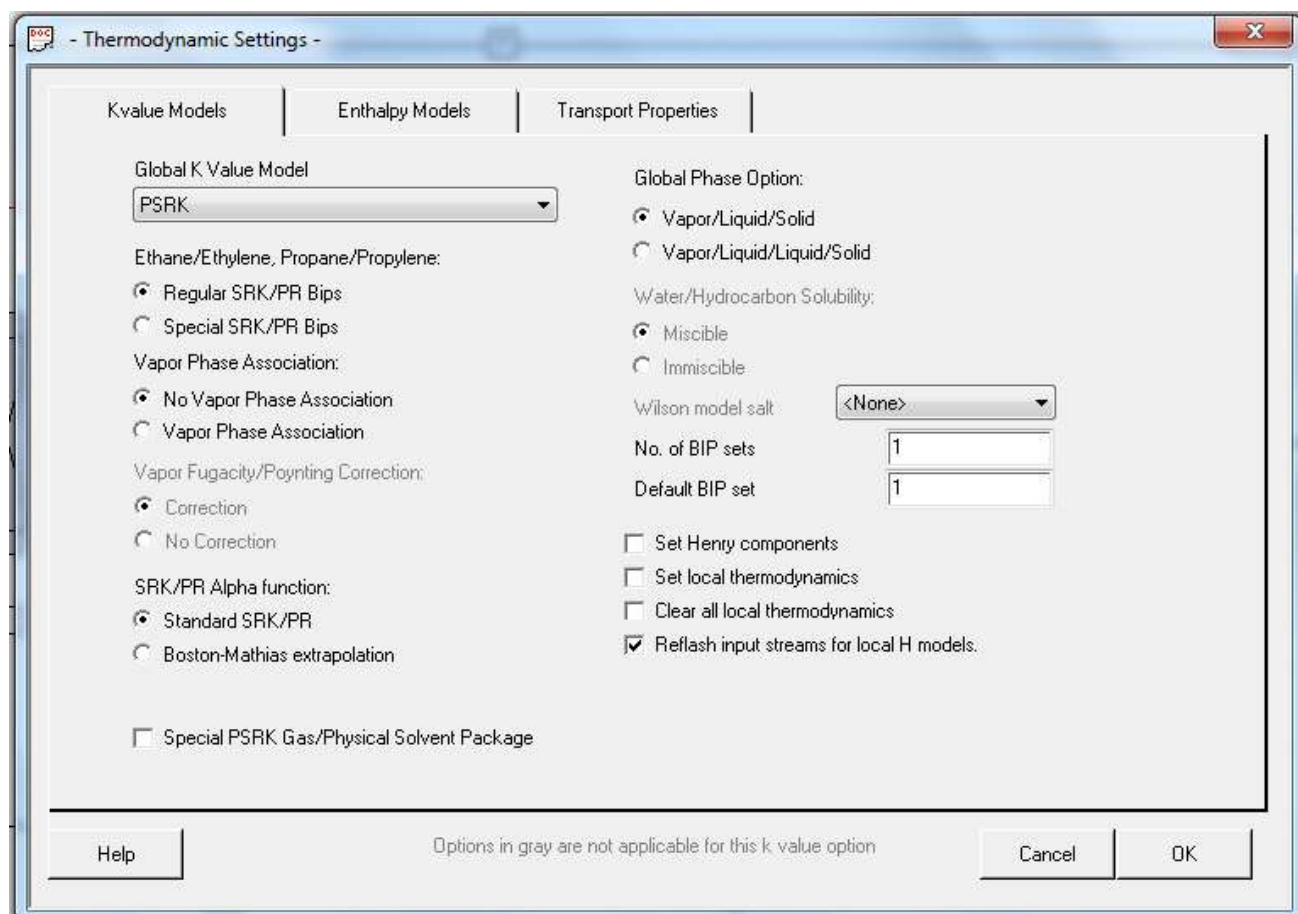


Рис. 21.10. Выбор термодинамической модели

5. Зададим параметры потоков питания 1 (рис. 21.9) и начальное приближение параметров рециркуляционного потока 13. Параметрами являются: расход, покомпонентный состав, температура и давление.

6. Зададим параметры оборудования. Абсорбер 1 задается насадочным с керамическими кольцами Рашига диаметром 50 мм и высотой насадочного слоя 15 м, расчетная модель выбирается аналогичной изложенной в разделах 12.7.2, 12.8.3.

Ректификационная колонна 2 задается тарельчатой, тип тарелки – колпачковый, общее число тарелок 5, тарелка питания 3, считая с верха колоны, флегмовое число  $R=2$ , мольная доля воды в кубе 0,001, дефлегматор – парциальный конденсатор, из которого выходит паровой поток 9, содержащий метан, и жидкий поток 8, обогащенный водой. Расчетная модель выбирается аналогичной изложенной в разделах 12.7.3, 12.8.4.

В аппарате для сброса давления 3 устанавливается выходное давление потока 4 равное 0,005МПа. Для теплообменника 4 задается температура выходного потока 6 равная 70<sup>0</sup>С. Для насоса 5 устанавливается давление в потоке 12, которое в соответствии с установками контролера 7 принимается равным давлению во входном газовом потоке в абсорбер. Для теплообменника 6 задается температура выходного потока 11 равная температуре входного газового потока в абсорбер.



Далее существует возможность выполнить расчет как одного выбранного аппарата, так и всей технологической схемы. Результаты расчета технологической схемы для некоторых потоков представлены в таблице 21.1. Из таблицы видно, что в потоке 3, осушенного газа, концентрация воды не соответствует заданной концентрации.

Таблица 21.1

### Исходные данные и результаты расчета установки осушки природного газа

Потоки	1	2	3	5	8	9	13
Температура, °С	25,0	25,8	26,9	26,2	32,9	32,9	25,0
Давление, МПа	1,500	1,500	1,500	0,005	0,005	0,005	1,500
Массовая доля пара	1	0	1	1	0	1	0
Массовый расход, кг/ч	400000	20732,8	399238,0	33,2	20,0	722,9	19971,1
<b>Состав, масс. дол.</b>							
Метан	0,9976	0,0015	0,9994	0,92241	$1,4 \cdot 10^{-10}$	0,00019	$7,8 \cdot 10^{-21}$
Вода	0,0024	0,0361	0,00056	0,07644	0,9999	0,9998	0,00019
ДЭГ	0	0,9624	0,00004	0,00115	0,000090	$1,03 \cdot 10^{-7}$	0,9998

Достичь требуемые параметры осушенного газа можно подбором параметров оборудования и условий проведения процесса. В качестве таких варьируемых переменных рассмотрим расход циркулирующего диэтиленгликоля, давление в абсорбере и высоту насадочного слоя. Для проведения расчетов с варьированием некоторых технологических параметров в CHEMCAD имеется специальный инструмент – анализ чувствительности, который позволяет определить влияние некоторых характеристик оборудования или потоков на другие характеристики процесса. Для этого необходимо задать варьируемые переменные, интервалы их изменения и число шагов. Далее нужно задать характеристики процесса, значения которых будут записываться в ходе многократных итерационных вычислений. На рис. 21.11-21.13 представлены результаты подобных расчетов, в которых варьировались количество циркулирующего диэтиленгликоля, давление в абсорбере и высота насадочного слоя. Как видно из представленных расчетных данных, для каждого из рассмотренных значений расхода абсорбента, можно подобрать значения высоты насадочного слоя и давления в абсорбере которые обеспечивают необходимую концентрацию воды в осушенном газе. Как и следовало ожидать, увеличение расхода абсорбента при фиксированном давлении в абсорбере приводит к уменьшению высоты насадочного слоя, то же самое происходит при увеличении давления при фиксированном расходе абсорбента. Следует иметь ввиду увеличение диаметров абсорбционной и ректификационной колонн с возрастанием расхода абсорбента (табл. 21.2).



Результаты анализа чувствительности позволяют далее сформулировать задачу оптимизации, если привязать изменяющиеся технологические характеристики к экономическим показателям.

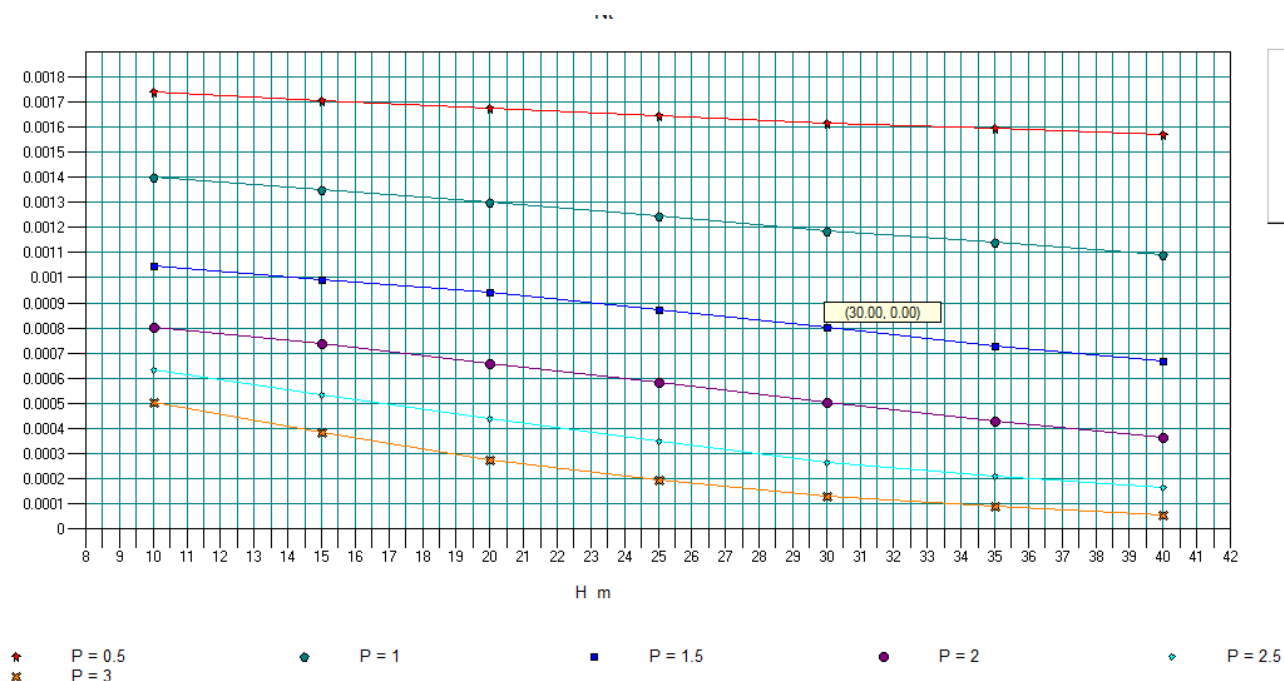


Рис. 21.11. Зависимость концентрации воды в осушенном газе от давления в абсорбере и высоты насадочного слоя при расходе абсорбента 10000 кг/ч

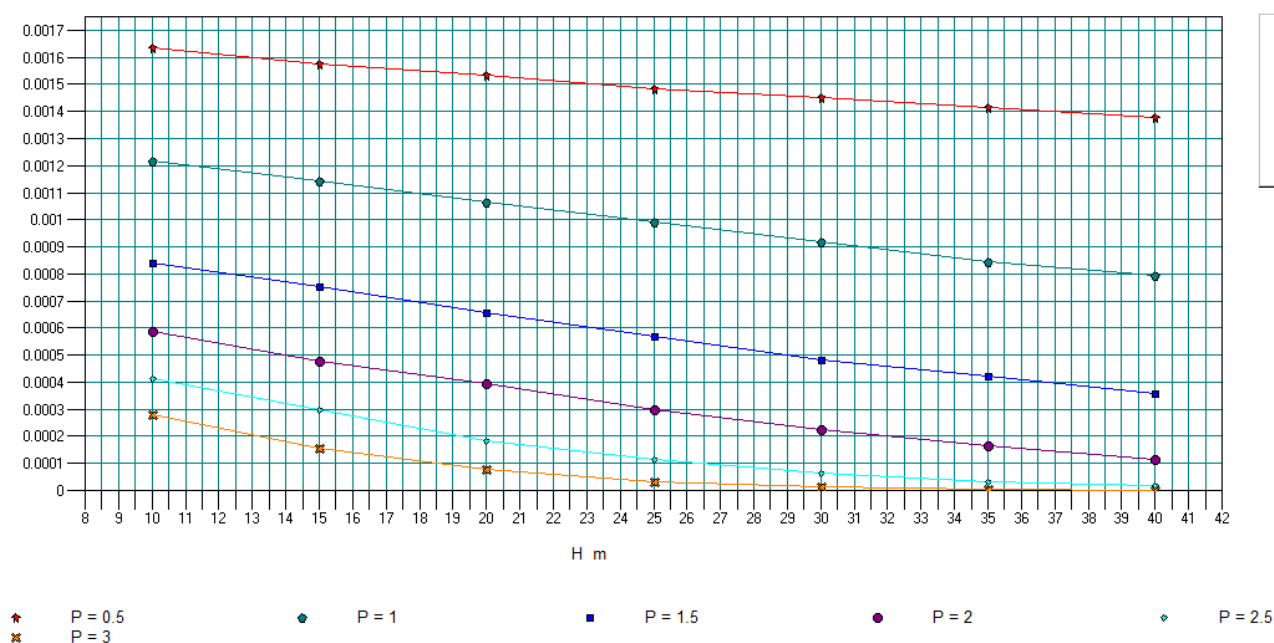


Рис. 21.12. Зависимость концентрации воды в осушенном газе от давления в абсорбере и высоты насадочного слоя при расходе абсорбента 15000 кг/ч

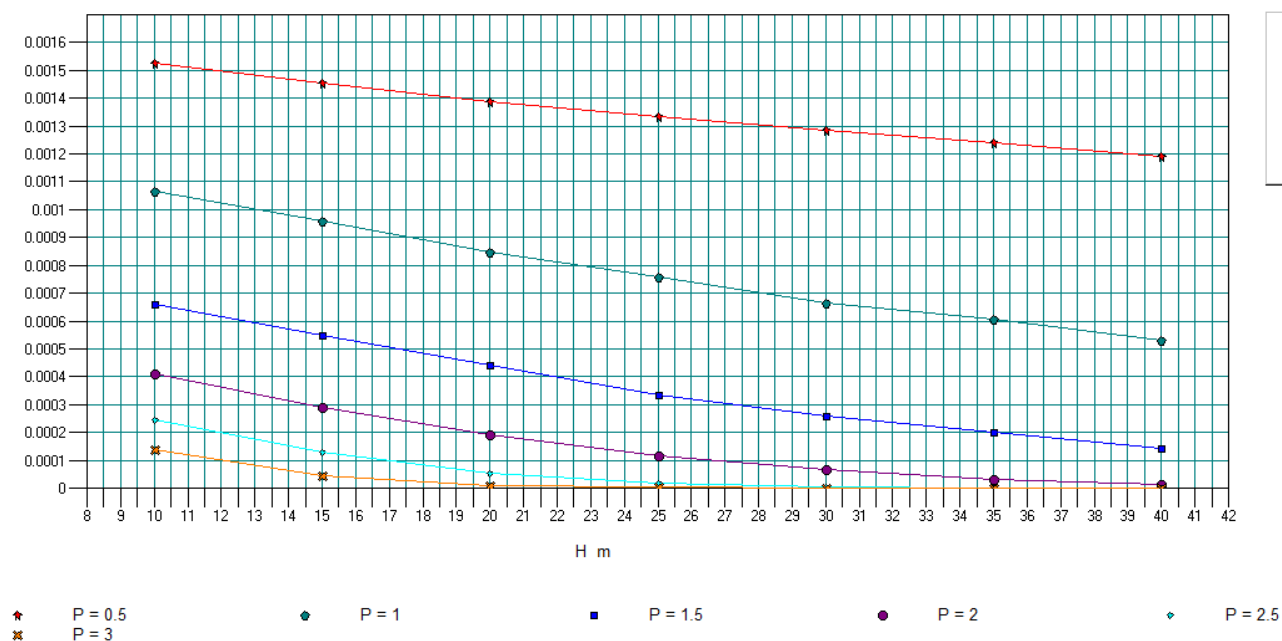


Рис. 21.13. Зависимость концентрации воды в осушенном газе от давления в абсорбере и высоты насадочного слоя при расходе абсорбента 20000 кг/ч

Таблица 21.2

### Диаметры колонных аппаратов в зависимости от расхода абсорбента

Расход абсорбента, кг/ч	10000	15000	20000
Диаметр абсорбера, м	3,6	4,7	4,8
Диаметр ректификационной колонны, м	1,7	2,0	2,4

В настоящее время решение любых задач химической технологии немыслимо без привлечения компьютеров. Современный инженер должен иметь компетенции, как в своей профессиональной области, так и области применения компьютерной техники для выполнения необходимых расчетов, графических и текстовых работ. Как было показано в этой главе, все существующие программные средства имеют как свои достоинства, так и недостатки, т.е. не существует идеальной программы наилучшим образом подходящей для решения любых задач химической технологии. Поэтому подготовка современного инженера не должна ограничиваться изучением какого-либо одного программного средства. Облик современного высококлассного инженера формирует не только его профессиональная подготовка, но и умение рационально пользоваться широким спектром программных средств, так как их грамотное

использование в своей профессиональной деятельности существенно повышает уровень решаемых задач и сокращает время, затрачиваемое на их решение.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие основные группы программных средств можно использовать для решения задач химической технологии?
2. В чем заключается преимущества и недостатки использования языков программирования?
3. В чем заключается преимущества и недостатки использования систем компьютерной математики?
4. Каковы основные этапы проведения численного эксперимента на основе теоретического описания процессов переноса субстанций? В чем заключаются преимущества и недостатки данной подгруппы программно-вычислительных комплексов?
5. В чем заключаются принципы работы, а также преимущества и недостатки программно-вычислительных комплексов на основе упрощенных моделей?
6. Перечислите основные этапы решения задач химической технологии с помощью программно-вычислительного комплекса CHEMCAD.

### **Вопросы для обсуждения**

1. Какое программное средство и почему выбрали бы Вы для расчета коэффициентов теплоотдачи с учетом температур стенок (10.17) – (10.21)? Какие бы вычислительные процедуры при этом использовали? Решите задачу расчета коэффициента теплопередачи в теплообменнике «труба в трубе», используя выбранное программное средство и условия примера 4.1 из [9].
2. Предложите объекты для эффективного применения численного эксперимента на основе теоретического описания процессов переноса субстанций при решении задач химической технологии.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А.Г. Касаткин. – 14-е изд., стереотип. – М.: Альянс, 2008. – 750 с.
2. Гельперин, Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии / Н.И. Гельперин. – М.: Химия, 1981. – 812 с.
3. Дытнерский, Ю.И. Процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. / Ю.И. Дытнерский. – 3-е изд. – М.: Химия, 2002. – 768 с.
4. Плановский, А.Н. Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии / А.Н. Плановский, П.И. Николаев. – 3-изд. – М.: Химия, 1987. – 540 с.
5. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: в 2 кн.; под ред. В.Г. Айнштейна. – М.: Химия, 2000. – 1760 с.
6. Фролов, В.Ф. Лекции по курсу «Процессы и аппараты химической технологии» / В.Ф. Фролов – СПб.: Химиздат, 2003. – 608 с.
7. Комиссаров, Ю.А. Процессы и аппараты химической технологии: учебное пособие для вузов / Ю.А. Комиссаров, Л.С. Гордеев, Д.П. Вент; под ред. Ю.А. Комиссарова. – М.: Химия, 2011. – 1230 с.
8. Основные процессы и аппараты химической технологии: пособие по проектированию / Г.С. Борисов [и др.]; под ред. Ю.И. Дытнерского. – 3-е изд., стереотип. – М.: Альянс, 2007. – 496 с.
9. Павлов, К.Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии / К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков. – 14-е изд., стереотип. – М.: Альянс, 2007. – 575 с.
10. Берд, Р., Явления переноса: / Р. Берд, В. Стьюарт, Е. Лайфут; пер. с англ. под ред. Н.М. Жаворонкова, В.А. Малюсова. – М.: Химия, 1974. – 688с.
11. Протодяконов, И.О. Явления переноса в процессах химической технологии / И.О. Протодяконов, Н.А. Марцулевич, А.В. Марков. – Л.: Химия, 1981. – 244 с.
12. Разинов, А.И. Явления переноса: учебное пособие / А.И. Разинов, Г.С. Дьяконов. – Казань: Изд-во КГТУ, 2002. – 136с.
13. Дмитриев, Е.А. Явления переноса массы в примерах и задачах: учебное пособие / Е.А. Дмитриев. – М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2005. – 120 с.
14. Кафаров, В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств. / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.

15. Веников, В.А. Теория подобия и моделирования / В.А. Веников, Г.В. Веников. – М.: Высшая школа, 1984. – 439 с.
16. Закгейм, А.Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов / А.Ю. Закгейм. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
17. Дьяконов, С.Г. Теоретические основы и моделирование процессов разделения веществ / С.Г. Дьяконов, В.И. Елизаров, А.Г. Лаптев. – Казань: Изд-во КГУ, 1993. – 437 с.
18. Разинов, А.И. Аналогия межфазного переноса субстанций и импульсопередача в системе газ – жидкая пленка / А.И. Разинов // Методы кибернетики химико-технологических процессов. – Казань, 1999. – С. 106.
19. Розен, А.М. Масштабный переход в химической технологии / А.М. Розен [и др.]. – М.: Химия, 1980. – 320 с.
20. Бенедек, П. Научные основы химической технологии / П. Бенедек, А.Ласло. – Л.: Химия, 1970. – 376 с.
21. Коган, В.Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии / В.Б. Коган – Л.: Химия, 1977. – 592 с.
22. Разинов, А.И. Теоретические основы процессов химической технологии: учебное пособие / А.И. Разинов, О.В. Маминов, Г.С. Дьяконов. – Казань: Изд-во КГТУ, 2005. – 362с.
23. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учебное пособие: в 10 т. Т. VI. Гидродинамика. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – 4-е изд., стер. – М.: Наука, 1988. – 736 с.
24. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
25. Левич, В.Г. Физико-химическая гидродинамика / В.Г. Левич – М.: Физматгиз, 1959. – 700 с.
26. Протодьяконов, И.О. Турбулентность в процессах химической технологии / И.О. Протодьяконов, Ю.В. Сыщиков – Л.: Наука, 1983. – 318 с.
27. Процессы и аппараты химической технологии. Явления переноса, макрокинетика, подобие, моделирование, проектирование: в 5 т. Т. 2. Механические и гидромеханические процессы / Д.А. Баранов [и др.]; под ред. А.М. Кутепова. – М.: Логос, 2001. – 600 с.
28. Разинов, А.И. Гидромеханические и теплообменные процессы и аппараты химической технологии: учебное пособие / А.И. Разинов, О.В. Маминов, Г.С. Дьяконов. – Казань: Изд-во КГТУ, 2007. – 212 с.

29. Айнштейн, В.Г. Псевдооживление / В.Г. Айнштейн [и др.]. – М.: Химия, 1991. – 400 с.
30. Черкасский, В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры / В.М. Черкасский. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 416 с.
31. Соколов, В.И. Центрифугирование / В.И. Соколов. – М.: Химия, 1976. – 408 с.
32. Ужов, В.Н. Очистка промышленных газов от пыли / В.Н. Ужов [и др.]. – М.: Химия, 1981. – 392 с.
33. Жужиков, В.А. Фильтрация: Теория и практика разделения суспензий / В.А. Жужиков. – М. Химия, 1980. – 400 с.
34. Брагинский, Л.Н. Перемешивание в жидких средах / Л.Н. Брагинский, В.И. Бегачев, В.М. Барабаш. – Л.: Химия, 1984. – 336 с.
35. Михеев, М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1973. – 320 с.
36. Романков, П.Г. Теплообменные процессы химической технологии / П.Г. Романков, В.Ф. Фролов. – Л.: Химия, 1982. – 288 с.
37. Исаченко, В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
38. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.
39. Галин, Н.М. Тепло- и массообмен / Н.М. Галин, П.Л. Кириллов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 376 с.
40. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
41. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
42. Таубман, Е.И. Выпаривание / Е.И. Таубман. – М.: Химия, 1982. – 328 с.
43. Машины и аппараты химических производств: учебник для вузов по специальности «Машины и аппараты химических производств и предприятий строительных материалов» / И.И. Поникаров [и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – 368 с.
44. Кафаров, В.В. Основы массопередачи / В.В. Кафаров. – М.: Высшая школа, 1979. – 439 с.
45. Шервуд, Т. Массопередача: / Т. Шервуд, Р. Пигфорд, Ч. Уилки; пер. с англ. под ред. В.А. Малюсова. – М.: Химия 1982. – 696 с.

46. Рид, Р. Свойства газов и жидкостей: / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд; пер с англ. под ред. Б.И. Соколова. – Л.: Химия, 1982, – 592 с
47. Романков, П.Г. Массообменные процессы химической технологии (системы с дисперсной твердой фазой) / П.Г. Романков, В.Ф. Фролов. – Л.: Химия, 1990. – 384 с.
48. Рудобашта, С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой / С.П. Рудобашта. – М.: Химия, 1980. – 248 с.
49. Рамм, В.М. Абсорбция газов / В.М. Рамм. – М.: Химия, 1976. – 655 с.
50. Александров, И.А. Массопередача при ректификации и абсорбции многокомпонентных смесей / И.А. Александров. – Л.: Химия, 1975. – 320 с.
51. Александров, И.А. Ректификационные и абсорбционные аппараты. Методы расчета и основы конструирования / И.А. Александров. – М.: Химия, 1978. – 280 с.
52. Николаев, Н.А. Эффективность процессов ректификации и абсорбции в многоступенчатых аппаратах с прямоточно-вихревыми контактными устройствами / Н.А. Николаев. – Казань: Отечество, 2011. – 116 с.
53. Махоткин, А.Ф. Теоретические основы очистки газовых выбросов производства нитратов целлюлозы / А.Ф. Махоткин. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2003. – 268 с.
54. Ягодин, Т.А. Основы жидкостной экстракции / Т.А. Ягодин, С.З. Каган, В.В. Тарасов. – М.: Химия, 1981. – 400 с.
55. Кельцев, Н.В. Основы адсорбционной техники / Н.В. Кельцев. – М.: Химия, 1984. – 592 с.
56. Аксельруд, Г.А. Экстрагирование. Система твердое тело – жидкость / Г.А. Аксельруд, В.М. Лысянский. – Л.: Химия, 1974. – 254 с.
57. Сажин, Б.С. Основы техники сушки / Б.С. Сажин. – М.: Химия, 1984. – 319 с.
58. Лыков, А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
59. Лыков, М.В. Сушка в химической промышленности / М.В. Лыков. – М.: Химия, 1976. – 432 с.
60. Тодес, О.М. Массовая кристаллизация из растворов / О.М. Тодес, В.А. Себалло, А.Д. Гольцикер. – Л.: Химия, 1984. – 232 с.

61. Аксельруд, Г.А. Растворение твердых веществ / Г.А. Аксельруд, А.Д. Молчанов. – М.: Химия, 1977. – 272 с.
62. Дытнерский, Ю.И. Баромембранные процессы. Теория и расчет / Дытнерский Ю.И. – М.: Химия, 1986. – 272 с.
63. Дытнерский, Ю.И. Мембранное разделение газов / Ю.И. Дытнерский, В.П. Брыков, Г.Г. Каграманов. – М.: Химия, 1991. – 344 с.
64. Ясавеев, Х.Н. Модернизация установок переработки углеводородных смесей / Х.Н. Ясавеев, А.Г. Лаптев, М.И. Фарахов. – Казань: Изд-во КГУЭ, 2004. – 307 с.
65. Дьяконов, Г.С. Применение программного продукта PHOENICS 3.3 для исследования регулярных гофрированных насадок / Г.С. Дьяконов [и др.] // Тепломассообменные процессы и аппараты химической технологии. – Казань, 2002. – С. 185 – 189.
66. Клинов, А.В. Моделирование многокомпонентного массопереноса при ректификации в насадочных колоннах на основе потенциалов межмолекулярного взаимодействия / А.В. Клинов [и др.] // Вестник Казан. технол. ун-та. – 2002. – № 1-2. – С. 382-388.
67. Olujić, Z. A corrugation geometry based model for efficiency of structured distillation packing / Z. Olujić, A.B. Kamerbeek, J. Graauw // Chem. Eng. And Proc. – 1999. – V. 38. – P. 683-695.
68. Бартенев, О.В. Фортран для профессионалов: Математическая библиотека IMSL Ч1 / О. В. Бартенев. – М.: Диалог-МИФИ, 2000. – 448 с.
69. Бартенев, О.В. Фортран для профессионалов: Математическая библиотека IMSL Ч.2 / О. В. Бартенев. – М.: Диалог-МИФИ, 2001. – 319 с.
70. Бартенев, О.В. Фортран для профессионалов: Математическая библиотека IMSL Ч.3 / О. В. Бартенев. – М.: Диалог-МИФИ, 2001. – 368 с.
71. URL:<http://www.mathworks.com/products/matlab/>
72. URL:<http://www.ptc.com/product/mathcad/>
73. URL:<http://www.maplesoft.com/products/Maple/index.aspx>
74. URL:<http://www.wolfram.com/mathematica/>
75. Дьяконов, В.П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство/ В.П. Дьяконов. – М.: – ДМК Пресс, 2010. – 624 с.
76. Дьяконов, В.П. Maple 7. Учебный курс/ В.П. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2002. – 672 с.



77. Дьяконов, В.П. MATLAB 6.5 SP1./7+Simulink5/6 – Основы применения / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 800 с.
78. Дьяконов, В.П. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11 / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 832 с.
79. URL: <http://www.altair.com>
80. URL: <http://www.cham.co.uk/>
81. URL: <http://www.cadfem-cis.ru>
82. Мухаметзянова, А.Г. Исследование закономерностей движения двухфазных сред в трубчатых турбулентных аппаратах диффузор-конфузорного типа / А.Г. Мухаметзянова, Г.С. Дьяконов, А.Н. Бергман // Вестник КГТУ – 2003. – №1. – С.113-115.
83. Мухаметзянова, А.Г. Интенсификация процесса перемешивания в малогабаритных трубчатых турбулентных аппаратах / А.Г. Мухаметзянова, Ю.М. Данилов, Г.С. Дьяконов // Химическая промышленность сегодня. – 2010. – №9. С. – 50-56.
84. Клинов, А.В. Гидродинамические характеристики аппаратов с двухъярусными открытыми турбинными мешалками / А.В. Клинов, А.Г. Мухаметзянова, Л.Р. Минибаева // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2011. – №12. – С. 12-15.
85. URL: [http://iom.invensys.com/RU/Pages/SimSci\\_ProcessEngSuite\\_PRO\\_P.aspx](http://iom.invensys.com/RU/Pages/SimSci_ProcessEngSuite_PRO_P.aspx)
86. URL: <http://www.aspentech.com>
87. URL: <http://www.chemstations.com>
88. URL: <https://www.honeywellprocess.com>
89. Зиятдинов, Н.Н. Математическое моделирование химико-технологических систем с использованием программы ChemCad: учебно-методическое пособие / Н.Н. Зиятдинов, Т.В. Лаптева, Д.А. Рыжов. – Казань: Изд-во КГТУ, 2008. – 160 с.
90. PRO/II 8.0: учебное пособие / Invensys System, Inc. 26561 Rancho Parkway South, Suite 100, Lake Forest, CA 92630, USA. Издано в США, июнь 2006. Перевод ООО «ИТК СЕРВИС», Россия 2007. – 72 с.
91. Дьяконов, С.Г. Кинетическое описание многокомпонентной диффузии в газах и жидкостях / С.Г. Дьяконов, А.И. Разинов // ЖТФ. – 1980. – Т.50. – №9. – С. 1948-1954.
92. Дьяконов, С.Г. Описание изобарно-изотермической диффузии в идеальных жидких смесях / С.Г. Дьяконов, А.И. Разинов // ТОХТ. – 1982. – Т.16. – №1. – С. 105-109.

93. Дьяконов, С.Г. Прогнозирование коэффициентов диффузии в жидких смесях на основе диоксида азота / С.Г. Дьяконов [и др.] // Вестник АН БССР. Сер. физ.-энерг. – 1989. – №1. – С. 58-63.
94. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### П.1. Некоторые сведения из области математики

#### П.1.1. Скаляры, векторы, тензоры

В учебном пособии использованы следующие обозначения величин: скаляры обозначаются обычными буквами ( $a$ ); векторы – буквами со стрелкой сверху ( $\vec{a}$ ); тензоры – буквами с волной сверху ( $\tilde{a}$ ).

*Скаляр* – величина, значение которой может быть выражено только числом. Скаляр задается одним числом.

*Скалярное поле* – совокупность значений скалярной функции в каждой точке пространства. Например,  $\rho(x,y,z)$  – поле плотности,  $T(x,y,z)$  – поле температуры,  $c_i(x,y,z)$  – поле концентрации и т.д.

*Вектор* – величина, характеризующаяся модулем (длиной) и направлением. В декартовой системе координат вектор задается тремя числами – проекциями на соответствующие оси :

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ , – единичные векторы, направленные вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

Вектор может быть представлен в виде строки или столбца:

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z) \quad \text{или} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}.$$

*Векторное поле* – совокупность векторов в каждой точке пространства. Например,  $\vec{W}(x,y,z)$  – поле скорости,  $\vec{j}_i(x,y,z)$  – поле потока вещества,  $\vec{q}(x,y,z)$  – поле теплового потока и т.д.

*Тензор второго ранга* – величина, характеризующаяся девятью числами, преобразующимися по определенному закону при переходе от одной системы координат к другой. В декартовой системе координат тензор второго ранга может быть представлен в виде матрицы размера  $3 \times 3$  (см. П.1.5.):

$$\tilde{a} = \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix}.$$

Частными случаями тензора являются скаляры (тензоры нулевого ранга) и векторы (тензоры первого ранга). В дальнейшем термин «тензор» будет употребляться только по отношению к тензорам второго ранга.

*Тензорное поле* – совокупность тензоров в каждой точке пространства. Например,  $\tilde{\tau}(x,y,z)$  – поле потока импульса (тензора напряжений).

### П.1.2. Некоторые действия с величинами

Умножение скаляра на вектор – все проекции умножаются на скаляр (обладает свойством коммутативности):

$$\vec{b} \vec{a} = \vec{a} \vec{b} = ba_x \vec{i} + ba_y \vec{j} + ba_z \vec{k} = \begin{pmatrix} ba_x \\ ba_y \\ ba_z \end{pmatrix} = \vec{c}.$$

Скалярное произведение векторов – перемножаются соответствующие проекции двух векторов и складываются (обладает свойствами коммутативности):

$$\vec{b} \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{b} = b_x a_x + b_y a_y + b_z a_z = c.$$

Тензорное произведение векторов (*диада*) – тензор, составленный из произведений элементов столбцов первого вектора и строк второго (свойством коммутативности не обладает):

$$\begin{bmatrix} \vec{a} \vec{b} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} b_x a_x & b_x a_y & b_x a_z \\ b_y a_x & b_y a_y & b_y a_z \\ b_z a_x & b_z a_y & b_z a_z \end{pmatrix} = \tilde{c}, \quad \begin{bmatrix} \vec{a} \vec{b} \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{b} \vec{a} \end{bmatrix}.$$

Умножение скаляра на тензор – все элементы тензора умножаются на скаляр (обладает свойством коммутативности):

$$b \tilde{a} = \tilde{a} b = \begin{pmatrix} ba_{xx} & ba_{xy} & ba_{xz} \\ ba_{yx} & ba_{yy} & ba_{yz} \\ ba_{zx} & ba_{zy} & ba_{zz} \end{pmatrix} = \tilde{c}.$$

Умножение вектора на тензор – строка вектора умножается на соответствующий столбец тензора и произведения складываются, в результате чего получаются проекции нового вектора  $\vec{c}$  (обладает свойством коммутативности):

$$\vec{b} \tilde{a} = \tilde{a} \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x a_{xx} + b_y a_{yx} + b_z a_{zx} \\ b_x a_{xy} + b_y a_{yy} + b_z a_{zy} \\ b_x a_{xz} + b_y a_{yz} + b_z a_{zz} \end{pmatrix} = \vec{c}.$$

### П.1.3. Дифференциальные операторы и их применение

Дифференциальный оператор Гамильтона  $\vec{\nabla}$  (набла) является векторным оператором. Сам по себе он величиной не является и может использоваться только для обозначения операции с величиной, записанной справа от него, как и любая другая производная. В декартовой системе координат его можно представить в виде

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \equiv \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}.$$

Применение оператора  $\vec{\nabla}$  к скалярным, векторным и тензорным функциям формально соответствует умножению вектора  $\vec{\nabla}$  на соответствующую величину (см. П.1.2):

$$\vec{\nabla} a = \vec{i} \frac{\partial a}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial a}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial a}{\partial z} \equiv \text{grad} a = \vec{c} \quad (\text{градиент скаляра } a);$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \equiv \text{div} \vec{a} = c \quad (\text{дивергенция вектора } \vec{a});$$

$$\vec{\nabla} \tilde{a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial a_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial a_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial a_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial a_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial a_{zy}}{\partial z} \\ \frac{\partial a_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial a_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial a_{zz}}{\partial z} \end{bmatrix} \equiv \text{div} \tilde{a} = \vec{c} \quad (\text{дивергенция тензора } \tilde{a});$$

$$\left[ \vec{\nabla} \vec{a} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_x}{\partial x} & \frac{\partial a_y}{\partial x} & \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ \frac{\partial a_x}{\partial y} & \frac{\partial a_y}{\partial y} & \frac{\partial a_z}{\partial y} \\ \frac{\partial a_x}{\partial z} & \frac{\partial a_y}{\partial z} & \frac{\partial a_z}{\partial z} \end{bmatrix} \equiv \text{grad} \vec{a} = \tilde{c} \quad (\text{тензор градиента вектора } \vec{a}).$$

Дифференциальный оператор  $\nabla^2$  (оператор Лапласа) имеет вид

$$\nabla^2 = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \text{div} \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Применение  $\nabla^2$  к скалярам и векторам формально соответствует умножению на соответствующую величину:

$$\nabla^2 a = \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} = c \quad (\text{лапласиан скаляра } a),$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{a} &= \vec{i} \nabla^2 a_x + \vec{j} \nabla^2 a_y + \vec{k} \nabla^2 a_z = \vec{i} \left( \frac{\partial^2 a_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial z^2} \right) + \quad (\text{лапласиан} \\ &+ \vec{j} \left( \frac{\partial^2 a_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial z^2} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial^2 a_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} \right) = \vec{c} \quad \text{вектора } \vec{a}). \end{aligned}$$

#### П.1.4. Символическая $\delta$ -функция Дирака

Символическая импульсная функция Дирака  $\delta(x)$  определяется следующим образом:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

$$\int_a^b f(\xi) \delta(\xi - X) d\xi = \begin{cases} 0, & X < a \text{ или } X > b \\ f(X) / 2, & X = a \text{ или } X = b \\ f(X), & a < X < b, \end{cases}$$

где  $f(x)$  – произвольная функция, непрерывная в точке  $x = X$ ,  $a < b$ .

### П.1.5. Матрицы и операции над ними

Прямоугольной матрицей  $[a_{ij}]$  размера  $m \times n$  называют совокупность скалярных элементов  $a_{ij}$ , расположенных в  $i$ -й строке и  $j$ -м столбце матрицы, содержащей  $m$  строк и  $n$  столбцов:

$$[a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdot & \cdot & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Матрица размера  $n \times n$  называется квадратной матрицей порядка  $n$ . Квадратная матрица называется диагональной  $[a_{ii}]$ , если для всех  $i \neq j$   $a_{ij} = 0$ .

Матрица  $[a_i]$  размера  $m \times 1$  называется столбцом, матрица размера  $1 \times n$  – строкой.

Две матрицы размера  $m \times n$   $[a_{ij}]$  и  $[b_{ij}]$  равны друг другу, если  $a_{ij} = b_{ij}$  для всех  $i$  и  $j$ .

Сумма двух матриц размера  $m \times n$   $[a_{ij}]$  и  $[b_{ij}]$  есть матрица  $[c_{ij}]$  размера  $m \times n$ :

$$[a_{ij}] + [b_{ij}] = [c_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}].$$

Произведение матрицы  $[a_{ij}]$  размера  $m \times n$  на скаляр  $b$  есть матрица  $[c_{ij}]$  размера  $m \times n$ :

$$b[a_{ij}] = [c_{ij}] = [ba_{ij}].$$

Произведение матрицы  $[a_{ik}]$  размера  $m \times r$  на матрицу  $[b_{kj}]$  размера  $r \times n$  есть матрица  $[c_{ij}]$  размера  $m \times n$ :

$$[a_{ik}][b_{kj}] = [c_{ij}], \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^r a_{ik} b_{kj}.$$

При умножении двух матриц число столбцов первой матрицы должно равняться числу строк второй, каждый элемент  $c_{ij}$  есть сумма произведений элементов  $i$ -й строки первой матрицы на соответствующие элементы  $j$ -го столбца второй матрицы. Следует помнить, что даже если  $[a_{ik}]$  и  $[b_{kj}]$  – квадратные матрицы, то в общем случае

$$[a_{ik}][b_{kj}] \neq [b_{kj}][a_{ik}].$$

Отметим ряд полезных свойств:

$$[a_{ij}] + [b_{ij}] = [b_{ij}] + [a_{ij}];$$

$$[a_{ij}] + ([b_{ij}] + [c_{ij}]) = ([a_{ij}] + [b_{ij}]) + [c_{ij}];$$

$$b(c[a_{ij}]) = (bc)[a_{ij}];$$

$$c([a_{ik}][b_{kj}]) = (c[a_{ik}])[b_{kj}] = [a_{ik}](c[b_{kj}]);$$

$$([a_{ik}][b_{kj}])[c_{j\ell}] = [a_{ik}]( [b_{kj}][c_{j\ell}] );$$

$$c([a_{ij}] + [b_{ij}]) = c[a_{ij}] + c[b_{ij}];$$

$$(c + b)[a_{ij}] = c[a_{ij}] + b[a_{ij}];$$

$$[a_{ik}]( [b_{kj}] + [c_{kj}] ) = [a_{ik}][b_{kj}] + [a_{ik}][c_{kj}];$$

$$([b_{jk}] + [c_{jk}])[a_{ki}] = [b_{jk}][a_{ki}] + [c_{jk}][a_{ki}].$$

Единичная матрица  $[I]$  порядка  $n$  есть диагональная матрица с единичными диагональными элементами. Для квадратной матрицы  $[a_{ij}]$  размера  $n \times n$  справедливо

$$[I][a_{ij}] = [a_{ij}].$$

Квадратная матрица  $[a_{ij}]^{-1}$  называется обратной, если

$$[a_{ij}][a_{ij}]^{-1} = [a_{ij}]^{-1}[a_{ij}] = [I],$$

$$[a_{ij}]^{-1} = [c_{ij}], \quad c_{ij} = \frac{A_{ji}}{\det[a_{ij}]}.$$

$A_{ij}$  – алгебраическое дополнение элемента  $a_{ij}$  в определителе  $\det[a_{ij}]$



$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij},$$

где  $M_{ij}$  – минор элемента  $a_{ij}$ , т.е. определитель порядка  $(n-1)$ , получающийся из определителя  $\det[a_{ij}]$  вычеркиванием  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца.

Определитель можно выразить через элементы произвольной его строки и столбца и их алгебраические дополнения:

$$\det[a_{ij}] = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij}.$$

Обратные матрицы обладают следующими свойствами:

$$([a_{ij}][b_{ij}])^{-1} = [b_{ij}]^{-1}[a_{ij}]^{-1};$$

$$(b[a_{ij}])^{-1} = b^{-1}[a_{ij}]^{-1};$$

$$([a_{ij}]^{-1})^{-1} = [a_{ij}].$$

Например,

$$[a_{ij}]^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} = [c_{ij}] = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix},$$

где  $c_{11} = \frac{A_{11}}{D} = \frac{a_{22}}{D}; \quad c_{12} = \frac{A_{21}}{D} = -\frac{a_{12}}{D};$

$$c_{21} = \frac{A_{12}}{D} = -\frac{a_{21}}{D}; \quad c_{22} = \frac{A_{22}}{D} = \frac{a_{11}}{D};$$

$$D = \det[a_{ij}] = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

## П.2. Выражения для потоков импульса и уравнения сохранения субстанций в различных системах координат

### П.2.1. Общий вид тензора вязких напряжений

В прямоугольной системе координат

$$\tau_{xx}^B = -2(\mu + \mu_r) \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{2}{3}(\mu + \mu_r)(\vec{\nabla} \cdot \vec{W});$$

$$\tau_{yy}^B = -2(\mu + \mu_T) \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\vec{\nabla} \cdot \vec{W});$$

$$\tau_{zz}^B = -2(\mu + \mu_T) \frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\vec{\nabla} \cdot \vec{W});$$

$$\tau_{xy}^B = \tau_{yx}^B = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_x}{\partial y} + \frac{\partial W_y}{\partial x} \right);$$

$$\tau_{yz}^B = \tau_{zy}^B = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_y}{\partial z} + \frac{\partial W_z}{\partial y} \right);$$

$$\tau_{zx}^B = \tau_{xz}^B = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_z}{\partial x} + \frac{\partial W_x}{\partial z} \right).$$

В частном случае несжимаемой среды ( $\rho = \text{const}$ ) из уравнения неразрывности (2.23)  $\vec{\nabla} \cdot \vec{W} = 0$ . Для плоскопараллельного равномерного движения в направлении оси  $x$   $\tau_{xx}^B = \tau_{yy}^B = \tau_{zz}^B = \tau_{yz}^B = \tau_{xz}^B = 0$  и  $\tau_{yx}^B = -(\mu + \mu_T) \frac{\partial W_x}{\partial y}$ .

В цилиндрической системе координат:

$$\tau_{rr}^B = -2(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_r}{\partial r} - \frac{1}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{W} \right);$$

$$\tau_{\theta\theta}^B = -2(\mu + \mu_T) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{W_r}{r} - \frac{1}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{W} \right);$$

$$\tau_{xx}^B = -2(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_x}{\partial x} - \frac{1}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{W} \right);$$

$$\tau_{r\theta}^B = \tau_{\theta r}^B = -(\mu + \mu_T) \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{W_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} \right);$$

$$\tau_{\theta x}^B = \tau_{x\theta}^B = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_\theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_x}{\partial \theta} \right);$$

$$\tau_{xr}^B = \tau_{rx}^B = -(\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial W_x}{\partial r} + \frac{\partial W_r}{\partial x} \right);$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{W} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial W_x}{\partial x}.$$

## П.2.2. Уравнения движения и неразрывности в цилиндрических координатах

Уравнение движения:

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_r}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} - \frac{W_\theta^2}{r} + W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{\partial p}{\partial r} - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}^B) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}^B}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}^B}{r} + \frac{\partial \tau_{rx}^B}{\partial x} \right) + \rho g_r ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_\theta}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_\theta}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{W_r W_\theta}{r} + W_x \frac{\partial W_\theta}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}^B) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\theta}^B}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta x}^B}{\partial x} \right) + \rho g_\theta ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_x}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_x}{\partial \theta} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}^B) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^B}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{xx}^B}{\partial x} \right) + \rho g_x . \end{aligned}$$

В частном случае  $\rho, \mu = \text{const}, \mu_r = 0$  (уравнение Навье-Стокса):

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_r}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} - \frac{W_\theta^2}{r} + W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 W_r}{\partial x^2} \right) + \rho g_r ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_\theta}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_\theta}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} + \frac{W_r W_\theta}{r} + W_x \frac{\partial W_\theta}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 W_\theta}{\partial x^2} \right) + \rho g_\theta ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial W_x}{\partial t} + W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial W_x}{\partial \theta} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} \right) = \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial W_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_x}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} \right) + \rho g_x . \end{aligned}$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r W_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho W_\theta) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho W_x) = 0.$$

### П.2.3. Локальная форма закона сохранения энергии в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial(\rho I')}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r(q_r^k + q_r^T)) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(q_\theta^k + q_\theta^T) - \frac{\partial}{\partial x}(q_x^k + q_x^T)$$

$$\text{или } \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + W_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r q_r^T) + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta^T}{\partial \theta} + \frac{\partial q_x^T}{\partial x} \right),$$

$$\text{где } q_r^T = -(\lambda + \lambda_r) \frac{\partial T}{\partial r}; \quad q_\theta^T = -\left( \frac{\lambda + \lambda_r}{r} \right) \frac{\partial T}{\partial \theta}; \quad q_x^T = -(\lambda + \lambda_r) \frac{\partial T}{\partial x};$$

$$q_r^k = c_p \rho T W_r; \quad q_\theta^k = c_p \rho T W_\theta; \quad q_x^k = c_p \rho T W_x.$$

Если режим движения ламинарный и все теплофизические характеристики постоянны, то уравнение Фурье - Кирхгофа (2.46) будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + W_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{W_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + W_x \frac{\partial T}{\partial x} = a \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right).$$

## П.3. Алгоритм расчета практической матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии

### П.3.1. Выражение для элементов матрицы коэффициентов многокомпонентной диффузии в среднеобъемной системе отчета

В рамках подхода независимой диффузии матрицу коэффициентов многокомпонентной диффузии в жидкой смеси можно выразить через эйнштейновские коэффициенты диффузии [91-93]:

$${}^v D_{ij} = \sum_{k=1}^{n-1} \left( (D_i \delta_{ik} - c_i (V_k D_k - V_n D_n)) \times \right. \\ \left. \times \left( \left( \delta_{kj} + \frac{x_k}{V_n} (V_j - V_n) \right) + \frac{x_k}{\gamma_k} \sum_{\ell=1}^{n-1} \frac{\partial \gamma_k}{\partial x_\ell} \left( \delta_{j\ell} + \frac{x_\ell}{V_n} (V_j - V_n) \right) \right) \right); \quad i, j = \overline{1, n-1}.$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера:  $\delta_{ij} = 0$ ,  $i \neq j$ ;  $\delta_{ij} = 1$ ,  $i = j$ .

Для расчетов коэффициентов активности  $\gamma_i$  могут применяться модельные уравнения Вильсона, НРТЛ и т.д. [46].

Для газов умеренной плотности это выражение упрощается, так как коэффициенты активности  $\gamma_i = 1$ , а парциальные объемы компонентов одинаковы  $V_i = \text{idem}$

$$^v D_{ij} = D_i \delta_{ij} - x_i (D_j - D_n).$$

### П.3.2. Расчет эйнштейновских коэффициентов диффузии в газовых смесях

В газах умеренной плотности эйнштейновские коэффициенты диффузии могут определяться на основе молекулярных характеристик. Так, для сферически симметричного потенциала межмолекулярного взаимодействия Леннард-Джонса они могут быть найдены из выражения [91]

$$D_i = \frac{3(kT)^{3/2}}{8\sqrt{\pi}p \sum_{j=1}^n x_j \sigma_{ij}^2 \left( 2m_{m,i} m_{m,j} / (m_{m,i} + m_{m,j}) \right)^{1/2} \Omega_{ij}(T_{ij}^*)},$$

$$\sigma_{ij} = (\sigma_i + \sigma_j) / 2, \quad T_{ij}^* = \frac{kT}{\varepsilon_{ij}}, \quad \varepsilon_{ij} = (\varepsilon_i \varepsilon_j)^{1/2},$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $m_{m,i}$  – масса молекулы компонента  $i$ ;  $\sigma_i, \varepsilon_i$  – параметры потенциала Леннард-Джонса, значения которых для ряда веществ приведены в [46], а также могут быть найдены по критическим параметрам [46] ( $\sigma_i$  – расстояние между молекулами, на котором  $\phi(\sigma_i) = 0$  (см. рис. 1.1), а  $\varepsilon_i$  – глубина потенциальной ямы);  $T, p$  – температура и давление в системе;  $x_i$  – мольная доля компонента  $i$ ;  $\Omega_{ij}(T_{ij}^*)$  – функция, учитывающая отличие потенциала Леннард-Джонса от твердых сфер, удобная аппроксимация которой приведена в [46];  $n$  – число компонентов смеси.

### П.3.3. Расчет эйнштейновских коэффициентов диффузии в жидких смесях

Для практического использования может быть применена приближенная формула [91, 92], связывающая  $D_i$  с коэффициентами бинарной диффузии при бесконечном разбавлении  $D_{ij}^0(x_j \rightarrow 1)$ :

$$D_i = \left( \sum_{j=1}^n (x_j / D_{ij}^0) \right)^{-1}.$$

По величинам  $D_{ij}^0$  имеется большой набор экспериментальных данных и полуэмпирических соотношений, например, Уилки-Ченга [9, 46]:

$$D_{ij}^0 = \frac{7,4 \cdot 10^{-12} (\beta_j m_j)^{1/2} T}{\mu_j \nu_i^{0,6}}, \text{ м}^2 / \text{с},$$

где  $m_j, \mu_j$  – мольная масса, кг/кмоль и коэффициент динамической вязкости растворителя, мПа·с;  $\beta_j$  – коэффициент, учитывающий ассоциацию молекул растворителя;  $\nu_i$  – мольный объем при нормальной температуре кипения чистого компонента  $i$ , см<sup>3</sup>/моль.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

# ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

*Александр Иванович Разинов  
Александр Вячеславович Клинов  
Герман Сергеевич Дьяконов*

*Ответственный за выпуск доц. В. В. Бронская*

Подписано в печать 27.10.2017

Формат 60×84 1/16

Бумага офсетная

Печать ризографическая

50,0 усл. печ. л.

53,75 уч.-изд. л.

Тираж 400 экз.

Заказ 218

Издательство Казанского национального исследовательского  
технологического университета

Отпечатано в офсетной лаборатории Казанского национального  
исследовательского технологического университета

420015, Казань, К. Маркса, 68