

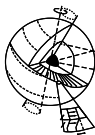
В. А. УМРИХИН



# ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ



УНИВЕРСИТЕТ  
книжный дом



РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ (РГГРУ)

В. А. УМРИХИН

---

# ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

*УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ*

Допущено УМО по образованию в области прикладной геологии в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по геологическим специальностям



УНИВЕРСИТЕТ  
книжный дом

Москва  
2009

УДК 544(075.8)  
ББК 24.5я73  
У55

Рецензент:  
доктор хим. наук, проф. *Н. Н. Акинфиев*  
*На обложке – друзья горного хрусталя.*  
**Фото М. А. Богомолова.**

**Умрихин В. А.**

У55      Физическая химия : учебное пособие / В. А. Умрихин. —  
М. : КДУ, 2009. — 232 с. : ил., табл.

ISBN 978-5-98227-578-3

В пособии изложены основные положения физической химии по всем разделам курса. Основное внимание уделяется современным подходам к анализу природных процессов на основании физико-химического моделирования с последующим расчетом на ЭВМ. В книге большое внимание уделяется анализу гидротермальных процессов и термодинамики процессов при высоких температурах и давлениях. В издании приведено решение большого количества задач, которые помогают студентам более полно разобраться с основными понятиями курса.

Книга по химии предназначена для студентов геологической специальности, обучающихся как в системе дневного и вечернего образования, так и в системе дистанционного образования.

УДК 544(075.8)  
ББК 24.5я73

ISBN 978-5-98227-578-3

© Умрихин В. А., 2009  
© Издательство «КДУ», 2009

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>11</b>
-----------------------	-----------

## РАЗДЕЛ I СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

<b>Введение .....</b>	<b>13</b>
<b>Глава 1. Строение атома.....</b>	<b>15</b>
1.1. Способы описания движения материи.....	15
1.2. Основные этапы развития теории строения атома .....	17
1.3. Строение атома по Н. Бору. Атом водорода .....	19
1.4. Успехи и принципиальные затруднения теории Н. Бора .....	21
1.5. Корпускулярно-волновой дуализм. Волны де Бройля. Принцип неопределенности В. Гейзенберга .....	22
1.6. Квантомеханический метод описания движения частицы. Волновая функция. Уравнение Э. Шредингера.....	24
1.7. Уравнение Э. Шредингера для атома водорода .....	33
1.8. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева.....	42
1.9. Местонахождение электрона в атоме .....	44
Вопросы и задачи по теме «Строение атома» .....	46
<b>Глава 2. Строение молекул .....</b>	<b>47</b>
2.1. Теория химической связи и ее задачи.....	47
2.2. Ионная и ковалентная связь атомов в молекулах.....	47
2.3. Метод валентных связей. Теория Гейтлера и Лондона.....	50

2.4. $\sigma$ - и $\pi$ -связи в молекуле.....	56
2.5. Гибридизация атомных орбиталей .....	56
2.6. Основные идеи метода молекулярных орбиталей в приближении ЛКАО.....	59
2.7. Описание молекулы по методу МО ЛКАО .....	59
2.8. Строение отдельных молекул.....	65
2.9. Строение неорганических кристаллических веществ.....	67
Вопросы и задачи по теме «Строение молекул» .....	68

## РАЗДЕЛ II

### ХИМИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

Введение.....	70
<b>Глава 3.</b> Основные законы термодинамики .....	70
3.1. Предмет и задачи химической термодинамики. Основные понятия и определения. Классификация термодинамических систем и процессов.....	70
3.2. Первый закон термодинамики. Основные понятия закона и формулировка. Понятие о функции состояния системы .....	72
3.3. Работа термодинамической системы против внешних сил .....	73
3.4. Применение первого закона термодинамики к анализу тепловых процессов .....	74
3.5. Энтальпия химической реакции. Определение и физический смысл энтальпии. $\Delta H^\circ_{f298}$ и $\Delta H^\circ_{298}$ ....	74
3.6. Теплоемкость вещества и реакции. Зависимость теплого эффекта реакции от температуры. Уравнение Кирхгофа.....	77
3.7. Предмет и основные понятия второго закона термодинамики .....	78
3.8. Энтропия. Определение и физический смысл понятия .....	79
3.9. Изменение энтропии как критерий направленности и равновесия в изолированной системе .....	81

3.10. Статистическая интерпретация энтропии Л. Больцмана. Понятие порядка и беспорядка в термодинамической системе.....	82
3.11. Зависимость энтропии и энтальпии от температуры.....	83
3.12. Расчет изменения энтропии для некоторых термодинамических процессов .....	84
3.13. Тепловая теорема Нернста (третье начало термодинамики) .....	86
Вопросы по теме «Первый и второй законы термодинамики» .....	88
<b>Глава 4. Учение о термодинамических потенциалах .....</b>	<b>89</b>
4.1. Определение и физический смысл термодинамических потенциалов. Понятие об изобарном потенциале реакции.....	89
4.2. Зависимость термодинамических потенциалов от параметров в закрытой системе .....	94
4.3. Зависимость изобарного потенциала от параметров в открытых системах. Понятие о химическом потенциале .....	95
4.4. Зависимость химического потенциала от температуры.....	96
4.5. Зависимость химического потенциала от давления.....	97
4.6. Уравнения состояния газа.....	100
4.7. Зависимость химического потенциала от количества вещества.....	106
<b>Глава 5. Анализ гетерогенного равновесия в закрытых системах .....</b>	<b>107</b>
5.1. Общая характеристика равновесного состояния....	107
5.2. Константа равновесия химической реакции. Изотерма Вант-Гоффа .....	108
5.3. Оценка температурного интервала устойчивости минералов .....	109
5.4. Поля устойчивости минералов. Строение Земли.....	110

5.5. Поля устойчивости минералов в присутствии углекислотного и флюида .....	112
5.6. Термодинамическое описание геотермометров и геобарометров .....	114
Вопросы и задачи по теме «Анализ равновесного состояния термодинамической системы» .....	116
<b>Глава 6.</b> Термодинамика растворов .....	117
6.1. Растворы. Основные понятия и определения .....	117
6.2. Реакции в растворах .....	118
6.3. Формы нахождения элементов в растворе .....	120
6.4. Классификация растворов. Законы Рауля и Генри .....	123
6.5. Термодинамика разбавленных растворов .....	125
6.6. Уравнение Клапейрона — Клаузиуса. Криоскопия и эбулиоскопия .....	126
6.7. Химический потенциал компонента разбавленного раствора .....	127
6.8. Анализ гетерогенного равновесия при стандартной температуре в рамках модели разбавленного раствора при 298 К .....	128
6.9. Анализ равновесия «минерал — раствор» .....	129
6.10. Анализ равновесия «газ — раствор» .....	131
6.11. Анализ равновесия «газ — раствор — минерал» ...	132
6.12. Анализ равновесия «минерал — раствор» в зависимости от рН раствора .....	134
Вопросы и задачи по теме: «Термодинамическое описание равновесия в растворах» .....	136
<b>Глава 7.</b> Термодинамика реальных растворов электролитов .....	136
7.1. Учет электростатического взаимодействия ионов в растворе .....	136
7.2. Методы расчета коэффициента активности электролита .....	138
7.3. Термодинамическая и концентрационная константы равновесия реакции .....	139
7.4. Методы прямого учета электростатического взаимодействия ионов при расчете изобарного потенциала .....	140

<b>Глава 8.</b> Термодинамика растворов при повышенной температуре и давлении .....	143
8.1. Расчеты константы равновесия реакции при нестандартной температуре раствора .....	144
8.2. Расчеты константы равновесия реакции при повышенном давлении .....	146
<b>Глава 9.</b> Использование ПЭВМ при проведении термодинамических расчетов.....	149
9.1. Расчет параметров равновесного состояния гетерогенной системы на ЭВМ.....	150
9.2. Расчет компонентного состава природных вод на основании элементного анализа пробы грунтовых вод.....	153
<b>Глава 10.</b> Твердые растворы.....	157
10.1. Основные понятия и определения .....	157
10.2. Термодинамика твердых растворов.....	158
10.3. Методы расчета химического потенциала компонента твердого раствора.....	159

### РАЗДЕЛ III ЭЛЕКТРОХИМИЯ

<b>Глава 11.</b> Основные определения и понятия электрохимии.....	161
11.1. Основные определения и понятия электрохимии .....	161
11.2. Окислительно-восстановительные реакции в растворах .....	162
11.3. Окислительно-восстановительный потенциал раствора.....	163
11.4. Измерение окислительно-восстановительного потенциала раствора.....	167
11.5. Водородный электрод сравнения.....	168
11.6. Анализ окислительно-восстановительных реакций в растворе .....	169
11.7. Определение направления окислительно-восстановительной реакции с использованием табличных данных по окислительно-восстановительным потенциалам полуреакций...	174



11.8. Окислительно-восстановительные реакции металлов при их взаимодействии с кислотами. Ряд напряжений металлов .....	175
11.9. Окисление металлов кислородом, растворенным в воде .....	177
11.10. Термодинамика гальванического элемента.....	178
<b>Глава 12. Анализ окислительно-восстановительных реакций с помощью Eh — pH диаграмм .....</b>	<b>181</b>
12.1. Основные понятия и определение Eh — pH диаграмм .....	181
12.2. Eh — pH диаграмма воды .....	183
12.3. Электрохимическое разложение воды с выделением кислорода .....	184
12.4. Электрохимическое разложение воды с выделением водорода .....	184
12.5 Анализ Eh — pH диаграммы воды .....	184
12.6. Электрохимия в геологии. Поля устойчивости окислов и гидроокислов ванадия .....	185
12.7. Анализ ОВ реакций в координатах $P(O_2) - pH$ ...	188
12.8. Зависимость параметров ОВ реакции от температуры и давления .....	189
 <b>РАЗДЕЛ IV</b> <b>КИНЕТИКА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ</b>	
<b>Глава 13. Основные понятия и определения кинетики .....</b>	<b>192</b>
13.1. Термодинамический и кинетический критерии оценки состояния термодинамической системы..	192
13.2. Скорость химической реакции .....	192
13.3. Факторы, влияющие на скорость химической реакции .....	193
13.4. Энергия активации реакции .....	194
13.5. Кинетическая классификация химических реакций.....	196
<b>Глава 14. Формальная и реальная кинетика процессов в растворах .....</b>	<b>197</b>

14.1. Формальные кинетические уравнения.....	197
14.2. Кинетика растворения твердого тела.....	198
14.3. Кинетика зарождения и роста кристаллов. Термодинамический и кинетический подходы к решению задачи .....	200
14.4. Кристаллизация вещества из расплава.....	202

## РАЗДЕЛ V

### ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ

<b>Глава 15. Термодинамика фазовых равновесий.....</b>	<b>204</b>
15.1. Основные понятия и определения термодинамики фазовых равновесий.....	204
15.2. Условия фазового равновесия. Правило фаз Гиббса. Минералогическое правило фаз .....	205
15.3. Анализ фазовых равновесий в однокомпонентных системах .....	207
15.4. Полиморфизм. Энантиотропные и монокотропные превращения.....	208
15.5. Диаграмма состояния воды.....	209
15.6. Диаграмма состояния кварца .....	210
15.7. Зависимость температуры плавления минералов от давления .....	212
<b>Глава 16. Фазовые равновесия в многокомпонентных системах .....</b>	<b>213</b>
16.1. Метод физико-химического анализа.....	213
16.2. Общая характеристика диаграмм состояния двухкомпонентных систем .....	215
16.3. Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с простой эвтектикой и с полиморфными превращениями компонентов .....	216
16.4. Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с образованием химического соединения, плавящимся без разложения (конгруэнтно).....	218
16.5. Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с образованием химического соединения, которое плавиться инконгруэнтно ...	219

16.6. Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с ликвацией .....	221
16.7. Диаграмма состояния двухкомпонентных систем с образованием твердых растворов.....	222
16.8. Диаграммы состояния трехкомпонентных систем. Основные понятия и определения. Треугольник Гиббса .....	224
16.9. Диаграмма состояния трехкомпонентной системы с простой эвтектикой .....	225
16.10. Диаграмма состояния трехкомпонентной системы с химическими соединениями, плавящимися конгруэнтно.....	226
<b>Заключение .....</b>	<b>228</b>
<b>Основные физическо-химические константы.....</b>	<b>229</b>
<b>Литература.....</b>	<b>230</b>
Литература к первому разделу лекций .....	230
Литература ко второму разделу лекций .....	230
Литература к третьему разделу лекций.....	231
Литература к четвертому разделу лекций .....	231
Литература к пятому разделу лекций .....	231

## ВВЕДЕНИЕ

В системе образования геолога физическая химия является одной из основных общеобразовательных дисциплин. Опираясь на фундаментальные законы природы, методы физической химии позволяют досконально разобраться в обширном экспериментальном и теоретическом материале, создавать научно-обоснованный прогноз по самым разным направлениям геологической практики и науки. Вместе с бурным внедрением компьютерных методов расчетов в научные разработки, физическая химия из академической науки превратилась в рабочий инструмент геолога любой специальности. Это потребовало пересмотреть содержание традиционного курса лекций. К сожалению, даже в прекрасно написанных учебниках по физической химии отсутствуют многие фундаментальные разработки последних лет. Особенно это касается расчетных методов и алгоритмов в таких разделах физической химии, как растворы, гетерогенные равновесия, минералообразование, окислительно-восстановительные процессы. Освещение этих вопросов занимает центральное место в лекциях. Курс состоит из трех разделов — строение вещества, термодинамика и кинетика. Отметим некоторые особенности лекций — они написаны для студентов 1-го курса, когда нельзя строго определить некоторые понятия. Особенно это касается первого раздела, так как потребовалось увязать четкость и доступность изложения с необходимой строгостью физической теории строения атома и молекулы. Термодинамика природных процессов занимает центральное место в лекциях. Основные понятия термодинамики определяются достаточно строго, их физический смысл раскрывается на конкретных примерах и задачах. В лекциях подробно разбираются достаточно общие методы анализа процессов при высоких температурах и давлениях; при анализе окислительно-восстановительных процессов широко используется метод  $Eh$ - $pH$ -диаграмм. Все эти вопросы, как правило, не включаются в традиционные курсы физической химии, так как решение конкретных задач по этим разделам физической химии требует

использования ЭВМ. Так как сегодня университет достаточно хорошо оснащен вычислительной техникой, оказалось целесообразным познакомить студентов с основными алгоритмами решения задач на ЭВМ. Кроме того, с материалами II и III разделов лекций, студенты будут дополнительно знакомиться при выполнении лабораторных и расчетных работ в практикуме по физической химии. Лекции написаны на основании почти двадцатилетнего опыта преподавания физической химии в РГГРУ. Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам по кафедре химии А. В. Панкратову, К. М. Корчемской, А. Н. Скачкову, Е. Д. Дерябиной, К. Б. Бицоеву, результаты многолетних обсуждений с которыми нашли свое отражение в содержании лекций. Особенно автор признателен профессору Н. Н. Акинфиеву, без творческой и научной поддержки которого данные лекции просто не были бы написаны. Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность М. В. Романовой за помощь в оформлении и редактировании лекций, профессорам университета, особенно В. М. Швецу, В. И. Пахомову, А. А. Верчебе, П. А. Игнатьеву, В. И. Комащенко, В. Е. Бойцову за поддержку и научные консультации по различным разделам лекций. Хотя подбор материала и примеров к общим положениям курса в существенной мере учитывает интересы именно геологической специализации, изложение носит достаточно общий характер и материал лекций будет полезен при изучении геохимии, геофизики, гидрогеологии и т. д.

## **Раздел I**

# **СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА**

## **ВВЕДЕНИЕ**

В данном разделе лекций мы познакомимся со структурной единицей вещества — атомом. Атомы объединяются в молекулы, молекулы объединяются в более сложные структуры — вещество — и по такой примерно схеме происходит образование окружающего нас мира. В природе существует порядка 100 разных атомов, из которых построен окружающий нас мир. Но именно индивидуальные физико-химические свойства атомов определяют будущую структуру вещества, которое может возникнуть при объединении атомов. Поэтому так важно знать строение атома. Эта задача оказалась настолько сложной, что только 100 лет назад появились первые, научно обоснованные теории, объясняющие природу атома. Научное познание мира возможно лишь в результате целенаправленного эксперимента, т. е. исследования явления в точно контролируемых условиях, позволяющих воспроизводить результаты опытов при повторении этих условий. Прогресс в понимании картины мира происходит в двух случаях: когда наблюдаемые экспериментально явления не получают полного и последовательного объяснения в рамках существующих теорий; когда открывается совершенно новый класс явлений, для которых вообще нет соответствующих теоретических объяснений. В первом случае существующие физические теории нуждаются в замене новыми, при этом происходит пересмотр основных научных представлений об устройстве мира. Говорят о революции в познании мира. Во втором случае возникают

совершенно новые понятия о мире. Такая ситуация в физике сложилась на рубежах XIX и XX вв. В 1896 г. А. Беккерель обнаружил естественную радиоактивность вещества, в 1897 г. Дж. Томсон (лорд Кельвин) открыл электрон, в 1900 г. М. Планк высказал научно обоснованную гипотезу, коренным образом противоречащую всей существующей системе представлений о взаимодействии вещества с излучением. Существо гипотезы Планка сводилось к следующему: атом или молекула вещества поглощает или испускает не произвольную порцию энергии, а только целое число элементарных порций:  $E = n \times h\nu$ ,  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  (Дж  $\times$  сек),  $\nu$  (Гц)-частота излучения,  $n = 1, 2, 3...$  Человечество познакомилось с принципиально новым явлением в природе — *квантованием*! Следует обратить внимание на тот факт, что к началу XX столетия уже было доказано, что в природе существует минимальный положительный и отрицательный электрический заряд, равный заряду электрона. Поэтому можно считать, что произвольный электрический заряд частицы  $Q$  квантован, так как его величина равна произведению заряда электрона на целое число:  $Q = \pm n \times e$ ,  $e = -1,6 \times 10^{-19}$  Кл,  $n = 1, 2, 3...$  В 1913 г. Н. Бор сформулировал квантовые постулаты, характеризующие особенности движения электронов в атоме. В работе «О строении атомов и молекул» Н. Бор писал: «...что касается законов движения электронов, то представляется необходимым ввести в эти законы чуждую классической электродинамике величину, а именно — постоянную Планка». Н. Бору удалось предсказать особенности, которым должна удовлетворять еще не построенная к тому времени волновая механика, и которая должна описывать законы движения микрочастиц. Окружающий нас мир состоит из взаимодействующих частиц самых разных размеров и природы. Сегодня не существует единой теории, которая описывала бы поведение различных частиц, из которых состоит окружающий нас мир. В первую очередь это касается частиц, которые входят в состав ядра, поэтому имеет смысл рассмотреть основные разделы механики, которые описывают строение и поведение частиц, которые отличаются друг от друга массой (размерами), характером взаимодействия и скоростью движения.

## Глава 1

# СТРОЕНИЕ АТОМА

### 1.1. СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИИ

Движение частиц от очень больших размеров (например, галактики) до очень маленьких (элементарные частицы) описывается в разделах механики, которые мы называем как классическая, релятивистская, квантовая механика.

**Классическая механика.** Основные понятия классической механики были разработаны И. Ньютоном и Дж. Гамильтоном. Механика Ньютона исторически была первой разработанной системой понятий и законов, развитие которой привело к созданию того, что мы называем физикой. Основанная на наблюдениях за движением обычных тел в повседневной жизни, классическая механика нашла успешное применение при описании движения этих тел и их взаимодействий. При этом механика имела дело с материальными телами, которые по своим размерам, с одной стороны, не были сверхбольшими, как галактики или нейтронные звезды, а с другой стороны, не были такими малыми, как атомы. В основу модели механики Ньютона положены векторные величины — сила и импульс. Отметим, что при рассмотрении классической задачи о движении частицы ее масса  $m$  считается постоянной и уравнения движения получают интегрированием уравнения:  $m(d^2r/dt^2) = \sum fi$ ;  $r$  — радиус-вектор, соединяющий начало инерциальной системы координат с движущейся частицей. В механике Гамильтона в основу механической модели движения материи положено понятие энергии взаимодействия частиц. Пусть частица под действием внешних сил перемещается из точки А в точку В за время  $t = t_2 - t_1$  по одной из возможных траекторий движения. Тогда интеграл  $H = \int_1^2 (T - U) dt$  вдоль истинной траектории движения имеет минимальное значение.  $T(t, x, y, z)$  кинетическая энергия частицы в точке  $(xyz)$ ,  $U(t, x, y, z)$  — потенциальная энергия взаимодействия частицы с окружающим ее материальным миром. Функция  $L = T - U$  называется функцией Лагранжа. Реальная траектория движения частицы определяется варьированием функции Лагранжа. Можно показать, что законы Ньютона могут быть получены из принципа Гамильтона и наоборот.



Отметим, что законы классической механики находятся в полном соответствии с принципом относительности Галилея, который предполагает одновременность события (если произошло событие, то оно произошло для всех наблюдателей *одновременно!*). В релятивистской механике принцип одновременности события может не выполняться. Отметим, что одним из основных понятий классической механики является понятие о *траектории* движения частицы.

**Релятивистская механика.** Рассмотрим теперь задачу о движении тел со скоростями, которые соизмеримы с предельной скоростью взаимодействия тел — со скоростью света. В этом случае мы должны применить модель механики, связанную с общей теорией относительности. Если наложить определенные ограничения на движение тел (например, чтобы скорости тел менялись достаточно плавно) мы придем к модели механики, которая называется специальной теорией относительности [СТО] (А. Эйнштейн, 1905). Особенность движения тел, которое описывается СТО, связана с зависимостью инерционной массы тела, длины отрезка и хода часов от скорости движения тела. Эти положения СТО не имеют классической аналогии и связаны с одной единственной гипотезой: невозможно движение тела со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. Но для вновь построенной механики обязательно должен выполняться принцип соответствия (Н. Бор, 1923): всякая новая теория в физике должна сводиться к хорошо установленной классической теории, если эта теория прилагается к специальным случаям, которые успешно описываются менее общей теорией. Если в формулах СТО сделать предельный переход  $\lim u/c = 0$  ( $u$  — скорость движения частицы,  $c$  — скорость света), то законы движения СТО переходят в законы движения классической механики.

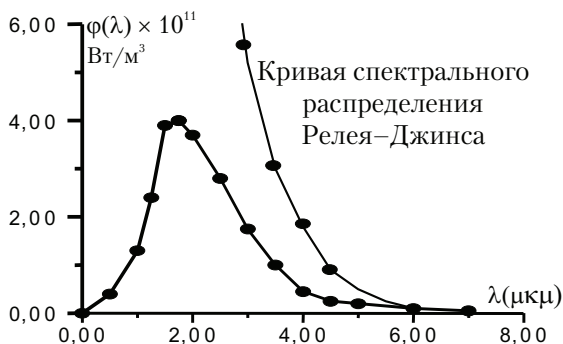
**Квантовая механика.** Квантовая механика, принципиально отличающаяся от рассмотренных моделей, создана для исследования поведения систем микромира. Здесь следует отметить, «что частицы вещества, например электроны, не могут внутри объектов атомного масштаба совершать все движения, описываемые классической механикой; физически возможными оказываются лишь некоторые движения, удовлетворяющие квантовым условиям, в которых фигурируют целые числа и постоянная Планка» [Луи де Бройль. По тропам науки]. Существуют две эквивалентные (но разные по форме) модели квантовой механики, разработанные

В. Гейзенбергом и Э. Шредингером. Релятивистское решение задач квантовой механики, выполненное П. Дираком, привело к открытию антивещества. Основные понятия, которые легли в основу квантовой механики, связаны с понятиями квантования, корпускулярно-волнового дуализма и принципом неопределенности. Пионерами в создании квантовой механики были Макс Планк и Нильс Хенрик Дейвид Бор. Современное здание квантовой механики возникло благодаря работам Шредингера, Гейзенберга, Дирака, Паули и др. выдающихся физиков.

## 1.2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ АТОМА

К концу XIX столетия полностью оформилось стройное и красивое здание классической физики. Законы, сформулированные Ньютоном и Максвеллом, точно и четко описывали гравитационные и электромагнитные взаимодействия в мире макроскопических частиц и в той части Вселенной, которая была доступна для изучения физикам тех дней. Практически все разделы физики были детально исследованы и только отдельные вопросы пока не имели ответа. Одними из таких нерешенных задач была проблема излучения энергии раскаленным твердым телом и строение атома. Несмотря на все попытки физиков дать полное объяснение экспериментальным фактам на основе классической физики, решение задач не было найдено. Первая задача была разрешена на основании **корпускулярной теории излучения М. Планка**, причем решение задачи оказалось совершенно неожиданным. На основании электромагнитной теории Максвелла, считалось, что излучение и поглощение энергии телом имеет волновую природу и является результатом взаимодействия колебаний линейных гармонических осцилляторов раскаленного тела (связанных электрических зарядов, подобных диполям).

На основании таких представлений был получен закон распределения излучения Релея–Джинса:  $\varphi(\lambda, T) = (2\pi c/\lambda^4)kT$ ;  $c$  — скорость света. К сожалению, формула Релея–Джинса давала относительно хорошее согласие с опытом только в области длинных волн спектра излучения; в области УФ-излучения формула Р–Д была совершенно не корректна. Учитывая все эти трудности и обобщая многочисленные экспериментальные данные, Макс Планк сформулировал принципиально новые законы взаимодействия вещества



**Рис. 1.1.** Спектральное распределение излучения твердого тела при 2000 К

с излучением: 1) разогретое тело не излучает свет непрерывно. Излучение или поглощение энергии происходит только в момент изменения амплитуды колебания осциллятора; 2) осциллятор может испускать или поглощать энергию только определенными порциями, так называемыми *квантами*. Энергия кванта  $\varepsilon = h\nu$ ,  $h$  (постоянная Планка) =  $6,626 \times 10^{-34}$  (Дж  $\times$  сек),  $\nu$  (Гц) — частота излучения. 14 октября 1900 г., на заседании Берлинского физического общества, М. Планк доложил результаты своих экспериментальных и теоретических исследований по проблеме взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. М. Планк предложил принципиально новый подход к проблеме и вывел новый закон распределения энергии в спектре излучения раскаленного тела:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{\sigma^2 \times \hbar}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{\hbar \sigma}{\lambda \times kT}\right) - 1 \right]};$$

где  $\sigma = 2\pi c$ ;  $c$  — скорость света,  $\hbar = h/2\pi$ .

Гипотеза М. Планка о квантах электромагнитного излучения оказалась исключительно плодотворной и положила начало новому этапу в развитии физики. Но оставалась проблема строения атома. Каким образом связаны осцилляторы Планка и структура атома?

**Строение атома. Модель атома Дж. Дж. Томсона.** После теории излучения, второй проблемой, которая оказалась непосильной

для классической физики, была проблема строения атома. В 1903 г. английский физик Дж. Томсон предложил модель атома, согласно которой атом представляет собой равномерно заполненный положительным электричеством шар, внутри которого находятся электроны. Согласно описанной модели, электроны в атоме будут совершать гармонические колебания с частотой  $\omega \approx 3 \times 10^{15}$  Гц, что соответствует красному участку видимого спектра излучения. Оценка размеров атома ( $\approx 3 \times 10^{-8}$  см) хорошо совпадала с ранее полученными экспериментальными данными, что можно было бы рассматривать как подтверждение модели. Но эксперименты Эрнеста Резерфорда по рассеиванию  $\alpha$ -частиц атомами однозначным образом разрушили теорию атома, предложенную Дж. Томсоном.

**Ядерная модель атома.** Проанализировав результаты рассеивания  $\alpha$ -частиц атомами, Резерфорд пришел к выводу, что положительный заряд атома сосредоточен в очень маленьком объеме ( $\approx 10^{-42}$  м<sup>3</sup>) и связан с веществом с большой плотностью. Основываясь на этих экспериментальных данных, Резерфорд предложил ядерную модель атома, согласно которой атом представляет собой систему зарядов, в центре которой расположено тяжелое положительно заряженное ядро с зарядом  $Ze$ , а вокруг ядра, по всему объему атома располагаются электроны. Однако ядерная модель оказалась в противоречии с законами электродинамики. При движении электронов в атоме, атом должен непрерывно излучать энергию, а это должно привести к падению электронов на ядро, т. е. к разрушению атома. В конечном итоге оказалось, что любая модель атома в сочетании с классической физикой, неспособна объяснить ни устойчивость атома, ни характер спектра излучения атома. Выход из создавшегося тупика был частично найден в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором.

### 1.3. СТРОЕНИЕ АТОМА ПО Н. БОРУ. АТОМ ВОДОРОДА

Теория строения атома по Бору основана на двух постулатах. В основе **первого** постулата лежит утверждение, что электроны вращаются вокруг ядра по стационарным орбитам, не излучая и не поглощая энергию. Излучение и поглощение энергии атомом происходит при переходе электронов с одних стационарных орбит на другие. Энергия излучения определяется соотношением:  $w = w_2 - w_1$ ;

$w_1$  — энергия атома в основном состоянии,  $w_2$  — в возбужденном состоянии. В теории Бора изменение энергии атома связана с изменением энергии электронов в атоме. **Второй** постулат в теории Н. Бора касается уравнения движения электронов в атоме. Его можно сформулировать следующим образом: стационарные орбиты электронов в атоме это такие, на которых момент импульса электрона равен целому числу постоянных Планка, деленной на  $2\pi$ :  $m[u \times r] = n\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3$ . В данной формуле и в дальнейшем изложении  $\eta = \hbar/2\pi = 1,05 \times 10^{-34}$  (Дж×сек),  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  кг (масса электрона),  $u$  — скорость электрона на орбите радиуса  $r$ ,  $[r] = \text{м}$ . Таким образом, Н. Бор предложил для электрона в водородоподобных атомах уравнения движения:

$$m = \frac{u^2}{r} = k \frac{eZe}{r^2}, mu \times r = n \times \hbar; k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}; \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \times \text{м}^2);$$

$e = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл,  $Z$  — заряд ядра. Для водорода  $Z = 1$ , радиусы боровских орбит:  $r = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2$ ,  $n = 1, 2, 3$ ; для  $n = 1$  (первая боровская орбита), получим:  $r = a_0 = 0,53 \text{ \AA}$  Единица длины  $10^{-8}$  см называется *ангстрем* и обозначается  $\text{\AA}$ :  $1 \text{\AA} = 1 \times 10^{-8}$  см. Энергия атома складывается из потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром  $U$  и кинетической энергии вращения вокруг ядра  $T$ :

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}, T = \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

$$E = U + T = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

Так как радиус первой боровской орбиты электрона в атоме водорода  $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ , выражение для **полной энергии электрона**

**в атоме** водорода можно записать:  $E = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{e^2}{a_0} \frac{1}{n^2}$ ,  $n = 1, 2, 3...$

В спектроскопии выражение  $R = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2}$  называют постоянной *Ридберга* (в честь шведского физика И. Ридберга);  $R = 13,6 \text{ эВ}$  ( $1 \text{ Дж} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ эВ}$ ).  $E = -13,6/n^2 \text{ эВ}$ .

**Задача 1.1** Какую энергию надо сообщить электрону, чтобы перевести его с орбиты  $n = 1$  на орбиту с  $n = 2$ .

**Решение.**  $E_2(n = 2) - E_1(n = 1) = 0,75 \times 13,6 \text{ эВ}$ . Если эту энергию сообщить электрону в виде электромагнитного излучения, то длина волны источника излучения должна быть равна:  $h\nu = E_2 - E_1$ ,  $(h \times c) \lambda = \Delta E$ ,  $\lambda = (c \times h) / \Delta E$ ;  $\lambda = 1220 \text{ А}$ , жесткий ультрафиолет.

Проверить полученные формулы можно из анализа оптических спектров поглощения и испускания. Экспериментальное исследование оптических спектров водорода и водородоподобных атомов подтвердили справедливость полученных формул.

Спектр атомарного водорода:	$\lambda \times 10^8 \text{ см}$
Серия Лаймана: эксперимент	1215,7    1025,7;
расчет:	1218    998

## 1.4. УСПЕХИ И ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ЗАТРУДНЕНИЯ ТЕОРИИ Н. БОРА

Теория строения атома, предложенная Н. Бором, была первой теорией, которая объяснила основные черты поведения электронов в атомах и предложила алгоритмы для количественных расчетов основных параметров структуры атомов. Теория Н. Бора объяснила природу возникновения света, как квантовый процесс перехода электронов из возбужденного состояния в стационарное, оценила размеры атома, объяснила магнитные и оптические свойства атома водорода. Но Н. Бор сделал только полшага в создании теории строения атома. Теория Бора была основана на правильных (постулаты Бора) и неправильных (классические уравнения движения, понятиях о траектории движения электронов и т. д.) утверждениях. По этой причине соответствующие расчеты приводили то к правильным, то к неправильным результатам, причем никогда нельзя было знать заранее, какой результат окажется правильным, а какой ошибочным. Количественное изучение тонкой структуры оптических спектров привело к установлению ряда новых фактов, которые не поддаются простой трактовке в рамках теории Бора, часто находясь в явном противоречии с выводами теории. Например, согласно теории Н. Бора пучок атомов любого элемента первой группы в неоднородном магнитном поле будет расщеплен на три пучка, в то время как в действительности наблюдается раздвоение пучка. Непреодолимые

трудности встретила теория Н. Бора в случае объяснения свойств атома гелия, аномального эффекта Зеемана. Затруднения теории Бора, встретившиеся на пути объяснения тонких деталей строения и свойств атома, явились лишь частным проявлением несостоятельности полуклассического подхода в описании микроскопических явлений. Ряд новых открытий в области физики микромира и в первую очередь открытие волновых свойств материи, потребовали создания принципиально новой модели механики — квантовой механики, в основе которой лежал бы дуализм материи.

### **1.5. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ. ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ. ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В. ГЕЙЗЕНБЕРГА**

Первым толчком в создании волновой (квантовой) механики послужили идеи Луи де Бройля (1924), применившим эйнштейновскую идею корпускулярно-волнового дуализма света к материальным частицам. В области света корпускулярно-волновой дуализм возник в связи с тем фактом, что вся совокупность световых явлений не могла быть объяснена лишь с точки зрения волновой или корпускулярной теории. Анализируя явление фотоэффекта, рассеивания света на электронах (эффект Комптона), мы представляем себе свет в виде потока световых корпускул или фотонов, характеризующихся энергией  $\epsilon = h\nu$  (М. Планк) и количеством движения  $p = h\nu/c$  (А. Эйнштейн). С точки зрения волновой теории и на основании экспериментов по дифракции и интерференции света, тот же самый свет мы представляем себе в виде волн, характеризуя их длиной волны  $\lambda$  или частотой  $\nu = c/\lambda$ . Такая двойственная природа света (корпускулярная и волновая) позволила А. Эйнштейну сформулировать понятие о корпускулярно-волновом дуализме света. Переноса корпускулярно-волновые представления в область материальных частиц, французский физик де Бройль высказал гипотезу о том, что каждой движущей частице может быть сопоставлена некоторая волна с  $\lambda = h/p$ , где  $p = m \times u$  (импульс частицы). Согласно гипотезе де Бройля, перемещение микрочастиц в пространстве следует рассматривать и как движение частицы и как волновое движение (аналогия со светом). В частности, движение электрона в пространстве со скоростью, много меньшей скорости света, следует описывать как движение частицы с массой  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  кг и зарядом

$q = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл и как распространение электромагнитной волны  $\lambda$  [А°] =  $h/mu = 7281 \times 10^3/u$ ;  $u$  [м/сек] — скорость электрона. Уже при скорости  $u = 1000$  м/сек, с электроном ассоциируется волна с  $\lambda \approx 7000$  Å. Отметим, что для частицы с массой  $\approx 1\text{мкг} = 10^{-9}$  кг длина волны де-Бройля будет чрезвычайно мала:  $\lambda = 6,63 \times 10^{-34}/mu = 6,63 \times 10^{-25}/u$  (м), [ $u$ ] = м/сек. Естественно поэтому, что волновые свойства макро- и микрочастиц никогда не были обнаружены, так как волновые свойства проявляют себя на расстояниях, сравнимых с длиной волны частицы. В гипотезе де Бройля были сформулированы принципиально новые понятия о поведении в пространстве частиц, массы которых сравнимы с массой атома и это потребовало создания новой механики для описания движения таких частиц (она была названа волновой механикой) и постановки совершенно необычных экспериментов для проверки правильности новых гипотез о строении вещества. Например, для волнового движения характерно явление интерференции волн. В 1927 г. американские физики Девиссон и Джермер в опытах по рассеиванию электронов на кристаллах никеля получили интерференционную картину, соответствующую интерференции света в рентгеновском диапазоне. В данных экспериментах электроны разгонялись в электрическом поле с разностью потенциалов  $\Delta\phi = 50$  в. Согласно формуле де Бройля, в этих экспериментах электронам соответствует длина волны  $\lambda \approx 1,75$  Å. Эксперименты по рассеиванию рентгеновских лучей с  $\lambda = 1,8$  Å на кристаллах никеля дали такую же интерференционную картинку, как и в случае рассеивания электронов на кристаллах никеля, что блестяще подтверждает гипотезу де Бройля. В том же 1927 г. Гейзенберг сформулировал фундаментальное соотношение между координатами микрочастицы и ее импульсом:

$$\Delta x \Delta p_x \geq 2\pi\hbar; \Delta y \Delta p_y \geq 2\pi\hbar; \Delta z \Delta p_z \geq 2\pi\hbar; \hbar = h/2\pi$$

(ошибка в одновременном измерении координаты микрочастицы и проекции ее импульса на *эту* координату всегда больше постоянной Планка). Соотношение неопределенностей заставляет отказаться от понятия траектории движения частицы: *если мы с максимальной точностью определим положение микрочастицы, то сделаем большую ошибку в определении импульса частицы, т. е. направления движения частицы.* Но если нет возможности определить направление движения частицы, значит нет смысла говорить о *траектории движения частицы.* Можно говорить только о веро-



ятности нахождения микрочастицы в данной точке пространства. Данное соотношение выражает один из фундаментальных законов физики микромира и полностью соответствует гипотезе де Бройля. Классическая физика исходит из предопределенности мира. Она считает, что если одновременно измерить координаты и импульсы всех атомов, то, применяя физические законы, можно было бы рассчитать состояние всех атомов (т. е. полную картину мира) на любой промежуток времени вперед и назад. Квантовая механика утверждает, что рассчитать можно только вероятности, но нельзя предсказать, какая из возможностей в конце концов осуществится. Какая из возможностей будет реализована — дело случая, и эта неопределенность возникает не вследствие несовершенства физических теорий, а вытекает из существа законов, действующих в микромире и правильно отражаемых наукой. Новые понятия породили и новую, квантовую механику описания движения частиц.

## **1.6. КВАНТОМЕХАНИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ. УРАВНЕНИЕ Э. ШРЕДЕНГЕРА**

Попытки описать движение электрона в атоме, принимая во внимание только корпускулярные свойства частицы, потерпели неудачу. В свете новых понятий о свойствах частицы (дуализм частиц) была предпринята исключительно удачная попытка учесть в одном уравнении волновые и корпускулярные свойства частицы. Именно эта попытка и реализована в квантовой механике. Основными характеристиками волнового процесса являются повторяемость (периодичность) проявления каких-то свойств, скорость распространения волны  $u$ , длина волны  $\lambda$  или частота колебания  $\nu$  (они связаны соотношением:  $\lambda \times \nu = u$ ), период колебания  $T = 1/\nu$ .

Основные характеристики движения микрочастицы могут быть получены из анализа *волнового* уравнения микрочастицы. В качестве примера рассмотрим, как можно получить волновое уравнение, которое описывает поперечные волновые колебания частицы. Пусть поперечный колебательный процесс распространяется в направлении от  $A \rightarrow B$ , рис. 1.2. Так как мы рассматриваем поперечные колебания (т. е. периодические изменения свойств

системы наблюдаются в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны; таким свойством обладают, например, электромагнитные волны), то когда волна достигнет точки N, находящейся на расстоянии  $x$ , от A (это произойдет через время  $t = x/u$ , где  $u$  (м/сек) — скорость распространения волны) к этому моменту точка N займет положение  $N_1$ :  $NN_1 = \varphi$  (смещение N от положения равновесия); в случае гармонического колебательного процесса, изменения  $\varphi$  (волновая функция колебательного процесса)  $\varphi = \sin[2\pi(vt - x/\lambda)]$  будет в этом случае удовлетворять волновому уравнению  $\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{1}{u} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  (для одномерного случая). Чтобы получить это волновое уравнение, достаточно вычислить вторые частные производные от волновой функции по переменным ( $x, t$ ). В общем случае, для трехмерного процесса волновое уравнение имеет вид:  $\Delta\varphi = (-4\pi^2/\lambda^2)\varphi$ ;  $\Delta$  — оператор Лапласа, обозначающий, что от функции  $\varphi$  необходимо взять сумму вторых частных производных по  $x, y$  и  $z$ :  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ . С помощью полученного уравнения и его решения, волновой функции, можно проанализировать колебания струны, поведение молекул воды на поверхности моря, распространение световой волны и т. д.

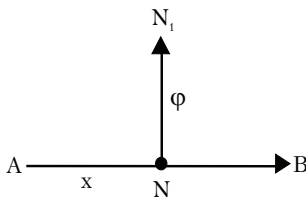


Рис. 1.2. Схема распространения поперечной волны

### 1.6.1. УРАВНЕНИЕ Э. ШРЕДИНГЕРА

Теперь представим, что при описании волнового процесса необходимо принять во внимание *корпускулярные свойства* частицы. Формально это можно сделать, если в уравнение, которое описывает волновой процесс  $\Delta\varphi = (-4\pi^2/\lambda^2)\varphi$  для длины волны подставить соотношение де Бройля  $\lambda = h/mv$ , а скорость частицы вычислить из соотношения  $mv^2/2 = E - U$ ; где  $E$  — полная энергия частицы,  $U$  — потенциальная энергия частицы. Выполнив соответствующие

подстановки, получим основное уравнение нерелятивистской квантовой механики, предложенное Э. Шредингером в 1926 г.:

$$\Delta\phi = \frac{8\pi^2 m}{h^2}(E - U)\phi = 0; \text{ где } U - \text{потенциальная энергия частицы,}$$

$E$  — полная энергия частицы,  $\Delta$  — оператор Лапласа,  $\phi$  — волновая функция частицы, энергия которой равна  $E$ . В квантовой механике уравнение Э. Шредингера играет такую же фундаментальную роль, как уравнения движения Ньютона и уравнения электродинамики Максвелла. С математической точки зрения уравнение Э. Шредингера подобно уравнению, описывающему, например, колебания струны. Но трактовка решения волнового уравнения для струны  $\Delta\phi = (-4\pi^2/\lambda^2)\phi$  и уравнения Э. Шредингера для частицы  $\Delta\phi = (8\pi^2 m/h^2)(E - U)\phi = 0$  принципиально различны. В отличие от решения уравнения колебания струны, которое задает геометрическую форму струны, решение уравнения Э. Шредингера (волновая функция  $\phi(x,y,z)$ ), прямого физического смысла не имеет. Согласно М. Борну, смысл имеет квадрат модуля волновой функции  $|\phi(x,y,z)|^2 dV$ , равный вероятности нахождения частицы в данном квантовом состоянии в точке пространства с координатами  $x, y, z$  и в элементе объема  $dV = dx \times dy \times dz$ . Полученное уравнение Э. Шредингера связывает волновое описание процесса с корпускулярными свойствами частицы.

### 1.6.2. ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ МЕТОДАМИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Рассмотрим *особенность* описания движения частицы методами квантовой механики и сравним это описание с классическим решением задачи. В качестве примера рассмотрим равномерное движение частицы с массой  $m$  вдоль оси  $OX$ ; движение частицы ограничено непроницаемыми стенками, координаты которых  $x = 0$  и  $x = d$ ; пусть потенциальная энергия частицы  $U(x)$  равна нулю на отрезке  $0 \leq x \leq d$  и обращается в бесконечность ( $U(x) = \infty$ ) за пределами отрезка  $[0, d]$ . В этом случае говорят, что частица находится в «потенциальной яме», так как полная энергия частицы за пределами ямы меньше ее потенциальной энергии:  $E = mV^2/2 < U$ . Рассмотрим вначале *классическое* описание движения частицы. На отрезке  $0 \leq x \leq d$  она движется с постоянной скоростью  $V_0$  и кинетической энергией  $E_i = mV_0^2/2$ . Энергия частицы в яме может иметь любое значение, так

как мы можем задать любую скорость движения частицы; уравнение движения частицы предельно простое:  $x = V_0 \times t$ . Подойдя к краю ямы, частица упруго отражается от стенки и движется в противоположную сторону, там снова отражается и т. д.

**Описание движения частицы методами квантовой механики.** В первую очередь отметим, что описание движения частицы методами квантовой механики, имеет смысл только в том случае, если длина волны частицы (в смысле соотношения де-Бройля) соизмерима с размерами потенциальной ямы  $\lambda \approx d$  ( $d$  — длина отрезка  $[0, d]$ ). Это соотношение накладывает серьезные ограничения на физические параметры частицы. Разберем данное положение подробнее. Так как  $\lambda = h/mV_0$ , квантомеханическое рассмотрение движения частицы имеет смысл, если импульс частицы и линейные размеры потенциальной ямы связаны соотношением  $mV_0 \approx h/d, \lambda \approx d$ ; такой импульс может иметь, например, электрон при движении в потенциальной яме размером в 1 см со скоростью  $\approx 1$  см/сек. В этом случае энергия частицы  $E \approx 10^{-34}$  Дж. Продолжаем анализ движения частицы методами квантовой механики. Теперь нам необходимо записать уравнение Э. Шредингера для частицы в потенциальной яме. Пусть  $\varphi(x)$  — волновая функция частицы; уравнение Э. Шредингера в случае одномерного движения частицы вдоль оси ОХ имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \varphi = 0; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi},$$
  $E$  — полная энергия частицы; решением уравнения Э. Шредингера будет функция  $\varphi = A \sin[\omega x + \beta]$ , где  $\omega = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$ ; в этом легко убедиться непосредственной проверкой.

Волновая функция частицы  $\varphi = A \sin[\omega x + \beta]$  должна быть непрерывной (так как она описывает движение частицы во всех точках интервала  $(0, d)$  и равна нулю в точках  $x = 0$  и  $x = d$ ). Из условия  $\varphi(0) = 0$  следует, что  $\beta = 0$ ; из условия, что  $\varphi(d) = 0$ , получаем  $\omega =$

$= \pm \pi n/d, n = 1, 2, 3, \dots$ ; энергия частицы  $E = \frac{\hbar^2}{2m} \omega^2 = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\pi}{d} \right)^2 n^2$ ;

волновая функция частицы:  $\varphi_n(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{d} n\right)$ ; теперь необ-

ходимо определить значение константы  $A$ . Так как в любой момент времени частица находится на оси ОХ в пределах интервала  $(0, d)$ ,

вероятность нахождения частицы в пределах интервала  $0 < x < d$  должна быть равна единице:  $\int_0^d [\varphi(x)]^2 dx = 1$  (условие нормировки

волновой функции);  $A^2 \int_0^d \sin^2\left(\frac{x\pi}{d}n\right) dx = 1$ ;  $A = \sqrt{\frac{2}{d}}$ . Окончательно нормированные собственные волновые функции частицы имеют вид:

$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\left(\frac{\pi \times x}{d}n\right)$ ,  $n = 1, 2, 3...$  Сделаем анализ полученных ре-

зультатов. Принимая во внимание корпускулярно-волновые свойства частицы, мы поставили задачу описать движение частицы методами квантовой механики. Согласно законам квантовой механики,

мы записали уравнение Э. Шредингера для частицы  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \varphi = 0$

и нашли его решение — волновую функцию  $\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\left(\frac{x \times \pi}{d}n\right)$

и значение энергии частицы:  $E_n = \frac{1}{2m} \left[ \frac{\hbar \pi}{d} \right]^2 n^2$ ;  $n = 1, 2, 3...$ ; и первая

неожиданность — спектр значений энергии оказался дискретным! Расстояние между уровнями энергии:

$$\begin{aligned} \Delta E = E_{n+1} - E_n &= \frac{1}{2m} \left[ \frac{\hbar \pi}{d} \right]^2 (2n+1) \approx \frac{5,488 \times 10^{-68}}{md^2} n \text{ (Дж)} \approx \\ &\approx \frac{3,43 \times 10^{-49}}{md^2} n \text{ (эВ)}. \end{aligned}$$

Оценим дискретность уровней энергии, например, для молекул газа в сосуде диаметром  $d \approx 10$  см. Если масса молекулы  $m \approx 10^{-26}$  кг, то  $\Delta E \approx 10^{-21} \times n$  (эВ). Столь густо расположенные энергетические уровни можно рассматривать как сплошной спектр, т. е. считать, что энергия молекул газа плавно возрастает при переходе в возбужденное состояние (отсутствует квантование энергии). Однако совсем другой результат получается, если провести анализ движения электрона в пределах атома или молекулы, т. е. если  $d \approx 10^{-10}$  м,  $m = 9 \times 10^{-31}$  кг. В этом случае  $\Delta E \approx 38 \times n$  эВ, т. е. дискретность энергетических уровней (квантование энергии) частицы будет весьма заметной для возбужденных состояний частицы. Далее: сделаем ана-

лиз положения частицы в пространстве. Как известно, вероятность положения частицы в точке с координатой  $x \pm \Delta x$  (для одномерного случая) равна:  $W(x) = \int_x^{x+\Delta x} |\varphi|^2 dx$ ;  $W(x) \cong \frac{\Delta x}{d} \left( 1 - \cos \left( 2\pi n \frac{x}{d} \right) \right)$ ; плот-

ность вероятности  $P(x)$  обнаружить частицу в точке с координатой  $x$  будет равна:  $P(x) = \frac{dW(x)}{dx} = \frac{2}{d} \sin^2 \left( n\pi \frac{x}{d} \right)$ . На рисунке 1.3 дана

плотность вероятности обнаружения частицы в зависимости от координаты точки, где мы предполагаем нахождение частицы. Например, при  $n = 2$ , в точке с координатой  $x = 0,5$  частица *не может быть обнаружена!* с другой стороны, в точках с координатами 0,25 и 0,75 частица может находиться с максимально большой и равной вероятностью! рис. 1.3 Такое поведение частицы несовместимо с понятием траектории движения частицы. С классической точки зрения, частица в любой момент времени должна находиться на прямой линии и ее можно обнаружить в окрестности любой точки  $\Delta x$  с равной вероятностью  $W_{\text{кл}} = \Delta x/d$  ( $d$  — длина классической траектории движения частицы). Отметим, что с ростом осцилляций (или нулей функции  $\varphi^2(x)$ ) возрастает вероятность нахождения частицы в любой точке траектории, так что при больших  $n$  максимумы и минимумы кривой следуют друг за другом столь тесно, что мы придем к классической формуле для расчета вероятности нахождения частицы на отрезке  $[0, d]$ .

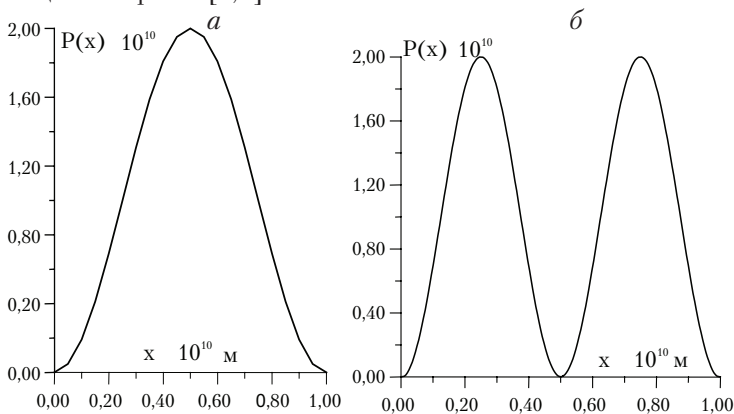


Рис. 1.3. Плотность вероятности обнаружения частицы а)  $n = 1$ ; б)  $n = 2$

### 1.6.3. ОРБИТАЛЬНОЕ И МАГНИТНОЕ КВАНТОВЫЕ ЧИСЛА

**Орбитальное квантовое число.** Не только при движении частицы по прямой в ограниченном пространстве проявляются квантомеханические эффекты, но и при вращении частицы. Вспомним один из постулатов теории строения атома по Н. Бору: орбитальный момент электрона при его движении вокруг ядра может принимать только фиксированные значения:  $\mathbf{L} = m[\mathbf{v} \times \mathbf{r}] = \hbar \times n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Н. Бор никак не объяснял, почему орбитальный момент *ротатора* (частицы, которая движется по круговой орбите) не имеет право принимать любые значения. В квантовой механике все получается естественным образом. Еще де Бройль отмечал, что волновые свойства частицы должны проявлять себя таким образом, что длина волны  $\lambda = h/p$  ( $p = mv$ ) частицы должна укладываться целым числом раз в области пространства, где происходит движение. При движении по окружности радиусом  $r$  должно выполняться равенство:  $2\pi r = l\lambda$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots$  и с учетом соотношения де Бройля получаем:  $2\pi r = l\hbar/p$ ;  $L = p \times r = l\hbar$ ;  $\hbar = h/2\pi$ ; угловой момент частицы  $L$  квантован, а значит будет квантована и энергия частицы, связанная с ее движением по окружности:  $E = L^2/2I = (l\hbar)^2/2I$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots$   $I$  — момент инерции частицы. Точное решение уравнения Э. Шредингера для ротатора дает значение углового момента  $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$  и значение энергии ротатора:  $E = l(l+1)\hbar^2/2I$ ;  $l = 0, 1, 2, \dots$

Квантовое число  $l$ , которое определяет величину углового момента частицы  $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$  и циклическую частоту вращения

$\omega = \frac{L}{I} = \frac{\hbar\sqrt{l(l+1)}}{I}$  называется орбитальным квантовым числом. Если

$l = 0$ , это означает, что отсутствует вращательная составляющая в движении частицы.

**Магнитное квантовое число.** Угловой момент частицы, по определению, векторная величина ( $L = m[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]$ ;  $v$  — скорость частицы,  $r$  — радиус вектор частицы). Пусть его направление совпадает с вектором  $\mathbf{j}$ , перпендикулярном плоскости вращения ротатора и это направление определяет направление оси OZ декартовой системы координат. Мы уже отмечали, что описание ротатора методами квантовой механики предсказывает, что модуль вектора углового момента  $|L|$  квантован, т. е. может принимать только определенные значения. Но еще более удивительным следствием квантомехани-

ческого анализа свойств ротатора является тот факт, что и проекция углового момента на направление  $OZ$  так же квантовано, т. е. вектор углового момента ротатора не может принимать произвольное положение в пространстве:  $L_z = m\hbar$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  (рис. 1.4).

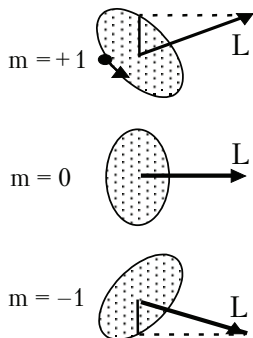


Рис. 1.4. Проекция орбитального момента на ось  $OZ$

**Квантовое число  $m$ , которое определяет направление оси вращения ротатора в пространстве, называется магнитным квантовым числом.**

Магнитное квантовое число  $m$  также определяет значение проекции углового момента на выделенное направление и каждому значению  $m$  соответствует своя волновая функция частицы. Отметим, что в отсутствии внешнего воздействия на частицу энергия частицы зависит только от главного квантового числа  $n$ .

#### 1.6.4. СПИН ЭЛЕКТРОНА

Анализ тонкой структуры спектров излучения основных серий атомов щелочных металлов выявил дуплетное расщепление каждой линии. Например, желтая линия в спектре излучения натрия состоит из двух линий с  $\lambda_1 = 5889,9\text{\AA}$  и  $\lambda_2 = 5895,9\text{\AA}$ . Данный экспериментальный факт не имеет объяснения в рамках нерелятивистской квантовой механики Шредингера и Гейзенберга. В 1925 г. голландские физики С. Гаудсмит и Дж. Уленбек выдвинули гипотезу о существовании у электрона собственного момента импульса и связанного с ним магнитного момента. Эта гипотеза прекрасно объясняет экспериментальные факты. Но возникает проблема:



если отталкивается от понятий классической механики, надо предположить, что электрон следует рассматривать как протяженное тело, для которого имеет место вращение вокруг собственной оси (отсюда и пошло название собственного момента электрона — *спин электрона*). Но тогда получается, что для собственного момента электрона  $m_s = \hbar\sqrt{3}/2$  (экспериментальное значение) и *классического радиуса* электрона  $r_e = 2,8 \times 10^{-15}$  м, линейная скорость точек на поверхности электрона будет превышать скорость света в вакууме. В настоящее время принято считать спин электрона внутренним неотъемлемым свойством электрона, т. е. характеристикой электрона являются его масса  $9,1 \times 10^{-31}$  кг, заряд  $e = -1,6 \times 10^{-19}$  Кл, спин  $m_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$  ( $s$  — спиновое квантовое число,  $s = 1/2$ ) и магнитный момент,  $P_s = -\frac{e}{mc}M_s = -\frac{e\hbar}{mc}\sqrt{s(s+1)} = -\mu_B\sqrt{3}$ . Следует отметить, что существование спина у электрона автоматически следует из релятивистского аналога квантовой механики П. Дирака, т. е. спин электрона является свойством одновременно квантовым и релятивистским. Таким образом, при анализе движения электрона в атоме мы должны принимать во внимание четвертое квантовое число  $s$  (спин электрона.)

### 1.6.5. КРАТКИЕ ИТОГИ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ

Отметим наиболее существенные моменты, которые надо принимать во внимание при описании движения частицы методами квантовой механики. Описание поведения частицы методами квантовой механики имеет смысл только в том случае, если размеры пространства, в котором движется частица, соизмеримы с длиной волны частицы в смысле де Бройля:  $L \approx h/mv$ ,  $L$  (м) — характерный размер пространства, в котором движется частица,  $mv$  — импульс частицы. Сам характер описания движения частицы принципиально отличается от классической трактовки движения частицы — отсутствует понятие о *траектории движения* частицы. И последнее — это квантовый характер движения частицы. Это означает, что основные характеристики частицы — положение в пространстве, энергия частицы, ее механический и магнитный моменты имеют право принимать строго фиксированные (квантованные) значения, пропорциональные квантовым числам. На примере атома водорода

рассмотрим, как с помощью квантовой механики можно объяснить строение атомов.

## 1.7. УРАВНЕНИЕ Э. ШРЕДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА ВОДОРОДА

Атом водорода — это система, состоящая из положительно заряженного ядра и электрона, который движется внутри ядра со скоростью порядка  $10^5$ – $10^7$  м/сек. При анализе движения электрона в атоме необходимо принять во внимание корпускулярно-волновой характер движения электрона. Это означает, что надо записать уравнение Шредингера для электрона. В результате решения уравнения мы получим волновую функцию и значение энергии электрона в атоме. Уточним физический смысл волновой функции частицы  $\varphi(xyz)$  (Макс Борн, 1928). Выражение для волновой функции  $\varphi(x, y, z)$  частицы не отвечает привычному физическому образу, как например, смещению молекул воды при анализе волны на поверхности озера; физический смысл имеет квадрат волновой функции:

$W(x, y, z) = A \times \iiint_{V_0} \psi^2 dV$  — **вероятность обнаружить частицу в**

**точке пространства с координатами  $(x, y, z)$  в пределах объема  $V_0$ .** Физическая интерпретация квадрата волновой функции налагает на нее требование однозначности в точке с координатами  $x, y, z$  и требование, что  $A \times \iiint_{V_0} \psi^2 dV = 1$ , если интегрирование распространяется на весь объем пространства, где можно обнаружить частицу

(условие нормировки волновой функции и метод вычисления коэффициента пропорциональности  $A$ ).

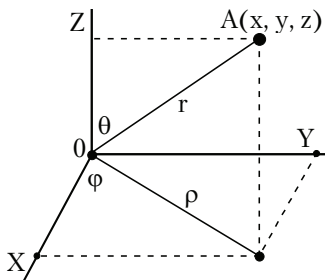


Рис. 1.5. Сферическая система координат

Для записи уравнения Шредингера необходимо зафиксировать систему координат, в начало которой поместим ядро; энергия взаимодействия электрона с ядром — это энергия электростатического взаимодействия заряженных частиц. В декартовой системе координат уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z} \right) \Psi + \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0 ,$$

$\Psi(x, y, z)$  — волновая функция электрона в декартовой системе координат.

Математический анализ уравнения Шредингера показал, что для его решения необходимо обеспечить разделение переменных (отметим, что если в уравнении Шредингера будет невозможно разделить переменные, тогда невозможно получить точное решение уравнения). Например, при решении уравнения Шредингера для атома гелия, лития и т. д. невозможно разделить переменные и, как следствие, невозможно получить точное решение уравнения. В нашем случае для разделения переменных надо перейти к сферической системе координат, рис. 1.5, а волновую функцию представить в виде произведения функций, которые зависят только от одной переменной:

$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \times \Theta(\theta) \times \Phi(\varphi)$ . В сферической системе координат уравнение Шредингера имеет вид:

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Psi}{dr} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{d\Psi}{d\vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{d^2 \Psi}{d\varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi \right] = 0. \quad (1.1)$$

Подставляя в уравнение  $\Psi(r, \vartheta, \varphi)$ , получим:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = - \left[ \frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{d\Theta}{d\vartheta} \right) + \frac{1}{\Phi \sin^2 \vartheta} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} \right];$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = B; \quad (1.2)$$

$$\left[ \frac{1}{\Theta} \frac{d^2 \Theta}{d\vartheta^2} \right] = -m^2 \quad (1.3)$$

$$\left[ \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{d\Theta}{d\vartheta} \right) + B \sin^2 \vartheta \right] = m^2, \quad (1.4)$$

где  $B$  и  $m^2$  — постоянные разделения.

Решением уравнения (1.2) является функция  $R(r)$ ,

$$R_{n,l} = -B_{n,l} (2\alpha)^{l+\frac{3}{2}} r^l e^{-r\alpha} L_{n+l}^{2l+1}(2r\alpha), \quad \alpha = (n \times a_0)^{-1};$$

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}; \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{нм}^2}{(\text{Кл})^2}, \quad (1.5)$$

где  $a_0 = 0,529 \text{ \AA}$  (радиус Бора)

$$L_k^i(x) = \frac{d^i}{dx^i} \left[ \exp(x) \frac{d^k}{dx^k} (x^k \exp(-x)) \right] - \text{полином Ляггера},$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ,

$l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ .

Нормировочный множитель  $\{B\}$  найдем из условия

$$\int_0^\infty R^*(r) R(r) dr = 1.$$

$$B_{n,l} = \left[ (2/n)^{2l+3} (n-l-1)! / [(n+l)!]^3 2n \right]^{\frac{1}{2}},$$

! — факториал числа.

Если  $L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ , тогда  $L_1(x) = 1 - x$ ;  $L_2(x) = 2 - 4x + x^2$ ;

$L_3(x) = 6 - 18x + 9x^2 - x^3$  и т. д.

$$L_{n+l}^{2l+1}(x) = d^{2l+1} / dx^{2l+1} [L_{n+l}(x)].$$

Для  $n = 1, l = 0$  полином Ляггера  $L_{n+l}^{2l+1}(x) = L_1^1(x) = 1 - x$ ;  $n = 2, l = 0$ ,  $L_2^1(x) = -4 + 2x$ ;  $n = 2, l = 1$ ,  $L_3^3(x) = -6$  и т. д.;  $x = 2(r\alpha)$ .

Решением уравнения (1.3) является функция  $\Phi(\varphi) = \exp(\pm i m \varphi)$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ .

Решением уравнения (1.4) является функция  $\Theta(\theta)$  (1.6)

$$\Theta(\theta) = P_l^m(\cos\theta), \quad l = 0, 1, 2, \dots; |m| \leq l. \quad (1.6)$$

$P_l^m(\cos\theta)$  присоединенный полином Лежандра. Аргумент полинома ограничен, так как  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ . Выпишем в явном виде выражения для полинома:  $x = \cos\theta$ ;  $P_0^0 = 1$ ;  $P_1^0 = x$ ;  $P_1^1 = -(1 - x^2)^{1/2}$ ;  $P_2^0 = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ ;  $P_2^1 = -3x(1 - x^2)^{1/2}$ ; и т. д.

**Произведение**  $Y_{lm}(\theta, \varphi) = A \times \Theta(\theta) \times \Phi(\varphi)$  определяют как **шаровая функция**;  $Y_{lm}$  — это угловая часть волновой функции  $\Psi(r, \theta, \varphi)$ . Нормировочный множитель  $A$  для шаровой функции  $Y_{lm}$  равен:

$$A_{lm} = \left[ \frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} \times \chi; \quad \chi = \begin{cases} 1, & m < 0 \\ (-1)^m, & m > 0 \end{cases},$$

$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \times Y_{lm}(\theta, \varphi)$  — волновая функция электрона в атоме водорода.

Энергия электрона в атоме водорода  $E = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \frac{1}{n^2}$ ,  
 $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

**Задача 1.2.** Записать в явном виде волновую функцию электрона в основном состоянии атома водорода.

**Решение:** в основном состоянии квантовые числа электрона  $n = 1, l = 0, m = 0$ . Следовательно,

$$R_{nl}(r) = R_{10}(r) = -B_{10}(2\alpha)^{0+3/2} r^0 \exp(-r\alpha) L_1^{-1}(2r\alpha); \quad B_{10} = 2;$$

$$L_1^{-1}(2r\alpha) = -1, \quad R_{10}(r) = (2\alpha)^{3/2} \exp(-r\alpha);$$

$$Y_{lm} = A_0 P_0^0(\cos \theta) e^0 = \pi^{1/2};$$

$$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) = \Psi_{1,0,0}(r, \theta, \varphi) = \left( \pi a^3 \right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{r}{a}}.$$

**Таблица 1.1.** Волновые функции электрона в атоме водорода

$n = 1, l = 0, m = 0$	$\Psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi \times a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$
$n = 2, l = 0, m = 0$	$\Psi_s = \frac{1}{4\sqrt{\pi \times a^3}} \left( 2 - \frac{r}{a} \right) e^{-\frac{r}{2a}}$
$n = 2, l = 1, m = 0$	$\Psi_{pz2} = \frac{1}{4\sqrt{\pi \times a^3}} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \cos \theta$
$n = 2, l = 1, m = +1$	$\Psi_{2Px} = \frac{1}{4\sqrt{\pi \times a^3}} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \sin \theta \cos \varphi$
$n = 2, l = 1, m = -1$	$\Psi_{2Py} = \frac{1}{4\sqrt{\pi \times a^3}} \frac{r}{a} e^{-\frac{r}{2a}} \sin \theta \sin \varphi$

Отметим одно, чрезвычайно важное обстоятельство: решение уравнения Э. Шредингера (волновые функции электрона) зависят от трех целых чисел  $n, l$  и  $m$ , которые связаны между собой соотношениями: при заданном значении  $n, l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$  и  $m = 0 \pm 1, \dots \pm l$ . В таблице 1 приведены волновые функции электрона в атоме водорода для первых двух значений  $n$ . Аналитическая запись волновой функции  $\psi(r, \theta, \phi)$  выражена через расстояние электрона до ядра  $r(\text{\AA})$  и сферические переменные  $\theta$  и  $\phi$  (рад) (рис. 1.5);  $a = 0,528 \text{\AA}$  радиус первой боровской орбиты,  $n, l, m$  — квантовые числа. Индексы в обозначении волновой функции  $\psi_{nl}$  определяют состояние электрона в атоме:  $1s$  означает, что электрон находится в  $s$ -состоянии.

**Задача 1.3.** Вычислить *среднее* значение расстояния  $r$  электрона от ядра в основном состоянии атома водорода.

**Решение:** среднее значение переменной в квантовой механике вычисляется по формуле:  $\bar{f} = \int \psi^* \hat{F} \psi dV$ ,  $\hat{F}$  — оператор, соответствующий переменной  $f$ ,  $\Psi$  — волновая функция системы.

В нашем случае  $\hat{F} = \bar{r}$ ,  $\psi = \psi_{100}$ ,  $dV = \sin\theta d\theta d\phi r^2 dr$ .

$$\bar{r} = \frac{1}{\pi a_0^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^\infty r^3 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr = \frac{4}{a_0^3} \int_0^\infty r^3 e^{-\frac{2r}{a_0}} dr = \frac{3a_0}{8},$$

$$\text{так как } \int_0^\infty x^n e^{-\alpha x} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}} \quad \bar{r} = \frac{4}{a_0^3} \times \frac{3a_0^4}{8} = \frac{3}{2} a_0,$$

$a_0 = 0,527 \text{\AA}$  радиус Н. Бора.

**Задача 1.4.** Вычислить наиболее *вероятное* расстояние электрона от ядра в основном состоянии атома водорода.

**Решение:** вероятность нахождения электрона в элементе объема  $dV$  равна:  $dW = \psi^* \psi dV$ .

$\psi^* \psi = P(r, \theta, \phi)$  плотность вероятности. В нашем случае  $P(r, \theta, \phi) = (\pi a_0^3)^{-1} \exp(-2r/a_0)$ .

Вероятность нахождения электрона в элементе объема  $dV$  на расстоянии от  $r$  до  $r + dr$  получим, если проинтегрируем по углам:

$$W(r) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta [P(r) dr] = \frac{4r^2}{a_0^3} e^{-\frac{2r}{a_0}} dr; \text{ наиболее вероятное рас-}$$

стояние электрона от ядра найдем из условия, что  $\frac{d}{dr} \left( \frac{4r^2}{a_0^3} e^{\frac{-2r}{a_0}} \right) = 0$ ;  
 $2r - \frac{2r^2}{a_0} = 0$ ;  $r = a_0$ . Отметим, что среднее расстояние электрона от ядра равно  $3/2 a_0$ , наиболее вероятное расстояние электрона от ядра равно  $a_0 = 0,529 \text{ \AA}$ .

### 1.7.1. ВЫРОЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА В АТОМЕ

В результате решения уравнения Э. Шредингера для атома водорода мы получаем волновую функцию электрона и значение энергии электрона в атоме. Волновая функция электрона зависит от квантовых чисел и для каждого набора квантовых чисел  $n, l, m$  и  $s$  мы получаем соответствующую волновую функцию. А вот значение энергии свободного атома водорода, (в отсутствии внешних электрических и магнитных полей), зависит только от главного

квантового числа  $n$ : 
$$E_n = \frac{-me^4}{32(\pi\epsilon_0\hbar)^2} \frac{1}{n^2}, n = 1, 2, 3...$$

*Если состояние электрона в атоме описывается разными волновыми функциями, но энергия электрона в этих состояниях одинаковая, говорят, что электрон находится в вырожденных состояниях.* Если атомы водорода поместить в сильное магнитное поле, возникает дополнительная потенциальная энергия взаимодействия электронов с внешним магнитным полем, в результате полная энергия атома водорода в магнитном поле будет зависеть и от главного квантового числа  $n$  и от орбитального квантового числа  $l$ :

$$E_n = \frac{-me^4}{32(\pi\epsilon_0\hbar)^2} \frac{1}{n^2} + \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)} B_{id} \times \cos\theta,$$

$B_{id}$  — индукция внешнего магнитного поля,  $\theta$  — угол между осью квантования орбитального момента электрона и направлением орбитального момента:  $\cos\theta = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}}$ . Так как во внешнем магнит-

ном поле энергия атома зависит от орбитального квантового числа  $l$ , говорят, что снято вырождение по орбитальному моменту атома. Экспериментально это проявляется в возникновении дополнитель-

ных линий поглощения (испускания) в оптическом спектре атома, помещенном в сильное магнитное поле.

Отметим, что среднее значение расстояния электрона от ядра в случае снятия вырождения равно:  $\bar{r} = n^2 a_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{l \times (l+1)}{n^2} \right) \right]$ .  
 $a_0$  = радиус Н. Бора.

### 1.7.2. ПРИНЦИП ЗАПОЛНЕНИЯ АТОМНЫХ ОРБИТАЛЕЙ

В 1920-е гг. XX столетия от рождения Христового полным ходом шло построение новой физической теории строения вещества. 1921 год. Опыты Штерна и Герлаха по исследованию тонкой структуры энергетических уровней атомов в сильных неоднородных магнитных полях. На основании этих опытов в 1925 г. Гаудсмит и Уленбек высказали гипотезу о существовании у электрона собственного механического и магнитного момента. Собственный момент электрона назвали спином электрона, а как было в последствии установлено на

опыте, его значение:  $M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$  где  $s$  — спиновое квантовое число. Особенности устройства микромира постоянно напоминали о себе, непрерывно корректируя общепризнанные понятия. Так, с точки зрения классических понятий о равновесном состоянии системы, все электроны в атоме должны находиться в одном энергетическом состоянии с *минимальной энергией*, которая соответствует набору квантовых чисел:  $n = 1, l = 0, m = 0$ . Но опыт показывает, что кроме выполнения закона о минимальной энергии системы в стационарном состоянии, на состояние электронов в атоме накладываются дополнительные ограничения. На основании экспериментальных данных Паули высказывает гипотезу о том, что в любом квантовом состоянии (т. е. с определенным набором значений квантовых чисел  $n, l, m$  и  $s$ ) может находиться только один электрон.

**Принцип Паули, или принцип исключения: в одном и том же квантовом состоянии не может находиться более одного электрона.**

Если один из электронов в атоме находится в квантовом состоянии с  $n = 1, l = 0, m = 0$  и  $s = +1/2$ , то второй электрон не может находиться в этом же квантовом состоянии. Ближайшее по значению энергии квантовое состояние будет с  $n = 1, l = 0, m = 0$  и  $s = -1/2$ .



Принцип Паули справедлив не только для электронов, находящихся в одном и том же атоме, но и для всех электронов во Вселенной. При этом следует помнить, что состояния электронов различаются как по энергиям, так и по пространственному распределению. Отметим, что существуют микрочастицы, которые не подчиняются принципу Паули (световые кванты, мезоны и вообще все частицы с целым спином). При *размещении* электронов в атоме используют понятие слой электронов: при заданном значении главного квантового числа  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, l = 0, 1, 2, \dots (n-1), m = 0 \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, s = \pm 1/2$ . Отсюда получается, что число квантовых состояний, т. е. число электронов с данным значением  $n$ , равно  $2 \times n^2$ . Все эти электроны образуют **п-слой** электронной оболочки атома.

Слой с  $n = 1$  называется К-слоем и содержит 2 электрона. Слой с  $n = 2$  называется L-слоем и содержит 8 электронов. Слой с  $n = 3$  называется М-слоем и содержит 18 электронов, и т. д.

Кроме принципа Паули заполнения электронами вакантных мест в электронных оболочках атомов, необходимо придерживаться эмпирического **правила Хунда**: *наименьшей энергией обладает электронное состояние с наибольшим возможным состоянием спина системы*. Например, в атоме азота семь электронов, основное состояние атома можно записать как  $1s^2, 2s^2, 2p^3$ . Чтобы энергия атома в общем случае была минимальна, у трех электронов в  $2p$  состояниях (это состояния  $2p_x, 2p_y$  и  $2p_z$  которые соответствуют значениям  $m = 0, \pm 1$ ) спины должны быть одинаково направлены и спиновое квантовое число  $s = 3/2$  принимает максимальное значение.

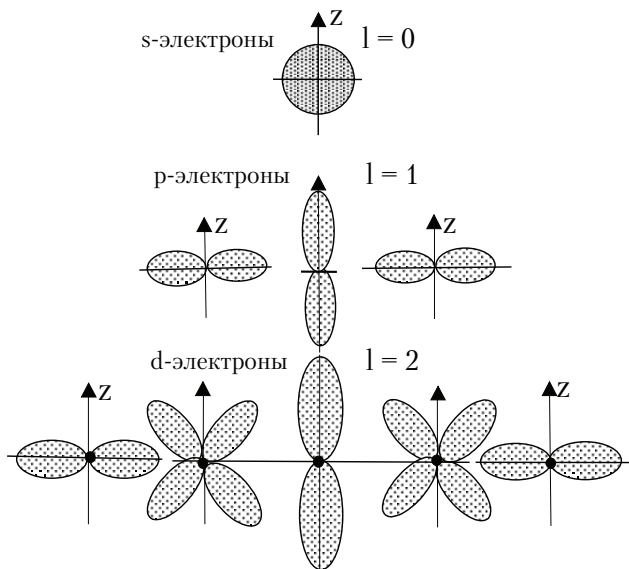
### 1.7.3. КЛАССИФИКАЦИЯ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В АТОМЕ.

#### (КЛАССИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ).

#### АТОМНАЯ ОРБИТАЛЬ

*Примечание.* Многие понятия и названия в квантовой механике сохранились со времен «полуклассической» теории Н. Бора. С современной точки зрения эти понятия малоудачны, но широко используются по традиции. Например, далеко не однозначная аналогия между понятиями орбитального момента электрона в атоме и орбитальным моментом Земли при ее вращении вокруг Солнца.

Орбитальный момент частицы, с массой  $m$ , движущейся со скоростью  $u$  по окружности радиуса  $r$  равен  $m \times [u \times r]$ . Под орбиталь-



**Рис. 1.6.** Полярные диаграммы для  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -состояний электрона в атоме

ным моментом электрона понимают среднее значение оператора орбитального момента:  $\langle \varphi_i | L | \varphi_j \rangle^2 = \hbar^2 l(l+1)$ . Если задано (или известно) состояние электрона в атоме, значит известны четыре квантовых числа  $n$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $s$  и волновая функция электрона. В этом случае говорят, что задана **орбиталь** электрона в атоме. В атомной физике принята следующая классификация электронных состояний:

- состояние электрона с  $l = 0$  называют  $s$ -состоянием;
- состояние электрона с  $l = 1$  называют  $p$ -состоянием;
- состояние электрона с  $l = 2$  называют  $d$ -состоянием;
- состояние электрона с  $l = 3$  называют  $f$ -состоянием, и т. д.

Вернемся к анализу орбитали электрона в атоме. Состояние электрона в *атоме водорода* задается квантовыми числами  $n$ ,  $l$ ,  $m$  и  $s$ , т. е. одновременно определяются четыре характеристики состояния электрона:

- 1) энергия,  $E_n = -R/n^2$ ,  $R = 13,6$  эВ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;
- 2) момент количества движения электрона в атоме:  
 $M_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots (n-1)$ ;

- 3) проекция  $M_l$  на ось квантования :  $M_l = \hbar m$ ,  $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ ;  
 4) собственный момент количества электрона (спин)  $m_s = \pm 1/2 \hbar$ .

Местонахождение электрона в атоме определяют с помощью волновой функции электрона  $\psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi)$ . Вероятность обнаружить электрон в окрестности точки с координатами  $[r, \theta, \varphi]$  (см. рис. 1.5) в элементарном объеме  $dV = r^2 dr \times \sin\theta d\theta \times d\varphi = r^2 dr \times d\Omega$  равна:  $P(r, \theta, \varphi) dV = |\psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi)|^2 dV = R_{nl}^2(r) r^2 dr \times |Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 d\Omega$ . Первый сомножитель определяет вероятность нахождения электрона в шаровом слое толщиной от  $r$  до  $r + dr$ , второй сомножитель — вероятность найти электрон в пределах телесного угла  $d\Omega$ .

Представляет большой интерес в теории строения атомов и молекул зависимость плотности вероятности нахождения электрона в атоме в зависимости от углов  $\theta$  и  $\varphi$ ; эта зависимость определяется

функцией  $\frac{dP_{l,m}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{\Theta_{l,m}^2}{2\pi}$ ; графики этой функции для  $l = 0, 1$  и  $2$

приведены на рис. 1.6 Из анализа рисунка видно, что в  $s$ -состоянии наиболее вероятно найти электрон на поверхности сферы (см. решение задачи 1.3), не равна нулю вероятность обнаружить электрон внутри сферы и равна нулю вероятность обнаружить электрон за пределами сферы. Если  $n = 1$ , радиус сферы  $\approx 0,529 \text{ \AA}$ .

## 1.8. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ

### Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

Теперь самое время установить связь между строением атома и его химическими свойствами. Как известно, в 1869 г. Д. И. Менделеев опубликовал периодический закон. Как писал сам Менделеев, периодический закон утверждает, что «свойства элементов, а следовательно, и образованных ими простых и сложных тел, находятся в периодической зависимости от атомных весов». Сегодня мы утверждаем, что периодичность свойств элементов обусловлена строением их электронных оболочек. Рассмотрим строение электронных оболочек атомов в невозбужденном состоянии.

**Атом водорода.**  $Z=1, n=1, l=0, m=0, s = 1/2$ . Эту информацию об электронном состоянии атома водорода можно записать в виде выражения:  $1s^1$ . В этом выражении цифра «1» — значение квантового

числа  $n$ , показатель степени — число электронов в данном состоянии, символ «s» — состояние электрона с  $l = 0$  (s-состояние электрона, следовательно  $l = 0$ ).

Атом гелия. He,  $Z = 2$ ,  $n = 1$ ,  $l=0$ ,  $m=0$ ,  $s=\pm S$ ,  $1s^2$ .

Атом лития. Li,  $Z = 3$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^1$ .

Атом бериллия. Be,  $Z = 4$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2$ .

Атом бора. B,  $Z = 5$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^1$ .

Атом углерода. C,  $Z = 6$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^2$ .

Атом азота. N,  $Z = 7$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^3$ .

Атом кислорода. O,  $Z = 8$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^4$ .

Атом фтора. F,  $Z = 9$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^5$ .

Атом неона. Ne,  $Z = 10$ ,  $n = 2$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6$ .

Заполнение L-слоя закончено.

Атом натрия. Начало заполнения M-слоя. До калия продолжается «правильный порядок заполнения, п.п.з.». Причиной отступления от п.п.з. — экранировка ядра атома внутренними электронами. Это приводит к относительному сдвигу энергии электронных орбиталей. Для s-электронов, с волновой функцией, имеющей сферическую симметрию электронного облака, экранировка ядра внутренними электронами наименее существенна, а для d- и f-электронов — значительное влияние. В атоме калия это приводит к тому, что вместо заполнения 3d-орбитали, электроны заполняют 4s-орбиталь:

Атом калия. K,  $Z=19$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^4 s^1$ .

Атом кальция. Ca,  $Z=20$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^0 4s^2$ .

Начиная со скандия [ $Z=21$ ] и до цинка [ $Z=30$ ], элементы с порядковыми номерами 21–30 называются переходными элементами. На внешнем электронном слое этих элементов два 4s-электрона:  $4s^2$ . Особенность заполнения электронных оболочек этих элементов в том, что при переходе к каждому последующему элементу новый электрон размещается не во внешнем слое, а во втором внутри. А так как химические свойства элементов в первую очередь определяются структурой внешнего электронного слоя их атомов, то химические свойства переходных элементов изменяются незначительно по мере увеличения порядкового номера.

Атом скандия. Sc,  $Z=21$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$

Атом титана. Ti,  $Z=22$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$

Атом ванадия. V,  $Z=23$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$

Мы так много «нагрузили»  $d$ -уровень, что пора вспомнить и о том, что «распаривание» электронов (максимальный спин системы!) приводит к понижению энергии системы, а значит к новой перестановке уровней электронной энергии. Начиная с хрома, уровень  $3d$  занимает свое законное место относительно уровня  $4s$  и электрон с уровня  $4s$  в атоме хрома переходит на уровень  $3d$ .

Атом хрома. Cr,  $Z = 24$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$ .

Атом марганца. Mn,  $Z = 25$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$ .

Атом железа. Fe,  $Z = 26$ ,  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ .

И так далее. Мы уже обратили внимание на тот факт, что иногда заполнение последующих электронных уровней начинается до того, как завершится заполнение предыдущих.

*Клечковским* было сформулировано правило заполнения АО: **заполнение АО атомных орбиталей происходит в порядке увеличения суммы главного и орбитального квантовых чисел  $n+l$ . Для данного значения суммы  $n+l$  заполнение орбиталей идет от больших  $l$  и меньших  $n$  к меньшим  $l$  и большим  $n$ . Но всегда сохраняется неравенство:  $l < n - 1$ .**

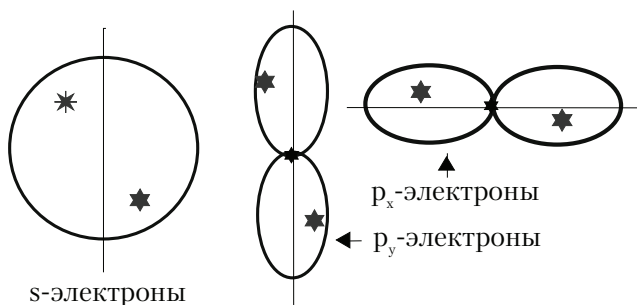
**Порядок заполнения:**  $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 7s, 5f, 6d...$

Отклонения и от правила Клечковского наблюдается для Cr(24), Cu(29), Mo(42), Pd(46), Ag(47), Gd(64), Au(79). Анализ периодической таблицы элементов Д.И. Менделеева показывает, что с увеличением порядкового номера электронное строение атомов химических элементов изменяется периодически. Периодичность электронного строения проявляется в том, что через определенное число элементов снова повторяются  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -элементы с одинаковой конфигурацией валентных электронов. Периодичность электронных структур приводит к периодическому изменению ряда химических и физических свойств элементов: атомных радиусов, потенциалов ионизации, сродства к электрону и т. д.

## 1.9. МЕСТОНАХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В АТОМЕ

Свойства атома зависят от количества электронов в атоме и от их месторасположения в атоме. Но как определить, где находятся электроны в атоме? Решение этого вопроса упирается в необходимость выяснения физического смысла волновой функции электрона.

Согласно Шредингеру, квадрат волновой функции определяет величину плотности электрического заряда. Очевидно, чем выше плотность электрического заряда в данной точке, тем выше вероятность обнаружить электрон в данной точке. М. Борн предложил интерпретировать  $\psi^2 dv$  как вероятность нахождения электрона в заданном элементе объема. Для заданного состояния электрона (т. е. когда заданы значения квантовых чисел электрона) значение волновой функции получается как результат решения уравнения Э. Шредингера для данного состояния электрона в атоме. Если  $(x, y, z)$  — декартовы координаты электрона в атоме (т. е. координаты того элемента объема, где мы предполагаем находится электрон), то в сферической системе координат, связанных с декартовыми координатами соотношениями:  $x = r \sin\theta \times \sin\varphi$ ,  $y = r \sin\theta \times \cos\varphi$ ,  $z = r \cos\theta$ , квадрат волновой функции электрона имеет вид:  $\psi^2(r, \theta, \varphi) = R^2(r) \times \Theta^2(\theta) \times \Phi^2(\varphi)$ .



**Рис. 1.7.** Полярные диаграммы для s- и p-электронов

Особый интерес представляет изучение распределения вероятности нахождения электрона в атоме по углам  $\theta$  и  $\varphi$ . Легко видеть, что вероятность нахождения электрона от угла  $\varphi$  не зависит, т. е. электронное облако обладает симметрией тела вращения. Что касается распределения вероятности по углу  $\theta$ , то, задавшись определенным расстоянием от ядра  $r$ , мы можем найти это распределение, вычисляя значение  $\psi^2$ . Результаты данных расчетов и соответствующие построения приведены на рис. 1.7. Анализ рис. 1.7 показывает, что s-электроны наиболее вероятно можно обнаружить на поверхности сферы, с меньшей вероятностью внутри сферы и эта

вероятность равна нулю за пределами сферы, радиус которой зависит от главного квантового числа  $n$ . **p**-электроны — на поверхности и внутри гантели, ориентация которой относительно декартовой системы координат, определяется значением магнитного квантового числа  $m$ . Для **d**-электронов мы получаем пять, различным образом ориентированных, фигур ( $m = 0, \pm 1, \pm 2$ ), внутри и на поверхности которых можно обнаружить электрон.

В заключение отметим, что о положении электрона в атоме можно говорить только с вероятностной точки зрения, которая, в свою очередь, определяется состоянием электрона в атоме.

## ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «СТРОЕНИЕ АТОМА»

1. В чем принципиальная разница модели атома Н. Бора и Э. Шредингера–В. Гейзенберга?
2. Перечислите основные физические постулаты, на основании которых сформулирована современная модель атома.
3. Что означает понятие «задано состояние электрона в атоме». Какая разница между основным и возбужденным состоянием атома. Приведите примеры.
4. Раскройте физический смысл квантовых чисел  $n, l, m, s$  и волновой функции электрона в атоме.
5. Сформулируйте принцип Паули и правило Гунда записи электронных состояний атома. Приведите пример применения правила Гунда при записи электронного состояния атома.
6. В чем отличие *s*-состояния электрона в атоме от *p*-состояния?
7. Запишите электронные состояния атомов азота N, кислорода O, калия K, кальция Ca и железа Fe. Сколько не спаренных электронов в атоме азота, калия, кальция?
8. Сформулируйте основные положения периодического закона Д. И. Менделеева.
9. Какие свойства элементов периодически повторяются? Объясните периодическое изменение свойств атомов.
10. Вычислите среднее расстояние электрона в атоме водорода для  $n = 2$  и  $l = 1$ . Сравните полученный результат со средним расстоянием электрона для  $n = 1$  и  $l = 0$ .

## Глава 2

### СТРОЕНИЕ МОЛЕКУЛ

#### 2.1. ТЕОРИЯ ХИМИЧЕСКОЙ СВЯЗИ И ЕЕ ЗАДАЧИ

Проблема химической связи является центральной в современной химии. Выяснение физической природы сил, обеспечивающих устойчивость молекул, должно привести к объяснению различных особенностей этих сил и свойств молекул. Силы взаимодействия между частицами в природе сводятся к общеизвестным электромагнитным и гравитационным силам. С классической точки зрения химические силы так или иначе должны сводиться к силам электромагнитного взаимодействия между атомами, входящими в состав молекулы. Но химическая связь — это взаимодействие микрочастиц и здесь следует быть готовым к пересмотру классических понятий на природу химической связи. Первые же квантомеханические расчеты Гейтлера и Лондона в 1927 г. привели к понятию так называемой *обменной энергии*, обеспечивающей устойчивость молекул и не имеющей классического аналога. Но построение теории химической связи атомов в молекулах началось с полуклассических расчетов М. Борна, Г. Гейзенберга и В. Косселя в 1925 г. Их теоретическое рассмотрение природы химической связи в ионных соединениях типа  $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и т. д. и сегодня не потеряло научного интереса.

#### 2.2. ИОННАЯ И КОВАЛЕНТНАЯ СВЯЗЬ АТОМОВ В МОЛЕКУЛАХ

Если взаимодействие двух нейтральных атомов сопровождается переносом электрона от одного атома к другому, то говорят, что связь в образовавшейся молекуле ионная. Такая связь между атомами в  $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{CsI}$  и т. д. В основе концепции ионной связи лежит идея о стремлении атомов образовывать ионы, с электронными оболочками, подобные оболочкам благородных газов. Атомы щелочных металлов ( $\text{Li}$ ,  $\text{Na}$ ,  $\text{K}$ ,  $\text{Rb}$ ,  $\text{Cs}$ ) могут достигнуть этого, теряя электрон и образуя положительные ионы с оболочками, аналогичными электронным оболочкам  $\text{Ne}$ ,  $\text{Ar}$ ,  $\text{Kr}$ ,  $\text{Xe}$ . Для того, чтобы иметь такие оболочки атомам  $\text{F}$ ,  $\text{Cl}$ ,  $\text{Br}$  и  $\text{I}$  надо присоединить электрон,



т. е. образовать отрицательные ионы. Работа, которую необходимо затратить на полный отрыв электрона от атома или иона, называется *потенциалом ионизации или энергией ионизации*. *Количество энергии, которое выделяется или поглощается при присоединении электрона к атому или иону называется сродством к электрону,  $E_{ср}$* .

**Таблица 2.1.** Первые потенциалы ионизации атомов (в вольтах)

1 группа	2 группа	6 группа	7 группа
Li 5,3	Be 9,32	O 13,62	F 17,42
Na 5,14	Mg 7,65	S 10,36	Cl 12,97
K 4,34	Ca 6,11	Se 9,76	Br 11,84
Rb 4,18	Sr 5,00	Te 9,01	I 10,45
Cs 3,89	Ba 5,21		

В пределах группы периодической таблицы Д.И. Менделеева потенциал ионизации  $\{I\}$  уменьшается (таблица 2.1), а сродство к электрону  $\{E_{ср}\}$  растет (таблица 2.2). При встрече атома М с низким потенциалом ионизации (например, Na) с атомом Х с большой энергией сродства к электрону (например, Cl) может произойти переход электрона от атома М к Х с образованием молекулы по схеме:  $M + X \rightarrow M^+ + X^- \rightarrow [M^+X^-]$ . В данной схеме образования химической связи мы предполагаем, что один из атомов притягивает общую электронную пару, за счет которой происходит образование химической связи и при этом симметричное распределение зарядов нарушается, связь становится полярной. Степень полярности связи зависит от различия в электроотрицательности ( $Y$ ) атомов, участвующих в образовании связи.

*Электроотрицательностью элемента (по Малликену) называется полусумма первого потенциала ионизации и энергии электронного сродства:  $Y = 0,5 \times (I + E_{ср})$ .*

В таблице 2.3 приведена относительная шкала электроотрицательности элементов по Полингу. За единицу отсчета выбрана электроотрицательность лития. Ионная химическая связь тем прочнее, чем больше разность электроотрицательностей ( $\Delta Y$ ) участвующих в ней атомов. Для CsF и FrF  $\Delta Y$  максимальна и равна 3,5, в KCl  $\Delta Y = 2,2$ . Одно из характерных свойств ионных соединений — их

способность образовывать кристаллы. Анионы и катионы образуют кристаллические решетки — упорядоченное расположение ионов.

**Таблица 2.2.** Энергия сродства к электрону (эВ)

Li +0,54	Be −0,60	B +0,20	C +1,25	N +0,00	O +2,20	F +3,63	Ne −0,25
Na +0,74	Mg −0,30	Al +0,61	Si +1,81	P +0,81	S +2,42	Cl +3,78	Ar −0,21

**Таблица 2.3.** Относительная электроотрицательность некоторых элементов (по Полингу)

H 2,1						
Li 1,0	Be 1,5	B 2,0	C 2,5	N 3,0	O 3,5	F 4,0
Na 0,9	Mg 1,2	Al 1,5	Si 1,8	P 2,1	S 2,5	Cl 3,0

Кристаллы хлорида натрия имеют правильную кубическую форму и там нет изолированных ионных пар типа  $\text{Na}^+\text{Cl}^-$ . Мы не останавливаемся на математическом аппарате расчета энергии ионной химической связи. Этот материал подробно изложен в книгах по квантовой химии. Отметим только, что в упрощенном изложении ионную связь можно трактовать как электростатическое взаимодействие ионов. Ионы рассматриваются как «твердые шары» с ионными радиусами  $r(\text{M}^+)$  и  $r(\text{X}^-)$  (табл. 2.4).

**Таблица 2.4.** Ионные радиусы (Е) некоторых элементов

Группы					
Периоды	1а	2а	3а	4а	5а
2	Li 1,55	Be 1,33	B 0,91	C 0,77	N 0,71
3	Na 1,89	Mg 1,60	Al 1,43	Si 1,34	P 1,31

Продолжение ➔

Таблица 2.4 (продолжение)

Группы					
Периоды	1a	2a	3a	4a	5a
4	K 2,36	Ca 1,97	Ga 1,39	Ge 1,39	As 1,48
5	Rb 2,48	Sr 2,15	In 1,66	Sn 1,58	Sb 1,61
6	Cs 2,68	Ba 2,21	Tl 1,71	Pb 1,75	Bi 1,82

Образование связи происходит за счет выигрыша энергии при образовании молекулы из двух атомов. Например, молекула NaCl может образоваться только в том случае, если ее энергия будет меньше энергии атомов Na и Cl, взятых порознь. Расчеты показывают, что для передачи электрона от Na к Cl требуется энергия  $E_1$ :  $E_1 = I(\text{Na}) - E_{\text{ср}}(\text{Cl}) = 5,4 - 3,8 = 1,6 \text{ эВ}$ . Энергия электростатического притяжения ионов  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$   $E_2 = 5,8 \text{ эВ}$ . При образовании молекулы NaCl получим выигрыш в энергии  $\Delta E = 5,8 - 1,6 = 4,2 \text{ эВ}$ .

Рассмотренная теория удовлетворительно объясняет ионную связь, но бессильна при попытке истолковать химическую связь в случае молекулы, например, из одинаковых атомов ( $\text{H}_2$  или  $\text{O}_2$ ). Это связано не с учетом кинетической энергии электронов, участвующих в образовании связи и играющей доминирующую роль в расчетах энергии химической связи. В квантомеханической теории строения молекул кинетическая энергия электронов учитывается автоматически, что приводит к понятию об обменной энергии, играющей центральную роль в интерпретации квантомеханической теории связи атомов в молекулах.

## 2.3. МЕТОД ВАЛЕНТНЫХ СВЯЗЕЙ. ТЕОРИЯ ГЕЙТЛЕРА И ЛОНДОНА

При решении задачи о природе и характере химической связи атомов в молекуле, квантовая механика исходит из уравнения Шредингера, вид которого определяется степенью сложности молекулы. В случае молекулы водорода уравнение Шредингера записывают в виде:

$$\left[ \left( \frac{d^2\phi}{dx^2} + \frac{d^2\phi}{dy^2} + \frac{d^2\phi}{dz^2} \right) + \frac{8\pi me^2}{h^2} \left( \frac{1}{r_{ai}} + \frac{1}{r_{bi}} \right) \phi \right] + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left( E - \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{r} \right) \phi = 0$$

Выражение в квадратных скобках — это кинетическая энергия электронов в молекуле, в круглой скобке — потенциальная энергия взаимодействия электронов между собой и с ядрами;  $r_{12}$  — расстояние между электронами в молекуле водорода,  $r$  — расстояние между ядрами (протонами) в молекуле водорода. Расстояние между ядрами  $r$  рассматривается как фиксированный параметр (приближение Борна–Оппенгеймера);  $E$  — энергия молекулы;  $\phi$  — волновая функция, которая описывает поведение электронов в молекуле водорода;  $\phi^2 dv$  — вероятность обнаружить оба электрона в элементе объема  $dv$  (рис. 2.1).

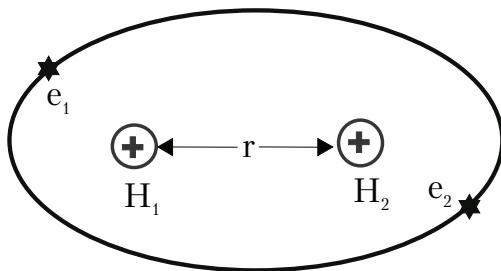


Рис. 2.1. Геометрия молекулы водорода

Так как точно решить уравнение Э. Шредингера для молекулы водорода невозможно, рассмотрим приближенный метод решения задачи о химической связи в молекуле водорода, который предложили немецкие физики Гейтлер и Лондон в 1927 г. В качестве нулевого приближения рассмотрим разъединенные атомы, т. е. электрон 1 при ядре  $a$  и электрон 2 при ядре  $b$ . Полная энергия системы равна сумме энергий двух изолированных атомов, т. е.  $2E_0$ . Электроны в атомах водорода находятся в  $1s$ -состоянии, поэтому волновые функции

электрона имеют вид:  $\phi_a(1) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r_a}{a_0}}$ ,  $\phi_b(2) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r_b}{a_0}}$ ,

где  $r_a$  — расстояние электрона 1 от ядра «а» и  $r_b$  — расстояние электрона 2 от ядра «b»;  $|\phi_a(1)|^2 dV_1$  означает вероятность найти первый

электрон, принадлежащий ядру  $a$  в элементе объема  $dV_1 = dx_1 dy_1 dz_1$ ,  $|\phi_b(2)|^2 dV_2$  означает вероятность найти второй электрон, принадлежащий ядру  $b$  в элементе объема  $dV_2 = dx_2 dy_2 dz_2$ . На расстоянии, когда еще нет молекулы водорода, т. е. мы имеем дело с изолированными атомами, вероятности эти независимы и вероятность одновременного нахождения первого электрона в элементе объема  $dV_1$ , а второго — в элементе объема  $dV_2$  равна произведению  $\phi_a^2(1)dV_1 \times \phi_b^2(2)dV_2 = [\phi_a(1) \times \phi_b(2)]^2 dV_1 dV_2$ , откуда для молекулярной волновой функции нулевого приближения получаем выражение  $\phi_1 = \phi_a(1)\phi_b(2)$ . При сближении атомов водорода, т. е. при образовании молекулы водорода, происходит делокализация электронов, возникает возможность перехода электрона от одного ядра к другому, электроны становятся неразличимы и могут обмениваться местами локализации. Наряду с состоянием 1 с волновой функцией  $\phi_1 = \phi_a(1)\phi_b(2)$  возникает состояние 2 с волновой функцией  $\phi_2 = \phi_a(2)\phi_b(1)$ . Запись  $\phi_a(2)$  означает волновую функцию электрона 2, локализованного около ядра «а». Более точному решению уравнения Э. Шредингера для молекулы водорода будет отвечать линейная комбинация волновых функций, которые описывают состояние 1 и состояние 2 системы:

$$\phi = c_1\phi_1 \pm c_2\phi_2 = c_1\phi_a(1)\phi_b(2) \pm c_2\phi_b(1)\phi_a(2).$$

Решение уравнения Э. Шредингера с данной волновой функцией приводит к двум значениям энергии для молекулы водорода:

$$E_1 = 2E_0 + \frac{C + J}{1 + S_{12}}, \text{ при этом } c_1 = c_2 = c;$$

$$E_2 = 2E_0 + \frac{C - J}{1 + S_{12}}, \text{ при этом } c_1 = -c_2.$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{2 + 2S_{12}^2}},$$

где  $E_0$  — энергия изолированного атома водорода в основном состоянии;

$C$  — кулоновский интеграл; его значение равно энергии электростатического взаимодействия электронов с ядрами, электронов и ядер между собой в молекуле водорода;

$J$  — обменный интеграл; он не имеет классического аналога и поэтому допускает лишь приближенную трактовку, как энергия элек-

тронов, связанную с *делокализацией* электронов в молекуле, которая обусловлена *движением* электронов в пределах молекулы;

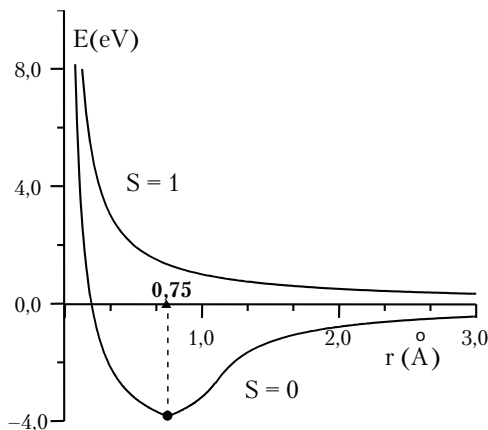
$S_{12} = Sab$  резонансный интеграл, значение которого пропорционально степени делокализации электронов в молекуле:

$$S_{12} = \int \varphi_a(1) \varphi_b(2) \varphi_b(1) \varphi_a(2) dV_1 dV_2.$$

Расчет показывает, что кулоновский и обменный интегралы отрицательны, причем обменный интеграл  $J$  значительно превосходит по абсолютной величине кулоновский интеграл. Это приводит к тому, что для молекулы водорода возможно состояние с энергией  $E_1$ , которая меньше суммы энергии разъединенных атомов  $2E_0$  (т. е. реализуется возможность образования стабильной молекулы из двух атомов) и возможно состояние с энергией  $E_2$ , которая больше  $2E_0$ , т. е. возможно неустойчивое, возбужденное состояние молекулы. Устойчивому состоянию молекулы соответствует симметричная координатная волновая функция  $\varphi^+ = c[\varphi_a(1)\varphi_b(2) + \varphi_b(1)\varphi_a(2)]$  с энергией  $E_1$ , возбужденному состоянию молекулы — антисимметричная координатная волновая функция  $\varphi^- = c[\varphi_a(1)\varphi_b(2) - \varphi_b(1)\varphi_a(2)]$  с энергией  $E_2$ ; симметрия волновой функции определяется по отношению к перестановки электронов: если при перестановке электронов знак волновой функции не меняется, значит функция симметричная, если изменяется на обратный — антисимметричная функция. Последующий теоретический анализ возникновения химической связи выявил огромную роль спина электронов, участвующих в образовании связи. Каждой химической связи должна соответствовать волновая функция в виде произведения двух волновых функций: пространственной  $\varphi(1,2)$  и спиновой  $\sigma(1,2)$ ; при записи спиновой функции электрона 1 с положительной проекцией спина используют обозначение  $\alpha(1)$ , с отрицательной  $\beta(1)$ . Запись  $\beta(2)$  означает, что проекция спина электрона 2 — отрицательная. Минимальной энергии электронов в молекуле водорода (устойчивому состоянию молекулы водорода) соответствует произведение симметричной координатной волновой функции на антисимметричную спиновую функцию  $\sigma^- = 1/\sqrt{2}[\alpha(1)\beta(2) - \alpha(2)\beta(1)]$ , которая задает суммарный спин электронов в молекуле, равный нулю  $S = 0$  (так как спины электронов направлены в разные стороны):

$$\chi(1,2) = \varphi^+ \times \sigma^-; \text{ энергия молекулы } E_1 < 2E_0, \text{ спин } S = 0.$$

$$\chi^* = \varphi^- \times \sigma^+; \text{ энергия молекулы } E_2 > 2E_0, \text{ спин } S = 1.$$



**Рис. 2.2.** Зависимость энергии молекулы водорода от расстояния между ядрами

Расчеты Гейтлера и Лондона дали количественное объяснение химической связи на основании положений квантовой механики. Он показал, что если электроны атомов водорода обладают противоположно направленными спинами, то при сближении атомов происходит значительное уменьшение энергии системы, возникает химическая связь. Именно наличие у электронов спина сделало возможным образование химической связи.

Возбужденному состоянию молекулы соответствует волновая функция, равная произведению антисимметричной координатной волновой функции на симметричную спиновую функцию  $\sigma^+ = 1/\sqrt{2}[\alpha(1)\beta(2) + \alpha(2)\beta(1)]$ , которая задает спин молекулы равный единице  $S = 1$ : электроны антипараллельных спинов делает возможным нахождение электронов около обеих ядер, что и трактуется как «обмен электронами». Движение электронов в пространстве между ядрами приводит к значительному увеличению электронной плотности в пространстве между ядрами, которое и «стягивает» положительно заряженные ядра. В системе с параллельными спинами электронов, плотность электронного облака между ядрами резко снижается — электроны *выталкиваются* из пространства между ядрами, и химическая связь не возникает. Волновые функции  $\varphi$ , которые получаются в результате решения уравнения Шредингера

ра, называются *молекулярными орбиталями*. Путем вычисления амплитуды вероятности распределения электронов  $[\varphi(x, y, z)]^2$  можно показать, что в устойчивом состоянии молекулы водорода распределение электронной плотности соответствует концентрации электронов в пространстве между ядрами, в то время как в неустойчивом (возбужденном) состоянии электроны стремятся отойти от центра молекулы. Орбиталь, которая задает основную часть электронной плотности, сосредоточенной между ядрами (область связывания), называется *связывающей молекулярной орбиталью*. В нашем случае это орбиталь:  $\varphi^+ = c[\varphi_a(1) \times \varphi_b(2) + \varphi_b(1) \times \varphi_a(2)]$ . Ей соответствует кривая потенциальной энергии типа « $S=0$ » на рис. 2.2 (в расчете на одну молекулу). На кривой потенциальной энергии молекулы есть минимум, который соответствует максимально устойчивому состоянию молекулы. Положение минимума потенциальной энергии взаимодействия электронов в молекуле определяет оптимальное расстояние между ядрами молекулы ( $r_{\min} = 0,75 \text{ \AA}$ ). Если молекулярная орбиталь задает максимум электронной плотности, сосредоточенной за пределами между ядрами (область разрыхления), то орбиталь называется *разрыхляющей* и ей соответствует орбиталь со знаком  $[-]$  и кривая потенциальной энергии типа « $S=1$ » (см. рис. 2.2), на которой отсутствует минимум энергии атомов в составе молекулы. Это означает, что ни при каком расстоянии между ядрами молекула не может находиться в устойчивом состоянии, если спины электронов параллельны (см. рис. 2.2). Отметим, что мы рассмотрели метод описания химической связи, в основе которого лежат представления о химической связи, которая образуется между двумя атомами за счет пары электронов с противоположными спинами, *локализованными* между атомами. Представление о локализованной паре электронов подтверждает идею Льюиса о химической связи как о паре электронов, общей двум атомам и лежит в основе понятия *валентности* атома. В случае образования молекулы из трех и более атомов, в данном методе принимаются во внимание только парное взаимодействие атомов:  $\langle A|B \rangle$ ,  $\langle A|C \rangle$ ,  $\langle B|C \rangle$  в случае атомов А, В, С. Рассчитанные по этой схеме молекулярные орбитали и соответствующие им уровни энергии называются связывающие и разрыхляющие соответственно. К сожалению, метод локализованных пар оказался неудобным для описания сопряженных связей в органических молекулах и дальней-



шее развитие теории химической связи пошло по пути частичного отказа от рассмотрения молекулы как совокупности атомов, сохраняющих некоторую индивидуальность. В методе молекулярных орбиталей молекула рассматривается как единое целое, каждый электрон движется в поле всех ядер молекулы.

## 2.4. $\sigma$ - И $\pi$ -СВЯЗИ В МОЛЕКУЛЕ

По виду перекрывания атомных волновых функций электронов молекулярные связи бывают  $\sigma$ -,  $\pi$ - и т. д. типов. Если связь обеспечивается перекрыванием волновых функций электронов, симметричных относительно оси, соединяющей ядра, связь называется  $\sigma$ -связью. Если при образовании связи перекрывание электронных волновых функций будет симметрично относительно плоскости, проходящей через ось, соединяющей атомы (например, ось  $Z$ ) и перпендикулярной плоскости  $XY$ , то в этом случае говорят о  $\pi$ -связи. Примеры перекрывания орбиталей двух атомов с образованием  $\sigma$ - и  $\pi$ -связи приведены на рис. 2.3. Как правило, энергия  $\sigma$ -связи больше энергии  $\pi$ -связи.

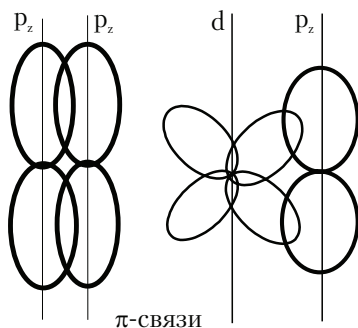


Рис. 2.3. Перекрывание АО при образовании химической связи

## 2.5. ГИБРИДИЗАЦИЯ АТОМНЫХ ОРБИТАЛЕЙ

Чем полнее в пространстве перекрываются друг с другом две атомные орбитали, участвующие в химической связи, тем прочнее связь. Иногда связь между атомами оказывается прочнее, чем это

следует из расчета. Исправить положение оказалось возможным, если предположить, что в момент образования химической связи атомная орбитали принимает «форму», позволяющую ей более полно перекрываться с орбиталью соседнего атома. Изменить свою «форму» атомная орбиталь может, лишь комбинируясь с другими атомными орбиталями иной симметрии этого же атома. С математической точки зрения это означает, что в уравнение Шредингера надо подставлять не «чистые» АО, а их некоторую линейную комбинацию. Подбор линейной комбинации АО, обеспечивающей максимальное перекрывание атомных волновых функций и обеспечивающих более точное решение уравнения Шредингера, называется **гибридизацией** атомных орбиталей. Гибридизация осуществляется при возбуждении атома, т. е. требует затрат энергии, которые должны окупиться при образовании химической связи с другим атомом. Таким образом, первое условие необходимости гибридизации можно сформулировать следующим образом: по сравнению с исходными АО гибридная АО должна обеспечивать более полное перекрывание с АО соседнего атома. Второе: в образовании химической связи должны участвовать не спаренные электроны, т. е. внешние электроны, суммарный спин которых не равен нулю (валентные электроны). Гибридное состояние АО энергетически, естественно, менее выгодно, чем нормальное. На гибридизацию АО, например, атома углерода требуется затрата энергии  $\approx 270$  кДж/моль, что, однако, компенсируется тем, что образующиеся связи оказываются более прочными вследствие повышенной электронной плотности в направлении связей между атомами. Использование понятия гибридизации атомных орбиталей оказалось плодотворным и с точки зрения предсказания геометрии молекулы, т. е. расположения атомов в пространстве. Рассмотрим эти положения на конкретных примерах.

**sp-гибридизация.** Подобный тип гибридизации возникает при образовании атомом двух связей за счет электронов, находящихся в *s*- и *p*-состояниях (или с использованием *s*- и *p*-состояний электронов).

Пример. Атом бериллия Ве имеет электронную конфигурацию  $1s^2 2s^2$  (два внешних, спаренных электрона на 2s АО). Из данного электронного состояния атом бериллия не сможет образовать две химические связи, так как отсутствуют неспаренные электроны.

Необходимо сообщить дополнительную энергию атому Be, чтобы перевести его внешние электроны в валентное состояние  $1s^2 2s^1 2p^1$ . Используя  $2s$  и  $2p$  атомные орбитали теперь можно сконструировать две  $sp$ -гибридные АО с волновыми функциями:

$$\varphi_{\pm} = 1/2 \times [f(s) \pm f(p)]$$

Получающиеся гибридные  $sp$ -орбитали располагаются на одной прямой, образуя угол в  $180^\circ$ . Направленностью двух АО объясняют угол между атомами в  $\text{CO}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$ .

**$sp^2$ -гибридизация.** Используя  $s$ - и две  $p$ -орбитали атома можно получить три гибридные АО, причем вклад в перекрывание атомных орбиталей  $s$ -орбитали будет равен  $1/3$ , а  $p$ -орбиталей —  $2/3$ . Если в гибридизации участвуют  $s$ ,  $p_x$  и  $p_y$  АО, в этом случае  $sp^2$ -гибридные АО получаются в результате линейной комбинации  $s$  и двух  $p$ -орбиталей:

$$\varphi_1 = f(s) + f(p)_x + f(p)_y; \varphi_2 = f(s) - f(p)_x + f(p)_y; \varphi_3 = f(s) - f(p)_x - f(p)_y$$

**$sp^2$ -гибридные орбитали** обеспечивают плоское строение молекулы с углом в  $120^\circ$  между связями. В молекуле этилена  $sp^2$ -гибридные АО углерода получаются при линейной комбинации  $2s$ ,  $2p_x$  и  $2p_y$  АО.  $2p_z$  — АО участвует в образовании  $\pi$ -связи с другим атомом углерода. Обратим внимание на то, что в нормальном состоянии атома углерода валентные электроны расположены на  $2s^2 2p^2$  АО. Для организации  $sp^2$ -гибридных АО углерода надо затратить энергию на перевод  $2s$ -электрона на  $2p$ -орбиталь.  $sp^2$ -гибридизация АО реализуется в трихлориде бора,  $\text{BCl}_3$  и подобных молекулах, в ионе  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$ .

**$sp^3$ -гибридизация** имеет место при линейной комбинации четырех атомных орбиталей одного слоя (т. е. с одинаковым главным квантовым числом  $n$ ),  $s$ ,  $p_x, p_y, p_z$ . В этом случае гибридные  $\varphi_i$  АО получаются в результате линейных комбинаций:

$$\varphi_1 = f(s) + f(p)_x + f(p)_y + f(p)_z; \varphi_2 = f(s) - f(p)_x + f(p)_y + f(p)_z; \\ \varphi_3 = f(s) + f(p)_x - f(p)_y + f(p)_z; \varphi_4 = f(s) + f(p)_x + f(p)_y - f(p)_z$$

$sp^3$  — гибридизация обеспечивает угол между связями  $\approx 109^\circ$ . При этом атом надо расположить в центре правильного тетраэдра,  $sp^3$ -гибридных орбитали будут направлены от атома к вершинам тетраэдра. Особое значение имеет гибридизация атомных орбиталей атома кислорода в молекуле воды. Гибридизация АО атома кисло-

рода и образование водородных связей (см. дальше) объясняют свойства воды в жидком состоянии.

**$sp^3$ -гибридизация** АО атома кремния в ионе  $SiO_4^{4-}$  объясняет строение силикатов и т. д.

Кроме рассмотренных типов гибридизации атомных орбиталей существует  $dsp^2$ -гибридизация АО, которая обеспечивает плоское строение молекулы с углом в  $90^\circ$  между связями (ион  $AuCl_4^{4-}$ ), тригонально-бипиримидальная гибридизация АО  $dsp^3$  ( $PCl_5$ ) и т. д.

## 2.6. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ МЕТОДА МОЛЕКУЛЯРНЫХ ОРБИТАЛЕЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЛКАО

В методе валентных связей, при образовании молекулы из атомов, принимаются во внимание только парные взаимодействия атомов. В методе МО это ограничение снимается и исходная молекулярная орбиталь  $\phi$  представляет собой линейную комбинацию атомных орбиталей всех атомов, участвующих в образовании молекулы:

$$\phi = c_{a1}\varphi_a(1) + c_{a2}\varphi_a(2) + c_{a3}\varphi_a(3) + \dots + c_{b1}\varphi_b(1) + \dots$$

$\varphi_a(1)$  — волновая функции первого электрона атома «а»,  $\varphi_a(2)$  — волновая функция второго электрона атома «а» и т. д.  $\langle c_{ai} | c_{ai} \rangle$  вероятность обнаружить электрон  $e_i$  в окрестности атома «а». Если эта вероятность не равна 1, значит электрон делокализован по молекуле. Метод МО ЛКАО был успешно реализован для расчета  $\pi$ -связей в молекулах с двойными и тройными связями между атомами в молекуле (например, для объяснения цветности органических красителей, люминесценции и флюоресценции, процессов фотосинтеза и т. д.). В данного типа расчетах состояние  $\pi$ -электронов рассматривалось в электрическом поле остова молекулы, создаваемого  $\sigma$ -связями молекулы. В свою очередь,  $\sigma$ -связи рассчитывались по методу ВС.

## 2.7. ОПИСАНИЕ МОЛЕКУЛЫ ПО МЕТОДУ МО ЛКАО

В методе МО исчезает представление об индивидуальности атомов, из которых построена молекула; молекула состоит не из атомов, а представляет собой качественно новую систему, обра-

зованную несколькими *атомными ядрами* и движущимися в их электромагнитном поле электронов. Конструирование МО в методе ЛКАО подчиняется нескольким правилам:

- 1) число молекулярных орбиталей равно общему числу исходных АО;
- 2) количество связывающих и разрыхляющих МО орбиталей равны между собой;
- 3) число связывающих МО равно числу участвующих в образовании АО того атома, у которого их *меньше*;
- 4) распределение всех электронов по энергетическим уровням подчиняется принципу Паули и закону минимальности энергии молекулы.

**Строение двухатомных гомоядерных молекул.** Гомоядерные двухатомные молекулы — это молекулы, образованные из одинаковых атомов, например, молекула водорода  $H_2$ , кислорода  $O_2$ , азота  $N_2$  и т. д. Ядра атомов гомоядерных молекул имеют одинаковые заряды, поэтому соответствующие квантовые состояния атомов, которые входят в молекулу, имеют одинаковую энергию. В двухатомной молекуле существует выделенное направление — это ось молекулы, вдоль которой направлено электрическое поле ядер. Это направление определяет направление оси  $OZ$  декартовой системы координат, относительно которой определяются координаты составных частей молекулы. Взаимодействие молекулярного электрона с осевым электрическим полем зависит от магнитного квантового числа  $m_l$ , но не от его знака. Поэтому вводят квантовое число  $\lambda = |m_l|$ , которое определяет тип молекулярной орбитали линейной молекулы:

Квантовое число $\lambda$	1	2	3
Тип МО	$\sigma$	$\pi$	$\delta$

Все МО дважды вырождены, кроме  $\sigma$ . В обозначении молекулярной орбитали записывается информация о типе МО ( $\sigma, \pi, \delta \dots$ ), четности или нечетности (символы  $g$  или  $u$ ) МО. У разрыхляющей МО справа сверху ставится звездочка. Например, запись  $\sigma_u^* 2s$  означает, что данная МО является разрыхляющей линейной комбинацией  $2s$  атомных орбиталей и изменяет знак при инверсии относительно отражения в центре молекулы (нечетная МО). МО легких молекул (от  $H_2$  до  $N_2$ ) заполняются в последовательности, соответствующей возрастанию энергии МО:

$$\sigma 1s < \sigma^* 1s < \sigma 2s < \sigma^* 2s < \pi_x = \pi_y < \sigma_z < \pi_x^* = \pi_y^* < \sigma_z^* ;$$

$$\sigma_z = \sigma 2p_z, \pi_x = \pi 2p_x, \pi_y = \pi 2p_y \dots (a).$$

МО более тяжелых двухатомных молекул заполняются в последовательности:

$$\sigma 1s < \sigma^* 1s < \sigma 2s < \sigma^* 2s < \sigma_z 2p_z < \pi_x = \pi_y < \pi_x^* = \pi_y^* < \sigma_z^* 2p_z \dots (b)$$

Совокупность молекулярных орбиталей, занятых электронами, определяет *электронную конфигурацию* молекулы. В приведенных последовательностях заполнения МО использована упрощенная запись МО. Имеет смысл уточнить некоторые обозначения. Запись  $\sigma_z$  обозначает связывающую МО, которая является линейной комбинацией  $2p_z$  АО атомов:  $\phi = A[\phi(2p_z) + \phi(2p_z)]$  (рис. 2.4). Запись  $\sigma_z^*$  обозначает разрыхляющую МО, которая является линейной комбинацией  $2p_z$  АО, но со знаком минус:  $\phi = A[\phi(2p_z) - \phi(2p_z)]$ . МО типа  $\pi_x$  и  $\pi_y$  получаются в результате линейной комбинации  $2p_x$  и  $2p_y$  АО атомов; например, волновая функция МО  $\pi_x$  имеет вид:  $\phi(\pi_x) = A[\phi(2p_x) + \phi(2p_x)]$ . На рисунке 2.5 приведен фрагмент энергетической диаграммы, на котором показано относительное положение энергии МО, которые получены в результате линейной комбинации  $2p$  атомных орбиталей второго периода до азота включительно. Анализ диаграммы позволяет получить детальную информацию о молекуле — число и тип химических связей, оценить устойчивость молекулы и т. д. Электроны заселяют МО с учетом минимума энергии, принципа Паули и правила Гунда. Наиболее простую энергетическую диаграмму имеет молекула водорода. Электронная конфигурация молекулы в основном состоянии  $[(\sigma 1s)^2]$ . Два ее электрона согласно закону наименьшей энергии занимают наиболее низкую орбиталь  $\sigma_{1s}$  и согласно принципу Паули имеют противоположные спины.

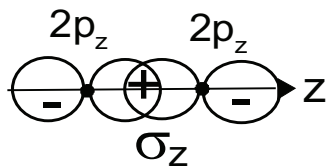
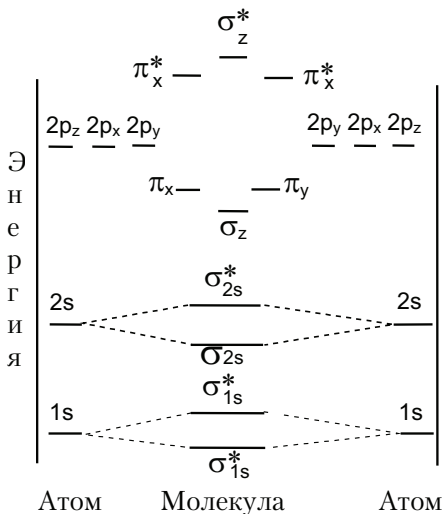


Рис. 2.4. Молекулярная орбиталь  $\sigma_z$ .

**Описание молекулы водорода в методе ЛКАО.** 1. Число ядер, участвующих в образовании молекулы, — два. 2. Число электронов

в молекуле — два. Пусть  $\phi_1(1s)$  — АО электрона первого атома водорода,  $\phi_2(1s)$  — АО электрона второго атома водорода. Используя две АО мы можем сконструировать две молекулярные орбитали:  $\phi_1 = C_{11}\phi_1(1s) + C_{12}\phi_2(1s)$ ,  $\sigma_s \phi_2 = C_{21}\phi_1(1s) - C_{22}\phi_2(1s)$ ,  $\sigma_s^*$ .



**Рис. 2.5.** Относительное расположение энергии молекулярных орбиталей

Первая МО — это связывающая  $\sigma_s$  орбиталь, вторая МО — это разрыхляющая  $\sigma_s^*$  орбиталь. Естественно, энергия электронов на связывающей орбитали  $[E(\sigma)]$  меньше энергии электронов на разрыхляющей орбитали  $[E(\sigma^*)]$ ;  $[E(\sigma)] < [E(\sigma^*)]$ .  $C_{ij}^2$  — электронная плотность (вероятность обнаружить электрон  $i$  около ядра  $j$ ). На рисунке 2.6 по оси ОУ откладывается энергия электронов в составе атома (боковые вертикальные линии) и энергия электронов в составе молекулы (по центру диаграммы).

Согласно принципу Паули, на каждой орбитали можно разместить только по два электрона с противоположно направленными спинами.

Если число электронов на связывающих орбиталях больше числа электронов на разрыхляющих орбиталях, такая молекула устойчива.

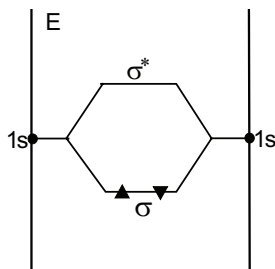


Рис. 2.6. Энергетическая диаграмма водорода

Согласно этому правилу, можно утверждать, что будут устойчивы молекула водорода (все электроны молекулы размещаются на связывающей орбитали), ион  $\text{H}_2^-$  (на связывающей орбитали два электрона, на разрыхляющей — один). Не может существовать молекула  $\text{He}_2$ , так как число электронов на связывающей орбитали равно числу электронов на разрыхляющей орбитали.

Молекула аммиака. В образовании молекулы аммиака принимают участие восемь электронов; пять от атома азота (два внутренних электрона  $1s^2$  не принимают участие в образовании химических связей) и три электрона от трех атомов водорода. Число АО — семь; от атома азота:  $2s$  орбиталь,  $2p_x$ ,  $2p_y$ ,  $2p_z$  орбитали; от атомов водорода — три  $1s$  орбитали. Требование о равенстве числа связывающих и разрыхляющих орбиталей может быть удовлетворено, если три орбитали окажутся связывающими, три — разрыхляющими и одна займет промежуточное положение (энергия электронов на этой орбитали выше, чем на чистой связывающей орбитали, но ниже, чем на разрыхляющей орбитали).

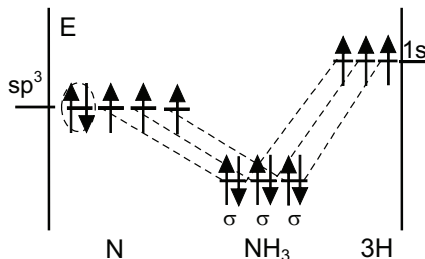
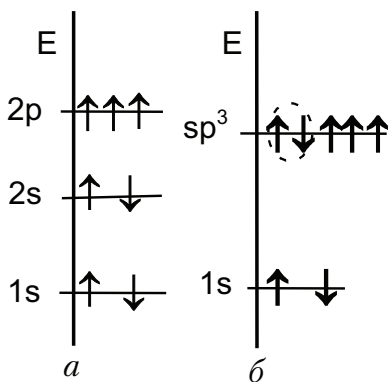


Рис. 2.7. Энергетическая диаграмма молекулы аммиака



С помощью семи АО мы можем получить семь МО. Все молекулярные орбитали  $\sigma$ -типа. При построении энергетической диаграммы для молекулы аммиака имеет смысл принять во внимание тетраэдрический характер связей в молекуле: угол между связями в молекуле  $\sim 107^\circ$  и имеется не поделенная электронная пара. Поэтому описанием молекулы будет более точным, если мы примем во внимание  $sp^3$ -гибридизацию атома азота. На рисунке 2.7 приведена энергетическая диаграмма молекулы аммиака с учетом гибридизации атома азота. На рисунке 2.8 приведено относительное расположение энергетических уровней электронов в основном состоянии атома азота, [a] и после гибридизации атомных орбиталей [б]. Два спаренных электрона (внутри эллипса) образуют не поделенную электронную пару, которая не принимает участие в образовании химической связи.



**Рис. 2.8.** Относительное расположение энергетических уровней в атоме азота

**Полярность химической связи.** Если в образовании химической связи участвуют разные атомы, то вклад их АО в образование молекулярной орбитали может быть неодинаковым (в методе МО ЛКАО это учитывается автоматически, так как квадраты коэффициентов перед атомными волновыми функциями пропорциональны вероятности обнаружить электроны около соответствующего атома). От этого зависит так называемая полярность химической связи. Например, в молекуле LiH атомные орбитали атомов сильно

отличаются по своим параметрам, (см. таблицы электроотрицательности атомов). Это приводит к тому, что на атоме лития возникает избыточный отрицательный заряд, а на атоме водорода — избыточный положительный заряд. Смещение центра тяжести электронной плотности к атому лития приводит к возрастанию вклада электрического взаимодействия в энергию молекулы. В этом случае говорят о возрастании полярности химической связи. Мерой полярности служит величина дипольного момента связи:  $\mu = l \times \delta e$ ,  $l$  — расстояние между центрами тяжести положительных и отрицательных зарядов. Для молекулы  $\text{LiH}$   $\mu = 5,83 \text{ Д}$  ( $1 \text{ Дебай} = 3,34 \times 10^{-30} \text{ Кл}\cdot\text{м}$ ), для  $\text{HF}$   $\mu = 1,826 \text{ Д}$ .

## 2.8. СТРОЕНИЕ ОТДЕЛЬНЫХ МОЛЕКУЛ

В зависимости от строения АО валентных электронов атомы соединяются в молекулы различными способами. Для одних атомов необходима предварительная гибридизация АО, для других этого не требуется. Все определяется выигрышем в энергии при образовании молекулы из атомов.

**Молекула азота.** Для атома азота электронная конфигурация электронов может быть записана в виде:  $1s^2 2s^2 2(p_x^1, p_y^1, p_z^1)$ , т. е. наличие в основном состоянии трех не спаренных  $p$ -электронов. За счет перекрывания трех  $p$ -АО образуется молекула азота  $\text{N}_2$ : при этом образуется одна  $\sigma$ -связь за счет перекрывания  $p_x$  АО и две  $\pi$ -связи за счет перекрывания  $p_y$  и  $p_z$  атомных орбиталей (см. рис. 2.8).

**Вода.** Интересно сравнить строение молекул воды и сероводорода. В ряду ковалентных гидридов  $\text{H}_2\text{O} - \text{H}_2\text{S} - \text{H}_2\text{Se} - \text{H}_2\text{Te}$  вода резко отличается по своим свойствам от остальных трех гидридов. Отличается и строение молекулы воды от строения молекул трех остальных гидридов. Проследим эти отличия на примере воды и сероводорода  $\text{H}_2\text{S}$ .

Электронная конфигурация атома кислорода:  $1s^2 2s^2 2p^4$

Электронная конфигурация атома серы:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ .

Атом кислорода, так же как и атом серы, имеет два неспаренных (валентных) электрона на  $p_x$  и  $p_y$  орбиталях. Если атом кислорода будет присоединять к себе два атома водорода, находясь в основном электронном состоянии, тогда угол между связями должен быть

равен  $90^\circ$  (угол между  $p_x$  и  $p_y$  орбиталями —  $90^\circ$ ). Чтобы объяснить валентный угол в молекуле воды ( $106^\circ$ ), необходимо предположить, что имеет место  $sp^3$ -гибридизация АО валентных электронов атома кислорода. В этом случае мы получаем четыре  $sp^3$ -гибридных атомных орбитали, на которых располагаются 6 электронов: две гибридные орбитали заняты двумя парами электронов, спины которых скомпенсированы (неподеленные электронные пары), две другие гибридные орбитали занимают два валентных электрона. Четыре  $sp^3$ -гибридных орбитали получаются как линейные комбинации трех  $2p$ -орбиталей и одной  $2s$ -орбитали. Два электрона будут задействованы для образования ковалентной химической связи с атомами водорода, две неподеленные электронные пары участвуют в образовании водородной связи с другими молекулами воды. Наличие водородной связи деформирует угол между атомами кислорода и водорода, уменьшая его от классического значения  $\approx 109^\circ$  до  $106^\circ$ . В отличие от кислорода, атом серы присоединяет атомы водорода, оставаясь в основном электронном состоянии, в котором валентные электроны располагаются на  $3p_x$  и  $3p_y$ -орбиталях. Поэтому угол между связями в молекуле сероводорода  $H_2S$  —  $90^\circ$ .

**В силикатах**, представляющих собой кислородные соединения кремния, основу структуры составляют связанные между собой через общие атомы кислорода тетраэдрические группы  $[SiO_4^{4-}]$ . Для атома кремния Si характерна  $sp^3$ -гибридизация атомных орбиталей, ориентированных в пространстве к четырем вершинам правильного тетраэдра. Данный тип гибридизации получается при возбуждении  $3s$ -электрона на  $3p$  АО:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$  — исходная электронная конфигурация атома кремния;

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 3p^3$  — возбужденная электронная конфигурация атома кремния.

При образовании связи с кислородом в силикатах кремний использует свои 4 гибридные  $sp^3$  АО. Атом кислорода использует одну из своих валентных  $2p$  АО для связи с атомом кремния. В этом случае угол Si—O—Si должен быть прямым («чистые»  $p$ -АО задают прямой угол между связями). Но рентгенографические и нейтронографические исследования показывают, что угол связи Si—O—Si изменяется в различных силикатах от  $120^\circ$  до  $180^\circ$ . Это означает, что в образовании связи Si—O участвуют гибридные АО атома

кислорода, причем с разной степенью гибридизации: от  $sp$  до  $sp^3$ -гибридизации (табл. 2.5).

**Таблица 2.5.** Угол между связями Si–O–Si в силикатах

Модификация кварца	Угол связи (градусы)
Кварц низкотемпературный ( $\alpha$ -кварц)	143...147
Кварц высокотемпературный ( $\beta$ -кварц)	146...155
Кристобалит высокотемпературный	152...180

## 2.9. СТРОЕНИЕ НЕОРГАНИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

Рассмотрим строение твердых тел, в которых атомы и молекулы объединяются в структуру, которая называется кристаллической решеткой. Структурной единицей кристаллической решетки могут быть атомы, молекулы, ионы. Атомы могут объединяться в ковалентные кристаллы (например, фуллерены, алмаз, графит), или образовывать кристаллические металлические вещества (например, железо, магний и т. д.). В алмазе связь между атомами образуется за счет перекрывания  $sp^3$ -гибридных орбиталей атомов углерода. Данный тип ковалентной связи обеспечивает наибольшее количество атомов на единицу объема и самую большую в природе твердость вещества. В металлах перекрывание атомных орбиталей приводит к образованию связывающих и разрыхляющих молекулярных орбиталей. При увеличении числа атомов расширяется интервал энергий молекулярных орбиталей с одновременным увеличением числа уровней энергии в этом интервале. Это приводит к тому, что разница между энергиями молекулярных орбиталей непрерывно уменьшается и образуется почти непрерывный энергетический спектр, образуется энергетическая полоса. Электроны, участвующие в образовании связи, заполняют преимущественно связывающие молекулярные орбитали, охватывающие весь металл. Отметим, что незаполненные молекулярные орбитали лежат очень близко к заполненной энергетической полосе (уровню Ферми). Это приводит к тому, что для возбуждения электронов с уровня Ферми требуется малое количество энергии, что обеспечивает исключительную

подвижность электронов в пределах поверхностного слоя металла. Если принимать во внимание возможность гибридизации атомных орбиталей при образовании химических связей в металле, то число образующихся молекулярных орбиталей будет значительно превышать число электронов, которые могут заполнять эти орбитали. Отметим, что для ковалентных кристаллов (например, для алмаза) энергетическая полоса расщепляется на две зоны — зону, образованную связывающими молекулярными орбиталями и разрыхляющими молекулярными орбиталями. Разница между энергиями этих зон называется энергия запрещенной зоны. Наличие запрещенной зоны приводит к локализации валентных электронов в пределах структурной единицы кристалла, т. е. к серьезным ограничениям в подвижности электронов. В зависимости от ширины запрещенной зоны соответствующие вещества являются или изоляторами (алмаз), или полупроводниками (германий). Для алмаза ширина запрещенной зоны порядка 700 кДж/моль, для германия — 70 кДж/моль. В ионных кристаллических веществах структурной единицей является ион, например  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  в кристаллах галита. Природа химической связи между ионами в кристаллической решетке — это электростатическое взаимодействие заряженных частиц с учетом квантомеханических эффектов, которые всегда надо принимать во внимание при анализе взаимодействия частиц на расстояниях порядка размеров атомов или молекул.

## ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «СТРОЕНИЕ МОЛЕКУЛ»

1. В каком случае невозможно образование молекулы?
2. Опишите механизм образования ионной связи. Почему невозможно в рамках модели ионной связи объяснить образование молекул водорода, кислорода и т. д.?
3. Как в методе валентных связей (ВС) Гейтлера–Лондона объясняется образование химической связи? Какова роль спина валентных электронов в устойчивости молекулы?
4. Какие химические связи называются ковалентные, полярные, донорно-акцепторные? Какая разница между  $\pi$ - и  $\sigma$ -связями?
5. В чем разница описания химических связей в модели ВС и в методе молекулярных орбиталей (МО) в приближении ЛКАО.

6. Что означает понятие «гибридизация атомных орбиталей»? Раскройте смысл и приведите примеры  $sp$ -,  $sp^2$ -,  $sp^3$ -гибридизации АО. Какой тип гибридизации валентных электронов кислорода в воде. Объясните образование водородной связи на примере воды.
7. Что такое энергетические уровни молекулы? Какие электроны называются связывающие, а какие разрыхляющие?
8. Химические связи в кристаллических веществах. Понятие о металлической связи.

## **Раздел II**

# **ХИМИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА**

## **ВВЕДЕНИЕ**

Физическая химия является той основой, на которой построен фундамент теоретических построений в геологии. Физическая химия дает геологу хорошо отработанный аппарат, с помощью которого можно проводить количественное изучение природных процессов, позволяет связать экспериментальные данные, накопленные в различных областях науки, с геологическими наблюдениями о закономерностях протекания природных процессов.

## **Глава 3**

## **ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ**

### **3.1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ**

Термодинамика, как один из разделов физической химии, имеет огромное практическое значение, поскольку позволяет доводить умозрительные построения до расчетного, строго контролируемого решения. В настоящее время в геологических исследованиях наиболее широко используются методы и законы термодинамики равновесных процессов. Этим вопросам уделяется повышенное внимания в данном разделе лекций.

При анализе природных процессов методами термодинамики, нам придется пользоваться рядом понятий и определений, которые составляют язык термодинамики. Определим эти понятия.

**Система** — тело или совокупность тел, мысленно или фактически выделенных из окружающей среды и являющиеся предметом изучения. Например: минерал, рудное тело, раствор, ионосфера и т. д. В зависимости от характера взаимодействия системы с внешней средой определяют понятие *изолированной системы, замкнутой системы и открытой системы*. При анализе процессов, протекающих в изолированной системе, предполагается полное отсутствие обмена энергией и веществом системы с окружающей средой. Данная система является чисто теоретическим понятием и в природе не реализуется. Для замкнутой системы разрешается обмен энергией, но запрещается обмен веществом системы с внешней средой. Примером такой системы могут служить газожидкие включения в минералах. Для *открытых* систем имеет место обмен и энергией и веществом с внешней средой. Можно считать, что природные системы — это в основном открытые системы.

**Параметры системы** — совокупность физико-химических характеристик системы (температура, давление, объем, количество вещества, электрический потенциал и т. д.). *Стандартные* параметры системы: количество вещества — один моль, температура — 298,15 К, давление — 1 бар, количество воды в системе — 1 кг, концентрация компонента в растворе (моляльная концентрация) — 1 моль/1 кг воды.

**Уравнение состояния системы** — уравнение, которое связывает между собой параметры, которые характеризуют состояние системы. Например: система — идеальный газ; параметры состояния — температура  $T$  °К, давление  $P$ , объем  $V$ ; уравнение состояния:  $(P \times V) = (m/\mu)RT$ .

**Классификация термодинамических процессов.** Термодинамический процесс — это всякое изменение состояния системы, сопровождающееся изменением хотя бы одного из параметров системы. Процесс называется самопроизвольным, если он протекает без внешнего воздействия на систему и поступления энергии. Равновесным называется процесс, проходящий через непрерывный ряд равновесных состояний. Под равновесным состоянием системы понимается такое состояние, которое принимает система



после завершения всех процессов в системе и которое сохраняется во времени до начала следующего термодинамического процесса. Обратимый процесс — это процесс, который может быть проведен в обратном направлении без того, чтобы в системе и окружающей среде остались какие-либо изменения. Как правило, равновесные и обратимые процессы совпадают.

### 3.2. ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЗАКОНА И ФОРМУЛИРОВКА. ПОНЯТИЕ О ФУНКЦИИ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ

Среди процессов, протекающих в природе, огромное значение играют тепловые процессы. Поглощением или выделением тепла сопровождается рудообразование, карстовые процессы, растворение и кристаллизация веществ, сжигание топлива и радиоактивные процессы. Поэтому правомерно поставить вопрос: что произойдет с термодинамической системой, если мы привнесем в систему энергию в форме тепла? Ответ на этот вопрос в общем виде дает первый закон термодинамики.

$$\delta q = \Delta U + \delta A. \quad (3.1)$$

*Если системе сообщить некоторое количество тепла, то изменится внутренняя энергия системы и система способна совершить работу против внешних сил.*

Форма передачи энергии системе в процессах теплопереноса (когда мы нагреваем или охлаждаем систему) называется *теплотой*, а мера переданной энергии в таком процессе есть количество *теплоты*. Внутренняя энергия системы является частью полной энергии системы, так как энергия системы складывается из внутренней энергии системы, потенциальной и кинетической энергии системы как единого целого:  $E = U + (П + К)$ . В понятие внутренней энергии системы включают поступательную и вращательную энергию молекул, колебательную энергию атомов в молекуле, энергию движения и взаимодействия электронов в атоме, внутриядерную энергию. Внутренняя энергия системы зависит от природы вещества, его количества в системе и от параметров состояния системы. Изменение внутренней энергии  $\Delta U$  зависит только от значения

параметров системы вначале и в конце процесса и не зависит от пути перехода системы из начального состояния в конечное состояние. Термодинамическая функция, обладающая таким свойством, называется *функцией состояния системы*. Внутренняя энергия системы — функция состояния системы. Условимся в дальнейшем относить внутреннюю энергию к одному молю вещества. В термодинамике энергия системы определяется при строго фиксированном значении потенциальной и кинетической энергии системы как целого, т. е.  $\Pi + K = \text{const}$ , поэтому  $\Delta E = \Delta U + \Delta(\Pi + K) = \Delta U$ . Таким образом, при анализе термодинамических процессов полное изменение энергии системы равно изменению ее внутренней энергии:  $\Delta E = \Delta U$ .

Вычислить внутреннюю энергию можно только для идеального газа (без учета ядерной энергии). Согласно закону равнораспределения энергии классической статистической физики (Больцман)  $U = i/2 RT$  (для одного моля газа):  $i$  — число степеней свободы молекулы газа (числом степеней свободы частицы называется число независимых координат, которые определяют положение и конфигурацию частицы в пространстве).

1. Одноатомный идеальный газ:  $i = 3$ ,  $U = 3/2 RT$ ;
2. Двухатомный идеальный газ:  $i = 6$ ,  $U = 6/2 RT = 3RT$ .

### 3.3. РАБОТА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРОТИВ ВНЕШНИХ СИЛ

В уравнение (3.1) входит понятие «работа термодинамической системы». В общем случае элементарное количество выполненной работы (т. е. бесконечно малый объем работы) можно записать в виде произведения обобщенной силы  $F_i$  на изменение обобщенной координаты  $\xi_i$ , т. е.  $\delta A = F_i \times \xi_i$ . Например, работа, совершаемая против внешнего давления  $P$  при изменении объема системы  $\Delta V$  равна:  $\delta A = P \Delta V$ ; работа против сил электрического поля равна  $q \times \Delta \phi$  ( $\Delta \phi$  — разность потенциалов электрического поля,  $q$  — величина перемещаемого заряда; данный вид работы играет важную роль при анализе окислительно-восстановительных реакций); работа, при изменении поверхности системы  $dS$  равна  $\sigma dS$ ;  $\sigma$  — поверхностное натяжение. Если в состав системы входит газовая фаза, при анализе

работы, совершаемой такой системой, важную роль играет работа расширения газа:  $A = \int_{V_1}^{V_2} P dV$  в разных процессах.

1. В изохорном процессе,  $V = \text{const}$ ,  $dV = 0$ ,  $A = 0$ .

2. В изобарном процессе,  $P = \text{const}$ :  $A = P(V_2 - V_1)$ .

3. В изотермическом процессе,  $T = \text{const}$ : для одного моля идеального газа  $PV = RT$ ,  $P = RT/V$  и  $A = R \int_{V_1}^{V_2} T \frac{dV}{V} = RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ .

4. В адиабатическом процессе,  $\delta Q = 0$ :  $A = -\Delta U$  (работа совершается за счет уменьшения внутренней энергии системы).

### 3.4. ПРИМЕНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ К АНАЛИЗУ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Все химические превращения сопровождаются изменением внутренней энергии компонентов реакции, а значит и всей системы в целом. Согласно первому закону термодинамики,  $\Delta U = \delta q + + (-\delta A)$ . В зависимости от условий протекания процесса в системе, изменение внутренней энергии системы  $\Delta U$  может разным способом распределяться между двумя слагаемыми. *Наибольшая теплота, которую можно получить для данного процесса, называется тепловым эффектом процесса.* **Примечание:** в термохимии принято считать тепловые эффекты экзотермических реакций (теплота выделяется в ходе протекания реакции) положительными, а эндотермических реакций — отрицательными. В термодинамике принята противоположная система знаков:  $\delta q > 0$ , если в результате процесса тепло поглощается и  $\delta q < 0$ , если тепло выделяется. Для того чтобы согласовать обе системы знаков, будем обозначать тепловые эффекты процессов буквой  $Q$  и считать, что  $Q = -\delta q$ .

### 3.5. ЭНТАЛЬПИЯ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ЭНТАЛЬПИИ. $\Delta H^\circ_{f298}$ И $\Delta H^\circ_{298}$

Большое значение имеет теоретический расчет теплового эффекта химической реакции. Эту задачу можно решить на основании первого закона термодинамики. Действительно, за исключением

специально организованных химических процессов, работа, которая связана с протеканием реакции в системе, есть работа против внешнего давления:  $\delta A = p \times \Delta v$  ( $\Delta v$  — изменение объема системы в результате протекания реакции). В этом случае первый закон термодинамики можно записать в виде уравнения:  $\delta q = \Delta U + p \Delta v$ . Для изохорических процессов ( $v = \text{const}$ ,  $\Delta v = 0$ ),  $\delta q = \Delta U$ , а тепловой эффект реакции  $Q_v = -\Delta U$ . Для изобарических процессов ( $p = \text{const}$ ,  $p \Delta v = \Delta [pv]$ ),  $\delta q = \Delta U + \Delta [pv] = \Delta [U + pv] = \Delta H$ . **Термодинамическая функция  $H = U + pv$  называется энтальпией системы**, а изменение энтальпии с обратным знаком ( $-\Delta H$ ) равно тепловому эффекту изобарного процесса,  $Q_p = -\Delta H$ . Необходимо отметить, что мы не располагаем способом для определения абсолютного значения внутренней энергии, а значит и энтальпии системы. К счастью, этого и не требуется, так как нам надо уметь вычислять разности:  $\Delta U = U_k - U_n$  и  $\Delta H = H_k - H_n$ .  $U_k$  — энергия конечного состояния системы,  $U_n$  — энергия начального состояния системы. Энтальпия термодинамической системы — *функция состояния системы*. При расчетах разностных значений функции состояния, выбор точки отсчета может быть сделан произвольным образом. В настоящее время принято считать, что энтальпия образования простых веществ в стандартных состояниях равна нулю. Например, стандартная энтальпия образования кислорода при температуре  $T = 298^\circ\text{K}$  и давлении газа один бар, равна нулю:  $\Delta H_{f298}^\circ(\text{O}_2) = 0$ , стандартная энтальпия образования графита  $\Delta H_{f298}^\circ(\text{C}_{\text{графит}}) = 0$ . Но стандартная энтальпия образования алмаза уже не равна нулю:  $\Delta H_{f298}^\circ(\text{C}_{\text{алмаз}}) = 2900$  (Дж/моль), т. е. графит считается простым веществом, а алмаз — сложным. Теперь мы можем определить стандартную энтальпию образования сложного вещества,  $\Delta H_{f298}^\circ$  [Дж/моль]. **Определение:** стандартной энтальпией образования вещества называется энтальпия образования этого вещества из простых веществ в их стандартных состояниях. Например, энтальпия образования воды будет равна энтальпии реакции:  $\text{H}_2 + 0,5\text{O}_2 = \text{H}_2\text{O}$ , если проводить эту реакцию при давлении компонентов один бар и температуре  $298^\circ\text{K}$ . Тепловой эффект реакции образования одного моля газообразной воды равен  $Q_p = 241\,840$  (Дж/моль), следовательно,  $\Delta H_{f298}^\circ(\text{H}_2\text{O})_{\text{пар}} = -241\,840$  (Дж/моль). Отметим, что стандартная энтальпия образования воды в жидкой фазе равна  $\Delta H_{f298}^\circ(\text{H}_2\text{O})_{\text{жидк}} = -237\,150$  (Дж/моль). Стандартную энтальпию образования вещества заносят в термодинамические справочники.

**Расчеты тепловых эффектов химических реакций.** В 1840 г. русский академик Г. И. Гесс опытным путем установил основной закон термохимии: тепловой эффект химических процессов в системе зависит только от начального и конечного состояния системы и не зависит от пути перехода системы из начального состояния в конечное состояние. Например, двуокись углерода можно получить сжиганием угля в кислороде непосредственно до двуокиси углерода, или получить сначала окись углерода, а затем дожечь ее до двуокиси углерода. Тепловой эффект первого пути получения  $\text{CO}_2$ :  $\text{C} + \text{O}_2 = \text{CO}_2 + 94,05 \text{ Ккал}$ . Тепловой эффект получения  $\text{CO}_2$  в две стадии равен:



Всего: 94,05 Ккал.

Совершенно очевидно, что закон Гесса является следствием закона сохранения энергии. Действительно, если количество тепла, выделяющееся на различных путях проведения реакции, было бы неодинаковым, то можно было бы получить энергию из ничего, направляя реакцию в прямом направлении по одному пути, а в обратном направлении по другому пути. Отметим, что закон Гесса имеет большое значение для получения термохимических констант, в частности для определения стандартной энтальпии образования вещества. Закон Гесса, а так же тот факт, что энтальпия термодинамической системы является функцией состояния системы, позволяет проводить расчеты тепловых эффектов химических реакций по достаточно простому алгоритму: сначала вычисляем энтальпию химической реакции, а затем по уравнению  $Q_p = -\Delta H$  вычисляем тепловой эффект реакции.

**Задача 3.1:** вычислить тепловой эффект реакции электролитической диссоциации одного моля соды.

**Решение:** выписываем из справочника стандартную энтальпию образования компонентов реакции:



$$\Delta H^\circ_{1298} : -1131437 - 240220 - 676490.$$

Энтальпия реакции при стандартных условиях равна:

$$\Delta H^\circ_{298} = 2(-240220) + (-676490) - (-1131437) = -25493 \text{ (Дж/моль)}.$$

**Ответ:** тепловой эффект реакции электролитической диссоциации  $Q_p = +25493 \text{ Дж/моль}$ .

### 3.6. ТЕПЛОЕМКОСТЬ ВЕЩЕСТВА И РЕАКЦИИ. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОГО ЭФФЕКТА РЕАКЦИИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ. УРАВНЕНИЕ КИРХГОФА

Алгоритм расчета теплового эффекта реакции, при стандартных условиях протекания реакции, относительно прост. Возникают проблемы при расчетах теплового эффекта реакции при повышенных значениях температуры и давления в системе. Зависимость теплового эффекта реакции от температуры определяется зависимостью теплоемкости компонентов реакции от температуры. Определим основные понятия, связанные с расчетом теплового эффекта реакции от температуры. *Молярной теплоемкостью вещества* называется количество теплоты, которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один градус  $C = Q/\Delta T$ ;  $[C] = \text{Дж}/(\text{моль} \times \text{К})$ ,  $\Delta T = 1^\circ$ . Чтобы нагреть  $m$  молей вещества на  $\Delta T$  градусов необходимо затратить количество тепла  $Q = m \times C \times \Delta T$ . В общем случае теплоемкость вещества зависит от температуры и давления. Для изохорной теплоемкости газа ( $V = \text{const}$ ,  $dV = 0$ )

$$C_V = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \left( \frac{dU}{dT} \right)_V; \text{ для идеального газа } U = i/2 RT, C_V = i/2 R. \text{ Для}$$

одноатомного газа  $i = 3$ ,  $C_V = 3/2 R$ .  $C_p = C_V + R = 5/2 R$ . Для кристаллических веществ (в частности, для минералов) зависимость теплоемкости вещества от температуры представляют в виде степенного ряда:  $C_p = a + bT - cT^{-2}$ . Коэффициенты **a**, **b**, **c** вычисляют на основании экспериментальных данных и заносят в справочники. Например, для кальцита,  $a = 04,42 [\text{Дж}/(\text{моль} \times \text{К})]$ ,  $b = 0,0219 [\text{Дж}/(\text{моль} \times \text{К}^2)]$ ,  $c = 2,6 \times 10^6 [(\text{Дж}/\text{К})/\text{моль}]$ . Рассчитать зависимость теплоемкости кристаллического вещества можно по уравнению

$$\text{Дебая: } C_V = 9R \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3 F \left( \frac{\Theta}{T} \right), \quad \Theta = \frac{h\nu_0}{k} \text{ — характеристическая темпе-}$$

ратура данного кристаллического вещества,  $\Theta = 4,94 \times 10^{-11} \nu_0$ ;  $\nu_0$  — максимальная частота колебания атомов в кристаллической решетке данного вещества;  $F(\Theta/T)$  — функция Дебая, для которой существуют табличные значения в зависимости от  $\Theta/T$ . Для расчета  $\Theta$  с атомной кристаллической решеткой (например, для металлов)

используют уравнение Линдемана:  $\Theta = 135 \sqrt{\frac{T_{пл}}{A^3 V^2}}$ , где

$T_{\text{пл}}$ ,  $K$  — температура плавления вещества;

$A$  — атомный вес вещества;

$V[\text{см}^3/\text{моль}]$  — атомный объем вещества.

Например, для свинца  $T_{\text{пл}} = 600^\circ\text{K}$ ,  $A = 207$ ,  $V = 18,3 \text{ см}^3/\text{моль}$ ,  $\Theta = 95^\circ\text{K}$ . Для расчета  $C_p = C_v(1 + 0,0214C_v[T/T_{\text{пл}}])$ . Если в термодинамической системе протекает реакция, то зависимость изменения теплоемкости системы  $\Delta C_p$  от температуры можно вычислить по уравнению  $\Delta C_p = \Delta a + \Delta b \times T + \Delta c \times T^{-2}$ , где  $\Delta$  есть разность между соответствующими коэффициентами теплоемкости продуктов реакции и исходных веществ, записанная с учетом стехиометрических коэффициентов химического уравнения. При расчетах зависимости теплового эффекта реакции от температуры при стандартном давлении необходимо проинтегрировать уравнение  $\left(-\frac{d(\delta Q)}{dT}\right)_p = \Delta C_p$ ;

так как  $\delta Q_p = -\Delta H^\circ$ , получим:  $d(\Delta H^\circ) = \Delta C_p \times dT$ ,

$$\Delta H_T^0 = \Delta H_{298}^0 + \int_{298}^T \Delta C_p dT \quad (\text{уравнение Кирхгофа}).$$

где  $\Delta H_T^0$  — энтальпия реакции при температуре  $T^\circ\text{K}$ ,

$\Delta H_{298}^0$  — энтальпия реакции при температуре  $298^\circ\text{K}$ .

Выполняя интегрирование для степенной зависимости теплоемкости компонентов реакции от температуры, получим:

$$\begin{aligned} \Delta H_T^0 &= \Delta H_{298}^0 + \int_{298}^T \left( \Delta a + \Delta b \cdot T - \frac{\Delta c}{T^2} \right) dT = \\ &= \Delta H_{298}^0 + \Delta a(T - 298) + \frac{\Delta b}{2}(T^2 - 298^2) + \Delta c \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{298} \right). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Тепловой эффект реакции, протекающей при постоянном давлении и произвольной температуре,  $Q^\circ_T = -\Delta H^\circ_T$ .

### 3.7. ПРЕДМЕТ И ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

Первый закон термодинамики устанавливает количественные соотношения между энергией системы и работой, которая может

быть выполнена системой против внешних сил. Совершенно очевидно, что объем выполненной работы не может превышать запас энергии, которым обладает система. Но если предоставить возможность системе непрерывно пополнять запас энергии, например, за счет охлаждения окружающей среды, система может выполнить бесконечно большой объем работы против внешних сил. Но возникает вопрос о возможности реализации любого процесса, не противоречащего первому закону термодинамики (например, пополнение энергии системы за счет охлаждения окружающей среды). Многочисленные наблюдения над природными процессами позволяют утверждать, что теплота не может переходить сама собой от более холодного тела к более горячему и как результат этого закона, невозможно построить такую машину, все действие которой сводилось бы к выполнению работы за счет охлаждения окружающей среды. Эти утверждения носят принципиальный характер и лежат в основе второго закона термодинамики. *Тепло самопроизвольно может передаваться только от более нагретого тела более холодному.* Таким образом утверждается, что не все процессы, которые не противоречат первому закону термодинамики, могут быть реализованы самопроизвольно. Возникает вопрос, каким образом можно определить, какие процессы могут протекать самопроизвольно, а какие нет? Ответ на этот и подобные вопросы и составляет *предмет второго закона термодинамики*. Можно сформулировать, что второй закон термодинамики — это учение о вероятности и направлении самопроизвольно протекающих процессов, в частности, учение о процессах, имеющих быть место в природе. Первый, научно обоснованный критерий направленности процессов сформулировал Рудольф Клаузиус (1850):

*«Процессы в изолированной системе могут протекать только в таком направлении, чтобы энтропия системы возрастала».*

### 3.8. ЭНТРОПИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПОНЯТИЯ

Только что мы словами Клаузиуса сформулировали критерий направленности произвольного процесса в изолированной системе, используя понятие энтропии системы. Теперь необходимо уточ-



нить понятие энтропии, т. е. о чем, собственно говоря, идет речь? С исторической точки зрения необходимо отметить, что Клаузиус гениальным образом обобщил работы французского инженера-теплотехника С. Карно и смог показать, что полученные соотношения С. Карно для расчета КПД идеальной тепловой машины можно трактовать как закон перераспределения энергии в изолированной системе. Действительно, если мы включим в состав системы нагреватель, холодильник, рабочее тело, то перераспределение тепла в нашей системе должно подчиняться закону:

$$\frac{q_2 - q_1}{q_2} \leq \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

где  $T_2$  — температура нагревателя;  $q_2$  — тепло, полученное рабочим телом от нагревателя;  $q_1$  — тепло, переданное от рабочего тела холодильнику. Рассмотрим процесс теплопередачи с соблюдением правила знаков для теплоты.  $q_2$  — это количество теплоты, полученное телом в процессе теплообмена и его надо записывать со знаком плюс;  $q_1$  — количество теплоты, которое тело отдает и его надо брать со знаком минус. Следовательно, с термодинамической точки зрения неравенство должно быть переписано следующим образом:

$$\frac{q_2 + q_1}{q_2} \leq \frac{T_2 - T_1}{T_2} \text{ или: } \frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} \leq 0. \text{ Не составит труда показать, что}$$

полученные неравенства остаются справедливыми и в том случае, если в системе имеет место неоднократные процессы теплообмена, т. е. имеет место соотношение  $\sum \frac{q_i}{T_i} \leq 0$ . Если в каждой стадии теп-

лообмена количество полученного или отданного тепла мало,  $q = \delta q$ , то в пределе сумма обращается в интеграл:  $\oint \frac{\delta q}{T}$ , причем  $\oint \frac{\delta q}{T} \leq 0$ .

Интеграл вычисляется для замкнутого процесса, т. е. параметры системы в начале процесса и в конце совпадают. Проанализируем, что из этого следует. Пусть в процессе теплообмена система переходит обратимым образом из состояния 1 в состояние 2 по пути 1–а–2 (рис. 3.1), а возвращается обратно обратимым образом по

произвольному пути 2–b–1. Тогда  $\oint \frac{\delta q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} + \int_2^1 \frac{\delta q}{T} = 0$ .

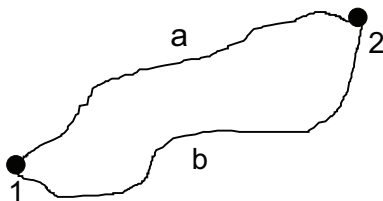


Рис. 3.1. Процесс теплообмена в системе

Мы получили, что  $\int_1^2 \frac{\delta q}{T} = - \int_2^1 \frac{\delta q}{T}$ , т. е. *значение интеграла не*

*зависит* от пути перехода системы из одного состояния в другое, а значит может быть представлено в виде разности двух значений

некоторой функции состояния системы  $S$ ,  $\int_1^2 \frac{\delta q}{T} = \int_1^2 dS = S_2 - S_1 = \Delta S$ .

Под интегральную функцию Клаузиус назвал энтропией системы ( $S = \delta q/T$ ), а  $\Delta S$  — изменение энтропии при переходе системы из одного состояния в другое. Так как изменение энтропии системы не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое, это равносильно тому, что под интегральное выражение есть полный дифференциал:  $dS = \delta q/T$ . Полученные соотношения имеют место для обратимых процессов. В общем случае  $\oint \frac{\delta q}{T} \leq 0$ .

Полученное соотношение безусловно точное только для процессов в изолированной системе.

### 3.9. ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ КАК КРИТЕРИЙ НАПРАВЛЕННОСТИ И РАВНОВЕСИЯ В ИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

Используя самые общие положения второго закона термодинамики (тепло может самопроизвольно переходить от более нагретого тела к менее нагретому), мы получили, что в случае теплообмена между компонентами системы, должно выполняться неравенство:  $\Delta S \geq q/T$ ,  $q$  — количество тепла, которым тело (или, система тел) обменивается с окружающей средой,  $T$  [K] — температура процесса,

$\Delta S$  [Дж/моль $^{\circ}\text{K}$ ] — изменение энтропии тела или системы тел, участвующих в термодинамическом процессе. В случае изолированной системы,  $q = 0$ , следовательно процессы в изолированной системе могут протекать только в направлении увеличения энтропии,  $\Delta S \geq 0$ .

**$\Delta S > 0$  — критерий направленности процессов в изолированной системе.**

Данное утверждение можно рассматривать как одну из формулировок второго закона термодинамики. Необходимо подчеркнуть, что сказанное относится к изолированной системе *в целом*. В отдельных ее частях возможны процессы с уменьшением энтропии, однако они одновременно должны компенсироваться процессами в других частях системы с  $\Delta S > 0$ .

**Условие равновесия изолированной системы.** Вторым законом термодинамики предписывается только увеличение энтропии изолированной системы при любых неравновесных процессах в системе. Но такое увеличение энтропии не может продолжаться бесконечно, и когда энтропия достигает максимального значения, это соответствует состоянию равновесия в системе. Действительно, в противном случае энтропия системы должна уменьшаться, что противоречит второму закону. Таким образом, условию равновесия изолированной системы соответствует максимальное значение энтропии системы.

Дальнейшее развитие понятия об энтропии было сделано Л. Больцманом.

### **3.10. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЭНТРОПИИ Л. БОЛЬЦМАНА. ПОНЯТИЕ ПОРЯДКА И БЕСПОРЯДКА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ**

Больцман показал, что энтропия данного термодинамического состояния системы связана с вероятностью состояния системы. Следует отметить, что энтропия описывает состояние системы с термодинамической точки зрения, т. е. характеризует состояние системы в целом. Вероятность состояния системы является статистической характеристикой системы, т. е. определяется значением динамических переменных системы. Для того, чтобы определить

динамическое состояние системы, необходимо детально знать положение и движение всех молекул (или компонентов), которые образуют систему. Отсюда следует, что одному термодинамическому состоянию соответствует большое число динамических состояний. В статистической механике принято характеризовать каждое термодинамическое состояние величиной  $p$  — числом соответствующих динамических состояний, осуществляющих данное термодинамическое состояние. Число  $p$  называют вероятностью данного термодинамического состояния. Так как в системе самопроизвольно протекают наиболее вероятные процессы, это означает, что наиболее устойчивое состояние системы будет состояние с наибольшей вероятностью, совместимой с полной энергией системы. Больцман показал, что энтропия системы  $S$  и вероятность данного состояния системы  $Z$  связаны соотношением:  $S = k \times \ln Z$ ; если «w» — вероятность термодинамического процесса, а  $\Delta S$  — изменение энтропии системы в результате данного процесса, то:  $\Delta S = k \ln w$  ( $k$  — постоянная Больцмана). Приведенное соотношение показывает, что изменение энтропии будет наибольшей для наиболее вероятного процесса. Так как наиболее вероятным *самопроизвольно протекающим процессом* является процесс, который переводит систему в состояние равновесия, то именно в этих процессах наиболее сильно изменяется энтропия. Состояние термодинамического равновесия системы предполагает, что при фиксированных параметрах окружающей среды система как бы замирает, т. е. в системе возможны только незначительные локальные изменения. Положение компонентов в системе должно соответствовать минимально возможной энергии системы, что с точки зрения человека соответствует максимальному беспорядку в данной среде. Так как в процессе движения системы к равновесию энтропия возрастает, поэтому говорят, что энтропия является мерой беспорядка в системе.

### 3.11. ЗАВИСИМОСТЬ ЭНТРОПИИ И ЭНТАЛЬПИИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Зависимость энтропии от температуры описывается уравнением Кирхгофа, подобное тому, которое мы получили для зависимости энтальпии от температуры: *уравнения Кирхгофа*:

$$\Delta S_T^0 = \Delta S_{298}^0 + \int_{298}^T \frac{\Delta C_P}{T} dT; \quad \Delta H_T^0 = \Delta H_{298}^0 + \int_{298}^T \Delta C_P dT. \quad (3.3)$$

### 3.12. РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

**Смешение идеальных газов.** Запишем уравнения первого и второго законов термодинамики:  $\delta Q = dU + p dV$ ;  $\Delta S = \delta Q/T$ ,  $\delta Q = T \Delta S$ ; если в качестве переменных взять давление и температуру, тогда уравнение первого закона можно записать в виде соотношения:  $\delta Q = C_p dT - V \Delta p$ ; подставляя значение  $\delta Q$  в первое уравнение, получим объединенное уравнение первого и второго законов термодинамики:  $T dS = C_p dT - V dp$ . Используя уравнение состояния идеальных газов  $PV = RT$ , получим:  $V dp = RT \frac{dp}{P}$ ;  $dS = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{P}$ ;

после интегрирования получаем формулу для расчета энтропии одного моля идеального газа:  $S = S^0 + C_p \ln T - R \lg p$ .

Используя полученные уравнения для расчета энтропии идеального газа, вычислим энтропию **смешения**  $n_1$  молей газа 1 и  $n_2$  молей газа 2, находящихся первоначально в двух одинаковых сосудах при одинаковом давлении  $P$ . Если температура газов не изменяется в течение всего процесса, то сумма  $S^0 + C_p \ln T = \text{const}$  и пусть равняется  $S^*$ . Энтропия первого газа до смешения:  $S_1 = n_1(S_1^* - R \ln P)$ ; энтропия второго газа до смешения:  $S_2 = n_2(S_2^* - R \ln P)$ ; их суммарная энтропия  $S$  до смешения будет равна:  $S = n_1 S_1^* + n_2 S_2^* - (n_1 + n_2)R \times \lg P$ . Соединяя сосуды, мы получим энтропию газов после смешения:

$$S_{12} = n_1 S_1^* + n_2 S_2^* - (n_1 R \ln p_1 + n_2 R \ln p_2).$$

$$p_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2} P = N_1 \times P; \quad p_2 = \frac{n_2}{n_1 + n_2} P = N_2 \times P,$$

$N_1$  = мольная доля первого газа после смешения,  $N_2$  = мольная доля второго газа после смешения. Изменение энтропии после

смешения газов  $\Delta S = S_{12} - S$ ;  $\Delta S = - \left( n_1 R \times \ln \frac{p_1}{P} + n_2 R \times \ln \left( \frac{p_2}{P} \right) \right)$

или:  $\Delta S = -(n_1 R \ln N_1 + n_2 R \ln N_2)$ . Так как  $N_1 < 1$  и  $N_2 < 1$ , то  $\Delta S > 0$ ,

т. е. смешение газов идет самопроизвольно! Анализ полученного соотношения для процесса смешения газов ведет к интересному парадоксу, впервые отмеченный Гиббсом: если газы **одинаковые**, то при открытии перегородки, которая разъединяла газы, *никаких термодинамических изменений не должно наблюдаться*, т. е.  $\Delta S = 0$ . Но если есть малейшее различие между газами (например, при смешении изотопов) энтропия смешения скачком переходит от нуля, до  $\Delta S \neq 0$  [ $\Delta S = -(n_1 R \ln N_1 + n_2 R \ln N_2)$ ].

**Расчет энтропии при фазовых переходах.** Энтропию любого вещества при постоянном давлении можно вычислить по уравнению:

$$dS = C_p \frac{dT}{T};$$

где  $C_p$  — теплоемкость вещества при постоянном давлении. Если  $S_0$  — энтропия вещества при  $T = T_0$ , тогда изменение энтропии при нагревании вещества (при отсутствии фазового перехода) будет

$$\text{равно: } S_T - S_{T_0} = \int_{T_0}^T C_p \frac{dT}{T}.$$

При фазовом переходе температура постоянная и изменение энтропии можно вычислить по уравнению:  $\Delta S = \Delta H^\circ / T_0$ .  $\Delta H^\circ$  — энтальпия фазового перехода при постоянном давлении,  $T_0$  — температура фазового перехода. Вычислим изменение энтропии при превращении одного моля льда в пар при постоянном внешнем давлении один бар и начальной температуре — 20 °С. В этом процессе мы имеем дело с двумя фазовыми переходами: превращение льда в воду при температуре 0 °С (273 °К) и превращение воды в пар при 100 °С (373 °К). При нагревании льда надо иметь ввиду, что теплоемкость льда ( $C_{p, \text{лед}}$ ) линейным образом зависит от температуры:  $C_p = 1,1803 + 0,131T$  (Дж/моль×К). Изменение энтропии при нагревании льда от –20 °С

$$\text{до } 0^\circ\text{C будет равно: } \Delta S_1 = \int_{253}^{273} \frac{C_p}{T} dT = 1,1803 \ln \frac{273}{253} + 0,131(273 - 253);$$

$$\Delta S_1 \approx 2,69 \text{ (Дж/моль×К)}.$$

Энтальпия плавления льда 6031 (Дж/моль), следовательно,  $\Delta S_2 = \Delta H^\circ / T = 6010 / 273 = 22,01$  (Дж/моль×К).

Приращение энтропии при нагревании воды 0 °С до 100 °С:

$$\Delta S_3 = 75,5 \int_{273}^{373} \frac{dT}{T} = 75,5 \times \ln \frac{373}{273};$$

$$\Delta S_3 = 23,56 \text{ (Дж/моль×К); при условии, что } C_p = \text{const}.$$

Энтальпия испарения воды при  $T = 100^\circ\text{C}$ ,  $\Delta H^\circ = 40656$  (Дж/моль). Изменение энтропии:  $\Delta S_4 = \Delta H/T = 40\,656 : 373$ ;  $\Delta S_4 = 109$  Дж/моль $\times$ К). Полное изменение энтропии при нагревании льда равно:  $\Delta S = \sum \Delta S_i = 157,26$  (Дж/моль $\times$ К).

### 3.13. ТЕПЛОВАЯ ТЕОРЕМА НЕРНСТА (ТРЕТЬЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ)

Тепловая теорема Нернста характеризует общие закономерности поведения вещества вблизи абсолютного нуля температуры. При анализе зависимости термодинамических функций от температуры возникает проблема вычисления абсолютного значения термодинамической функции. Например, закон изменения энтальпии реакции от температуры описывается уравнением:

$$\left[ \frac{\partial(\Delta H)}{\partial T} \right]_P = \Delta C_p; \quad \Delta H = \int \Delta C_p dT + I.$$

При вычислении интеграла обязательно появляется постоянная интегрирования "I". Вычислить постоянную интегрирования из общих соображений (например, на основании первого или второго законов термодинамики) нельзя.

Такая же проблема возникает и при расчетах температурной зависимости изобарного потенциала реакции и энтропии:

$$\left[ \frac{\partial(\Delta G)}{\partial T} \right]_P = -\frac{\Delta H}{T^2}, \quad \Delta G = -\int \frac{\Delta H}{T^2} dT + J.$$

$\Delta S = \int \Delta H + Y$ . Эту трудность частично можно обойти, если знать зависимость теплоемкости компонентов реакции от температуры и значение термодинамической функции при одном из допустимых значений температуры. Например, при вычислении энтальпии реакции мы постулируем значение энтальпии реакции при  $T = 298^\circ\text{K}$  и  $P = 1$  бар:  $\Delta H^\circ_{298}$ ;  $\Delta H_T^0 = \Delta H_{298}^0 + \int_{298}^T \Delta C_p dT$ . Но мы не можем выпол-

нить интегрирование во всем температурном интервале, от  $T = 0^\circ\text{K}$  до  $T = T^\circ\text{K}$ , так как поведение теплоемкости вещества вблизи абсолютного нуля подчиняется законам квантовой механики и не может быть получена на основании термодинамических соображений.

Опыт показывает, что по мере приближения к абсолютному нулю свойства вещества все менее зависят от температуры, в частности, теплоемкость вещества стремится к нулю. Область температур, в которой проявляются особые свойства вещества, у различных веществ разная. Например, для алмаза теплоемкость практически равна нулю, ниже  $90^\circ\text{K}$ , для свинца —  $1,6^\circ\text{K}$ . Это означает, что алмаз при  $10^\circ\text{K}$ , приведенный в соприкосновение с газом, имеющим температуру  $80^\circ\text{K}$ , *не будет нагреваться*. Следствием такого свойства вещества вблизи абсолютного нуля является тот факт, что обязательно должен существовать температурный интервал, не равный нулю, внутри которого термодинамические функции не зависят от температуры а для энтальпии и изобарного потенциала реакции вблизи  $T \sim 0^\circ\text{K}$  выполняются соотношения:

$$\Delta G = \Delta H;$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left( \frac{\partial(\Delta G)}{\partial T} \right)_p = \lim_{T \rightarrow 0} \left[ \frac{\partial(\Delta H)}{\partial T} \right]_p = 0.$$

На рисунке 3.2 приведена зависимость энтальпии изобарного потенциала реакции от температуры. Необходимо обратить внимание на то, что вблизи абсолютного нуля существует не равный нулю температурный интервал  $\Delta T$ , внутри которого термодинамические функции не зависят от температуры и их значения равны друг другу. В заключение сформулируем тепловую теорему Нернста и основные понятия третьего закона термодинамики.

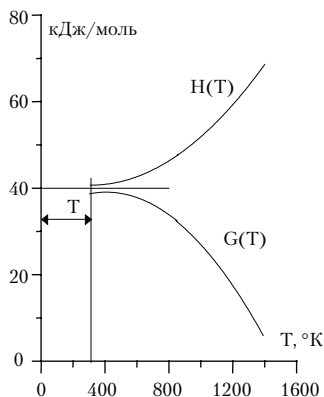


Рис. 3.2. Зависимость  $\Delta H$  и  $\Delta G$  от температуры



*Для процессов, протекающих в конденсированных системах, при приближении температуры к абсолютному нулю кривые изобарного потенциала и энтальпии соединяются и имеют общую касательную, параллельную оси температуры.*

Тепловую теорему Нерста необходимо дополнить постулатами Планка: *энтропия правильно образованного кристалла при абсолютном нуле температуры равна нулю. Вблизи абсолютного нуля теплоемкость правильных кристаллических веществ равна нулю.*

Правильно образованный кристалл — это такой кристалл, все узлы которого заняты лишь атомами или молекулами данного вещества и отсутствуют дефекты кристаллической решетки. Отметим, что первый постулат Планка можно считать следствием из соотношения Больцмана для энтропии вещества: энтропия  $S$  вещества пропорциональна термодинамической вероятности  $w$  существования вещества:  $S = k \ln w$ , которая в свою очередь определяется числом макросостояний, которым может быть реализовано состояние вещества. Так как частицы, составляющие правильный кристалл, могут быть размещены единственным образом, поэтому  $w = 1$ , а  $S = 0$ .

**Вывод:** предметом третьего закона термодинамики является учение о тепловых свойствах вещества вблизи абсолютного нуля. Содержание третьего закона составляют тепловая теорема Нерста и постулаты Планка.

## **ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ «ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ТЕРМОДИНАМИКИ»**

1. Раскройте смысл основных понятий первого закона термодинамики: теплота, внутренняя энергия тела, энтальпия химической реакции.
2. В каком случае тепловой эффект химической реакции не зависит от температуры?
3. Приведите примеры обратимых и необратимых процессов; изолированной, замкнутой и открытой системы.
4. О чем свидетельствует возрастание энтропии в системе?
5. Какие процессы называются самопроизвольными? Как определить направление самопроизвольного процесса в изолированной системе?

6. Определите понятие *критерий направленности процесса*. Какие критерии направленности вы знаете?
7. Что утверждает первый закон термодинамики? Второй закон термодинамики? Что общего и какая разница в законах термодинамики?
8. Раскройте смысл тепловой теоремы Нернста.

## Глава 4

# УЧЕНИЕ О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛАХ

### 4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ. ПОНЯТИЕ ОБ ИЗОБАРНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ РЕАКЦИИ

Р. Клаузиус сформулировал критерий направленности процессов в изолированной системе. Утверждается, что в изолированной системе возможны только такие процессы, в результате которых энтропия системы возрастает.  $\Delta S > 0$  — критерий направленности процессов в изолированной системе. Чрезвычайно полезно было бы иметь аналогичный критерий для предсказания направления процессов в любой термодинамической системе. Эта задача была решена в работах Вант-Гоффа, Гельмгольца, Гиббса и др. ученых. Если в системе протекает самопроизвольный процесс, то в общем случае система совершает работу, необходимую для перехода системы из одного состояния в другое. В чисто механических системах работа  $A$ , совершаемая во время превращения, равна изменению энергии системы, взятому со знаком минус:  $A = -\Delta E$ . Для процесса в термодинамической системе взамен равенства  $A = -\Delta U$  необходимо записать первый закон термодинамики:  $A = -\Delta U + \delta Q$ , т. е. работа, выполненная системой, может быть и больше запаса внутренней энергии системы, если будет обеспечен подвод тепла к системе. Отметим, что для циклического процесса (например, для идеальной тепловой машины),  $\Delta U = 0$  и  $A = \delta Q$ , т. е. система выполняет работу только за счет внешнего подвода тепла. Для дальнейшего расчета работы, выполняемой системой, удачной оказалась идея разбить работу на два слагаемых (Вант-Гофф, 1883):  $A = p \cdot \Delta V + \delta W$ .

Первое слагаемое очевидно — это работа против внешнего давления. Второе слагаемое — это все остальные виды работы, которые способна совершить система. Это, например, работа по перемещению компонентов системы в пределах объема, занимаемого системой (Гугенгейм, 1941), работа, связанная с перемещением атомов или молекул в ходе протекания реакции, работа против электростатических сил при окислительно-восстановительных реакциях и т. д. Для равновесно протекающих процессов  $A = p\Delta V + \delta W$ ,  $\delta Q = T\Delta S$ . Сделаем соответствующие подстановки в первом законе термодинамики:  $\delta Q = \Delta U + A$ ;  $A = \delta Q - \Delta U$ .  $p\Delta V + \delta W = -\Delta U + T\Delta S$ . Вычислим  $\delta W$ .  $\delta W = T\Delta S - \Delta(U + pV)$ . Для изобарного процесса  $\Delta[U + pV] = \Delta H$  (энтальпия процесса). Следовательно,  $\delta W = -(\Delta H - T\Delta S)$ .

**По определению, термодинамическую функцию  $\Delta H - T\Delta S$  называют потенциал Гиббса и обозначают  $\Delta G$ .**

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S. \quad (4.1)$$

Отметим, что потенциал Гиббса — функция переменных  $P$  и  $T$ ,  $\Delta G = f(P, T)$ , и является функцией состояния системы; в закрытых системах дифференциал изобарного потенциала равен  $d(\Delta G) = -\Delta SdT + \Delta VdP$ .

Так как работа, которую выполняет система при самопроизвольно протекающем процессе, равна  $\delta W = -(\Delta H - T\Delta S) = -\Delta G$ , то мы имеем право утверждать: если в системе протекает самопроизвольный процесс (т. е. работу, необходимую для протекания процесса, совершает система, следовательно,  $\delta W > 0$ ), то  $-\Delta G > 0$ ,  $\Delta G < 0$ . Используя понятие об изобарном потенциале процесса, мы можем теперь сформулировать **понятие о критерии направленности самопроизвольно протекающего процесса в системе**: *если в ходе процесса изобарный потенциал системы убывает, процесс будет протекать самопроизвольно*. Данный критерий направленности процесса мы получили при условии, что давление и температура в системе постоянны. По этой причине  $\Delta G$  называют изобарно-изотермическим потенциалом. Если процесс в системе сопровождается выполнением конкретной работы  $W$ , тогда потенциал Гиббса данного процесса может быть вычислен по уравнению  $\Delta G = -W$ . Например, при образовании кристаллов из расплава, образование поверхности раздела сопровождается затратой энергии  $W = -\sigma S$ ,  $\sigma$  [Дж/моль $\times$ м<sup>2</sup>] — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела фаз,  $S$  (м<sup>2</sup>) — площадь поверхности раздела.

Следовательно, изобарный потенциал образования поверхности раздела  $\Delta G_s = \sigma S$ . В результате протекания окислительно-восстановительной реакции совершается работа по перемещению электрического заряда от восстановителя к окислителю. В пересчете на один моль заряда  $F = N_A \times e$ ; ( $F$  — постоянная Фарадея,  $N_A$  — число Авагадро,  $e$  — заряд электрона) работа по перемещению заряда  $W = F\Delta\phi$ , следовательно, изобарный потенциал окислительно-восстановительной реакции  $\Delta G = -F\Delta\phi$ . Если в системе постоянными являются объем и температура, то можно показать, что изменение энергии в системе связано с работой  $\delta W = -(\Delta U - T\Delta S)$ . Потенциал  $\Delta F = \Delta U - T\Delta S$  называют потенциал Гельмгольца или изохорно-изотермический потенциал процесса. Самопроизвольно могут протекать только такие изохорно-изотермические процессы, для которых  $\Delta F < 0$ . Таким образом, физический смысл термодинамических потенциалов очевидный — это критерии направленности самопроизвольно протекающих процессов в системе. Изменения в системе происходят в результате протекания процесса или совокупности процессов. Инициировать процессы в системе можно путем изменения параметров состояния системы, в частности, путем изменения температуры, давления и количества вещества в системе. Предсказать направление процессов в системе после воздействия на систему — одна из важнейших задач термодинамики. Для решения поставленной задачи достаточно воспользоваться понятием изобарного потенциала процесса, так как мы уже показали, что процессы в системе направлены в сторону уменьшения изобарного потенциала системы. Одним из важнейших процессов, протекающих в системе, является *химическая реакция*. Если в результате процесса изменяется химический состав системы, то говорят, что в системе протекают химические реакции. После того, как было сформулировано понятие о потенциалах, была решена одна из главных проблем химии — вопрос о направлении химической реакции. Для этого достаточно вычислить изменение потенциал системы, в которой протекает данная реакция. Если процессы в системе связаны только с протеканием данной реакции, тогда понятия изменение потенциала системы и изобарный потенциал реакции являются синонимами. В качестве примера *решим задачу*: можно ли в 1 кг воды растворить 1 моль поваренной соли, NaCl. 1 моль соли 58 г, так что ответ нам заранее известен. С точки зрения термодинамики задачу сформулируем

следующим образом: будет ли процесс растворения 1 моля соли при стандартных условиях протекания реакции самопроизвольным? Для решения задачи надо выписать из справочника значения стандартного изобарного потенциала образования компонентов реакции:  $\Delta G_{f298}^{\circ} = \Delta H_{f298}^{\circ} - 298S_{298}^{\circ}$  и вычислить стандартный изобарный потенциал реакции.



$$\Delta G_{f298}^{\circ}: -384\,750 - 262\,395 - 131\,348;$$

$$\Delta G_{298}^{\circ} = -262\,395 - 131\,348 - (-384\,750) = -8993 \text{ (Дж/моль)}.$$

Изобарный потенциал реакции отрицательный, следовательно, в 1 кг воды 58 г соли растворятся.

#### 4.1.1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ИЗОБАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

В равновесных процессах  $\delta q = dU + PdV$  и  $dS = \delta q/T$ ;  $\delta q = TdS$ , следовательно,  $TdS = dU + PdV$ . По определению  $G = H - TS = U + PV - TS$ .

$$dG = dU + PdV + VdP - TdS - SdT = dU + PdV + VdP - dU - PdV - SdT.$$

После приведения подобных получим выражение для полного дифференциала изобарного потенциала:

$$dG = VdP - SdT. \quad (4.2)$$

Из уравнения (4.2) следует, что

$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V; \quad \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S. \quad (4.3)$$

Если  $\Delta G$  — изменение изобарного потенциала, тогда

$$d\Delta G = \Delta VdP - \Delta SdT. \quad (4.4)$$

В общем случае изобарный потенциал является функцией не только давления и температуры в системе, но и количества вещества в системе, т. е.  $G = f(P, T, n_i)$ . С учетом возможного изменения количества вещества в системе, в уравнение 4.2 надо добавить соответствующее слагаемое:

$$dG = \left(\frac{dG}{dT}\right)_{P,n} dT + \left(\frac{dG}{dP}\right)_{T,n} dP + \sum_i \left(\frac{dG}{dn_i}\right) dn_i. \quad (4.5)$$

С учетом 4.3 имеем:

$$dG = VdP - SdT + \sum \mu_i dn_i \quad (4.6)$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu_i$  в уравнении 4.6 называется химический потенциал компонента системы, а уравнение 4.6 называется фундаментальное уравнение Гиббса.

#### 4.1.2. ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ КОМПОНЕНТА ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Вычислим изобарный потенциал одного моля идеального газа при постоянной температуре. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева) для 1 моля газа  $PV = RT$ . Если  $T = \text{const}$ ,  $dG = VdP$ :

$$G = \int_{P_0}^P VdP; \quad V = \frac{RT}{P}; \quad G = RT \int_{P_0}^P \frac{dP}{P}; \quad G = RT \ln P - RT \ln P_0,$$

слагаемое  $RT \ln P_0$  — это значение изобарного потенциала при опорном давлении  $P_0$ ; если положить  $G^\circ = -RT \ln P_0$ , тогда:

$$G = G^\circ + RT \ln P. \quad (4.7)$$

Если положить, что  $P_0 = 1$  бар, тогда для компонента идеальной газовой смеси  $G^\circ = 0$ . При изменении давления газа от  $P_1$  до  $P_2$ , с учетом 4.6,  $\Delta G = RT \ln(P_2/P_1)$ . Из уравнения 4.7 при изобарно-изотермическом процессе при условии, что в системе изменяется только количество только  $i$ -компонента, для химического потенциала получим:  $\mu_i = \left( \frac{dG}{dn_i} \right)_{T,P,n_j}$ ; из полученного выражения сле-

дует, что химический потенциал является парциальной мольной характеристикой компонента системы. С учетом уравнения 4.6 для  $i$ -компонента газовой смеси получаем:

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln P_i. \quad (4.8)$$

Для идеального газа  $\mu^0 = 0$ , для реального газа  $P_i = f_i/\chi_i$ ;  $f_i$ ,  $\chi_i$  — фугитивность и коэффициент фугитивности газа (см. пункт 4.6) и  $\mu_i^0 \neq 0$ .

Так как процессы в природе протекают в достаточно широком диапазоне изменения параметров системы, необходимо уметь рассчитывать зависимость термодинамических потенциалов от параметров системы.

## 4.2. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ ОТ ПАРАМЕТРОВ В ЗАКРЫТОЙ СИСТЕМЕ

### 4.2.1. ЗАВИСИМОСТЬ ИЗОБАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

По определению  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ , поэтому зависимость потенциала Гиббса от температуры определяется зависимостью от температуры энтальпии и энтропии реакции:  $\Delta G(T) = \Delta H(T) - T\Delta S(T)$ . Используя уравнения Кирхгофа (3.3), получим:

$$\Delta G(T) = \Delta H_{298}^{\circ} + \int \Delta C_p dT - T [\Delta S_{298}^{\circ} + \int (\Delta C_p / T) dT].$$

Так как  $\Delta G_{298}^{\circ} = \Delta H_{298}^{\circ} - 298 \times \Delta S_{298}^{\circ}$ , после несложных преобразований, получим:

$$\Delta G(T) = \Delta G_{298}^{\circ} + (298 - T)\Delta S_{298}^{\circ} + \int \Delta C_p (1 - 1/T) dT.$$

Если парциальные молярные теплоемкости компонентов реакции зависят от температуры в форме степенного ряда,  $C_p = a + b/T - c/T^2$ , тогда  $(\Delta C_p) = \Delta a + \Delta b/T - \Delta c/T^2$ ; после подстановки в уравнение для  $\Delta G_T^{\circ}$ , получим для зависимости изобарного потенциала реакции от температуры, соотношение:

$$\Delta G_T^{\circ} = \Delta G_{298}^{\circ} - \Delta S_{298}^{\circ}(T - 298,15) - \Delta a T \ln(T/298,15) + \Delta a(T - 298,15) - 0,5 \Delta b(T - 298,15)^2 + 0,5 \Delta c(1/T)(T/298,15 - 1)^2. \quad (4.9)$$

### 4.2.2. ЗАВИСИМОСТЬ ИЗОБАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ ДАВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ

Для расчета зависимости изобарного потенциала от давления, при постоянном количестве вещества в системе, воспользуемся тем фактом, что потенциал является функцией состояния системы, а значит дифференциал описывает полное изменение функции при изменении аргументов. Если в ходе процесса масса системы не изменяется, тогда  $d(\Delta G) = \Delta V dP - \Delta S dT$  и при  $T = \text{const}$   $d(\Delta G)_T = \Delta V \times dP$ ; интегрируя последнее уравнение, получим:

$$\Delta G(P)_T = 0,1 \Delta V (P - 1) + RT \ln K, \quad (4.10)$$

где  $\Delta V$  (моль/см<sup>3</sup>) — изменение молярного объема системы,  $P$  (бар) — литостатическое давление (давление на твердые фазы системы),  $K$  — константа равновесия процесса, в результате которого изме-

няется давление в системе. При вычислении интеграла  $\int_1^P \Delta V \times dP$

мы полагаем, что молярные объемы твердых фаз системы не зависят от давления, а газовая фаза — смесь идеальных газов.

**Вычисление молярного объема реакции ( $\Delta V$ ) и константы равновесия реакции ( $K$ ).** Пусть в системе протекает реакция термического разложения кальцита. Выписываем из справочника молярные объемы твердофазных компонентов реакции и вычисляем  $\Delta V$ :



$V(\text{моль/см}^3)$ : 36,94      16,76      газовая фаза;

$\Delta V = 1 \times 16,76 - 1 \times 36,94 = -20,18 (\text{см}^3/\text{моль})$ . Константа равновесия реакции  $K = P(\text{CO}_2)$  ( $P(\text{CO}_2)$  — давление углекислого газа при равновесии. Так как изобарный потенциал — функция состояния системы, *при одновременном изменении давления и температуры*, изменение изобарного потенциала системы можно записать как сумму:  $\Delta G(P, T) = \Delta G(T)_p + \Delta G(P)_T$ .

### 4.3. ЗАВИСИМОСТЬ ИЗОБАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ ПАРАМЕТРОВ В ОТКРЫТЫХ СИСТЕМАХ. ПОНЯТИЕ О ХИМИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

Свойства системы зависят как от количества вещества в системе, так и от химической природы веществ, входящих в состав системы. Эта зависимость описывается с помощью понятия о химическом потенциале компонента системы. По определению, химическим потенциалом компонента системы называется частная производная от изобарного потенциала системы по количеству данного вещества в системе:

$$\mu_i = \left( \frac{\partial(\Delta G)}{\partial n_i} \right)_{P, T, n}$$

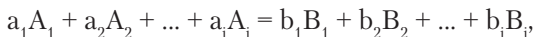
Из данного определения следует, что химический потенциал компонента определяет изменение изобарного потенциала системы при внесении  $dn_i$  (моль) данного вещества в систему (при фиксированных  $P$  и  $T$ ):  $d[\Delta G] = \mu_i dn_i$ .

$[\mu_i] = \text{Дж/моль}$ . Полный дифференциал изобарного потенциала образования системы или процесса в системе равен  $d(\Delta G) = -\Delta SdT + \Delta VdP + \sum \mu_i dn_i$ . Последнее соотношение называется фундаментальное уравнение Гиббса.



Если мы создаем систему из  $n_i$ -компонентов с химическими потенциалами  $\mu_i$ , тогда изобарный потенциал образования системы будет равен:  $\Delta G = \sum n_i \mu_i$ .

Если в системе протекает реакция:



то изобарный потенциал реакции при температуре  $T$  °К и давлении  $P$  (бар) равен:  $\Delta G(P, T) = \sum b_j \times \mu_j^{(p, T)}(B_j) - \sum a_i \times \mu_i^{(p, T)}(A_i)$ .  $\mu_k^{(p, T)}$  — химический потенциал компонента реакции при давлении в системе  $P$  (бар) и температуре  $T$  °К. Таким образом, чтобы вычислить изобарный потенциал реакции в открытых системах, надо уметь вычислять значения химических потенциалов компонентов реакции при произвольных значениях температуры и давления в системе. Зависимость химического потенциала от параметров системы может быть получена из фундаментального уравнения Гиббса:

$$d\mu_m = -S_m dT + V_m dp, \quad (4.11)$$

где  $S_m$  — мольная энтропия компонента, а  $V_m$  — его мольный объем.

#### 4.4. ЗАВИСИМОСТЬ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Температурная зависимость химического потенциала может быть получена интегрированием (4.11) при постоянной давлении в системе:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_P &= -S_m; \\ \mu^{(T)} &= \mu^0 - \int_{298}^T S_m dT \end{aligned} \quad (4.12)$$

Здесь  $\mu^0$  — химический потенциал при стандартных параметрах системы. Как видно из (4.12), зависимость химического потенциала от температуры определяется зависимостью энтропии компонента реакции от температуры. Эта зависимость может быть найдена из уравнения Кирхгофа:

$$S(T) = S_{298}^0 + \int_{298}^T \frac{C_P}{T} dT.$$

$C_p$  — теплоемкость компонента реакции,  $S_{298}^0$  — энтропия компонента реакции при стандартных параметрах. Выполняя интегрирование в (4.12) с учетом зависимости энтропии от температуры, получим:

$$\begin{aligned}\mu^0(T) &= \mu_{298}^0 - \int_{298}^T \left( S_{298}^0 + \int_{298}^T \frac{C_p}{T} dT \right) dT = \\ &= \mu_{298}^0 - S_{298}^0 \times (T - 298) - \iint \frac{C_p}{T} (dT)^2.\end{aligned}$$

Считая, что теплоемкость компонента реакции зависит от температуры по степенному закону,  $C_p = a + b \times T - c/T^2$ , получим зависимость химического потенциала компонента реакции от температуры:

$$\begin{aligned}\mu_p^{(T)} &= \mu_{298}^0 - S_{298}^0 \times (T - 298) - a \times \lg(T/298) + a(T - 298) - \\ &\quad - 0,5b(T - 298)^2 + 0,5c \times 1/T \times (T/298 - 1)^2.\end{aligned}\quad (4.13)$$

## 4.5. ЗАВИСИМОСТЬ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ ДАВЛЕНИЯ

При расчетах зависимости химического потенциала от давления, необходимо рассмотреть различные приближения, которые при этом используются.

Барическая зависимость химического потенциала может быть получена интегрированием (4.11) при постоянной температуре:

$$\left. \frac{\partial \mu}{\partial P} \right|_T = V_m; \quad \mu^{(P)} = \mu^o + \int_{P_o}^P V_m dP. \quad (4.14)$$

Здесь  $P_o$  — «опорное» давление, которое в большинстве случаев бывает удобно принять за стандартное  $P_o = 1$  бар,  $\mu_o$  — химический потенциал компонента при этом опорном давлении.

В общем случае в составе системы могут быть твердофазные компоненты, например, минералы и газовая фаза. Поэтому имеет смысл отдельно вычислить интеграл в (4.11) для твердофазного и газо-фазного компонента системы.

**Зависимость химического потенциала от давления для твердофазного компонента системы.** В этом случае необходимо знать зависимость мольного объема вещества от давления. Для минералов,

не совершая большой ошибки, можно принять  $V_m = \text{const}$ , считая их несжимаемыми  $\left(\frac{\partial V_m}{\partial P}\right)_T = 0$ . В этом случае в результате интегрирования (4.14) получается простое выражение для зависимости химического потенциала минерала от давления  $P$ :

$$\mu(P) = \mu_o + V_m(P - P_o) \times 0,1. \quad (4.15)$$

В этом уравнении  $P$  — давление в барах,  $V_m$  — мольный объем в  $\text{см}^3/\text{моль}$ ,  $\mu$  — химический потенциал в (Дж/моль), а коэффициент 0,1 обеспечивает переход к системным единицам. При сверхвысоких давлениях наше предположение о не сжимаемости может оказаться неверным. Попробуем учесть это обстоятельство, введя *изотермический коэффициент сжимаемости* минерала (табл. 4.1).

$$\beta_T [\text{бар}^{-1}] \equiv -\frac{1}{V_m} \frac{\partial V_m}{\partial P} \Big|_T = -\frac{\partial \ln V_m}{\partial P} \Big|_T.$$

Интегрируя, получим  $\ln V_m/V_m^o = -\beta T(P - P_o)$ , что эквивалентно соотношению:

$$V_m = V_m^o \exp[-\beta T(P - P_o)], \quad (4.16)$$

где  $V_m^o$  — мольный объем минерала при «опорном» давлении  $P_o$ . Последнее уравнение можно рассматривать, как *уравнение состояния* минерала при постоянной температуре. Подставляя теперь (4.16) в (4.15) и интегрируя, получаем:

$$\mu^{(P)} = \mu^o + V_m^o \left[ -\frac{1}{\beta} e^{-\beta(P-P_o)} \Big|_{P_o}^P \right] = \mu^o - \frac{V_m^o}{\beta} [e^{-\beta(P-P_o)} - 1]. \quad (4.17)$$

Поскольку  $-\beta(P - P_o)$  мало, выражение (14) можно упростить, используя разложение  $e^{-x} \approx 1 - x$ . Тогда

$$\begin{aligned} \mu^{(P)} &\approx \mu^o - \frac{V_m^o}{\beta} \left[ 1 - \beta(P - P_o) + \frac{1}{2} \beta^2 (P - P_o)^2 - 1 \right] = \\ &= \mu^o + V_m^o (P - P_o) - \frac{\beta}{2} V_m^o (P - P_o)^2. \end{aligned}$$

Окончательно получим с учетом переводного коэффициента 0,1

$$\mu^{(P)} = \mu^o + \left[ V_m^o (P - P_o) - \frac{\beta}{2} V_m^o (P - P_o)^2 \right] \times 0,1. \quad (4.18)$$

Легко видеть, что уравнение (4.18) переходит в (4.15), когда сжимаемостью можно пренебречь ( $\beta = 0$ ). Всегда ли следует пользоваться громоздкой (хотя и более точной) формулой (4.18)? Для ответа на этот вопрос оценим, при каких давлениях второй член в квадратных скобках начинает играть существенную роль. Примем, что это происходит, когда  $V_m^0 (P - P_0) \sim \beta/2 V_m^0 (P - P_0)^2$ . Принимая некоторое усредненное значение  $\beta = 2 \times 10^{-6} \text{ бар}^{-1}$ , получим  $P \sim 10^6 \text{ бар}$ , что соответствует давлениям, развиваемым в областях близких к ядру Земли. Для глубин, не превышающих 100 км, литостатическое давления не превысят 60 кбар. Это означает, что при проведении термодинамических расчетов более простое уравнение (12) работает достаточно успешно, а ошибка при этом не превысит 6 %. При анализе природных процессов с участием газовой фазы необходимо знать физико-химические свойства компонентов газовой фазы.

**Таблица 4.1.** Экспериментальные значения коэффициентов изотермической сжимаемости  $\beta$  некоторых минералов при стандартной температуре 25 °С

Минерал	Альбит $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$	Альмандин $\text{Fe}_3\text{Al}_2(\text{SiO}_4)_3$
$\beta \cdot 10^7 \text{ бар}^{-1}$	20,2	5,6
Минерал	Анальцит $\text{NaAlSi}_2\text{O}_6 \cdot \text{H}_2\text{O}$	Микроклин $\text{KAlSi}_3\text{O}_8$
$\beta \cdot 10^7 \text{ бар}^{-1}$	19,7÷36,7	19,2
Минерал	Форстерит $\text{Mg}_2\text{SiO}_4$	Энстатит $\text{Mg}_2\text{Si}_2\text{O}_6$
$\beta \cdot 10^7 \text{ бар}^{-1}$	7,9÷8,2	10,1
Минерал	Мусковит $\text{KAl}_3\text{Si}_3\text{O}_{10}(\text{OH})_2$	Фаялит $\text{FeSiO}_4$
$\beta \cdot 10^7 \text{ бар}^{-1}$	12	9,1

Наиболее часто геологу приходится сталкиваться с парами воды, углекислым газом  $\text{CO}_2$ , азотом, кислородом и т. д. Химические свойства газов мы разберем в разделах лекций, посвященных взаимодействию газов с твердыми и жидкими фазами. Сейчас нас будет интересовать физико-химические свойства и поведение газовых растворов и компонентов этих растворов в широком диапазоне

изменения температуры и давления. Соотношения, определяющие связь между параметрами газа, называются уравнениями состояния газа. Получить эти уравнения является одной из основных задач термодинамики. Наиболее успешно эта задача решена для идеального газа.

## 4.6. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ГАЗА

**Идеальный газ. Уравнение Клапейрона—Менделеева.** Идеальный газ можно определить как термодинамическую систему, в которой взаимодействие между компонентами считается равным нулю, каждую молекулу такого газа рассматривают как упругий, недеформируемый шарик, размеры которого несоизмеримо малы, по сравнению с объемом, занимаемого газом. В этом случае несложно показать, что давление газа полностью определяется средней кинетической энергией молекул газа и равно:  $P = \frac{2}{3} \times n(E_k)$ ,  $(E_k) = \frac{3}{2} \times kT$ ,  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  (Дж/град), постоянная Больцмана,  $n$  = число молекул в единице объема. Если  $\nu$  — число молей газа в объеме  $V$ , то  $n = (\nu \times N_A)/V$ ,  $N_A = 6,022 \times 10^{23}$  (1/моль). Так как  $R = k \times N_A = 8,31441$  Дж/(мольК), (газовая постоянная), после несложных преобразований получим *уравнение состояния идеального газа*:

$$PV = \nu RT.$$

Если  $P$  — давление газа в барах;  $V_m$  — молярный объем в см<sup>3</sup>/моль;  $T$  — температура в °К; тогда  $R = 83,1441$  (бар×см<sup>3</sup>/моль×К).

При невысоких значениях температуры и давления, такие газы, как пары воды, углекислый газ, азот, кислород подчиняются уравнению состояния идеального газа.

**Уравнение Ван-дер-Ваальса.** К сожалению следует отметить, что при повышении давления и температуры, модель идеального газа становится непригодной для анализа газовой фазы системы. Необходимо отказаться от представления о молекулах газа, как о лишенных размеров шариках, и от предположения, что силы взаимодействия между молекулами отсутствуют. Уравнение состояния, в котором учтены как конечные размеры молекул, так и силы взаимодействия между ними, было в 1873 г. предложено голландским физиком Ян Дидерик Ван-дер-Ваальсом. При учете конечных размеров молекул, необходимо из объема сосуда вычесть

ту ее часть, которая не доступна для движения молекул. Обозначим ее через параметр  $b$ . Если продолжать считать молекулы газа твердыми шариками, получим, что  $b = (16/3)\pi n_A^3$ . Параметр молекулы  $r$  носит название газокинетический радиус молекулы. По порядку величины,  $b \approx n \cdot 10^{-5}$  (м<sup>3</sup>/моль). С учетом поправки  $b$ , уравнение (16) примет вид:  $P(V - b) = RT$  (в пересчете на один моль газа).

Поправка  $b$  связана с учетом сил *взаимодействия* между молекулами газа. Учет сил *притяжения* приводит к уменьшению давления газа на любую поверхность, т. е.  $P = RT/(V - b) - \Delta P$ . Так как  $\Delta P \propto n^2$ , а  $n$  обратно пропорционально объему, занимаемого газом, получим:  $\Delta P = a/V^2$ . Подставляя полученное выражение для  $\Delta P$  в предыдущее уравнение, получим уравнение Ван-дер-Ваальса для  $v$  молей газа (4.19):

$$\left(P + a \frac{v^2}{V^2}\right)(V - vb) = vRT. \quad (4.19)$$

Например, для углекислого газа  $a = 3,65$  [(бар·см<sup>3</sup>/моль<sup>2</sup>),  $b = 42,8$  (см<sup>3</sup>/моль),  $R = 83,1441$  (см<sup>3</sup>·бар)/(моль·К); для паров воды  $a = 5,524$ ,  $b = 30,413$ . Уравнение (4.19) после несложных преобразований можно привести к виду (для  $v = 1$ ):

$$V^2 - \left(b + \frac{RT}{P}\right)V^2 + \frac{a}{P}V - \frac{ab}{P} = 0.$$

На рисунке 4.1 приведены изотермы Ван-дер-Ваальса. Участок  $ga$  соответствует жидкофазному состоянию системы,  $ch$ -газообразному состоянию,  $af$  и  $dc$  — метастабильным состояниям жидкости и газа соответственно, (переходные состояния перед конденсацией газа или испарением жидкости). На рисунке 4.1 приведены две изотермы, причем  $T_2 > T_1$ . По мере повышения температуры, изотермы располагаются выше и при определенной температуре максимумы и минимумы изотерм сливаются, вырождаясь в точку перегиба К. При этой температуре исчезает различие между разными состояниями вещества. Это есть критическая температура, существование которой является характерным свойством вещества. Нетрудно вычислить значение критической температуры и соответствующей ей давление и объем:

$$T_{cr} = \frac{8a}{27Rb}, \quad V_{cr} = 3b, \quad P_{cr} = \frac{a}{27Rb^2}. \quad (4.20)$$

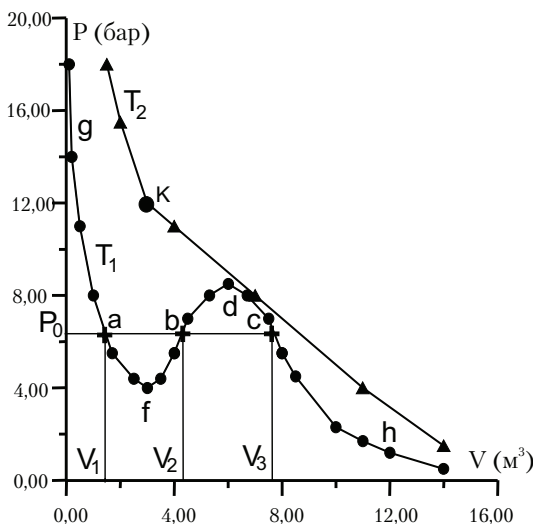


Рис. 4.1. Изотермы Ван-дер-Ваальса

Для паров воды  $T_{\text{cr}} = 647,3\text{K}$ ,  $P_{\text{cr}} = 221,2\text{ бар}$ ,  $V_{\text{cr}} = 56,3\text{ см}^3/\text{моль}$ . При этих значениях параметров газа левая часть уравнения Ван-дер-Ваальса должна быть точным кубом:

$$V^3 - \left(b - \frac{RT_{\text{кр}}}{P_{\text{кр}}}\right)V^2 + \frac{a}{P_{\text{кр}}}V - \frac{ab}{P_{\text{кр}}} = V^3 - 3V_{\text{кр}}V^2 + 3V_{\text{кр}}^2V - V_{\text{кр}}^3. \quad (4.21)$$

Это равенство выполняется, если  $T_{\text{кр}}$ ,  $P_{\text{кр}}$  и  $V_{\text{кр}}$  соответствуют равенствам (4.20).

### Современные модификации уравнения Ван-дер-Ваальса.

Большинство видоизменений уравнения Ван-дер-Ваальса учитывает зависимость параметров  $a$  и  $b$  от температуры и давления. В настоящее время известно более 150 видов уравнения состояния газа. Все они в той или иной форме являются *вириальными уравнениями*. Вид уравнения определяется вириальными коэффициентами, значения которых определяются или экспериментально, или из конкретной модели межмолекулярного взаимодействия. Коэффициенты потому и называются вириальными, что они определяются силой взаимодействия между молекулами газа. В общем виде вириальное уравнение состояния имеет вид:

$$\frac{PV}{RT} = A + \frac{B(T)}{V} + \frac{C(T)}{V^2} + \frac{D(T)}{V^3} + \dots$$

Очевидно, что вириальные коэффициенты должны обеспечить сходимость степенного ряда. В 1903 г. Д. Бертелло предложил уравнение состояния газа:  $\left(P + \frac{a}{V^2 T}\right)(V - b) = RT$ .

Уравнение Битти — Бриджмена:

$$PV^2 = RT \left[ V + B_0 \left( 1 - \frac{b}{V} \right) \right] \left[ 1 - \frac{C_0}{VT^3} \right] - A_0 \left( 1 - \frac{a}{V} \right).$$

Уравнения состояния, которые наиболее часто используются при расчетах параметров состояния газа, по своей сути, параметрические уравнения. Значения параметров, как правило, получают из анализа экспериментальных данных. Таким уравнением является уравнение Редлиха—Квонга:

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{\sqrt{T} \times V(V + b)}. \quad (4.22)$$

В уравнении (20),  $[P] = \text{бар}$ ,  $[V] = \text{см}^3/\text{моль}$ ,  $[R] = 83,1441 (\text{см}^3 \text{бар})/(\text{моль} \cdot \text{К})$ . Значения параметров  $[a, b]$  приведены в табл. 4.2.

**Таблица 4.2.** Значения параметров ( $a, b$ ) в уравнении Редлиха—Квонга

	$\text{H}_2$	$\text{O}_2$	$\text{CO}_2$	$\text{CH}_4$	$\text{H}_2\text{O}$
$\alpha \times 10^{-6}$	1,81	17,37	64,70	32,00	88,00
$\beta$	15,34	22,08	29,70	29,70	14,60

Мы рассмотрели различные уравнения состояния газа. Выбор конкретного уравнения состояния газа зависит от термодинамической модели процесса, в котором присутствует газовая фаза. В случае, когда температура газа невысокая, а давление мало, можно считать, что его поведение описывается простым уравнением состояния *идеального* газа:  $PV = \bar{R}T$ . Здесь  $P$  — давление газа в бар,  $V$  — его молярный объем в  $\text{см}^3/\text{моль}$ ,  $T$  — температура в абсолютной шкале, а  $R = 83,1441$  — универсальная газовая постоянная, выраженная в  $\text{бар} \cdot \text{см}^3/(\text{моль} \cdot \text{К})$ . Интегрирование фундаментального уравнения



Гиббса (4.11)  $d\mu_m = -S_m dT + V_m dP$ , при постоянной температуре позволяет получить барическую зависимость химического потенциала идеального газа:

$$d\mu|_T = V_m dP = RT \frac{dP}{P};$$

$$\int_{P_0}^P d\mu = \mu^{(P)} - \mu^{(P_0)} = RT \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = RT \ln \left( \frac{P}{P_0} \right).$$

Принимая *опорное* давление  $P_0$  равным стандартному  $P_0 = 1$  бар, получим окончательно:

$$\mu^{(P)} = \mu_0 + RT \ln(P, \text{бар}), \quad (4.23)$$

где  $\mu_0$  — химический потенциал газа при стандартном давлении. Если имеется смесь газов, то  $P$  в уравнении (4.10) — это *парциальное* давление данного газа в смеси<sup>1</sup>. Чтобы не путать его с *общим* давлением в системе, условимся в дальнейшем обозначать парциальные давления газов строчной буквой  $p$ .

Если *реальный* газ описывать с помощью (4.10), то с увеличением давления и снижением температуры начинают накапливаться ошибки. В этом случае для описания *реального* газа в термодинамике вводится понятие *летучести* (или *фугитивности*)  $f$ :

$$\mu^{(P)} = \mu_0 + RT \ln(f, \text{бар}). \quad (4.24)$$

Летучесть несет в себе информацию о давлении газа и о степени отклонения этого газа от идеального. Обычно летучесть представляют в виде произведения:

$$f = \gamma p, \quad (4.25)$$

где  $\gamma$  — *коэффициент летучести* газа (безразмерная величина). Коэффициент летучести зависит от условий (давления и температуры), но достигает единицы при очень низких давлениях, когда поведение газа стремится к идеальному  $\gamma|_{p \rightarrow 0} \rightarrow 1$ ;  $f|_{p \rightarrow 0} \rightarrow p$ .

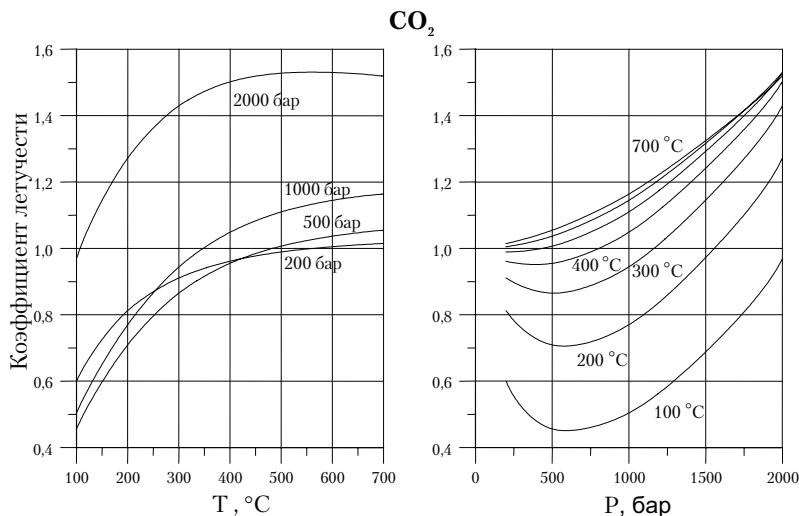
Если теперь проинтегрировать уравнение Гиббса с учетом уравнения состояния реального газа  $p = \frac{\tilde{R}T}{V_m - b} - \frac{a}{\sqrt{T} \times V_m (V_m + b)}$ ,

то можно получить выражение для коэффициента летучести:

<sup>1</sup> То есть давление, которое было бы в системе, если оттуда изъять все газы кроме данного.

$$\ln \gamma = -\ln p + \ln \frac{\tilde{R}T}{V_m - b} + \frac{b}{V_m - b} - \frac{a}{RT^{\frac{3}{2}}(V_m + b)} - \frac{a}{bRT^{\frac{3}{2}}} \ln \frac{V_m + b}{V_m}. \quad (4.26)$$

В качестве иллюстрации на рис. 4.2 приведены температурная и барическая зависимости коэффициента летучести  $\text{CO}_2$ , рассчитанные по уравнению (4.26).



**Рис. 4.2.** Температурная и барическая зависимость коэффициента летучести углекислого газа

Описание **смеси газов** опять начнем со случая идеальных компонентов. Тогда для описания газа  $i$  можно использовать уравнение

$$\mu_i^{(p)} = \mu_i^o + RT \ln(p_i), \quad (4.27)$$

где  $\mu_i^o$  — стандартный химический потенциал чистого газа  $i$ , а  $p_i$  — его парциальное давление в смеси. Парциальное давление связано с общим давлением в системе  $P$  простым *уравнением Дальтона*:  $p_i = x_i P$ , в котором  $x_i$  — мольная доля газа  $i$  в смеси. Уравнение для химического потенциала тогда примет вид:

$$\mu_i^{(p)} = \mu_i^o + RT \ln(x_i P). \quad (4.28)$$

Для смеси реальных газов следует записать:

$$\mu^{(p)}_i = \mu^o_i + RT \ln(\gamma_i x_i P), \quad (4.29)$$

где  $\gamma_i$  — коэффициент летучести газа в смеси. Если взаимодействие между разнородными молекулами не сильно отличаются от взаимодействия между одинаковыми, можно считать, что коэффициент летучести газа  $\gamma_i$  в смеси газов равен таковому для этого же чистого газа, но находящегося при общем давлении  $P$ :  $\gamma^o_i(P, T)$ . Здесь индекс «о» подчеркивает, что коэффициент летучести относится к чистому газу. Теперь (28) переписется в виде  $\mu^{(p)}_i = \mu^o_i + RT \ln(\gamma^o_i x_i P)$ , а выражение для летучести газа при общем давлении  $P$  и температуре  $T$  примет вид:

$$f_{i,T}^{(P)} = x_i \times f_{i,T}^{o(P)}.$$

Последнее соотношение в научной литературе называется *правилom Льюиса — Рендалла* и с хорошей точностью применимо для большого числа природных газовых смесей в широком диапазоне изменения температуры и давления. Какие из полученных формул использовать для расчета зависимости химического потенциала компонента реакции от параметров системы определяется физико-химической моделью исследуемого процесса и возможностями вычислительной техники. Всегда имеет смысл выполнить упрощенный расчет и только тогда уточнить полученный результат, используя более сложные алгоритмы.

## 4.7. ЗАВИСИМОСТЬ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ОТ КОЛИЧЕСТВА ВЕЩЕСТВА

Для компонента газовой фазы системы эта зависимость определяется уравнением  $\mu_i = \mu^*_i + RT \ln p_i$ , где  $\mu^*_i$  — химический потенциал компонента при давлении 1 бар и температуре  $T$  °K; если  $T = 298$  °K, то  $\mu^* = \mu^0$  (табличное значение химического потенциала);  $p_i$  (бар) — парциальное давление  $i$ -го компонента в системе. Для твердой фазы системы (химически чистого вещества) относительное количество данного вещества в фазе равно единице (вся фаза состоит из данного вещества) и, следовательно, химический потенциал твердой фазы не будет зависеть от количества вещества:  $\mu = \mu^* + RT \ln 1 = \mu^*$ .

**Примечание:** для стандартного значения химического потенциала твердой фазы при  $T = 298 \text{ }^\circ\text{K}$  принято другое обозначение:  $\mu^\circ = G^\circ_{298}$ . Это надо иметь ввиду при работе с термодинамическими таблицами. Для компонентов другой природы мы определим выражение для химического потенциала в соответствующих разделах лекций.

## Глава 5

# АНАЛИЗ ГЕТЕРОГЕННОГО РАВНОВЕСИЯ В ЗАКРЫТЫХ СИСТЕМАХ

### 5.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ

Определим равновесное состояние системы, как состояние системы, в которой скорость химической реакции в прямом направлении равна скорости реакции в обратном направлении. Такому состоянию системы соответствуют вполне определенные значения параметров состояния системы (мы их будем называть равновесные параметры системы). При равновесии изобарные потенциалы всех реакций в системе должны равняться нулю:  $\Delta G_i = 0$ . Одной из важнейших характеристик равновесного состояния системы является константа равновесия реакции. Определим понятие константы равновесия реакции. Пусть в результате протекания реакции  $aA + bB = dD$  в системе установится равновесие. Тогда константа

равновесия  $K = \frac{[D^*]^d}{[A^*]^a \times [B^*]^b}$ . В числитель и в знаменатель дроби

записаны концентрации компонентов реакции при равновесии в системе. Если реакция протекает в растворе, тогда концентрация компонентов реакции — молярная концентрация, причем концентрация воды в разбавленном растворе равна единице. Если среди компонентов реакции есть твердая фаза, тогда концентрация данного компонента реакции так же равна единице. Если среди компонентов реакции есть газовая фаза, тогда вместо концентрации

газа в константе равновесия надо записать парциальное давление газа при равновесии. *Например*, константа равновесия реакции  $3\text{MgCO}_3 + 4\text{SiO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{Mg}_3\text{Si}_4\text{O}_{10}(\text{OH})_2 + 3\text{CO}_2$  при ( $T > 373^\circ\text{K}$ ),

$$K = \frac{(P(\text{CO}_2))^3}{(P(\text{H}_2\text{O}))}; \text{ если } P - \text{давление газовой фазы в системе, тогда}$$

$P(\text{CO}_2) = \chi_C \times P$ ,  $P(\text{H}_2\text{O}) = \chi_H \times P$  ( $\chi_i$  — мольная доля компонента газовой фазы в системе);  $K = \frac{(\chi_C \times P)^3}{\chi_H \times P} = \frac{\chi_C^3}{\chi_H} P^2$ . Получим уравнение

Вант-Гоффа, с помощью которого можно вычислить значение константы равновесия химической реакции. Это уравнение называют так же изотермой химической реакции.

## 5.2. КОНСТАНТА РАВНОВЕСИЯ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ. ИЗОТЕРМА ВАНТ-ГОФФА

Пусть в термодинамической системе протекает химическая реакция:



Изобарный потенциал реакции  $\Delta G = \sum \mu_i$  и в нашем случае мы получим:

$$\Delta G = d\mu_D - (a\mu_A + b\mu_B) = d(\mu_D^0 + RT\ln[D]) - \{a\mu_A^0 + RT\ln[A] + b\mu_B^0 + RT\ln[B]\} = d\mu_D^0 - a\mu_A^0 - b\mu_B^0 + RT\ln([D]^d/[A]^a \times [B]^b).$$

В полученном выражении для изобарного потенциала реакции, алгебраическая сумма  $d\mu_D^0 - a\mu_A^0 - b\mu_B^0$  есть стандартный изобарный потенциал реакции,  $\Delta G_{298}^0$ ,  $\Delta G_{298}^0 = d\mu_D^0 - a\mu_A^0 - b\mu_B^0$ . Выполнив необходимые подстановки и преобразования, мы получим уравнение Вант-Гоффа, которое связывает концентрации компонентов реакции и изобарный потенциал:

$$\Delta G = \Delta G_{298}^0 + RT \ln \frac{[D]^d}{[A]^a \times [B]^b}. \quad (5.1)$$

При равновесии,  $\Delta G = 0$ , а выражение  $[D^*]^d / \{[A^*]^a \times [B^*]^b\}$  есть константа равновесия реакции  $aA + bB = dD$ ,  $K = \frac{[D^*]^d}{[A^*]^a \times [B^*]^b}$ ,

$$RTnK = -\Delta G_{298}^0 \quad (5.2)$$

В уравнении (5.2) выражения  $[D^*]$ ,  $[A^*]$ ,  $[B^*]$  обозначают концентрации компонентов реакции при равновесии. Если выражение для стандартного изобарного потенциала подставить в уравнение Вант-Гоффа (5.1), мы получим *изотерму реакции*:

$$\Delta G = -RT \times \ln K + RT \times \ln \left( \frac{[D]^d}{[A]^a \times [B]^b} \right). \quad (5.3)$$

В уравнении (5.3) концентрации компонентов реакции не равны равновесным концентрациям. Полученное уравнение связывает изобарный потенциал реакции, константу равновесия и текущие концентрации компонентов реакции. В электрохимии *изотерма реакции* позволяет рассчитать ОБ потенциал раствора.

### 5.3. ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНОГО ИНТЕРВАЛА УСТОЙЧИВОСТИ МИНЕРАЛОВ

Полученные в предыдущем разделе соотношения позволяют решить ряд интересных для геолога задач без громоздких расчетов.

**Задача 5.1.** Оценить температурный интервал устойчивости кальцита на поверхности Земли.

**Решение:** нам необходимо оценить температуру, начиная с которой минерал самопроизвольно будет распадаться на более простые компоненты при нагревании. С термодинамической точки зрения, нам надо оценить, при каких значениях параметров среды изобарный потенциал соответствующей реакции будет отрицательный. В качестве примера, вычислим температуру начала разложения кальцита на поверхности Земли:  $\text{CaCO}_3 = \text{CaO} + \text{CO}_2$ . Пусть разложение кальцита имеет место при  $T = T^*$ . Тогда, при  $T = T^*$ , изобарный потенциал реакции  $\Delta G^\circ(T^*) \leq 0$ . Если предположить, что теплоемкость продуктов реакции равняется теплоемкости исходных компонентов реакции,  $\Delta C_p = 0$ , то  $\Delta G^\circ(T^*) = \Delta G_{298}^\circ - T^* \times \Delta S_{298}^\circ$  и  $\Delta G^\circ(T^*) < 0$ , если  $\Delta G_{298}^\circ - T^* \Delta S_{298}^\circ < 0$ .  $T \geq 298 + \Delta G_{298}^\circ / \Delta S_{298}^\circ$ .

Так как  $\Delta G^{\circ}_{298} = 131\,559$  (Дж/моль),  $\Delta S^{\circ}_{298} = 162$  (Дж/мольК),  $T \geq 1110$  °К. Таким образом, кальцит будет устойчив на поверхности Земли при нагревании до 837 °С.

#### 5.4. ПОЛЯ УСТОЙЧИВОСТИ МИНЕРАЛОВ. СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ

Мы разобрали решение задачи о термической устойчивости минерала на поверхности Земли. Не менее важно уметь рассчитывать устойчивость минералов в недрах Земли на значительной глубине. Для решения этой задачи имеет смысл кратко познакомиться с основными данными о строении Земли (рис. 5.1).

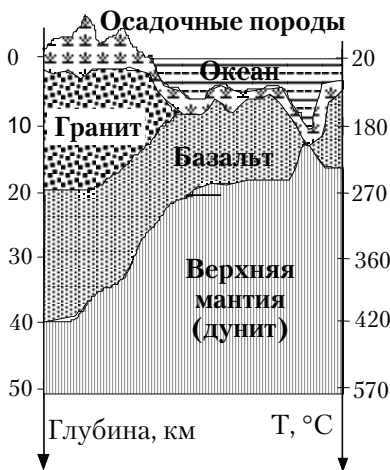


Рис. 5.1. Строение Земли

**Краткие сведения о строении Земли.** Земля — третья планета, считая от Солнца, представляет собой по форме геоид — несколько сплюснутый со стороны полюсов шар с радиусом 6400 км; средняя плотность Земли — 5,5 г/см<sup>3</sup>. На основании сейсмических методов изучения Земли было установлено оболочечное строение Земли: земная кора (мощностью от 5 до 60 км), мантия (до 2900 км) и ядро радиусом 3500 км. Различают земную кору континентального типа и океанического. Мощность земной коры континентального типа достигает 60 км и увеличивается в районах крупных горных мас-

сивов (например, Гималаи). Толщина коры океанического типа не превышает 5 км, а местами мантия соприкасается с океанической водой. Неоднородным является и температурный градиент. Так, например, в центральных частях Украинского щита температура возрастает на  $60^\circ$  на метр (60 м/град), в Домбасе — 30 м/град, на Кавказе — 10 м/град. Приблизительно оценить рост температуры и давления с глубиной можно по табл. 5.1.

**Поля устойчивости минералов.** В задаче 5.1 мы оценили температурный интервал устойчивости кальцита для фиксированного внешнего давления 1 бар, в котором парциальное давление углекислого газа  $3 \times 10^{-4}$  бар. В общем случае температура и давление в системе могут изменяться в широком диапазоне значений и соответственно параметры устойчивого состояния минерала будут зависеть от совокупного значения температуры и давления.

**Таблица 5.1.** Температура и давление в недрах Земли

Глубина (км)	10	20	60	140	200
Давление (Кбар)	3	5	15	45	80
Температура ( $^\circ\text{C}$ )	180	270	620	1680	1950

Набор значений температуры и давления, при которых минерал будет устойчив (относительно процесса разложения на более простые компоненты), составляет двумерное числовое поле, которое называется *поле устойчивости минерала*. Рассчитать поле устойчивости минерала, значить вычислить значения температуры и давления в системе, при которых реакция разложения минерала не может протекать самопроизвольно.

В основу алгоритма расчета полей устойчивости минералов можно положить зависимость константы равновесия реакции от температуры и давления:  $RT \ln K = -\Delta G(P, T)$ . Вычисляя значения температуры и давления, при которых выполняется равенство, мы вычислим параметры равновесного состояния системы. Результаты расчета наносятся на диаграмму в координатах  $[P, T]$ . Затем необходимо разметить диаграмму: определить, при каких значениях температуры и давления в системе соответствующая реакция будет протекать в прямом или обратном направлении. На рисунке 5.2 представлена соответствующая диаграмма: поле устойчивости кальцита.



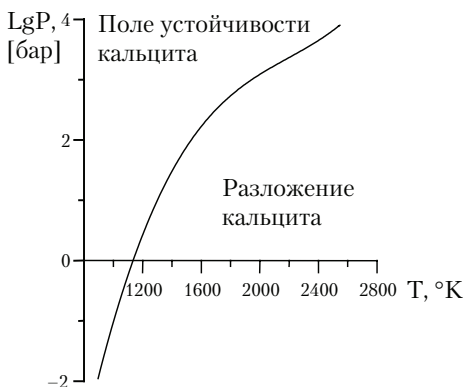


Рис. 5.2. Поле устойчивости кальцита

## 5.5. ПОЛЯ УСТОЙЧИВОСТИ МИНЕРАЛОВ В ПРИСУТСТВИИ УГЛЕКИСЛОТНОГО И ФЛЮИДА

Если в состав минералов входят карбонильная  $[\text{CO}_3^{2-}]$  и гидроксильные  $[\text{OH}^-]$  группы, тогда параметры равновесного состояния такой системы при высокой температуре и давлении будут зависеть от параметров водно-углекислотного флюида (двухкомпонентной газовой фазы, в состав которой входят пары воды и углекислый газ). Расчет полей устойчивости минерала в этом случае несколько осложняется. Рассмотрим решение задачи на примере расчета полей устойчивости азурита. Поля устойчивости азурита  $\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2(\text{OH})_2$  надо строить в координатах [давление флюида]/[температура в системе], так как константа равновесия реакции термической диссоциации азурита зависит от параметров газовой фазы (флюида):  $\text{Cu}_3(\text{CO}_3)_2(\text{OH})_2 = 3\text{CuO} + 2\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ ;  $K = (P_{\text{CO}_2})^2 \times (P_{\text{H}_2\text{O}})$ . Если  $P$  [бар] — давление газовой фазы (флюида),  $\xi$  — мольная доля паров воды во флюиде, тогда  $(1 - \xi)$  — мольная доля углекислого газа в флюиде;  $\xi P$  — давление паров воды в системе,  $(1 - \xi)P$  — давление углекислого газа в системе. Константа равновесия реакции диссоциации азурита:  $K = \xi P[(1 - \xi) \times P]^2 = \xi(1 - \xi)^2 \times P^3$ .

Равновесие в системе по-прежнему определяется уравнением:

$$\Delta G^\circ(T) + 0,1 \times \Delta V \times (P - 1) + RT \times \ln K = 0;$$

$$\Delta G^{\circ}(T) + 0,1 \times \Delta V \times (P - 1) + RT \times \ln[\xi (1 - \xi)^2 \times P^3] = 0.$$

$\Delta G^{\circ}(T)$  [Дж/моль] — изобарный потенциал реакции при давлении 1 бар в системе;  $\Delta V$  [см<sup>3</sup>/моль] — изменение мольного объема твердой фазы системы. В нашей задаче  $\Delta V = 3 \times V_{\text{тенорит}} - V_{\text{азурит}}$ .  $V_i$  (см<sup>3</sup>/моль) — мольный объем минерала. Мы по прежнему считаем, что твердые фазы системы несжимаемые, а газы подчиняются законам идеальных газов:  $PV = RT$ ; литостатическое давление равно давлению флюида в системе. Данные ограничения не имеют принципиального значения. Зависимость мольного объема минерала от давления определяется коэффициентом изотермической сжимаемости  $\beta = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ . Значение  $\beta$  для минералов изменяется в пределах от

$5 \times 10^{-7}$  до  $3 \times 10^{-6}$  бар<sup>-1</sup>. Выполнив необходимое интегрирование, мы получим зависимость мольного объема минерала от давления. Не идеальность газов может быть учтена введением фугитивности газа  $f_i = \gamma_i \times p_i$ . Коэффициент фугитивности  $\gamma_i$ , вычисляемый с помощью параметрических уравнений состояния газа, см. раздел 4.6. Все это значительно усложняет конкретный расчет, но при использовании ЭВМ эти трудности разрешимы. На рис. 5.3 представлено поле устойчивости азурита для двух разных параметров флюида: кривая (1)

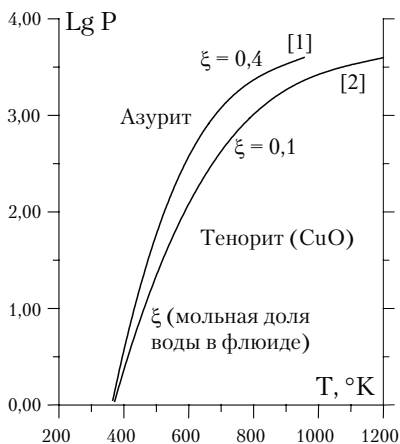


Рис. 5.3. Поля устойчивости азурита

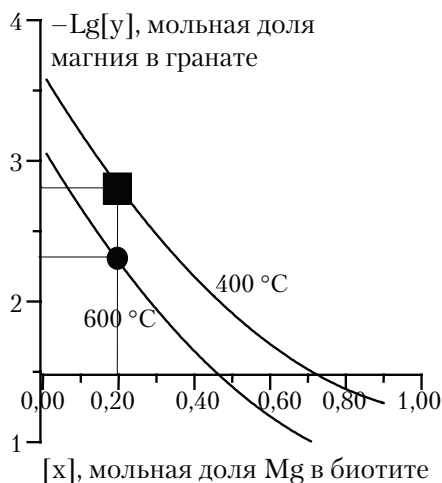
соответствует флюиду, в котором мольная доля воды  $\xi = 0,4$ ; кривая (2) соответствует флюиду, в котором мольная доля воды  $\xi = 0,1$ . Хорошо видно, что увеличение мольной доли воды во флюиде уменьшает поле устойчивости азурита. В случае, если пары воды и углекислый газ входят в состав флюида равными долями (в случае азурита, углекислого газа в составе флюида в два раза больше паров воды), тогда кривая (1) и (2) совпадают. Такая ситуация имеет место при расчете поля устойчивости малахита:  $\text{Cu}_2(\text{CO}_3)(\text{OH})_2 = 2\text{CuO} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$ .

## 5.6. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГЕОТЕРМОМЕТРОВ И ГЕОБАРОМЕТРОВ

В основе построения геотермометров и геобарометров лежит термодинамический анализ обменных реакций между различными минералами. Равновесному состоянию системы будет соответствовать точно определенный состав твердого раствора при заданных значениях температуры и давления в системе. При изменении параметров состояния системы изменяется и состав твердого раствора до тех пор, пока не установится новое состояние равновесия. При равновесии твердых фаз, это наиболее четко можно проследить в перераспределении различных элементов между фазами. Рассмотрим один из алгоритмов перераспределения магния и железа между существующими в равновесии твердыми растворами — биотитом и гранатом. Считаем, что биотит можно представить идеальным твердым раствором, в котором конечными членами являются флогопит  $\text{KMg}_3[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$  и аннит  $\text{KFe}_3[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ . Тогда для химической формулы биотита получим:  $\text{KMg}_{3x}\text{Fe}_{3(1-x)}[\text{AlSi}_3\text{O}_{10}](\text{OH})_2$ ,  $x$  — мольная доля магния в биотите.

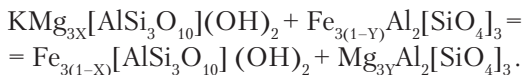
Гранат представим твердым раствором, в котором конечными членами являются пироп  $\text{Mg}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$  и альмандин  $\text{Fe}_3\text{Al}_2[\text{SiO}_4]_3$ . Тогда для химической формулы граната получим:  $\text{Mg}_{3y}\text{Fe}_{3(1-y)}[\text{Al}_2(\text{SiO}_4)_3]$ .  $y$  — мольная доля магния в гранате. При фиксированном значении температуры и давления установится точно определенное распределение магния и железа между биотитом и гранатом. При изменении температуры в системе это распределение магния и железа нарушится и при новом значении температуры установит-

ся новое распределение магния и железа между двумя твердыми растворами. Этот экспериментальный факт и положен в основу геотермометра. Достаточно измерить распределение магния или железа между биотитом и гранатом, чтобы определить температуру образования системы «биотит — гранат».



**Рис. 5.4.** Распределение магния между биотитом и гранатом при давлении 2000 бар

Рассчитаем закон распределения магния или железа между существующими твердыми фазами в зависимости от температуры образования твердых растворов. Равновесному состоянию биотита и граната соответствует равновесие обменной реакции между крайними членами изоморфных рядов:



Так как в результате реакции происходит перераспределение магния и железа между твердыми фазами, для этого процесса константа равновесия равна:

$$K = \frac{[1-x]^3 * y^3}{x^3 * [1-y]^3}; \quad \lg \left[ \frac{1-y}{y} \right] = -\frac{1}{3} K + \lg \left[ \frac{1-x}{x} \right].$$

Полученное уравнение представляет собой зависимость мольной доли магния в гранате от мольной доли магния в биотите при равновесии. По уравнению Вант-Гоффа вычислим константу равновесия реакции:  $RT \lg K = \frac{-\Delta G(P,T)}{2,3026}$ . Изобарный потенциал

реакции вычисляем по уравнению (10.1). Результаты расчетов зависимости  $y = f(x)$  для давления 2000 бар и температуре 400° и 600 °С представлены в виде графика на рисунке 5.4. Например, если мольная доля магния в биотите будет равна 0,2, то при 600 °С мольная доля магния в гранате будет равна  $5,01 \times 10^{-3}$ , при температуре 400 °С мольная доля магния в гранате равна  $1,58 \times 10^{-3}$ . Расчет равновесия в системе «биотит — гранат» выявил значительное влияние температуры на перераспределение магния и железа между двумя твердыми растворами, что позволяет рассматривать данную систему как геотермометр. Малое изменение мольного объема реакции ( $\Delta V = 0,04 \text{ см}^3/\text{моль}$ ) указывает на то, что система «биотит — гранат» мало пригодна для построения геобарометра. В качестве потенциального геобарометра можно использовать перераспределения магния в зависимости от давления в системе «кордиерит + гранат». В этой системе изменение мольного объема реакции почти в 100 раз превышает соответствующее изменение в системе «биотит — гранат».

## ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «АНАЛИЗ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ»

1. Сформулируйте критерий равновесного состояния системы.
2. Определите понятие «*Изобарный потенциал реакции*» и раскройте физический смысл термодинамических потенциалов.
3. Определите понятие химического потенциала компонента системы. Запишите выражение для химического потенциала компонента жидкофазного раствора и газофазного раствора.
4. Определите понятие гетерогенной системы. Приведите пример гетерофазной реакции; запишите выражение для константы равновесия реакции.
5. Как вычислить и какой физический смысл константы равновесия реакции.

6. Сформулируйте задачу, для решения которой надо рассчитать «Поля устойчивости минералов».

## Глава 6

# ТЕРМОДИНАМИКА РАСТВОРОВ

## 6.1. РАСТВОРЫ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Растворы — это пример многокомпонентной термодинамической системы переменного состава. В зависимости от фазового состояния растворителя растворы могут быть жидкими, твердыми и газообразными. Твердые растворы особенно часто встречаются при анализе твердых фаз в геологии — это пироксены, плагиоклазы, гранаты, кордиериты и т. д. Грунтовые воды — это пример природных растворов, в которых может быть свыше 100 компонентов. Изучение свойств растворов начнем с анализа жидких растворов. Всякий раствор состоит из растворенных веществ и растворителя, т. е. среды, в которой растворенные частицы равномерно распределяются в виде молекул, ионов, комплексов, ассоциатов и т. д. В качестве растворителя будем подразумевать воду. Важнейшей характеристикой раствора является его состав. Состав может быть выражен безразмерной единицей измерения (молярная доля), а также через размерные единицы — концентрации.

### Определение концентраций раствора.

1. *Молярная доля*  $i$ -компонента в растворе ( $x_i$ ) равна отношению числа молей  $i$ -компонента к сумме количества молей всех частиц, составляющих раствор:

$$x_i = \frac{n_i}{\sum n_i}.$$

**Пример:** вычислить молярную долю ионов  $\text{Na}^+$  в растворе  $\text{NaCl}$  в воде, если в одном литре воды было растворено 58,45 г соли при 25 °C.

**Решение:** 58,45 г  $\text{NaCl}$  — это один моль вещества. При растворении одного моля  $\text{NaCl}$  в раствор перейдет один моль ионов  $\text{Na}^+$  и один моль ионов  $\text{Cl}^-$ , всего образуется в растворе два моля частиц растворенного вещества. В одном литре воды при 25 °C содержится  $n = 1000/18,016 = 55,51$  моль. Следовательно, всего в растворе будет

$1 + 1 + 55,51 = 57,51$  моль частиц. Мольная доля ионов  $\text{Na}^+$  в растворе будет равна:  $x(\text{Na}^+) = 1/57,51 = 1,73 \times 10^{-2}$ . Мольная доля растворителя в растворе будет равна:  $x(\text{H}_2\text{O}) = 55,51/57,51 = 0,965$ .

2. *Молярная концентрация*  $i$ -компонента в растворе ( $c_i$ ), или молярность — число молей  $i$ -компонента в одном литре раствора.

3. *Моляльная концентрация*  $i$ -компонента в растворе ( $m_i$ ) или моляльность — число молей  $i$ -компонента в одном килограмме растворителя.

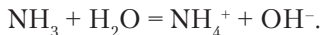
С *термодинамической* точки зрения растворы делятся на идеальные, разбавленные и реальные. Определение данной классификации растворов будет сделано в последующих разделах лекций.

## 6.2. РЕАКЦИИ В РАСТВОРАХ

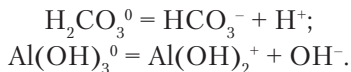
При растворении в воде электролиты ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  и т. д.) диссоциируют (распадаются) на положительно заряженные ионы (катионы,  $\text{H}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Mg}^{2+}$ ) и отрицательно заряженные ионы (анионы,  $\text{OH}^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{CO}_3^{2-}$ ). Реакции диссоциации записываются в виде уравнения диссоциации:



Растворение кристаллических веществ всегда начинается со стадии диссоциации — выхода в раствор ионов, которые входят в состав кристаллической решетки. Попадая в воду, ионы подвергаются гидратации: каждый ион окружается молекулами воды. Диссоциация может наблюдаться и при растворении газов: например, растворение аммиака:



Может наблюдаться и диссоциация ассоциатов или комплексов:

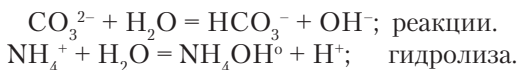


Не всегда уравнения диссоциации имеют простой вид. Например, при записи реакции диссоциации микроклина  $\text{K}(\text{AlSi}_3\text{O}_8)$  необходимо проверять условие электронейтральности и баланс по массе:



Отметим, что в составе силикатов кремний находится в кристаллической решетке в виде иона  $\text{SiO}_4^{4-}$ .

**Гидролиз.** При химической реакции воды с частицами растворенного вещества они (частицы) подвергаются гидролизу:



**Форма записи реакций гидролиза:** реакцию  $\text{CO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O} = \text{HCO}_3^- + \text{OH}^-$  можно записать в виде уравнения:  $\text{CO}_3^{2-} + \text{H}^+ = \text{HCO}_3^-$ , это равнозначная форма записи реакции гидролиза карбонатного иона, просто надо иметь в виду, что вода всегда находится в равновесии с продуктами диссоциации:  $\text{H}_2\text{O} = \text{H}^+ + \text{OH}^-$ , причем при температуре раствора  $T = 298^\circ\text{K}$   $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ . Если один из компонентов реакции диссоциации воды вступает в реакцию, равновесие нарушается и новая порция воды диссоциирует, т. е. происходит изменение количества воды в растворе. При протекании реакций гидролиза вода (или продукты ее электролитической диссоциации  $\text{H}^+$  или  $\text{OH}^-$ ) является компонентами химической реакции. Растворение галита  $\text{NaCl}$  в воде:  $\text{NaCl} = \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$  не является реакцией гидролиза минерала, так как вода в данном случае является средой, в которой распределяются продукты растворения минерала. В данном случае имеет место *гидратация* ионов, т. е. окружение ионов молекулами воды. Реакции гидролиза играют очень важную роль в теории растворов. Как правило, они лежат в основе процессов, в результате которых устанавливается равновесие в растворах. Ранее, рассматривая процесс растворения аммиака  $\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{O} = \text{NH}_4^+ + \text{OH}^-$ , мы назвали данную реакцию реакцией диссоциации аммиака, хотя ее можно трактовать и как реакцию гидролиза аммиака. Отметим, что некоторые ионы не подвергаются гидролизу, например:  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Cl}^-$ ,  $\text{I}^-$  и т. д. Этому есть простое объяснение. Например, в результате гидролиза иона натрия  $\text{Na}^+$  в продуктах реакции мы должны записать щелочь  $\text{NaOH}$ , которая мгновенно диссоциирует на ионы натрия и гидроксил:



**Окислительно-восстановительные реакции.** Процессы горения, фотосинтез, дыхание человека и т. д. — все это окислительно-восстановительные реакции. В результате протекания окислительно-восстановительных реакций происходит передача заряда от одной частицы другой: например, при пропускании хлора (газ) через бромную воду происходит окисление иона  $\text{Br}^-$  (отдача электрона)



и восстановление хлора до иона  $\text{Cl}^-$ :  $2\text{Br}^- + \text{Cl}_2(\text{газ}) = \text{Br}_2(\text{газ}) + 2\text{Cl}^-$ .

### 6.3. ФОРМЫ НАХОЖДЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В РАСТВОРЕ

В результате растворения вещества и протекания реакций гидролиза, комплексообразования, и т. д. элементы, которые образуют вещество и которые перешли в раствор, будут находиться в растворе в самых разных формах: например, алюминий может находиться в воде в виде иона  $\text{Al}^{3+}$ , ассоциатов:  $\text{Al}(\text{OH})_2^+$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_2^+$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_3^0$ , комплекса:  $\text{Al}(\text{OH})_4^-$ . Кальций в воде можно обнаружить в виде ионов  $\text{Ca}^{2+}$ , ассоциатов  $\text{Ca}(\text{OH})^+$ ,  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)^+$  и т. д. Углерод в растворах находится в виде частиц  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{H}_2\text{CO}_3^0$ . Равновесие между этими частицами в растворе устанавливается в результате протекания реакций гидролиза:  $\text{CO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{HCO}_3^- + \text{OH}^-$ ;  $\text{HCO}_3^- + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{H}_2\text{CO}_3^0 + \text{OH}^-$ . Огромное влияние на формы нахождения элементов в растворе оказывает концентрация ионов водорода в растворе  $[\text{H}^+]$ . Концентрация ионов водорода зависит от ионного произведения воды (константы диссоциации воды). При  $25^\circ\text{C}$  константа диссоциации воды  $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ . Если в растворе  $[\text{H}^+] > 10^{-7}$ , такой раствор называют кислым, если  $[\text{H}^+] < 10^{-7}$  раствор щелочной, при  $[\text{H}^+] = 10^{-7}$  — раствор нейтральный ( $T = 25^\circ\text{C}$ ).

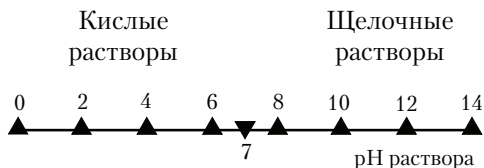


Рис. 6.1. Кислотность раствора

При анализе *кислотности раствора* (зависимости свойств раствора от концентрации ионов водорода в растворе) удобно пользоваться понятием pH раствора. По определению,  $\text{pH} = -\lg[\text{H}^+]$ . На рисунке 6.1 кислотность раствора выражена через pH раствора. Мы уже отмечали, что формы нахождения элементов в растворе в значительной степени определяются реакциями гидролиза. В свою оче-

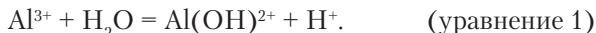
редь, в результате реакций гидролиза изменяется рН раствора, что приводит к значительной зависимости форм нахождения элементов в растворе от рН раствора. В таблице 6.1 и на диаграмме приведены результаты расчета  $p[\text{Ca}] = -\lg[m]$ , где  $[m]$  (моль/кг) — концентрация частицы, в состав которой входит кальций, в зависимости от рН раствора. Расчеты выполнены по программе Ground для персональных ЭВМ (кафедра химии, 1985 г.), для концентрации элемента  $10^{-3}$  (моль/кг) и давлении углекислого газа  $3 \times 10^{-4}$  бара; температура раствора 25 °С. Алгоритм решения задачи разбирается в девятой главе лекций.

**Таблица 6.1.** Результаты расчета форм нахождения кальция в растворе

рН	рН 3	рН 7	рН 12
$\text{Ca}^{2+}$	4,36	4,15	5,48
$\text{Ca}(\text{OH})^+$	9,85	5,65	6,33
$\text{Ca}(\text{HCO}_3)^+$	7,19	7,34	3,66
$\text{CaCO}_3^0$	12,52	4,35	4,15

**Задача 6.1.** Рассчитать формы нахождения алюминия в зависимости от рН раствора.

**Решение:** считаем, что алюминий в растворе можно встретить в виде частиц  $\text{Al}^{3+}$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_2^+$ , ...  $\text{Al}(\text{OH})_4^-$ . Равновесие между формами нахождения алюминия в растворе устанавливается в результате протекания реакций гидролиза. Вычислим, при каком значении рН раствора будет иметь место равенство концентраций  $\text{Al}^{3+}$  и  $\text{Al}(\text{OH})_2^+$ .



Запишем выражение для константы равновесия реакции:

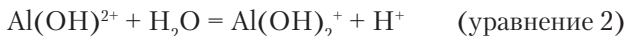
$$K_1 = \frac{[\text{Al}(\text{OH})^{2+}][\text{H}^+]}{[\text{Al}^{3+}]}; \quad \lg K_1 = \lg \frac{[\text{Al}(\text{OH})^{2+}]}{[\text{Al}^{3+}]} + \lg [\text{H}^+];$$

$$\lg \frac{[\text{Al}(\text{OH})^{2+}]}{[\text{Al}^{3+}]} = \lg K_1 + \text{pH}.$$

( $-\lg[\text{H}^+] = \text{pH}$ ). Таким образом, если концентрации частиц  $\text{Al}^{3+}$  и  $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$  равны (логарифм отношения концентраций равен нулю) тогда **рН =  $-\lg K_1$** .

**Значение** константы равновесия вычислим по уравнению Вант-Гоффа:  $RT \lg K_1 = -(\Delta G^\circ_{298})_1 / 2,3$ ;  $(\Delta G^\circ_{298})_1 = 21429$  (Дж/моль);  $\lg K_1 = -3,75$ ; Мы получили, что  $[Al^{3+}] = [Al(OH)^{2+}]$ , если  $pH = -\lg K_1 = 3,75$ .

Используя уравнение 2 вычислим, при каком значении pH раствора концентрации частиц  $[Al(OH)^{2+}]$  и  $[Al(OH)_2^+]$  будут равны;



Запишем выражение для константы равновесия реакции и прологарифмируем:

$$K_2 = \frac{[Al(OH)_2^+][H^+]}{[Al(OH)^{2+}]}; \quad \lg \frac{[Al(OH)_2^+][H^+]}{[Al(OH)^{2+}]} = \lg K_2 + pH;$$

$$[Al(OH)_2^+] = [Al(OH)^{2+}], \text{ если } pH = -\lg K_2.$$

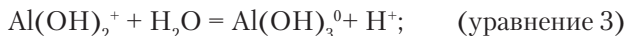
Значение константы равновесия вычислим по уравнению Вант-Гоффа:

$$RT \lg K_2 = -(\Delta G^\circ_{298})_2 / 2,3; \quad (\Delta G^\circ_{298})_2 = 31\,002 \text{ (Дж/моль)};$$

$$\lg K_2 = -5,43;$$

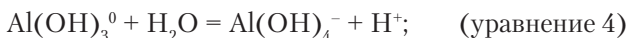
$$[Al(OH)_2^+] = [Al(OH)^{2+}], \text{ если } pH = 5,43.$$

Используя уравнение 3, вычисляем значение pH раствора, при котором концентрация частиц  $Al(OH)_2^+$  равна концентрации частицы  $Al(OH)_3^0$ :



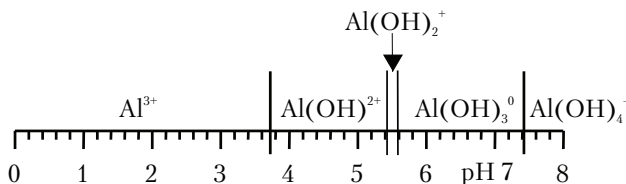
$$[Al(OH)_2^+] = [Al(OH)_3^0], \text{ если } pH = 5,58.$$

Используя уравнение 4, вычисляем значение pH раствора, при котором концентрация частиц  $Al(OH)_3^0$  равна концентрации частиц  $Al(OH)_4^-$ :



$$[Al(OH)_3^0] = [Al(OH)_4^-], \text{ если } pH = 7,42.$$

Результаты расчета наносим на диаграмму, рис. 6.2. *Разметку* диаграммы выполняем на основании принципа Ле-Шателье: в нашем случае, при увеличении pH раствора (т. е. при уменьшении концентрации ионов водорода,  $[H^+]$ ) равновесие реакций 1–4 сдвигается вправо, т. е. вправо от равновесного значения pH возрастает концентрация частицы, которая записана справа в уравнениях 1–4.



**Рис. 6.2.** Формы нахождения алюминия в растворе в зависимости от pH раствора

**Анализ** рис. 6.2. В кислых растворах, до  $\text{pH} = 3,75$  преобладающей формой алюминия в растворе будет ион  $\text{Al}^{3+}$ . По мере возрастания pH концентрация  $\text{Al}^{3+}$  начнет уменьшаться, а концентрация частицы  $\text{Al(OH)}_2^+$  возрастет и при  $\text{pH} = 3,75$   $[\text{Al}^{3+}] = [\text{Al(OH)}_2^+]$ ; при  $\text{pH} > 3,75$  концентрация иона  $\text{Al}^{3+}$  продолжит резко уменьшаться, менее заметно начнет уменьшаться концентрация частицы  $\text{Al(OH)}_2^+$  и начнет возрастать концентрация частицы  $\text{Al(OH)}^{2+}$ ; при  $\text{pH} = 5,43$  концентрация частиц  $\text{Al(OH)}_2^+$  и  $\text{Al(OH)}^{2+}$  будут равны. Продолжая анализ рис. 6.2 мы получим информацию о концентрации частиц  $\text{Al(OH)}_3^0$ ,  $\text{Al(OH)}_4^-$ . Отметим, что в кислых растворах алюминий в растворе присутствует в виде «простого» иона  $\text{Al}^{3+}$ , в щелочных растворах, при  $\text{pH} > 7,42$  — в форме  $\text{Al(OH)}_4^-$ .

## 6.4. КЛАССИФИКАЦИЯ РАСТВОРОВ. ЗАКОНЫ РАУЛЯ И ГЕНРИ

Термодинамика растворов должна решать одну из основных проблем теории растворов — предсказывать свойства раствора на основании информации о компонентах, при участии которых происходит образование раствора. Раствор — это термодинамическая система, в которой имеют место самые разные по энергии взаимодействия между компонентами. Характер и величина взаимодействия между компонентами и лежит в основе *термодинамической классификации растворов*. Растворы, в которых энергия взаимодействия между всеми компонентами предполагается одинаковой, называются *идеальными растворами*. Растворы, в которых частицы растворенных веществ окружены молекулами растворителя и для которых энергия взаимодействия между собой намного меньше энергии взаимодействия с молекулами растворителя, называются *разбавленными растворами*. Природные

растворы в основной своей массе — это разбавленные растворы. Растворы, в которых энергия взаимодействия между частицами растворенных веществ сравнима или превышает энергию взаимодействия с молекулами растворителя, называются **реальными растворами**. Кроме термодинамической классификации растворов в гидрогеохимии природные воды делят в зависимости от величины минерализации на следующие группы: пресные воды (до 1 г/кг), солоноватые (от 1 до 25 г/кг), соленые (от 25 до 50 г/кг) и рассолы (выше 50 г/кг).

**Идеальные растворы.** Идеальные растворы образуются без теплового эффекта и без изменения объема. Так как энтальпия образования идеального раствора равна нулю, для идеального раствора  $\Delta G = -T\Delta S$ , т. е. тенденция к образованию идеального раствора определяется только изменением энтропии системы при образовании раствора. Покажем, что изменение энтропии при образовании раствора больше нуля. Действительно, изменение энтропии при образовании раствора равно  $\Delta S = -R(x_1 \ln x_1 + x_2 \ln x_2)$ ,  $R = 8,31$  Дж/(моль×К),  $x_1$  — мольная доля растворенного вещества,  $x_2$  — мольная доля растворителя. Так как  $x_2 = 1 - x_1$  (бинарный раствор), то  $\Delta S = -R[x_1 \ln x_1 + (1 - x_1) \times \ln(1 - x_1)]$ ,  $\Delta G = RT[x_1 \ln x_1 + (1 - x_1) \times \ln(1 - x_1)]$ . Так как при любых концентрациях раствора  $x_1 < 1$ , получаем, что изобарный потенциал образования  $\Delta G$  идеального раствора всегда отрицателен, а энтропия  $\Delta S$  образования идеального раствора — положительна. Для всех компонентов идеального раствора выполняется **закон Рауля**: при равновесии давление паров  $i$ -компонента над раствором пропорционально мольной доле этого компонента в растворе:  $P_i = p_i^0 \times x_i$ .  $P_i$  — парциальное давление паров  $i$ -го компонента над раствором;  $p_i^0$  — давление паров  $i$ -го компонента над жидкой фазой этого компонента, т. е. над раствором, состоящим только из этого компонента;  $x_i$  — мольная доля  $i$ -го компонента в растворе. Для бинарного раствора общее давление пара над раствором будет равно  $P_{\text{общ.}} = p_1 + p_2$  где  $p_1$  и  $p_2$  — парциальные давления пара растворенного вещества и растворителя соответственно. На основании закона Рауля имеем:  $p_1 = p_1^0 \times x_1$ ,  $p_2 = p_2^0 \times (1 - x_1)$ . Закон Рауля позволяет установить вид зависимости химического потенциала компонента раствора от его концентрации (мольной доли):  $\mu_i = \mu_i^* + RT \ln(x_i)$ ;  $\mu_i$  — химический потенциал компонента идеального раствора, если его мольная доля в растворе равняется  $x_i$ ,  $\mu_i^*$  — химический потен-

циал  $i$ -компонента в растворе, полностью состоящего из данного компонента. В частности, для компонента идеального газофазного раствора, который подчиняется законам Дальтона и Клапейрона–Менделеева, выражение для химического потенциала можно записать в виде уравнения:  $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln p_i$ ;  $\mu_i^0$  — стандартный химический потенциал компонента,  $\mu_i^0$  — потенциал  $i$ -компонента при его парциальном давлении в системе 1 бар,  $p_i$ (бар) — парциальное давление компонента в системе. В этом разделе мы познакомимся с особой [воображаемой] термодинамической системой — идеальным раствором. В идеальном растворе все компоненты равноправны — и частицы растворенных веществ и молекулы растворителя. Мы сформулировали законы, которым подчиняется наш раствор, и описали свойства этого раствора. Все это нам надо для того, чтобы решить основную задачу термодинамической теории природных растворов — предсказать направление процессов в растворе и вычислить параметры равновесного состояния раствора. Ввиду сложного характера взаимодействия компонентов в растворе, решение этой задачи в общем виде на сегодня не найдено. Поэтому, используя результаты, полученные для идеального раствора, построим термодинамическую модель разбавленного раствора.

## 6.5. ТЕРМОДИНАМИКА РАЗБАВЛЕННЫХ РАСТВОРОВ

Разбавленные растворы мы определили как растворы, в которых частицы растворенного вещества отделены друг от друга большим числом молекул растворителя. В этом случае имеет место только взаимодействие между растворенными частицами и молекулами растворителя, но не между частицами растворенного вещества. Примером разбавленного раствора можно считать растворы газов в воде, многие природные растворы. В отличие от идеальных растворов, для разбавленных растворов закон Рауля выполняется только для растворителя, т. е. воды. В разбавленных растворах концентрация растворенного газа подчиняется **закону Генри**: отношение давления газа над раствором к его концентрации в растворе есть величина постоянная и зависит только от температуры. Закон Генри:  $P/m = \Gamma$ ;  $P$  — давление газа над раствором,  $m$  [моль/кг] — концентрация газа в растворе,  $\Gamma$  — постоянная Генри. При изучении фазовых равновесий мы еще вернемся к закону Генри.

## 6.6. УРАВНЕНИЕ КЛАПЕЙРОНА—КЛАУЗИУСА. КРИОСКОПИЯ И ЭБУЛИОСКОПИЯ

Для идеального и разбавленного растворов давление насыщенного пара над раствором при фиксированной температуре зависит только от мольной доли растворителя, закон Рауля:  $P = P^0 \times x_0$ ;  $P^0$  — давление насыщенного пара над чистым растворителем,  $x_0$  — мольная доля растворителя. Температурная зависимость давления насыщенного пара растворителя над раствором носит более сложный характер (уравнение Клапейрона — Клаузиуса). Действительно, изменение температуры раствора на  $dT$  градусов приводит к изменению давления насыщенного пара на  $dP$  (бар); эти изменения связаны с изменением изобарного потенциала фазового перехода соотношением:  $d\Delta G = \Delta V dP - \Delta S dT$  (выражение для полного дифференциала изобарного потенциала процесса). При квазиравновесном процессе,  $d\Delta G \approx 0$ ,  $\Delta V dP = \Delta S dT$ ,  $dP/dT = \Delta S/\Delta V$ , **уравнение Клапейрона—Клаузиуса (К–К)**;  $\Delta S$  — энтропия фазового перехода жидкость — пар.  $\Delta S = \lambda/T_0$ ,  $\lambda$  (Дж/моль) — теплота фазового перехода,  $T_0$  — температура фазового перехода. Для воды,  $\lambda \approx 41$  кДж/моль,  $T_0 = 373$  К;  $\Delta V = V_2 - V_1$  ( $V_1$  — объем одного моля жидкости,  $V_2$  — объем одного моля пара. Для воды при  $t^\circ\text{C} < 100^\circ$ ,  $V_2 \gg V_1$ ,  $\Delta V \approx V_2$ ). Считая пар идеальным газом,  $PV = RT$  для одного моля,  $\Delta V = RT/P$ . Подставляя полученные соотношения в уравнение К–К, получим:  $\frac{d \ln P}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2}$ ; в интег-

ральной форме  $\ln \frac{P}{P^0} = -\frac{\lambda}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) = -\frac{\lambda}{R} \frac{\Delta T}{T \times T_0}$ ;  $P^0$  — давление

насыщенного пара растворителя над раствором при  $T = T_0$ ,  $\Delta T = T_0 - T$ . Для малых значений  $\Delta T$ ,  $T \times T_0 \approx T_0^2$ ;  $\Delta T \approx -\ln \frac{P}{P^0} \frac{R}{\lambda} T_0^2$ .

Если раствор разбавленный, то для растворителя выполняется закон Рауля  $P/P^0 = (1 - x)$ , где  $x$  — мольная доля растворенного вещества и при малых значениях  $x$   $\ln(P/P^0) = \ln(1-x) \approx -x$ . Заменяя мольную долю растворенного вещества на моляльную концентрацию  $x = mM/1000$ ,  $m$  (моль/кг) — моляльная концентрация раствора,  $M$  — относительная молекулярная масса растворенного вещества,

получим окончательно:  $\Delta T = E \times m$ ,  $E = \frac{MRT_0^2}{1000 \times \lambda}$  [град/моль] — эбу-

лиоскопическая постоянная растворителя,  $T_0$  [K] — температура кипения растворителя. Полученная формула позволяет вычислить изменение температуры *кипения* раствора в зависимости от мольной доли растворенного вещества. В таблице 6.2 приведены значения эбулиоскопических постоянных, полученных в результате расчета  $E^*$  и эксперимента  $E$ . Понижение температуры *замерзания* раствора связано с моляльной концентрацией соотношением  $\Delta T = E_f \times m$ , где

$E_f$  (моль/град) — криоскопическая постоянная;  $E_f = \frac{MRT_f^0}{1000 \times \eta_f}$ ,

$T_f^0$  [K] — температура замерзания растворителя,  $\eta_f$  — моляльная теплота плавления растворителя. Метод измерения повышения температуры кипения, называется *эбулиоскопией* и используется для определения молекулярной массы растворенного вещества. Аналогично, метод измерения понижения температуры замерзания называется *криоскопией*.

**Таблица. 6.2.** Криоскопические ( $E_f$ ) и эбулиоскопические ( $E$ ) постоянные

Растворитель	$E_f^*$	$E_f$	$E^*$	$E$
Вода	1,862	1,861	0,514	0,52
Этиловый спирт			1,21	1,21
Бензол	7,81	7,80	2,63	2,63
$\text{CCl}_4$			5,25	5,06

## 6.7. ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ КОМПОНЕНТА РАЗБАВЛЕННОГО РАСТВОРА

Если  $\Delta G$  (Дж/моль) — изобарный потенциал образования раствора, тогда, по определению, химическим потенциалом компонента раствора называется частная производная от потенциала раствора по количеству данного компонента в растворе:  $\mu = (d[\Delta G]/dn)_{\text{рт}}$ . Из данного определения следует, что мы можем оценить, как изменится потенциал раствора, если в раствор добавить  $n$  (моль) вещества с химическим потенциалом  $\mu$ :  $d(\Delta G) = \mu^* dn$ . Можно



показать, что  $\mu = \mu^\circ + RT \ln[m]$ , где  $\mu^\circ$  — стандартный химический потенциал компонента в растворе (потенциал при давлении в системе 1 бар и температуре 298 °K),  $m$  (моль/кг) — моляльная концентрация компонента в растворе. Первое слагаемое характеризует термодинамические свойства данного компонента, второе слагаемое — энергию взаимодействия компонента с раствором. Например, химический потенциал иона  $\text{Ca}^{2+}$  в растворе при температуре 298 °C и концентрации иона  $6 \times 10^{-5}$  (моль/кг) равен:  $\mu = \mu^\circ + RT \ln[\text{Ca}^{2+}] = -552\,180 + 2478,94(-9,72) = -576\,278$  (Дж/моль). В разбавленных растворах относительная концентрация воды стремится к единице, поэтому химический потенциал воды при стандартных условиях есть величина постоянная и равна  $\mu^\circ(\text{H}_2\text{O}) = -236\,950$  (Дж/моль).

## 6.8. АНАЛИЗ ГЕТЕРОГЕННОГО РАВНОВЕСИЯ ПРИ СТАНДАРТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ В РАМКАХ МОДЕЛИ РАЗБАВЛЕННОГО РАСТВОРА ПРИ 298 °K

Гетерогенное равновесие в растворах устанавливается при образовании насыщенных растворов при растворении газов и твердых тел. В главе 3 мы получили уравнения Вант-Гоффа, с помощью которых можно провести анализ равновесия в системе. Посмотрим на примере задачи 6.2 как «работают» полученные уравнения.

### Задача 6.2. Вывести закон Генри.

Закон Генри утверждает, что отношение давления газа над раствором к концентрации газа в растворе есть величина постоянная, т. е.  $P/m = \Gamma$  (константа Генри). С термодинамической точки зрения, формулировка закона Генри соответствует равновесию между газом и раствором. Данное равновесие можно записать в виде уравнения:  $N^{\text{газ}} = N^0$ .  $N^{\text{газ}}$  — молекулы газа,  $N^0$  — гидратированные молекулы газа. Так как характеристикой газовой фазы является величина парциального давления газа, характеристикой газа в растворе — концентрация гидратированных молекул газа в растворе, выражение для константы равновесия реакции  $N^{\text{газ}} = N^0$  будет иметь вид:  $K = [N^0]/P_N$ , т. е.  $\Gamma = 1/K$ . Константу равновесия реакции вычислим по уравнению Вант-Гоффа:  $K = \exp(-\Delta G^\circ_{298}/RT)$ . Так как правая часть равенства зависит только от химической природы газа и температуры, получим закон Генри:  $P/m = \text{const}$ .

## 6.9. АНАЛИЗ РАВНОВЕСИЯ «МИНЕРАЛ — РАСТВОР»

Гетерогенное равновесие между твердой фазой и раствором наступает в момент образования насыщенного раствора. Характерной особенностью такого равновесия является обязательное присутствие в растворе твердой фазы. В результате анализа равновесия «минерал — раствор» можно вычислить, сколько растворится минерала в заданном объеме растворителя, вычислить концентрацию компонентов насыщенного раствора, оценить влияние различных факторов на растворимость вещества. Получить необходимую информацию в полном объеме «на руках», без использования вычислительной техники, крайне сложно. Но надо уметь делать оценки. Например, оценим растворимость флюоресцита,  $\text{CeF}_3$ .

**Задача 6.3.** Оценить растворимость флюоресцита, считая, что при равновесии образуется разбавленный раствор.

**Решение:** оценить растворимость минерала можно из анализа реакции диссоциации вещества, придерживаясь следующей *схемы расчета*:

- 1) запишем реакцию диссоциации минерала:  $\text{CeF}_3 = \text{Ce}^{3+} + 3\text{F}^-$ ;
- 2) вычислим константу равновесия реакции диссоциации:  

$$K = [\text{Ce}^{3+}] \times [\text{F}^-]^3.$$

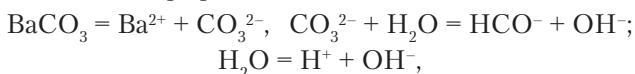
Пусть в 1 кг воды растворится  $x$  (моль) минерала. Тогда  $[\text{Ce}^{3+}] = x$ ,  $[\text{F}^-] = 3x$ . Растворимость минерала и константа равновесия реакции будут связаны соотношением:  $K = x \times (3x)^3 = 27x^4$ . С другой стороны, на основании уравнения Вант-Гоффа, для константы равновесия реакции можно записать:  $RT \ln K = -\Delta G_{298}^\circ$ , где  $\Delta G_{298}^\circ$  — стандартный изобарный потенциал реакции диссоциации флюоресцита. Используя справочные данные, вычислим  $\Delta G_{298}^\circ = +85486$  (Дж/моль), а по уравнению Вант-Гоффа — константу равновесия реакции,  $K = 1,52 \times 10^{-15}$ . Так как изобарный потенциал реакции диссоциации вещества оказался сильно положительный, это указывает на то, что вещество плохо растворяется. Это видно и из значения константы равновесия реакции. Пусть  $L$  (мг/л) — растворимость минерала. Так

как  $x = \sqrt[4]{\frac{K}{27}}$ , для растворимости минерала  $L$  получим:  $L = 1000 \times$

$M \times x = 17$  (мг/кг),  $M$  — молекулярная масса флюоресцита. Полученный результат хорошо совпадает с экспериментальными данными

(17,4 мг/л). Это произошло по той причине, что при растворении флюоресцита вклад реакций гидролиза и комплексообразования незначительный и данные реакции в схеме растворения минерала можно не принимать во внимание.

Совсем другая ситуация будет при анализе растворения, например, карбонатных пород. Так, если при растворении витерита считать, что процесс заканчивается на стадии диссоциации твердой фазы,  $\text{BaCO}_3 = \text{Ba}^{2+} + \text{CO}_3^{2-}$  получим, что растворимость витерита  $L = 9,4$  (мг/л). Если принять во внимание реакцию гидролиза карбонатного иона и считать, что процесс растворения витерита надо записать в виде набора реакций:



то для растворимости минерала получим:  $L = 46,67$  (мг/л).  $L_{\text{экср}} = 48,96$  (мг/л). Приведенный пример показывает, что схема решения задачи сильно зависит от конкретной системы. Конечно, чем большее количество реакций мы будем принимать во внимание при анализе процесса растворения вещества, тем точнее ответ. Но нельзя забывать, что увеличение числа реакций приводит к значительным математическим проблемам при решении задачи. Например, при решении задачи о растворимости минерала с учетом трех реакций, так как это сделано для витерита, для отыскания  $x$  необходимо решить уравнение пятой степени, причем среди коэффициентов уравнения есть числа порядка  $10^{-8}$ ,  $10^{-12}$ . Решить такую задачу «на руках» просто невозможно. Подробно данная проблема обсуждается в методическом пособии [12].

Отметим, в химии константа равновесия реакции диссоциации плохо растворимого вещества называется *произведением растворимости* вещества ПР. Например, для  $\text{CeF}_3$   $\text{ПР} = [\text{Ce}^{3+}][\text{F}^-]^3$  и  $\text{ПР} = K = 1,52 \times 10^{-15}$  (задача 6.3).

**Задача 6.4.** Вычислить произведение растворимости для флюорита  $\text{CaF}_2$ .

**Решение:** реакция диссоциации флюорита:  $\text{CaF}_2 = \text{Ca}^{+2} + 2\text{F}^-$ . Произведение растворимости  $\text{ПР} = [\text{Ca}^{2+}][\text{F}^-]^2$ . Вычислим константу равновесия реакции диссоциации:  $\lg K = -\frac{\Delta G_{298}^0}{2,31RT}$ ,  $\lg K = -10,63$ ,  $K = 5,78 \times 10^{-12}$ ,  $\text{ПР} = 5,78 \times 10^{-12}$ .

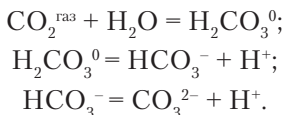
## 6.10. АНАЛИЗ РАВНОВЕСИЯ «ГАЗ — РАСТВОР»

При анализе гетерогенного равновесия газ — раствор необходимо принимать во внимание два крайних случая:

- 1) отсутствие химического взаимодействия растворенного газа с раствором;
- 2) активное химическое взаимодействие молекул растворенного газа с раствором.

Первый тип растворения газа имеет место при растворении азота, водорода, кислорода, благородных газов. В этом случае процесс растворения газа можно описать одной реакцией. Например, для азота:  $N_2^{\text{газ}} = N_2^{\circ}$ . Вычислим концентрацию газа в растворе  $[N_2^{\circ}]$  в данном случае несложно. Действительно, пусть давление газа над раствором  $p(N_2) = 0,76$  бар (поверхность Земли). Тогда константа равновесия реакции  $K = [N_2^{\circ}]/p(N_2)$ , и для концентрации газа в растворе, получим:  $[N_2^{\circ}] = p(N_2) \times K$ , где  $K$  — константа равновесия реакции:  $N_2^{\text{газ}} = N_2^{\circ}$ . Константу равновесия реакции  $K$  вычисляем по уравнению Вант-Гоффа:  $K = \exp(-\Delta G^{\circ}_{298}/RT)$ . Так как  $\Delta G^{\circ}_{298} = 18\,140$  (Дж/моль),  $K = 6,64 \times 10^{-4}$  и для концентрации газа в растворе, получим:  $[N_2^{\circ}] = 5 \times 10^{-4}$  (моль/кг).

В случае активного химического взаимодействия молекул растворяемого газа с водой при растворении газа, необходимо принимать во внимание химические реакции, которые протекают при растворении газа. Например, при анализе равновесия «двуокись углерода — раствор» надо записать набор реакций:



Концентрация растворенного газа будет равна сумме концентраций частиц, в состав которых входит углерод:  $[m](\text{моль/кг}) = [\text{H}_2\text{CO}_3^0] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}]$ , количество растворенного газа  $L[\text{мг/кг}] = 44 \times 1000 \times m$ . Подробно математический алгоритм решения данной и ей подобных задач обсуждается в [9].

Набор реакций, который описывает процесс растворения газа, зависит от физико-химических свойств газа и, естественно, невозможно предложить универсальную схему растворения газа. Но для растворения таких газов, как сероводород,  $\text{H}_2\text{S}$ , серный газ  $\text{SO}_3$  и им

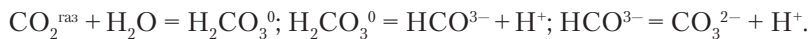
подобные, схема растворения газа такая же, как и для углекислого газа.

### 6.11. АНАЛИЗ РАВНОВЕСИЯ «ГАЗ — РАСТВОР — МИНЕРАЛ»

При анализе гетерогенного равновесия «газ — раствор — минерал» особое внимание необходимо уделить вопросу о взаимном влиянии на параметры равновесного состояния химической природы газа и твердой фазы. Отметим, что равновесному состоянию анализируемой системы соответствует насыщенный раствор, т. е. наша система трехфазная — раствор, в растворе присутствует твердая фаза, а над раствором — газовая фаза. Если в процессе растворения газа и твердой фазы в растворе будут образовываться одинаковые частицы, то взаимное влияние на растворение газа и твердой фазы будет очень велико. Например, на растворение углекислого газа  $\text{CO}_2$  большое влияние окажет присутствие в растворе карбонатных пород (пород, в состав которых входит группа  $\text{CO}_3^{2-}$ ). Будет правильным и прогноз: растворение карбонатных пород будет зависеть от давления углекислого газа над раствором. С другой стороны, не следует ожидать значительного влияния углекислого газа на растворение силикатных пород. В качестве примера сравним параметры насыщенных растворов:

- 1) углекислый газ + раствор;
- 2) кальцит + раствор;
- 3)  $\text{CO}_2 + \text{CaCO}_3$  + раствор.

1. Считаем, что равновесие углекислый газ + раствор устанавливается в результате протекания реакций:



При растворении кальцита принимаем во внимание реакции:

1.  $\text{CaCO}_3 = \text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-}$ ;
2.  $\text{Ca}^{2+} + \text{H}_2\text{O} = \text{CaOH}^+ + \text{H}^+$ ;
3.  $\text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-} = \text{CaCO}_3^0$ ;
4.  $\text{CO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O} = \text{HCO}_3^-$ ;
5.  $\text{HCO}_3^- + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{CO}_3^0$ .

**Примечание:** ионная сила раствора  $I = \frac{1}{2} \sum m_k \times z_k^2$ ,  $m_k$  — моляльная концентрация  $k$ -компонента раствора,  $z_k$  — заряд  $k$  компонента

раствора. При растворении кальцита в присутствии углекислого газа принимаем во внимание реакции:

1.  $\text{CaCO}_3 = \text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-}$ ;
2.  $\text{Ca}^{2+} + \text{H}_2\text{O} = \text{CaOH}^+ + \text{H}^+$ ;
3.  $\text{Ca}^{2+} + \text{CO}_3^{2-} = \text{CaCO}_3^0$ ;
4.  $\text{CO}_2^{\text{газ}} + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{CO}_3^0$ ;
5.  $\text{H}_2\text{CO}_3^0 = \text{HCO}_3^- + \text{H}^+$ ;
6.  $\text{HCO}_3^- = \text{CO}_3^{2-} + \text{H}^+$ .

**Таблица 6.3.** Результаты расчета компонентного состава раствора.

Давление газа  $\text{CO}_2$  над раствором  $p = 3 \times 10^{-4}$  бара. pH раствора 5,672; ионная сила раствора  $I = 2 \times 10^{-5}$ . Растворимость газа  $3,13 \times 10^{-5}$  (моль/кг)

Компонент	Концентрация, [моль/кг]
$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	$1,02 \times 10^{-5}$
$\text{HCO}_3^-$	$2,11 \times 10^{-5}$
$\text{CO}_3^{2-}$	$4,69 \times 10^{-11}$

**Таблица 6.4.** Результаты расчета растворения кальцита в отсутствии углекислого газа. pH раствора 9,907, ионная сила раствора  $I = 4 \times 10^{-4}$ . Кальцита растворилось  $1,22 \times 10^{-4}$  (моль/кг). Концентрации компонентов раствора (моль/кг)

$\text{Ca}^{2+}$	$\text{CaOH}^+$	$\text{CaCO}_3^0$	$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	$\text{HCO}_3^-$	$\text{CO}_3^{2-}$
$1,15 \times 10^{-4}$	$1,32 \times 10^{-7}$	$6,11 \times 10^{-6}$	$2,38 \times 10^{-8}$	$8,29 \times 10^{-5}$	$3,19 \times 10^{-5}$

**Таблица 6.5.** Результаты расчета гетерогенного равновесия кальцит +  $\text{CO}_2$  + раствор. Давление газа над раствором  $p(\text{CO}_2) = 3 \times 10^{-4}$  бар; pH = 8,29. Растворимость газа  $9,23 \times 10^{-4}$  (моль/кг). Кальцита растворилось  $4,57 \times 10^{-4}$  (моль/кг). Концентрации компонентов раствора (моль/кг)

$\text{Ca}^{2+}$	$\text{CaOH}^+$	$\text{CaCO}_3^0$	$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	$\text{HCO}_3^-$	$\text{CO}_3^{2-}$
$4,49 \times 10^{-4}$	$1,24 \times 10^{-7}$	$6,11 \times 10^{-6}$	$1,02 \times 10^{-8}$	$8,79 \times 10^{-4}$	$8,16 \times 10^{-6}$

Анализ таблиц 6.3–6.5 позволяет сделать вывод о взаимном влиянии на растворимость газа, присутствие минерала и наоборот.

В присутствии газа кальцита растворилось  $4,57 \times 10^{-4}$  (моль/кг), в отсутствии газа в 3,8 раза меньше. Присутствие кальцита увеличило растворимость газа почти в 100 раз. Как правило, это влияние особенно заметно, когда в продуктах растворения веществ присутствуют одноименные частицы и когда сильно изменяется рН раствора. Для кальцита рН раствора уменьшается в присутствии углекислого газа, что приводит к возрастанию растворимости минерала. Для углекислого газа присутствие минерала увеличивает рН раствора (рН = 5,67 в отсутствии минерала в растворе и 8,29 в присутствии минерала).

Как известно, растворимость углекислого газа возрастает в щелочных растворах, что и получено в результате расчета.

**Примечание.** Расчеты компонентного состава насыщенных растворов выполнены с использованием программы «MATRIX» для персональных компьютеров. (Умрихин В. А., 1985 г.)

## 6.12. АНАЛИЗ РАВНОВЕСИЯ «МИНЕРАЛ – РАСТВОР» В ЗАВИСИМОСТИ ОТ рН РАСТВОРА.

Если при растворении вещества образуются ионы водорода  $H^+$  или гидроксиды  $OH^-$ , то данный процесс будет зависеть от рН раствора. Например, растворение гидрокомплексов (вещества, с общей химической формулой  $Rr(OH)_n$ ), сильно зависит от рН раствора. Это видно из анализа набора реакций, которые описывают процесс растворения гидрокомплексов:

1.  $Sn(OH)_2 = Sn^{2+} + 2OH^-$ ;
2.  $Sn^{2+} + H_2O = Sn(OH)^+ + H^+$ ;
3.  $Sn(OH)^+ + H_2O = Sn(OH)_2^0 + H^+$ ;
4.  $Sn(OH)_2^0 + H_2O = Sn(OH)_3^- + H^+$ .

Так как в результате реакций гидролиза (2–4) накапливаются протоны ( $H^+$ ), то будет понижаться рН раствора, а растворимость соли будет возрастать в кислых растворах. Растворимость вещества можно представить в виде зависимости  $lg[\text{конц.}] = f(\text{pH})$ . Если построить график соответствующей зависимости, то получим диаграмму *полей устойчивости вещества* в координатах [растворимость]/[рН].

**Задача 6.5.** Построить поле устойчивости  $Sn(OH)_2$  в координатах  $lg[X]/[pH]$ , где  $[X]$  — молярная концентрация олова в растворе.

Решение: схема решения задачи может быть следующей: считаем, что при растворении гидроксида олова в растворе образуются частицы  $\text{Sn}^{2+}$ ,  $\text{Sn}(\text{OH})^+$ ,  $\text{Sn}(\text{OH})_2^0$ ,  $\text{Sn}(\text{OH})_3^-$  в результате протекания реакций:

$$1. \text{Sn}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ = \text{Sn}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}; \Delta G_{298}^\circ = -9770 \text{ (Дж/моль)};$$

$$RT \lg K = -\Delta G_{298}^\circ / 2,301; \lg K = 1,712. K = [\text{Sn}^{2+}] / [\text{H}^+]^2,$$

$$\lg K = \lg[\text{Sn}^{2+}] - 2\lg[\text{H}^+] = \lg[\text{Sn}^{2+}] + 2\text{pH};$$

$$1. \lg[\text{Sn}^{2+}] = 1,712 - 2\text{pH}$$

$$2. \text{Sn}(\text{OH})_2 + \text{H}^+ = \text{Sn}(\text{OH})^+ + \text{H}_2\text{O}. \Delta G_{298}^\circ = 2420 \text{ (Дж/моль)};$$

$$2. \lg[\text{Sn}(\text{OH})^+] = -0,424 - \text{pH}$$

$$3. \text{Sn}(\text{OH})_2 = \text{Sn}(\text{OH})_2^0. \Delta G_{298}^\circ = 28480 \text{ (Дж/моль)}.$$

$$3. \lg[\text{Sn}(\text{OH})_2^0] = -4,990;$$

$$4. \text{Sn}(\text{OH})_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{Sn}(\text{OH})_3^- + \text{H}^+. \Delta G_{298}^\circ = 82960 \text{ (Дж/моль)};$$

$$4. \lg[\text{Sn}(\text{OH})_3^-] = -14,534 + \text{pH}.$$

Будем откладывать по оси ОУ десятичный логарифм концентрации частиц, в состав которых входит олово, по оси ОХ — рН раствора. В данных координатах построим графики функций 1–4. Отметим точки пересечения прямых [1,2], точка В [2, 3], точка С [3, 4], точка D. После соединения этих линий получим «полуостров» растворимости  $\text{Sn}(\text{OH})_2$ : ABCDE: выше линий равновесия, раствор пересыщен (идет образование твердой фазы из раствора), а ниже — недосыщен, твердая фаза будет растворяться. На рисунке 6.3 приведена зависимость растворимости гидроксида олова от рН раствора.

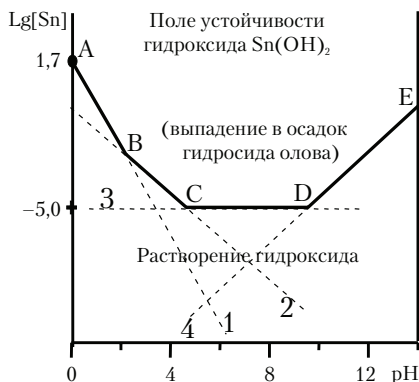


Рис. 6.3. Поле устойчивости  $\text{Sn}(\text{OH})_2$



## ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ: «ТЕРМОДИНАМИКА РАСТВОРОВ»

1. Какой набор реакций необходимо записывать при растворении минералов.
2. Что означает понятие *формы нахождения элементов в растворе*.
3. Определите понятие рН-раствора. Почему обращается такое повышенное внимание к понятию рН-раствора.
4. Сформулируйте законы Рауля и Генри.
5. Какая разница между растворением азота в воде и углекислого газа? Вычислите растворимость кислорода в воде, если давление газа над раствором 0,28 бара.
6. Раскройте физический смысл понятия *химический потенциал компонента раствора*.
7. Вычислите химический потенциал иона  $\text{Ca}^{2+}$  при его концентрации в растворе  $10^{-4}$  (моль/кг) и химический потенциал молекулы углекислого газа  $\text{CO}_2$  при парциальном давлении газа  $3 \times 10^{-4}$  бара.
8. Приведите схему расчета растворимости минерала в воде.

## Глава 7

### ТЕРМОДИНАМИКА РЕАЛЬНЫХ РАСТВОРОВ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

#### 7.1. УЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИОНОВ В РАСТВОРЕ

В теории разбавленных растворов предполагается, что частицы растворенного вещества взаимодействуют только с молекулами растворителя. При повышении концентрации раствора необходимо принимать во внимание взаимодействие частиц в растворе между собой. Это может быть сделано разными способами. Мы воспользуемся результатами работы Льюиса. Для описания термодинамических свойств реальных растворов Льюис ввел по-

нятие *термодинамическая активность компонента раствора* или просто *активность*. По определению, активность компонента раствора  $a = \gamma m$ ;  $m$  [моль/кг] — моляльная концентрация компонента,  $\gamma$  — коэффициент активности. С помощью понятия активность компонента раствора можно применять к реальному раствору термодинамические соотношения, относящиеся к разбавленному раствору, если заменить в них концентрации активностями. Отклонение коэффициента активности  $\gamma$  от единицы указывает на степень отклонения свойств раствора от поведения разбавленного раствора. В данной модели реального раствора взаимодействие частиц друг с другом учитывается умножением концентрации компонента на коэффициент активности компонента. Естественно, изменяется и термодинамические характеристики компонента реального раствора: выражение для химического потенциала компонента реального раствора будет иметь вид:  $\mu = \mu^\circ + RT \ln[a]$ . Так как  $a = \gamma m$ ,  $\mu = \mu^\circ + RT \ln(\gamma[m]) = RT \ln[m] + RT \ln(\gamma)$ . Слагаемое  $RT \ln(\gamma)$  учитывает взаимодействие компонентов раствора с данным компонентом. Очевидно, что для того, чтобы построить термодинамику реальных растворов, надо уметь вычислять коэффициенты активности. В теории электролитов предложены различные способы вычисления коэффициента активности, а значит и химического потенциала компонента раствора (формулы Дебая—Хюккеля, Питцера и т. д.). В случае неэлектролитов, коэффициенты активности определяются экспериментально.

**Растворы электролитов.** Растворы, хорошо проводящие электрический ток, называют электролитами. Вещества, при растворении которых получаются электролиты, так же называют э л е к т р о л и т а м и. Электролиты получаются при растворении в воде веществ с ионной кристаллической решеткой (например, солей NaCl, KCl) или веществ с полярной ковалентной связью, например HCl(газ), HBr(газ). Растворение этих веществ сопровождается диссоциацией с образованием ионов в растворе. В растворе ионы связываются с молекулами воды с образованием *гидратной* оболочки. Образование электролитов за счет диссоциации вещества в воде лежит в основе теории электролитической диссоциации шведского ученого С. Аррениуса (1900). Аррениус ввел понятие степени диссоциации: отношение числа молекул электролита, распавшихся на ионы к общему числу его молекул в растворе. Если обозначить концентрацию

электролита через  $m$  (моль/кг), степень его диссоциации в растворе через  $\alpha$ , то концентрация каждого из ионов будет равна  $m\alpha$ , концентрация недиссоциированных молекул будет равна  $m(1-\alpha)$ . Уравнение для константы диссоциации реакции  $AB = A^+ + B^-$  будет иметь вид:

$$K = \frac{2m\alpha}{m(1-\alpha)} = \frac{2\alpha}{1-\alpha}. \text{ Отметим, что константу диссоциации элект-}$$

ролита мы можем вычислить по уравнению Вант-Гоффа:  $RT \ln K = -\Delta G_{298}^\circ$ , а значит, и степень диссоциации электролита.

## 7.2. МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА АКТИВНОСТИ ЭЛЕКТРОЛИТА

Одним из основных понятий термодинамики является химический потенциал компонента раствора. В теории разбавленных растворов для вычисления химического потенциала мы имеем уравнение:  $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln[m_i]$ . С учетом межмолекулярного взаимодействия компонентов раствора, согласно представлениям Льюиса, мы должны записать для химического потенциала выражение:  $\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln(m_i \gamma_i)$ , где  $m_i \gamma_i = a_i$  активность компонента раствора. Для электролитов, Дебай и Хюккель предложили формулу для расчетов коэффициентов активности  $\gamma_i$ :

$$Y = \frac{\gamma_W^w}{\gamma_B^b \times \gamma_R^r}, \quad K = \frac{[W]^w}{[B]^b \times [R]^r}.$$

где  $A$  и  $B$  — параметры, зависящие от свойств растворителя и температуры. Для стандартных условий и воды,  $A = 0,5091 [\text{кг}^{1/2} \text{моль}^{-1/2}]$ ,  $B = 0,3283 \times 10^8 [\text{кг}^{1/2} \text{моль}^{-1/2} \text{см}^{-1}]$ .  $I = 0,5 \sum m_i Z_i^2$  — ионная сила раствора.  $r_i$  в теории Дебая — Хюккеля определено как «среднее расстояние сближения ионов». Точное физическое определение этой величины затруднено, поэтому параметр  $r_i$  рассматривается как некоторая эмпирическая константа, которая зависит от размеров иона. Величина параметра  $r_i$  близка к размерам ионов в кристаллических решетках, таблица 7.1. Среднее значение  $r_i = 0,45 \times 10^{-8}$  см может быть использовано для растворов с ионной силой  $I < 0,05$ . Приведенное уравнение Дебая — Хюккеля считается пригодным для расчетов коэффициентов активности ионов в растворах с ионной силой  $I < 0,25$ . Дальнейшее усовершенствование теории (для приложения ее

к более концентрированным растворам) пошло по пути учета поляризуемости молекул воды ионами растворенного вещества. Это потребовало введения полуэмпирических параметров, что идет в ущерб цельности теории. Для увеличения интервала концентраций, охватываемого электростатической теорией Дебая—Хюккеля, добавляют

эмпирические члены степенного ряда:  $\lg \gamma_i = \frac{-A \times Z_i^2 \times \sqrt{I}}{1 + B \times r_i \times \sqrt{I}} + CI$ , где

для  $C$  рекомендуется значение  $0,1 \approx 0,2$ .

**Таблица 7.1.** Ионные радиусы компонентов ( $r_i \times 10^8$  [см])

Ионы	$r_i$
$\text{Rb}^+$ , $\text{Cs}^+$ , $\text{NH}_4^+$ , $\text{Ag}^+$ , $\text{Tl}^+$	0,25
$\text{K}^+$ , $\text{Cl}^-$ , $\text{Br}^-$ , $\text{I}^-$ , $\text{NO}_3^-$	0,30
$\text{OH}^-$ , $\text{F}^-$ , $\text{HS}^-$ , $\text{BrO}_3^-$ , $\text{MnO}_4^-$	0,35
$\text{Na}^+$ , $\text{HCO}_3^-$ , $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ , $\text{HSO}_4^-$ , $\text{SO}_4^{2-}$ , $\text{SeO}_4^{2-}$ , $\text{CrO}_4^{2-}$ , $\text{PO}_4^{3-}$	0,43
$\text{Pb}^{2+}$ , $\text{CO}_3^{2-}$ , $\text{SO}_3^{2-}$	0,45
$\text{Sr}^{2+}$ , $\text{Ba}^{2+}$ , $\text{Ra}^{2+}$ , $\text{Cd}^{2+}$ , $\text{Hg}^{2+}$ , $\text{S}^{2-}$ , $\text{WO}_4^{2-}$	0,51
$\text{Li}^+$ , $\text{Ca}^{2+}$ , $\text{Cu}^{2+}$ , $\text{Zn}^{2+}$ , $\text{Sn}^{2+}$ , $\text{Mn}^{2+}$ , $\text{Fe}^{2+}$ , $\text{Ni}^{2+}$ , $\text{Co}^{2+}$ , $\text{Mg}^{2+}$ , $\text{Be}^{2+}$	0,81
$\text{H}^+$ , $\text{Al}^{3+}$ , $\text{Cr}^{3+}$	0,90
$\text{Th}^{4+}$ , $\text{Zr}^{4+}$ , $\text{Ce}^{4+}$ , $\text{Sn}^{4+}$	1,10

### 7.3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ И КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНСТАНТЫ РАВНОВЕСИЯ РЕАКЦИИ

В реальных растворах энергия взаимодействия между компонентами раствора сравнима, а иногда и превышает энергию взаимодействия частиц с растворителем. По этой причине, только часть растворенных частиц способна участвовать в химических реакциях. Концентрации этих активных частиц называют активностями компонентов раствора и обозначают  $a$  (моль/кг). Если реакция протека-

ет в реальном растворе,  $b_B + r_R = w_W$ , то связь между активностями компонентов реакции и концентрациями задаются уравнениями:  $a_B = \gamma_B \times [B]$ ,  $a_R = \gamma_R \times [R]$ ,  $a_W = \gamma_W \times [W]$ .  $[B]$ ,  $[R]$ ,  $W$  — моляльные концентрации компонентов реакции,  $\gamma_i$  — коэффициенты активности соответствующих компонентов. Для химического потенциала компонента раствора имеем  $\mu = \mu^\circ + RT \ln a$ . Для компонента реального газофазного раствора используется понятие *летучести* (или фугитивности  $f$  [бар]) газа:  $\mu = \mu^\circ + RT \ln f$ . Если реакция протекает в реальном растворе, то константа равновесия реакции должна быть записана через активности компонентов реакции и в этом случае константа равновесия реакции называется *термодинамической константой равновесия* раствора:

$$K_{\text{терм}} = Y \times K, \quad Y = \frac{\gamma_W^w}{\gamma_B^b \times \gamma_R^r}, \quad K = \frac{[W]^w}{[B]^b \times [R]^r}.$$

Полученные формулы устанавливают связь между термодинамической и концентрационной константами равновесия реакции. Например, для реакции:  $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} = 2\text{Fe}^{3+} + 6\text{OH}^-$ ;  $Y = (\gamma_{\text{Fe}})^2 \times (\gamma_{\text{OH}})^6$ . Активности твердой фазы  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и воды приняты равными единице. Отметим, что если реакция протекает в реальном растворе, то уравнение Вант-Гоффа должно быть записано через термодинамическую константу равновесия:  $RT \ln K_{\text{терм}} = -\Delta G(P, T)$ . В этом случае расчет концентрационной константы равновесия необходимо делать с учетом электростатической поправки  $Y$  и уравнение Вант-Гоффа примет вид:  $RT \ln K = -[\Delta G(P, T) + D_0]$ , где  $D_0$  вычисляем по формуле:  $D_0 = RT \ln Y$ .

## 7.4. МЕТОДЫ ПРЯМОГО УЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИОНОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ИЗОБАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Мы разобрали метод учета взаимодействия между компонентами раствора с помощью понятия об активности компонентов раствора. В данном разделе мы разберем методы оценки взаимодействия компонентов в растворе путем прямого расчета энергии электростатического взаимодействия ионов в растворе. Данный подход к решению задачи позволяет связать константу диссоциации

комплекса (частицы типа  $\text{NaOH}^0$ ,  $\text{FeOH}^+$ ) с физико-химическими свойствами растворителя. Так как константа диссоциации вычисляется по уравнению Вант-Гоффа  $RT \ln K = -\Delta G_{298}^\circ$ , то решение задачи будем искать в виде поправки к изобарному потенциалу реакции, связанную с учетом электростатического взаимодействия ионов:

$$\Delta G(P, T) = \Delta G_R^0 + \frac{|Z_i \times Z_j| \times e^2 \times N}{a \times \epsilon_{T,P}}. \quad (7.1)$$

$\Delta G(P, T)$  — потенциал Гиббса реакции диссоциации с учетом электростатического взаимодействия ионов,  $\Delta G_R^0$  — изобарный потенциал реакции диссоциации, вычисленный в предположении, что реакция протекает в разбавленном растворе;  $a$  — сумма ионных радиусов частиц, продуктов диссоциации. Данные для расчета “ $a$ ” приведены в таблице 7.2;  $e$  — заряд электрона,  $N$  — число Авагадро.  $\epsilon_{T,P}$  — диэлектрическая проницаемость воды при соответствующем значении температуры и давления. На основании (10.1) в работе [7] Б. Н. Рыженко предложил формулу для расчета константы диссоциации электролитов, (7.2):

$$pK(P, T) = \frac{298,15}{T} \times pK_{st} + \frac{72600 \times |Z_i \times Z_j|}{a \times T} \times \left( \frac{1}{\epsilon_{P,T}} - 0,0128 \right). \quad (7.2)$$

$pK_{st} = -\lg K_{st}$ ;  $\lg K_{st} = -\Delta G_{298}^\circ / 2,3026 \times R \times 298,15$ ;  $e^2 \times N / (2,3026 \times R) = 72600$ . Константа 72600 получается, если сумму ионных радиусов  $a = r_k + r_a$ , ( $r_k$  — ионный радиус катиона,  $r_a$  — ионный радиус аниона), подставлять в уравнение для  $pK(P, T)$  в ангстремах:  $[a] = 10^{-8}$  см. Если  $a = 2,16 \times 10^{-8}$ , подставлять в уравнение надо число 2,16. Число  $0,0128 = 1/\epsilon_{298}$ ,  $\epsilon_{298}$  — диэлектрическая проницаемость воды при температуре 298 °K. В данной модели учета электростатического взаимодействия ионов мы предполагаем, что имеет место диссоциация симметричного электролита с одним лигандом и рассматривается энергия электростатического взаимодействия  $j$ -иона в электрическом поле  $i$ -иона. В общем случае необходимо учитывать энергию взаимодействия между катионом и каждым лигандом, а так же энергию отталкивания каждой пары лигандов. При таком анализе электростатического взаимодействия энергия комплекса будет зависеть от заряда катиона, числа лигандов и геометрической конфигурации комплекса.

Таблица 7.2. Кристаллохимические радиусы некоторых ионов [12]

ион	ρ	ион	ρ	ион	ρ	ион	ρ
F <sup>-</sup>	1,33	Al <sup>3+</sup>	0,57	Mn <sup>2+</sup>	0,91	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	1,63
Cl <sup>-</sup>	1,81	Fe <sup>2+</sup>	0,83	Zn <sup>2+</sup>	0,83	SO <sub>4</sub> <sup>-2</sup>	2,30
Na <sup>+</sup>	0,98	Fe <sup>3+</sup>	0,67	OH <sup>-</sup>	1,40	WO <sub>4</sub> <sup>-2</sup>	2,57
K <sup>+</sup>	1,33	Cu <sup>+</sup>	0,96	HS <sup>-</sup>	1,95	PO <sub>4</sub> <sup>-3</sup>	2,38
Mg <sup>2+</sup>	0,78	Ag <sup>+</sup>	1,13	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	1,89	SiO <sub>4</sub> <sup>-4</sup>	2,40
Ca <sup>2+</sup>	1,06	Au <sup>+</sup>	1,37	CO <sub>3</sub> <sup>-2</sup>	1,85	NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	1,43
S <sup>2-</sup>	1,74	ClO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	2,36	HSO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	2,06	MoO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	2,54

Геометрическая конфигурация комплекса должна быть такой, чтобы энергия комплекса была минимальной. Это означает, что для комплекса KA<sub>2</sub> (K — катион, A<sub>2</sub> — два аниона) это линейная структура, A–K–A, KA<sub>3</sub> — равносторонний треугольник и т. д. Такое рассмотрение энергии электростатического взаимодействия приводит к поправке расчета  $Z = |Z_i * Z_j|$ :

$$Z = L * z_k * z_a - Q * z_a^2 + \frac{\xi * z_k^2}{2 * a^3} L - \left( \frac{\xi * z_k}{a^3} \right)^2 \frac{Q}{2}, \quad (7.3)$$

где  $Q = (3 * L^2 - 5 * L + 2) / 8$ ,

L — число лигандов в комплексе,

$z_k, z_a$  — абсолютные значения зарядов катиона и аниона

$\xi$  — поляризуемость аниона, таблица 7.3.

Подставляя в уравнение для pK вместо  $|Z_i * Z_j|$  значение Z, получим:

$$pK(P, T) = \frac{298,15}{T} * pK_{st} + \frac{72600 * Z}{a * T} * \left( \frac{1}{\epsilon_{P, T}} - 0,0128 \right). \quad (7.4)$$

Таблица 7.3. Поляризуемость ионов.  $\xi * 10^{24}$  [см<sup>3</sup>]

анион	Cl <sup>-</sup>	F <sup>-</sup>	OH <sup>-</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Br <sup>-</sup>	I <sup>-</sup>
ξ	3,59	4,09	2,04	4,81	4,37	5,83	5,02	7,62
катион	H <sup>+</sup>	Na <sup>+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Cd <sup>2+</sup>	Ba <sup>2+</sup>	Fe <sup>2+</sup>	Al <sup>3+</sup>
ξ	-0,21	0,08	-0,71	0,28	0,92	1,73	1,13	-1,01

**Задача 7.1.** Оценить константу диссоциации флюорита при  $P = 500$  бар и температуре  $50^\circ\text{C}$  с учетом электростатического взаимодействия ионов в растворе и без учета изменения молярного объема раствора.

**Решение:** значение константы диссоциации  $\text{CaF}_2$  вычисляем по уравнению (10.4),  $\Delta V = 0$ ,  $\text{p}K_{298}^\circ = 10,63$  (см. задачу 6.3). Вычисляем  $a = r_k + r_a = (1,06 + 1,33) \times 10^{-8} \text{ см} = 2,39 \times 10^{-8} \text{ см}$ . По уравнениям (10.3) вычисляем эффективный заряд:

$$Q = (3 \times L - 5 \times L + 2)/8, L = 2 \text{ (в молекулу } \text{CaF}_2 \text{ два лиганда);}$$

$$Z = 2 \times 2 \times 1 - 0,5 \times 1 + (4,09 \times 4)/[2 \times (2,39)^2] = 4,932;$$

$$\text{p}K_{323, 500} = 0,9226 \times 10,63 + (4,932/2,39) \times 0,2762 = 10,38;$$

$$K(323 \text{ K}, 500 \text{ бар}) = 4,17 \times 10^{-11};$$

$$L(325 \text{ K}, 500 \text{ бар}) = 17,04 \text{ (мг/кг)}.$$

## Глава 8

### ТЕРМОДИНАМИКА РАСТВОРОВ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ И ДАВЛЕНИИ

Расчеты гетерогенного равновесия в разбавленных растворах при повышенной температуре и давлении в системе для гидро-термальных процессов требует умения рассчитывать зависимость константы равновесия от температуры и давления. В принципе эту зависимость мы можем получить, используя уравнение Вант-Гоффа:  $RT \ln K = -\Delta G(P, T)$ . Используя выражение для полного дифференциала изобарного потенциала реакции, можно получить зависимости изобарного потенциала (а значит, и константы равновесия реакции) от температуры и давления:

$$d[\Delta G(P, T)] = -\Delta S dT + \Delta V dP; \quad (8.1)$$

$$\Delta G(T)_p = -\int \Delta S dT + \text{const}, \quad \Delta G(P)_T = -\int \Delta V dP + \text{const}.$$

Так как расчет гетерогенного равновесия в системе для гидро-термальных процессов мы выполним для разбавленных растворов, нам не потребуется вычислять поправки к изобарному потенциалу реакции на неидеальность раствора.



## 8.1. РАСЧЕТЫ КОНСТАНТЫ РАВНОВЕСИЯ РЕАКЦИИ ПРИ НЕСТАНДАРТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ РАСТВОРА

Получить зависимость изобарного потенциала реакции (и константы равновесия реакции) от температуры, можно с помощью уравнения (8.1), а можно воспользоваться определением изобарного потенциала через энтальпию и энтропию реакции. Действительно:  $\Delta G^\circ(T) = \Delta H^\circ_T - T\Delta S^\circ_T$ . Воспользуемся формулами Кирхгофа для расчета зависимости энтальпии и энтропии реакции от температуры,  $[\Delta H] = (\text{Дж/моль})$ ,  $[\Delta S] = (\text{Дж/мольК})$

$$\Delta H^\circ_T = \Delta H^\circ_{298} + \int_{298}^T \Delta C_p \times dT, \quad \Delta S^\circ_T = \Delta S^\circ_{298} + \int_{298}^T \frac{\Delta C_p}{T} dT.$$

В формулах  $\Delta C_p$  — изменение теплоемкости раствора в результате протекания в нем реакции, верхний индекс «0» в записи изобарного потенциала, энтальпии и энтропии реакции означает, что реакция протекает при стандартном давлении в системе. Если парциальные молярные теплоемкости компонентов реакции зависят от температуры в форме степенного ряда,  $C_p = a + b \times T - c/T^2$ , тогда  $\Delta C_p = \Delta a + \Delta b \times T - \Delta c/T^2$  и, после интегрирования и подстановки в уравнение  $\Delta G^\circ_T = \Delta H^\circ_T - T\Delta S^\circ_T$ , получим:

$$\begin{aligned} \Delta G^\circ_T &= \Delta G^\circ_{298} - \Delta S^\circ_{298}(T - 298,15) - \Delta a \times T \times \ln(T/298,15) + \Delta a(T - 298,15) - \\ &\quad - 1/2 \Delta b(T - 298,15)^2 + 0,5 \times \Delta c(1/T)(T/298,15 - 1)^2; \\ \Delta G^\circ_{298} &= \Delta H^\circ_{298} - 298,15 \times \Delta S^\circ_{298}. \end{aligned}$$

Если воспользоваться обозначениями:  $\Theta = [1 - Y]$ ,  $Y = 298,15/T$ ,  $B = 1/(2,3026 \times R) = 0,0522$ ,  $pK = -\lg K$ .  $pK^\circ_T = \Delta G^\circ_T/(2,3026RT)$ , получим:

$$\Delta G^\circ_T = \Delta G^\circ_{298} - T\Theta\Delta S^\circ_{298} + T(\ln Y + \Theta)\Delta a - 0,5 \times \Delta b(T \times \Theta)^2 + 0,5 \times \Delta c(\Theta/298,15)^2.$$

Зависимость константы равновесия от температуры при стандартном давлении можно записать в виде уравнения (2):

$$pK^\circ_T = (B/T) \times \Delta G^\circ_T. \quad (8.2)$$

Мы установили, что зависимость изобарного потенциала реакции (а значит и константы равновесия реакции) от температуры определяется зависимостью изменения теплоемкости системы  $\Delta C_p$  от температуры:  $\Delta G^\circ_T = f(\Delta C)$ . Вычислим значение константы равновесия реакции для  $\Delta C_p = \Delta a + \Delta b \times T - \Delta c/T^2$ :

$$pK_{\tau}^{\circ} = Y_p K_{298}^{\circ} - B \Theta \Delta S_{298}^{\circ} + B \Delta a [\ln Y + \Theta] - 0,5 \times B \Delta b \times T \times \Theta^2 + 0,5 (\Theta/T)^2 \times \Delta c$$

$$Y = 298,15/T, \Theta = 1 - Y, B = 0,0522 \quad (8.3)$$

При расчетах константы равновесия используются различные приближения:

1) в результате протекания реакции теплоемкость системы не изменяется,  $\Delta C_p = 0$ .

2) когда теплоемкость компонентов реакции не зависит от температуры,  $\Delta C_p = \text{const}$ ,  $\Delta b = \Delta c = 0$ .

3) когда  $\Delta C_p = \Delta a + \Delta b \times T$ . Именно это приближение можно считать наиболее корректным, так как для компонентов раствора теплоемкость зависит от температуры по линейному закону. Используя соотношение (8.3), получим:

$$1. \Delta C_p = 0. pK_{\tau}^{\circ} = Y \times pK_{298}^{\circ} - B \Theta \Delta S_{298}^{\circ}.$$

$$2. \Delta C_p = \Delta a; pK_{\tau}^{\circ} = Y \times pK_{298}^{\circ} - B \times \Theta \times \Delta S_{298}^{\circ} + B \times \Delta a \times [\ln Y + \Theta].$$

$$3. \Delta C_p = \Delta a + \Delta b T; pK_{\tau}^{\circ} = Y \times pK_{298}^{\circ} - B \times \Theta \times \Delta S_{298}^{\circ} + B \times \Delta a [\ln Y + \Theta] - 0,5 \Delta b \times B \times T \times \Theta^2. \Theta = [1 - Y].$$

**Задача 8.1.** Оценить растворимость флюорита  $\text{CaF}_2$  при температуре 50 °С и давлении насыщенного пара воды.

**Решение:** сначала рассчитаем  $\Delta G_{323}^{\circ}$  реакции  $\text{CaF}_2 = \text{Ca}^{2+} + 2\text{F}^-$ . Выпишем из справочника необходимые для расчета термодинамические данные и воспользуемся формулой (8.1) для расчета изобарного потенциала реакции диссоциации при температуре 323 °К.

$$\Delta G_{298}^{\circ} = -552\,800 + 2(-281\,700) - (-1176\,920) = 60\,720 \text{ (Дж/моль)};$$

$$\Delta S_{298}^{\circ} = -55,18 + 2(-14) - 68,87 = -152,05 \text{ (Дж/моль} \cdot \text{К)};$$

$$\Delta a = -59,77, \Delta b = [2,9 + 2(-352) - 30,43] 10^{-3} = -0,732,$$

$$\Delta c = -1,96 \times 10^5.$$

$$\Delta G_{323}^{\circ} = 60\,720 + 152,05 \times (323 - 298) + 59,7 \times 323 \times \ln(323/298) - 59,77 \times (323 - 298) + 0,5 \times 0,732 \times (323 - 298)^2 - 0,5 \times 196\,000 \times (1/323) \times (323/298 - 1)^2 = 60\,720 + 4088,86 = 64\,808,86 \text{ (Дж/моль)}.$$

Константу равновесия реакции диссоциации флюорита при  $T = 323,15$  °К и давлении 1 бар, вычислим по уравнению (8.3):

$$pK_{323}^{\circ} = 10,47, K_{323}^{\circ} = 3,39 \times 10^{-11}.$$

Растворимость флюорита  $L$  (мг/литр) = 15,91 (мг/кг).

В таблице 8.1 собраны результаты расчета растворимости флюорита в приповерхностных гидротермальных водах при давлении 1 бар.

**Таблица 8.1.** Зависимость растворимости флюорита от температуры при давлении один бар

$T^{\circ}K$	$\Delta G^{\circ}_T$ (Дж/м)	$pK^{\circ}_T$	$L^{\circ}_T$ (мг/л)
298,15	60 720	10,63	14,04
323,15	64 809	10,47	15,91
348,15	69 487	10,42	16,54
373,15	74 688	10,48	15,80

## 8.2. РАСЧЕТЫ КОНСТАНТЫ РАВНОВЕСИЯ РЕАКЦИИ ПРИ ПОВЫШЕННОМ ДАВЛЕНИИ

В предыдущем разделе главы мы установили, что зависимость свойств раствора от температуры определяется изменением теплотемкости раствора в результате протекания в нем реакций. Зависимость свойств раствора (а в общем случае термодинамической системы) от давления определяется изменением объема раствора или системы. *Определим понятие парциального мольного объема компонента раствора как изменение объема системы при бесконечно малой добавке компонента в раствор.* Согласно такому определению, парциальный мольный объем  $v_o$  компонента раствора может быть и отрицательным. Зависимость парциального мольного объема компонента раствора от температуры и давления определяется коэффициентами объемного расширения  $\alpha$  и коэффициентом изотермической сжимаемости  $\beta$ :

$$\alpha = 1/v_o (dv_o/dT)_p \text{ и } \alpha = -1/v_o (dv_o/dP)_T. \quad (8.4)$$

Для изобарных процессов в системе, зависимость парциального мольного объема компонента раствора от температуры определяется соотношением:

$$P = \text{const.} \quad \ln V_T^0 = \ln V_{298}^0 + \int_{298}^T \alpha * dT.$$

При постоянной температуре в системе зависимость парциального мольного объема компонента раствора от давления определяется соотношением:

$$T = \text{const.} \quad \ln V_P^0 = \ln V_{pst}^0 + \int_{pst}^P \beta^* dT.$$

Пусть  $\Delta V$  — алгебраическая разность между парциальными мольными объемами продуктов реакции и исходными веществами. Тогда:

$$\Delta b = -1/\Delta V (d[\Delta V]/dP)_T, \quad \Delta \beta \times \Delta V = -(d[\Delta V]/dP)_T, \quad (8.5)$$

где  $\Delta F = \Delta \beta \times \Delta V$  — изотермическая сжимаемость раствора.

Зависимость изменения мольного объема раствора от давления получим из уравнения:

$$d(\Delta V)_P = -\Delta F dP; \quad \Delta V(P)_T = \Delta V^0 - \int_{pst}^P (\Delta F)_T dT. \quad (8.6)$$

Зависимость изобарного потенциала реакции от давления получим из анализа выражения для полного дифференциала потенциала:

$$d(\Delta G) = -\Delta S dT + \Delta V dP, \quad (d[\Delta G]/dP)_T = \Delta V_T. \quad (8.7)$$

Если проинтегрировать уравнение (36) с учетом (35), получим:

$$\Delta G = \Delta G_{298}^0 + \Delta V_T (P - P_{st}) - \iint \Delta F \times dP^2. \quad (8.8)$$

Анализ уравнения (42) показывает, что зависимость изобарного потенциала реакции от давления (в общем случае, и раствора) определяется изотермической сжимаемостью раствора,  $\Delta F$ . На основании экспериментальных данных было показано, что для большого количества растворов солей и оснований в воде изменение мольного объема раствора и изотермическая сжимаемость связаны между собой линейной зависимостью:

$$\Delta F_T = \Delta F_{298}^0 \frac{\Delta V_T^0}{\Delta V_{298}^0}, \quad \frac{\Delta F_{298}^0}{\Delta V_{298}^0} \cong 2,128 \times 10^{-4}, \quad \Delta F_T = 2,128 \times 10^{-4} \times \Delta V_T^0. \quad (8.9)$$

При постоянной температуре зависимость константы равновесия реакции от давления определяется уравнением:

$$RT \ln K = -\Delta G(P, T); \quad \left[ \frac{d(\ln K)}{dP} \right]_T = -\frac{\Delta V_T}{RT}. \quad (8.10)$$

$\Delta V_T$  — изменение молярного объема раствора при температуре  $T$  °K. Используя уравнения (8.6) и (8.7), для зависимости константы равновесия реакции от давления при температуре раствора  $T$  °K, получим:

$$\lg[K(P)_T] = \lg(K_T^0) - \Delta V_T(P - P_{st}) / (2.3026 \times RT) + 1 / (2.3026RT) \int \Delta F \times dP^2, \quad (8.12)$$

$K_T^0$  — константа равновесия реакции при стандартном значении давления в системе и температуре  $T$  °K. В уравнении (8.12) для расчета изменения молярного объема мы используем размерность  $\Delta V$  [см<sup>3</sup>/моль], для расчета  $\Delta P$  — бары, тогда для газовой постоянной “R” необходимо взять значение:  $R = 83,143$  [см<sup>3</sup>бар/(моль°K)].

Пусть  $A = 1 / (2.3026R) = 5,223 \times 10^{-3}$  [моль°K/(см<sup>3</sup>бар)].

$\Delta P(\text{бар}) = P - P_{st}$ , тогда уравнение (8.12) преобразуется к виду:

$$\lg[K(P)_T] = \lg K_T^0 - (A/T) [\Delta V_T^0 \times \Delta P - \int \Delta F \times dP^2].$$

В уравнении:  $K(P)_T$  — константа равновесия реакции при температуре раствора  $T$  °K и давлении в системе  $P(\text{бар})$ ,  $K_T^0$  — константа равновесия реакции при давлении в системе 1 бар,  $\Delta V_T^0$  (см<sup>3</sup>/моль) — изменение молярного объема раствора в результате протекания реакции при давлении  $P = 1$  бар и температуре  $T$  °K. При расчетах зависимости константы равновесия от давления пользуются различными приближениями, связанные, в основном, с расчетом изотермической сжимаемости системы  $\Delta F$  при реакции.

1.  $\Delta F = 0$ . Тогда  $\Delta V = \text{const}$  и для константы равновесия получим:

$$\ln K(P)_T = \lg K_T^0 - (A/T) \Delta V_T(P - P_{st}), A = 5,223 \times 10^{-3}. \quad (8.13)$$

2.  $\Delta F = \text{const}$ . При стандартной температуре и давлении  $[\Delta V_T^0 / \Delta F^0]_{298} = 4700$  бар и  $\Delta F_T / \Delta F_{298}^0 = \Delta V_T / \Delta V_{298}^0$ .  $\alpha = 1,064 \times 10^{-4}$ ,  $\Delta P[\text{бар}] = P - P_{st}$ . Получим:

$$\lg[K(P)_T] = \lg K_T^0 - A/T \times \Delta V_T^0 \times \Delta P(1 - \alpha \times \Delta P).$$

3.  $\Delta F = \Delta \beta \times \Delta V$ . Считая, что  $\Delta \beta$  не зависит от давления, из уравнения (8.12) и экспериментальных данных получим:

$$\Delta \beta \approx 1,5 \times 10^{-4} [\text{бар}]^{-1} \text{ до } t \approx 200 \text{ °C и}$$

$$\Delta \beta \approx 3,0 \times 10^{-4} [\text{бар}]^{-1} \text{ для } t \approx 200 \times 350 \text{ °C,}$$

$$\lg[K(P)_T] = \lg K_T^0 - A/T \times \Delta V_T^0 \times [1 - 0,5 \Delta \beta \times \Delta P] \times \Delta P, \quad (8.14)$$

$$\Delta P = P - P_{st}, A = 5,223 \times 10^{-3}.$$

**Задача 8.2.** Оценить растворимость флюорита при температуре 50 °С и давлении 500 бар.

**Решение:** воспользуемся результатами расчетов, сделанных в задаче (8.1) Растворимость флюорита  $\text{CaF}_2$  вычислим по формуле:  $pL = pK/3 - 4,691$ . Для расчета константы равновесия воспользуемся уравнением (8.14):

$$\lg K_p = \lg K_{323}^{\circ} - 0,1 \times \Delta V_{323}^{\circ} \times \Delta P [1 - \gamma \times \Delta P] / 2,3026 \times R \times 323,15 \times \Delta V_{323}^{\circ} = -30,4 - 2 \times 4,8 - 24,542 = -43,34 \text{ (см}^3\text{/моль)};$$

$$\Delta P = 500 - 1 = 499 \text{ бар.}$$

$$\gamma = 0,5 \times [\Delta F_{298}^{\circ} / \Delta V_{298}^{\circ}] = 0,5 / 4700 = 1,06 \times 10^{-4};$$

$$K_{323}^{\circ} = 3,31 \times 10^{-11}, \quad pK[323 \text{ °K, } 500 \text{ бар}] = 10,47 - 0,33 = 10,14,$$

$$pL = -1,3113, \quad L = 20,48 \text{ (мг/литр).}$$

Расчетная растворимость флюорита при различных параметрах раствора:

$$L [25 \text{ °C, } P = 1 \text{ бар}] = 14,05 \text{ (мг/кг)};$$

$$L [50 \text{ °C, } P = 1 \text{ бар}] = 15,89 \text{ (мг/кг)};$$

$$L [50 \text{ °C, } P = 500 \text{ бар}] = 20,48 \text{ (мг/кг)}.$$

## Глава 9

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЭВМ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Сегодня ЭВМ так прочно и глубоко вошли в повседневную жизнь, что даже постановка вопроса о целесообразности использования ЭВМ в работе выглядит нелепо. Тем не менее, следует подчеркнуть, что сегодня геология — это прежде всего научный прогноз на основании фундаментального теоретического анализа проблемы. При анализе процессов, протекающих в природе, приходится иметь дело с многокомпонентной системой и принимать во внимание изменение двух и более параметров системы. Поэтому даже простая задача, которую приходится решать студенту и которую надо довести до «цифры», требует значительных усилий. Использование ЭВМ не только экономит время при решении конкретной задачи, но и заставляет думать по-другому, заставляет по новому взглянуть на задачу. На примере использования ЭВМ в практике гидрогеологических расчетов, в лекциях описана постановка задачи, алгоритм

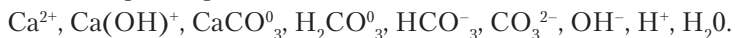
решения и методы реализации алгоритма расчета гетерогенного равновесия на ПЭВМ.

### 9.1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ СИСТЕМЫ НА ЭВМ

Расчет параметров равновесного состояния природной гетерогенной системы рассмотрим на примере расчета равновесного состава грунтовых вод. Такой расчет может быть выполнен на основании моделирования процессов взаимодействия грунтовых вод с окружающими породами. В процессе установления равновесия происходит растворение одних веществ и выпадение в осадок других веществ. Одним из этапов анализа гетерогенного равновесия является решение задачи о формах нахождения элементов в природных водах для заданных параметров, например, при определенных значениях температуры и рН раствора и последующий анализ состава раствора при *изменении* этих параметров. В настоящий момент существуют два алгоритма решения данной задачи: 1) использование констант равновесия реакций, в результате которых устанавливается равновесие в системе; 2) расчет равновесного состава гидрогеохимической системы методом минимизации свободной энергии. Первый алгоритм реализован в программах под общим названием MIF (MIF1, MIF2 и т. д.). Второй алгоритм реализован в программах GIBBS, BALANS, MATRIX. Две последние программы разработаны на кафедре химии МГРИ (Н. Н. Акинфиев, В. А. Умрихин). В лекциях будет рассмотрен алгоритм расчета на основании минимизации потенциала Гиббса.

**Постановка задачи.** Пусть заданы внешние условия, в которых находится наша система, ее валовый состав и набор фаз, которые присутствуют в системе или которые могут возникнуть при эволюции системы. Требуется определить, какие конкретно фазы из заданного набора будут присутствовать в системе при равновесии. Например, пусть нас интересует состав насыщенного раствора кальцита в присутствии углекислого газа, который входит в состав атмосферы. При равновесии наша система будет трехфазной — насыщенный раствор кальцита в воде + твердая фаза (кальцит) + углекислый газ. Выполним расчет для стандартных условий: количество воды — 1 кг

(55,51 моля), температура — 298 °К, давление в системе — 1 бар, причем парциальное давление углекислого газа  $3 \times 10^{-4}$  бара (среднестатистическое парциальное давление газа на поверхности Земли). Считаем, что раствор состоит из девяти компонентов:



**В результате расчета** требуется определить концентрацию компонентов раствора, количество растворенного минерала и газа.

**Алгоритм решения задачи.** Самопроизвольно протекающие химические реакции, приближающие нашу систему к состоянию равновесия, приводят к изменению компонентного состава системы и, следовательно, к изменению  $x$  термодинамических параметров системы. Та из термодинамических функций, которая достигает экстремального значения в состоянии равновесия, является *термодинамическим потенциалом* системы при заданных условиях, а задача нахождения экстремума термодинамической функции равносильна нахождению равновесного состава системы. Для изобарно-изотермических условий равновесный состав системы может быть найден путем минимизации энергии Гиббса. Таким образом, **при заданных значениях давления, температуры и валового состава системы, система придет в состояние равновесия, когда энергия Гиббса системы достигнет своего минимального значения.**

С математической точки зрения задача сводится к нахождению минимального значения функции многих переменных при заданных граничных условиях (валовом составе системы):

$$G = \sum n_j \times \mu_j \rightarrow \min; \quad (9.1)$$

$$\sum a_{ij} \times m_j = b_i. \quad (9.2)$$

$a_{ij}$  — количество независимого  $i$ -компонента в одном моле  $j$ -компонента системы;

$m_j$  — моляльная концентрация  $j$ -компонента;

$b_i$  — суммарное количество независимого  $i$ -компонента, равное его общей (валовой) концентрации.

Например, в задаче о растворении кальцита в присутствии углекислого газа, независимые компоненты (элементы, из которых можно создать любой компонент системы) — это кальций Ca ( $i=1$ ), углерод C ( $i=2$ ), водород H ( $i=3$ ) и кислород O ( $i=4$ );  $i$  — номер независимого компонента.  $j=11$  — число компонентов системы,  $a_{ij}$  — компонент матрицы баланса. Если  $j=4$ , то это компонент



раствора  $\text{H}_2\text{CO}_3^0$ , его коэффициенты  $a_j$  равны:  $a_{14} = 0$ ,  $a_{24} = 1$ ,  $a_{34} = 2$ ,  $a_{44} = 3$ .

Задача нахождения минимума функции (9.1) при граничных условиях (9.2) эквивалентна нахождению минимума функционала (9.3):

$$F(m_i, u_i) = \frac{G_T^0}{RT} + \sum_{i=1}^I u_i \left( b_i - \sum_{j=1}^S a_{ij} \times m_j \right). \quad (9.3)$$

Введем обозначение:

$$z_j = \mu_j / RT, \quad (9.4)$$

$\mu_j$  — химический потенциал;

$j$  — компонента системы;

$z_j$  — приведенный потенциал компонента.

**Таблица 9.1.** Компонентный состав системы и матрица коэффициентов

	Фазы (U)	Независимые компоненты (i)			
	(U = 1) раствор	1	2	3	4
j	(компоненты раствора)	Ca	C	H	O
1	$\text{Ca}^+$	1	0	0	0
2	$\text{Ca}(\text{OH})^+$	1	0	1	1
3	$\text{CaCO}_3^0$	0	1	2	3
4	$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	0	1	2	3
5	$\text{HCO}_3^-$	0	1	1	3
6	$\text{CO}_3^{2-}$	0	1	0	3
7	$\text{OH}^-$	0	0	1	1
8	$\text{H}^+$	0	0	1	0
9	$\text{H}_2\text{O}$	0	0	2	1
10	(U = 2) $\text{CaCO}_3$ кальцит	1	1	0	3
11	(U = 3) $\text{CO}_2$ углек. газ	0	1	0	2

Тогда из уравнения (9.5) можно вычислить концентрации компонентов раствора при равновесии, а из уравнения (9.6) приведенный химический потенциал компонента раствора.

$$m_j = \exp(-z_j + \sum u_i \times a_{ij}) \quad (9.5)$$

$$z_j = \sum u_i \times a_{ij} \quad (9.6)$$

В таблице 9.2 приведены химические потенциалы независимых компонентов  $u_i$  (их еще называют *начальные приближения*) задачи о растворении кальцита, а в таблице 9.1 компонентный состав раствора.

**Таблица 9.2.** Начальные приближения ( $u_i$ ) для независимых компонентов.

Ca	C	O	H
-230,708	-52,249	-57,473	-19,102

В таблице 9.3 приведены результаты расчета поставленной задачи.

**Таблица 9.3.** Результаты расчета компонентного состава раствора (моль/кг)

$\text{Ca}^{2+}$	$\text{Ca}(\text{OH})^+$	$\text{CaCO}_3^0$	$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	$\text{HCO}_3^-$	$\text{CO}_3^{2-}$
$4,49 \times 10^{-4}$	$1,24 \times 10^{-8}$	$6,11 \times 10^{-6}$	$1,02 \times 10^{-5}$	$8,79 \times 10^{-4}$	$8,16 \times 10^{-6}$
кальцита растворилось $5,44 \times 10^{-4}$ (моль/кг)					
углекислого газа растворилось $5,41 \times 10^{-4}$ (моль/кг)					
рН раствора 8,29					

## 9.2. РАСЧЕТ КОМПОНЕНТНОГО СОСТАВА ПРИРОДНЫХ ВОД НА ОСНОВАНИИ ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА ПРОБЫ ГРУНТОВЫХ ВОД

Большое значение в оценке пригодности природных вод для хозяйственной деятельности имеет компонентный состав конкретного водного бассейна. При исследованиях в области охраны окружающей среды первостепенное значение имеет то обстоятельство, что разные миграционные формы одного и того же элемента имеют

резко различную токсичность. Например, неорганические соединения трехвалентного мышьяка As(III) на порядок более токсичны, чем соединения пятивалентного мышьяка As(V).

Формами миграции элемента будем называть сложные и простые частицы, в состав которых входит данный элемент и которые не могут существовать вне раствора. Например, формы миграции кальция в растворе — это ионы  $\text{Ca}^{2+}$ , неорганические комплексные соединения  $\text{Ca}(\text{OH})^+$ ,  $\text{CaHCO}_3^+$ ,  $\text{CaCO}_3^0$ ,  $\text{CaSO}_4^0$ ,  $\text{Ca}(\text{SO}_4)_2^{2-}$ , органические комплексные соединения, например, с фульвокислотой  $\text{CaФК}^0$  и т. д. Движение (миграция) в пространстве таких частиц происходит вместе с раствором. При изменении параметров раствора возможно выпадение в осадок твердой фазы, в состав которой входит данный элемент. Тогда говорят о геохимических барьерах миграции данного элемента. Часто таким барьером является температура и pH раствора.

**Постановка задачи.** Маломинерализованная вода четвертичного горизонта белорусской части Полесья имеет состав, мг/кг:

Na + K	Ca	Mg	Fe	Cu	Mn	$\text{H}_2\text{CO}_3^0$	$\text{SO}_4$	Cl	pH
13,0	10,0	6,0 <sup>6</sup>	1,1	0,01	1,3	78,0	3,0	13,0	6,5

**В процессе решения задачи** необходимо рассчитать компонентный состав раствора; оценить, находится ли данный раствор в равновесии по отношению к карбонатам (доломит, магнезит, малахит); находится ли раствор в равновесии с углекислым газом.

**Алгоритм решения задачи.** Алгоритм решения задачи мы сформулировали при анализе гетерогенного равновесия (см. 9.2). В соответствии с этим алгоритмом записываем матрицу баланса (табл. 9.4). При записи матрицы баланса мы считаем, что в растворе натрий, калий и хлор находятся в виде простых ионов  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  в количествах, которые были определены для соответствующих элементов. Так как раствор практически нейтральный ( $\text{pH} = 6,5$ ) не имеет смысла учитывать частицы типа  $\text{Ca}(\text{OH})_2^0$ , концентрации которых в нейтральных растворах малы. В таблице 9.4 приведены результаты расчета компонентного состава раствора. (Расчет выполнен с использованием программы «GROUND», кафедра химии МГРИ, Умрихин В. А.) Чтобы оценить, находится ли наш раствор в равновесии относительно, например, доломита  $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$  надо записать реакцию диссоциации минерала и вычислить константу

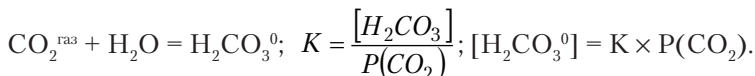
**Таблица 9.4.** Матрица баланса и результат расчета компонентного состава раствора

Компонент	Ca	Cu	Mn	Mg	Pb	S	ΦK	Fe	C	O	H	мг/кг
1. $\text{Ca}_2^+$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,8
2. $\text{Cu}_2^+$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0046
3. $\text{Mg}_2^+$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	5,9
4. $\text{Mn}_2^+$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1,3
5. $\text{Pb}_2^+$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0,00366
6. $\text{SO}_4^{2-}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	0	3,01
7. $\Phi\text{K}^{2-}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2,01
8. $\text{Fe}^{2+}$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1,1
9. $\text{Ca}(\text{SO}_4)^0$	1	0	0	0	0	1	0	0	0	4	0	0,15
10. $\text{Ca}(\text{HCO}_3)^+$	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	0,47
11. $\text{CaCO}_3^0$	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0,00646
12. $\text{Ca}\Phi\text{K}^0$	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	$3,1 \times 10^{-24}$
13. $\text{Mg}(\text{CO}_3)^0$	0	0	0	1	0	0	0	0	1	3	0	0,00313
14. $\text{Mg}(\text{HCO}_3)^+$	0	0	0	1	0	0	0	0	1	3	1	0,27
15. $\text{Mg}\Phi\text{K}^0$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	$1,4 \times 10^{-24}$
16. $\text{Fe}\Phi\text{K}^0$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	$3,3 \times 10^{-25}$
17. $\text{Fe}(\text{OH})^+$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0,00129
18. $\text{Mn}(\text{SO}_4)^0$	0	0	1	0	0	1	0	0	0	4	0	0,0234
19. $\text{Mn}(\text{HCO}_3)^+$	0	0	1	0	0	0	0	0	1	3	1	0,0222
20. $\text{HSO}_4^-$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4	1	$6,27 \times 10^{-5}$
21. $\text{Pb}(\text{OH})^+$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0,00686
22. $\text{CuCO}_3^0$	0	1	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0,0219
23. $\text{CO}_3^{2-}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0,0137
24. $\text{H}_2\text{CO}_3^0$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	2	58
25. $\text{HCO}_3^-$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	78
26. $\text{OH}^-$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	$5,72 \times 10^{-4}$
27. $\text{H}^+$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$3,60 \times 10^{-4}$
28. $\text{H}_2\text{O}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1000

равновесия реакции:  $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2 = \text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+} + 2\text{CO}_3^{2-}$ . Константа равновесия реакции  $K = [\text{Ca}^{2+}] \times [\text{Mg}^{2+}] \times [\text{CO}_3^{2-}]^2$ , уравнение Вант-

Гоффа:  $K = \exp\left(\frac{-\Delta G_{298}^0}{RT}\right)$ . Результат расчета:  $-\lg K = 15,44$ . Отметим,

что десятичный логарифм, взятый с обратным знаком, константы реакции диссоциации плохо растворимого вещества называется **произведением растворимости** ПР этого вещества. Таким образом,  $\text{ПР}(\text{доломита}) = 15,44$ . По *результатам расчета компонентного состава раствора*, вычислим ионное произведение для доломита:  $\text{ИП}(\text{доломита}) = [\text{Ca}^{2+}] \times [\text{Mg}^{2+}] \times [\text{CO}_3^{2-}]^2 = 2,45 \times 10^{-4} \times 2,46 \times 10^{-4} \times (2,28 \times 10^{-7})^2 = 3,13 \times 10^{-21}$ .  $\lg[\text{ИП}] = -20,5$ . Так как ИП много меньше, чем константа равновесия реакции диссоциации доломита ( $K = 3,63 \times 10^{-15}$ ), мы можем утверждать, что в водах Полесья карбонаты будут растворяться. Чтобы оценить степень насыщенности раствора относительно атмосферной углекислоты, вычислим концентрацию частицы  $\text{H}_2\text{CO}_3^0$  при равновесии раствора с углекислым газом и сравним с фактической концентрацией этой частицы в растворе.



Уравнение Вант-Гоффа:  $K = \frac{-\Delta G_{298}^0}{RT}$ ; парциальное давление

углекислого газа в атмосфере  $P(\text{CO}_2) = 3 \times 10^{-4}$  бара = 30 Па. Результаты расчета:  $K = 0,0293$ ;  $[\text{H}_2\text{CO}_3^0] = 0,0293 \times 30 = 0,879$  (моль/кг) = 54 мг/кг (концентрация углекислоты при равновесии). Воды Полесья практически находятся в равновесии с углекислотой  $[\text{H}_2\text{CO}_3^0]_{\text{факт}} = 58$  мг/кг (см. табл. 9.4).

Надежность расчета компонентного состава раствора во многом зависит от метода выбора набора термодинамических констант, которые нужны для расчета. Критерием правильности выбора термодинамических констант является совпадение расчетных и экспериментальных данных для данной задачи. Как правило, проблемы возникают при выборе коэффициентов активности компонентов раствора, так как не существует универсального метода расчета коэффициентов активности.

## Глава 10

### ТВЕРДЫЕ РАСТВОРЫ

#### 10.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Твердые растворы широко распространены в земной коре. К ним относится большинство породообразующих силикатов магматических и метаморфических пород. Рудные минералы, в основной своей массе, также являются твердыми растворами. Твердые растворы образуются или при охлаждении расплавленных пород при магматических процессах, или в результате реакций контактного метаморфизма при высокой температуре и давлении. Твердые растворы бывают типа замещения и внедрения. В растворах типа замещения катионы одного металла замещают в узлах кристаллической решетки катионы другого металла. Так образуются:

**Оливины:** исходные минералы (крайние члены ряда):  $Mg_2(SiO_4)$ -форстерит;  $Fe_2(SiO_4)$ -фаялит;  $Mn_2(SiO_4)$ -тефроит. Формула твердого раствора оливина:  $(Fe_xMg_{1-x})_2[SiO_4]$ ;  $(Mn_xMg_{1-x})_2[SiO_4]$ ;  $x$  — мольная доля иона в составе минерала. Полевые шпаты состоят из двух изоморфных твердых растворов: 1) плагиоклазы и 2) калиевые полевые шпаты.

**Плагиоклазы:** крайние члены ряда —  $Na[Al(Si_3O_8)]$  — альбит  $[Ab]$ ,  $Ca[Al_2(Si_2O_8)]$  — анортит,  $[An]$ . Общая формула плагиоклазов —  $[Ab_xAn_{1-x}]$ .  $x$  — мольная доля альбита в плагиоклазе.

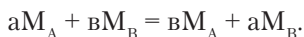
**Калиевые полевые шпаты:** крайние члены ряда —  $K[Al(Si_3O_8)]$  — микроклин,  $Na[AlSi_3O_8]$  — ортоклаз.  $(K_xNa_{1-x})[Al(Si_3O_8)]$  — санидин.

**Пироксены:** компоненты:  $Mg_2(Si_2O_6)$ ,  $Fe_2(Si_2O_6)$ ;  $(Ca_xMg_{1-x})_2[Si_2O_6]$ ,  $(Fe_xMg_{1-x})_2[Si_2O_6]$ . В группу пироксенов входят геденбергит, диопсид, жадеит, и т. д. В растворах типа внедрения ионы одного металла внедряются в межузловые пространства решетки другого металла. Так образуются сплавы серебро-золото, бровиты:  $[Fe_xNi_{1-x}]S_2$ , и т. д. Совершенно очевидно, что для образования твердого раствора решетки исходных компонентов должны соответствовать друг другу по ряду параметров. Образование твердых растворов может происходить при охлаждении расплавов и при реакциях твердых фаз. Уточним понятие мольной доли ( $x$ ) в случае твердых растворов. Так,

если твердый раствор *оливин* образуется из компонентов:  $\text{Mg}_2[\text{SiO}_4]$  (форстерит), {Fo}, и  $\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]$  (фаялит) {Fa}, тогда молярная доля {Fo}:  $\xi_{\text{Fo}} = \frac{[\text{Fo}]}{[\text{Fo}] + [\text{Fa}]}$ , молярная доля {Fa},  $\xi_{\text{Fa}} = \frac{[\text{Fa}]}{[\text{Fo}] + [\text{Fa}]}$ . [Fo] и [Fa] — число молей форстерита и фаялита в одном моле оливина соответственно. Очевидно,  $x_{\text{Fo}} + x_{\text{Fa}} = 1$ .

## 10.2. ТЕРМОДИНАМИКА ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ

При образовании твердого раствора происходит распределение катионов А и В между решетками Ма и Мв компонентов твердого раствора. Так при образовании пироксена из ферросилита —  $\text{Fe}_2[\text{Si}_2\text{O}_6]$  и энстатита —  $\text{Mg}_2[\text{Si}_2\text{O}_6]$ , катионы  $\text{Fe}^{2+}$  замещают катионы  $\text{Mg}^{2+}$  в решетке энстатита и, наоборот, катионы  $\text{Mg}^{2+}$  замещают катионы  $\text{Fe}^{2+}$  в решетке ферросилита. При этом получается *изоморфный ряд* пироксена. Каждый член этого ряда имеет определенное соотношение концентраций иона  $\text{Mg}^{2+}$  в решетке ферросилита и ионов  $\text{Fe}^{2+}$  в решетке энстатита. Равновесие в системе устанавливается в ходе реакции ионнообменного типа:



В квазихимической модели твердых растворов учитывается взаимодействие между атомом, принимаемым за центральный (нулевой) и его ближайшими соседями, число которых определяется координационным числом решетки. За центральный атом принимается поочередно каждый атом. Если каждый атом А окружен только атомами типа «А», то это исходный компонент «А»; если каждый атом «В» окружен атомами типа «В» то это исходный компонент «В». Если в растворе каждый атом «А» окружен только атомами «В», или каждый атом «В» окружен только атомами «А», то это случай *идеального твердого раствора*. В 1935 г. Д.Гугенгейм предложил для бинарных твердых растворов формулу, определяющую зависимость между долей связей разноименных атомов А-В и энергией взаимообмена  $W$ :  $[W/ZN]$  — энергия, требуемая для замены двух пар (А-А) и (В-В) на две пары (А-В) в растворе. Квазихимическое приближение дает хорошие результаты при расчетах  $\Delta G$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$  образования твердых растворов, в которых компоненты «А» и «В» близки по размерам, а структуры решеток подобны.

### 10.3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА КОМПОНЕНТА ТВЕРДОГО РАСТВОРА

Введем понятие парциальной мольной функции смешения и избыточной функции смешения для бинарных растворов.

**Определение:** парциальной функцией смешения  $f_i$  «i» компонента назовем разность между химическим потенциалом компонента в растворе  $\mu_i$  и стандартным химическим потенциалом этого компонента.

Так как химический потенциал компонента раствора имеет вид  $\mu = \mu_{i0} + RT \ln a_i$ , функция смешения  $f_i = \mu_i - \mu_{i0}$ . Для компонента разбавленного раствора функция смешения  $f_i^0 = RT \ln [m]_i$ . Для компонента реального раствора  $m_i = a_i / \gamma_i$ , и  $f_i = f_i^0 + RT \times \ln \gamma_i$ .

**Определение.**  $RT \ln \gamma_i = Y_{\text{изб}}$  называется избыточной мольной парциальной функцией смешения. Изобарный потенциал  $\{Z_s\}$  смешения определяется как сумма парциальных мольных функций смешения:  $Z_s = F_s^p = F_s^{\text{ид}} + Y_s^{\text{изб}}$ .

Изобарный потенциал реакции образования твердого раствора будет равен:  $\Delta G_{f298}^\circ = \sum n_i \times \mu_i^0 + Z_{\text{сл}}$ . Первое слагаемое характеризует индивидуальные свойства компонентов раствора, второе слагаемое — взаимодействие компонентов раствора друг с другом при образовании раствора.

Для бинарного раствора получим ( $n_1$  и  $n_2$  — число молей компонента номер 1 и номер 2 соответственно):  $\Delta G_{f298}^\circ = n_1 \times \mu_1 + n_2 \times \mu_2$ ;  $\Delta G_{f298}^\circ + RT[n_1 \times \ln(m_1) + n_2 \times \ln(m_2)] + RT[n_1 \ln(\gamma_1) + n_2 \ln(\gamma_2)]$ . (10.1)

**Задача 10.1.** Вычислить изобарный потенциал образования оливина состава  $\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x}\text{SiO}_4$ . ( $x$  — мольная доля фаялита в оливине).

**Решение:** вычисляем  $\Delta G_{f298}^\circ = x \Delta G_{f298}^\circ(\text{Fe}_2\text{SiO}_4) + (1-x) \Delta G_{f298}^\circ(\text{Mg}_2\text{SiO}_4)$ .

Вычисляем изобарный потенциал смешения:  $F_s = RT[x \ln x + (1-x) \ln(1-x)]$ .

Вычисляем избыточный потенциал смешения:  $Y_s = RT[x \ln \gamma_1 + (1-x) \ln \gamma_2]$ .

$$\Delta G_{f298}^\circ = \Delta G_{f298}^\circ + F_s + Y_s.$$

Наибольшие трудности возникают при вычислении избыточного потенциала смешения,  $Y_s$ . Это связано с тем обстоятельством, что возникают проблемы при расчете коэффициентов активности



компонентов твердого раствора. Достоверность расчета  $Y_s$  зависит, в первую очередь, от корректности модели твердого раствора. В квазихимической модели твердого раствора возникают сложности при определении координационного числа решетки в формуле Гугенгейна. Очевидно, что если  $Y_s = 0$ , мы имеем дело с идеально разбавленным твердым раствором. Самое удивительное, что большое количество твердых растворов удовлетворяют равенству  $Y_s = 0$ . Примером такого раствора является оливин состава  $(\text{Fe}_x\text{Mg}_{1-x})_2[\text{SiO}_4]$  при  $x < 0,1$ .

**Задача 10.2.** Рассчитать изобарный потенциал образования  $\Delta G^\circ_{r298}$  оливина состава  $x = 0,1$ .

**Решение:** если  $x = 0,1$ , то оливин имеет состав  $(\text{Fe}_{0,1}\text{Mg}_{0,9})_2[\text{SiO}_4]$ .

$$\begin{aligned}\Delta G^\circ_{r298} &= 0,1 \Delta G^\circ_{f298}(\text{Fe}_2\text{SiO}_4) + 0,9 \Delta G^\circ_{f298}(\text{Mg}_2\text{SiO}_4) = \\ &= 0,1 (-1\,378\,060) + 0,9 (-2\,051\,380) = -1\,984\,048 \text{ [Дж/моль]}.\end{aligned}$$

$$F_s = 8,31 \times 298 \times (0,1 \ln 0,1 + 0,9 \ln 0,9) = -808,13 \text{ [Дж/моль]}.$$

$$\Delta G^\circ_{r298}[(\text{Fe}_{0,1}\text{Mg}_{0,9})_2[\text{SiO}_4]] = -1\,984\,856,13 \text{ [Дж/моль]}.$$

## **Раздел III**

# **ЭЛЕКТРОХИМИЯ**

## **Глава 11**

### **ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОНЯТИЯ ЭЛЕКТРОХИМИИ**

#### **11.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОНЯТИЯ ЭЛЕКТРОХИМИИ**

Окислительно-восстановительными реакциями (ОВР) называют такие реакции, которые протекают с изменением степени окисления атомов, входящих в состав реагирующих веществ. Сущность окислительно-восстановительной реакции состоит в переходе всех или части валентных электронов от восстановителя к окислителю. Горение угля — типичный пример окислительно-восстановительной реакции:  $C + O_2 = CO_2$ . В этой реакции кислород принимает электроны от углерода. Говорят, что углерод окисляется, кислород — восстанавливается. В окислительно-восстановительной реакции должны присутствовать атомы, которые изменяют степень окисления. *Степенью окисления атома* называют условный электрический заряд (в единицах заряда электрона), который получил бы данный атом, если бы каждая пара электронов, связывающая его с другим атомом, полностью переместилась бы к более электроотрицательному атому. Для определения степени окисления данного атома в химическом соединении придерживаются следующих правил.

1. Степень окисления атомов в простых веществах равна нулю. Например, степень окисления атомов кислорода, азота, железа в молекулах  $N_2$ ,  $O_2$ , Fe равна нулю.

2. Металлы всегда имеют положительную степень окисления.

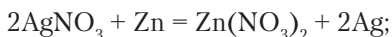
3. Водород во всех соединениях, кроме гидридов металлов ( $\text{NaNH}_2$ ,  $\text{CaH}_2$  и др.), имеет степень окисления +1; в гидридах металлов степень окисления водорода –1.

4. Степень окисления кислорода равна –2. Исключение составляют пероксиды ( $\text{H}_2\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}_2$ ). В этих соединениях степень окисления кислорода –1; в соединениях  $\text{KO}_2$ ,  $\text{OF}_2$ ,  $\text{O}_2\text{F}_2$  степень окисления кислорода соответственно:  $-1/2$ , +2, +1. 5. Степень окисления одноатомного иона всегда равна его заряду. Например, для  $\text{Ca}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$  степень окисления кальция +2, железа +3. Степень окисления остальных атомов может быть как положительной, так и отрицательной. Например, степень окисления азота в частицах  $\text{N}_2$ ,  $\text{N}_2\text{O}$ ,  $\text{NO}$ ,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{NO}_2^-$ ,  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{NH}_4^+$  равна соответственно: 0, +1, +2, +4, +3, +5, –3. Отметим, что изменение степени окисления атома в результате ОВР не всегда связано с отдачей или присоединением электронов. Может иметь место смещение электронного облака валентных электронов от одного атома к другому.

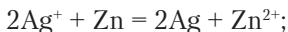
## 11.2. ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫЕ РЕАКЦИИ В РАСТВОРАХ

Окислительно-восстановительные реакции могут протекать в газовой фазе, в растворах и при взаимодействии твердых фаз. Мы займемся исследованием ОВР в растворах. Для этого нам надо будет записывать уравнения ОВР. Окислительно-восстановительные реакции протекают по сложному и не во всех случаях детально изученному механизму. Как правило, уравнения окислительно-восстановительных реакций отражают не реальное их течение, а лишь конечный результат. Однако уравнение окислительно-восстановительной реакции дает возможность определить количественные соотношения концентраций реагирующих веществ, а в ряде случаев указывают и условия протекания реакции. Мы будем записывать ОВР в молекулярной форме, в ионной форме и в виде окислительно-восстановительной полуреакции. Например, реакцию восстановления серебра из соли можно записать:

- в молекулярной форме в виде уравнения:



- в ионной форме:



- в форме полуреакций:

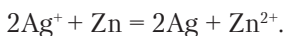
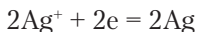
- 1) полуреакция восстановления ионов серебра:



- 2) полуреакция окисления цинка:



Отметим, что почленное сложение полуреакций должно давать уравнение ОВР в ионной форме:



Выбор формы записи уравнения окислительно-восстановительной реакции зависит от конкретной задачи, решение которой необходимо найти.

### 11.3. ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ РАСТВОРА

Одну из задач термодинамики окислительно-восстановительных процессов можно сформулировать следующим образом: предсказать, в каком направлении будут протекать ОВ реакции в данном растворе при его взаимодействии с веществами, которые мы привнесем в раствор. Одной из характеристик, которая поможет решить задачу, является окислительно-восстановительный потенциал раствора.

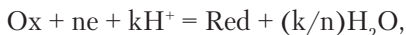
**Определение.** ОВ потенциалом раствора называется электродный потенциал ( $\Delta\phi$ ), возникающий на инертном электроде (например, на платиновой пластинке), опущенным в данный раствор.

Электродным потенциалом  $\Delta\phi$  называется разность потенциалов между металлическим электродом и раствором. В общем случае достаточно сложно бывает разобраться, в результате каких физико-химических процессов на металлическом электроде, опущенном в раствор, возник потенциал. Но так как потенциал на электроде может измениться только в том случае, если электроду сообщить заряд (или, наоборот, удалить с электрода электрический заряд),

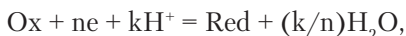
значит имеет смысл считать, что при взаимодействии электрода с раствором имеет место обмен электрическими зарядами между электродом и компонентами раствора. Как правило, взаимодействие платинового электрода с раствором заканчивается на стадии переноса электронов с поверхности или на поверхность электрода от компонентов раствора. Например, если опустить платиновый электрод в раствор солей марганца  $\text{MnCl}_2$  и  $\text{KMnO}_4$ , то на электроде возникнет положительный потенциал, величина которого будет зависеть от концентрации солей марганца и pH раствора. Возникновение потенциала на электроде можно объяснить следующим образом. При растворении солей марганца равновесие между ионами  $\text{MnO}_4^-$  и  $\text{Mn}^{2+}$  устанавливается в результате реакции:  $\text{MnO}_4^- + 5e + 8\text{H}^+ = \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$ . Необходимые для установления равновесия электроны компоненты раствора могут «позаимствовать» с платинового электрода. Запишем уравнение Вант-Гоффа для данной реакции:  $\Delta G^\circ = \Delta G_{298}^\circ + RT \ln([\text{Mn}^{2+}]/[\text{MnO}_4^-]) - RT \ln[\text{H}^+]^8$ . В данном случае изобарный потенциал реакции имеет ясный физический смысл:  $\Delta G^\circ = -A$ , где  $A$  — работа по переносу электронов с поверхности электрода к компонентам раствора. С другой стороны, работа по переносу электрического заряда  $A = \Delta\phi \times q$ ;  $\Delta\phi$  — есть разность потенциалов между раствором и электродом, т. е. ОВ потенциал раствора,  $\Delta G^\circ = -\Delta\phi \times q$ . В электрохимии электродные потенциалы измеряются относительно электрода сравнения. В свою очередь, потенциал электрода сравнения измеряется относительно стандартного водородного электрода  $\phi^0$ , потенциал которого *по определению* равняется нулю,  $\phi^0 = 0$  (см. разделы 1.4–1.5 данной главы). Таким образом, независимо от того, какой электрод сравнения используется при измерении ОВП раствора, ОВП раствора определяется относительно стандартного водородного электрода. Будем обозначать ОВ потенциал раствора, измеренный относительно стандартного водородного электрода, символом  $E_h$ , тогда  $\Delta\phi = E_h$ ; если  $E(B)$  напряжение между измерительным электродом и электродом сравнения, тогда  $E = E_h - \phi^0$ ; так как  $\phi^0 = 0$  по определению,  $E_h = E$ .  $\Delta\phi$  можно вычислить по уравнению  $\Delta\phi = -\Delta G^\circ/q$ , значит можно вычислить и ОВ потенциал раствора, измеренный относительно стандартного водородного электрода:  $E_h = -\Delta G^\circ/q$ , где  $\Delta G^\circ$  — изобарный потенциал ОВ реакции, которая протекает в данном растворе.

### 11.3.1. УРАВНЕНИЕ НЕРНСТА

Вернемся к анализу ОВ свойств раствора, равновесие между компонентами которого устанавливается в результате ОВ полуреакции:



В данном уравнении Ox — компонент реакции, который присоединяет  $n$  электронов в результате протекания ОВР, т. е. восстанавливается. Продуктом восстановления Ox является компонент реакции Red. При восстановлении одного моля ионов Ox будет перемещен заряд  $q = n \times F$ ,  $F = 96\,485$  (Кл/моль) (постоянная Фарадея  $F$  равна произведению заряда  $e$  электрона на число Авагадро  $N_A$ ,  $F = e \cdot N_A$ ; таким образом  $F$  — это моль электрического заряда). Далее, если присоединение электронов инициирует реакцию:



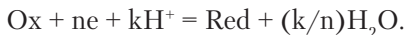
тогда изобарный потенциал реакции  $\Delta G^\circ = -A = -q \times E_h = -n \times F \times$

$$E_h \text{ и } E_h = \frac{-\Delta G^0}{nF} = \frac{-\Delta G_{298}^0}{nF} - \frac{RT}{nF} \times \frac{[\text{Red}]}{[\text{Ox}]} - \frac{k}{n} \times \frac{RT}{F} \lg[H^+].$$

Для  $T = 298,15\text{K}$ ,  $(RT/F)\ln X = 0,059\lg X$ ; пусть  $E_h^0 = -\Delta G_{298}^0/nF$ ,

$$\lg[H^+] = -pH, \text{ тогда: } E_h = E_h^0 - \frac{0,059}{n} \times \frac{[\text{Red}]}{[\text{Ox}]} - \frac{k}{n} 0,059 pH.$$

Полученное уравнение называется уравнение Нернста для ОВ реакции



Оно связывает ОВ потенциал раствора, с концентрацией компонентов раствора при равновесии. Так как  $E_h^0$  определяется через стандартный изобарный потенциал реакции, то  $E_h^0$  называется стандартный ОВ потенциал раствора. При возрастании концентрации компонента Ox возрастает ОВ потенциал раствора  $E_h$ . Возрастание ОВ потенциала раствора с ростом концентрации частицы, способной принимать электроны (Ox), можно трактовать как *возрастание окислительных способностей* раствора. Отметим, что при равновесии раствора установится вполне определенное значение ОВ потенциала раствора, определяемое отношением концентраций потенциалобразующих компонентов раствора и  $pH$  раствора:

$$Eh = Eh^0 - \frac{0,059}{n} \lg \frac{[Red]}{[Ox]} - \frac{k}{n} \times 0,059 \times pH.$$

Отметим «инерционность» ОВ потенциала по отношению к изменению концентраций ионов в растворе. Пусть  $f = [Red]/[Ox]$ : если  $f$  изменить в 10 000 раз, ОВ потенциал раствора  $f$  изменится меньше, чем на 4 %. Но если изменить рН раствора всего вдвое, ОВ потенциал раствора изменится больше, чем на 13 %, поэтому говорят, что ОВ потенциал раствора определяется значением  $Eh^0$  и рН раствора. ОВ потенциал раствора может быть положительным, а может быть и отрицательным. В первом случае говорят, что раствор проявляет окислительные свойства, т. е. при попадании в данный раствор вещества, оно может быть окислено компонентами раствора. Во втором случае раствор проявляет ярко выраженную способность к восстановлению вещества. Такая ситуация может возникнуть в растворе, который находится в равновесии с сероводородом и кристаллической серой. Уравнение электродного процесса в этом случае имеет вид:  $S_{кр} + 2e + 2H^+ = H_2S^{газ}$ , ОВ потенциал раствора можно вычислить по уравнению Нернста:

$$Eh = Eh^0 - \frac{0,059}{2} \lg [P(H_2S)] - 0,059 \times pH; \quad Eh^0 = \frac{-\Delta G_{298}^0}{-2 \times F} = \frac{-33430}{2 \times 96485};$$

$$Eh^0 = -0,17 \text{ В.}$$

$$Eh = Eh^0 - \frac{0,059}{2} \lg P(H_2S) - 0,059 pH.$$

При возрастании давления газа над раствором (при возрастании концентрации восстановителя в растворе) уменьшается ОВ потенциал раствора. Следует отметить, что ОВ потенциал раствора является важнейшей характеристикой раствора, в котором протекает окислительно-восстановительная реакция. Так как можно измерить только разность потенциалов, необходимо договориться о точке отчета потенциала. Это можно сделать примерно так же, как это было сделано при определении стандартной энтальпии и стандартного изобарного потенциала образования вещества, т. е. постулировать значение потенциала специально сделанного электрода. В разделах 1.4 и 1.5 обсуждается данная проблема.

## 11.4. ИЗМЕРЕНИЕ ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНОГО ПОТЕНЦИАЛА РАСТВОРА

Известно, что потенциал может быть определен с точностью до константы, значение которой должно быть определено. Поэтому, когда заходит речь об ОВ потенциале раствора, необходимо иметь точку отсчета потенциала. С другой стороны, не представляет труда измерить разность потенциалов. Если собрать гальванический элемент, рис. 11.1, в котором одним электродом будет служить платиновая пластинка, опущенная в раствор, для которого надо определить ОВ потенциал (такой электрод называют редокс-электрод), а вторым электродом — специально изготовленный электрод, потенциал которого есть величина постоянная (этот электрод называется электрод сравнения), то ЭДС такого элемента  $E = \varphi - \varphi_c$  ( $\varphi$  — редокс-электрод,  $\varphi_c$  — электрод сравнения). Таким образом, ОВ потенциал раствора будет равен:  $\varphi = E + \varphi^0$ .

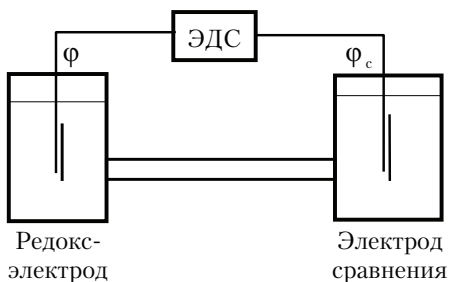


Рис. 11.1. Схема измерения ОВ потенциала раствора

В настоящее время используются электроды сравнения самой разной конструкции. Но независимо от типа электрода сравнения, потенциалы электродов сравнения измерены относительно стандартного водородного электрода сравнения, *потенциал которого принят равным нулю*. В настоящее время в мировой практике используют каломельный электрод сравнения и хлорсеребряный электрод как наиболее удобные в работе. Потенциал каломельного электрода определяется ОВ реакцией  $\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2e = 2\text{Hg}^+ + 2\text{Cl}^-$ . Потенциал электрода (относительно водородного электрода сравнения) равен 0,2438 вольта. На хлорсеребряном электроде осущес-



ствляется процесс:  $\text{AgCl} = \text{Ag}^+ + \text{Cl}^-$ ;  $\text{Ag}^+ + e = \text{Ag}$ . Этот электрод представляет собой серебряную проволочку, на которую нанесен слой трудно растворимого хлорида серебра и помещенную в насыщенный раствор  $\text{KCl}$ . Потенциал электрода равен 0,2218 вольта. Отметим еще раз: независимо от того, каким образом получено значение окислительно-восстановительного потенциала раствора (или электрода), его значение определено относительно стандартного водородного электрода. Потенциал стандартного водородного электрода принят равным нулю при любой температуре.

### 11.5. ВОДОРОДНЫЙ ЭЛЕКТРОД СРАВНЕНИЯ

Все измерения и расчеты потенциалов в электрохимии делаются относительно стандартного водородного электрода. Конструкции водородных электродов очень разнообразны, что, впрочем, не имеет существенного значения, если соблюдены необходимые условия правильной работы этих электродов. На рисунке 11.2 приведена конструкция одного из самых распространенных водородных электродов. Платиновую пластинку частично погружают в раствор соляной кислоты с активностью ионов  $\text{H}^+$  равной единице. В растворе соляной кислоты с моляльной концентрацией  $[\text{H}^+] \approx 1$  (моль/кг) активность ионов водорода близка к единице, поэтому в расчетах вместо активности будем использовать концентрацию ионов водорода. В момент измерения потенциала через раствор пропускают водород так, чтобы он омывал платиновую пластинку. Если температура раствора будет 298,15 °K, давление водорода 1 бар, активность ионов водорода в растворе будет равна единице, тогда потенциал платиновой пластины принимается равным нулю. Так как на электроде идет реакция  $\text{H}^+ + e = 0,5 \text{H}_2$ , согласно уравнению Нернста, потенциал платинового электрода будет равен:

$$E_h = E_h^0 - \frac{RT}{F} \ln \frac{\sqrt{P(\text{H}_2)}}{[\text{H}^+]}; \quad E_h^0 = \frac{-\Delta G_{298}^0}{F}. \quad F = 96\,485 \text{ Кл/моль}.$$

Так как стандартный изобарный потенциал реакции  $\text{H}^+ + e = 0,5 \text{H}_2$  равен нулю, выражение под знаком логарифма равно единице (т. е. логарифм равен нулю), значит потенциал водородного электрода при стандартных условиях равняется нулю.

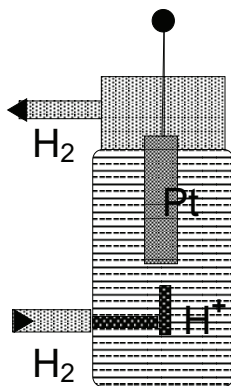


Рис. 11.2. Водородный электрод

## 11.6. АНАЛИЗ ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ В РАСТВОРЕ

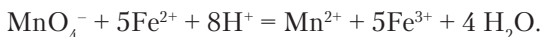
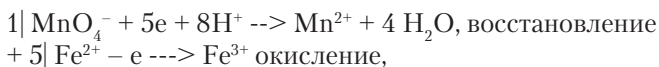
Проведем анализ ОВ реакции, которая будет протекать в растворе, если в одну емкость слить раствор солей марганца ( $\text{MnCl}_2, \text{KMnO}_4$ ) и раствор солей железа ( $\text{FeCl}_2, \text{FeCl}_3$ ). Пусть pH растворов будет 4, отношение концентраций ионов марганца  $f_1 = [\text{Mn}^{2+}]/[\text{MnO}_4^-]$  и ионов железа  $f_2 = [\text{Fe}^{2+}]/[\text{Fe}^{3+}]$ . Запишем уравнение Нернста для раствора солей марганца:

$$\text{MnO}_4^- + 5e + 8\text{H}^+ = \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O};$$

$$Eh_1 = 1,51 - \frac{0,059}{5} \lg f_1 - \frac{8}{5} \times 0,059 pH.$$

Так как в реальных растворах  $f_1 \approx 10^{\pm 5}$ , вклад второго слагаемого в значение ОВ потенциала будет незначительный, поэтому  $Eh_1 \approx 1,51 - 0,9944 \times 4 = 1,13\text{В}$  при  $\text{pH} = 4$ . ОВ потенциал второго раствора определяется полуреакцией  $\text{Fe}^{3+} + e = \text{Fe}^{2+}$  и равен:  $Eh_2 = 0,76 - 0,059 \lg f_2 \approx 0,76\text{В}$ .

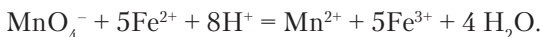
Так как  $Eh_1 > Eh_2$ , можно сказать, что раствор солей марганца по отношению к раствору солей железа, следует рассматривать как окислитель; это означает, что если мы сольем эти два раствора в одну емкость, компоненты раствора марганца будут **окислять** компоненты раствора солей железа. В растворе будут протекать реакции:



Ион  $\text{MnO}_4^-$  окисляет ион  $\text{Fe}^{2+}$ . В результате протекания реакции изменится соотношение концентраций ионов в растворе:  $f_1 = [\text{Mn}^{2+}]/[\text{MnO}_4^-]$  увеличится,  $f_2 = [\text{Fe}_{2+}]/[\text{Fe}_{3+}]$  уменьшится! ОВ потенциал раствора, когда установится равновесие, можно вычислить по уравнению Нернста:

$$E_h = E_h^0 - \frac{0,059}{5} \lg \frac{[\text{Mn}^{2+}] [\text{Fe}^{3+}]}{[\text{MnO}_4^-] [\text{Fe}^{2+}]} - \frac{8}{5} \times 0,059 \text{pH}, \quad E_h^0 = \frac{\Delta G_{298}^0}{5F}.$$

$\Delta G_{298}^0$  — стандартный изобарный потенциал реакции:



Обратим внимание на тот факт, что при определении направления ОВ реакции мы воспользовались значениями ОВ потенциалов растворов. Раньше для определения направления реакции, мы анализировали значение изобарного потенциала реакции. Необходимо понимать, что мы не сформулировали новый критерий направленности реакций, а просто выразили его в новых обозначениях. Весь математический аппарат анализа ОВ реакций базируется на втором законе термодинамики, т. е., в конечном счете, на понятии о термодинамическом потенциале Гиббса.

### 11.6.1. ФОРМЫ НАХОЖДЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В РАСТВОРЕ С УЧЕТОМ ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ

В разделе 6.3 было показано, что формы нахождения элементов в растворе зависят от рН раствора. Если в растворе изменяется окислительно-восстановительный потенциал, то при наличии в растворе элементов с переменной степенью окисления формы нахождения будут зависеть от рН и  $E_h$  раствора. Рассмотрим схему расчета форм нахождения элемента в этом случае на примере серы.

**Задача 11.1.** Рассчитать формы нахождения серы в растворе с учетом ОВ реакций.

**Решение:** считаем, что серу в растворе можно обнаружить в виде частиц  $\text{H}_2\text{S}^0$ ,  $\text{HS}^-$ ,  $\text{HSO}_4^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ .

Сначала исследуем равновесие между частицами с одинаковой степенью окисления. В этом случае формы нахождения зависят только от pH раствора, поэтому схема расчета аналогична той, что мы использовали в задаче 6.1. Запишем реакцию диссоциации первой частицы:

$$\begin{aligned} \text{H}_2\text{S}^0 &= \text{H}^+ + \text{HS}^-; \\ \mu^0: -27321,5 \quad 0 \quad +12593,6. \\ \Delta G_{298}^\circ &= 40275,1 \text{ Дж/моль}; \\ \lg K &= \frac{-\Delta G_{298}^\circ}{2,303RT}; \\ 2,303 \times RT &= 5709 \text{ Дж. } \lg K = -7,5; \\ K &= \frac{[\text{H}^+][\text{HS}^-]}{[\text{H}_2\text{S}]}; \quad \lg \frac{[\text{HS}^-]}{[\text{H}_2\text{S}]} = \lg K + \text{pH}; \\ [\text{HS}^-] &= [\text{H}_2\text{S}^0], \text{ если } \lg K + \text{pH} = 0; \text{ pH} = 7,5. \\ \text{HS}^- &= \text{H}^+ + \text{S}^{2-}; \\ \mu^0: +12593,6 \quad 0 \quad +91880,6. \\ \Delta G_{298}^\circ &= 72287 \text{ (Дж/моль)}; \\ \lg K &= -13,91; \\ [\text{S}^{2-}] &= [\text{HS}^-], \text{ если } \text{pH} = 13,91. \end{aligned}$$

Аналогично находим области существования компонентов шестивалентной серы.  $[\text{SO}_4^{2-}] = [\text{HSO}_4^-]$ , если  $\text{pH} = 1,99$ .

Теперь рассмотрим формы нахождения серы с учетом окислительно-восстановительного потенциала раствора. Данное рассмотрение надо провести для четырех областей изменения pH раствора: 1)  $0 \leq \text{pH} < 1,99$ ; 2)  $1,99 \leq \text{pH} < 7,05$ ; 3)  $7,05 \leq \text{pH} < 13,91$ ; 4)  $\text{pH} \geq 13,91$ .

1. В очень кислой области, при  $\text{pH} < 1,99$  преобладающими формами нахождения серы в растворе являются частицы  $\text{HSO}_4^-$  и  $\text{H}_2\text{S}^0$  (рис. 11.3).

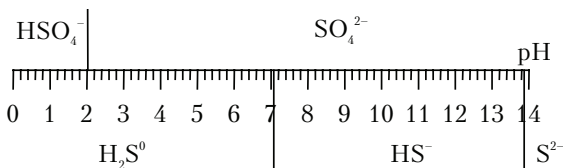


Рис. 11.3. Формы нахождения серы в растворе

Равновесие между этими частицами можно описать с помощью полуреакции:



При равновесии окислительно-восстановительный потенциал раствора вычисляем с помощью уравнения Нернста:

$$\text{Eh}_1 = \text{Eh}_1^0 - \frac{0,059}{8} \lg \frac{[\text{H}_2\text{S}^0]}{[\text{HSO}_4^-]} - 0,059 \frac{9}{8} \text{pH};$$

$$\text{Eh}_1^0 = \frac{-(\Delta G_{298}^0)_1}{8F} = \frac{22 \ 3257}{8 \times 96 \ 485} = 0,289 \text{ В.}$$

Равным концентрациям  $[\text{H}_2\text{S}^0] = [\text{HSO}_4^-]$  отвечают точки, лежащие на прямой:  $\text{Eh}_1 = 0,289 - 0,059 \times (9/8) \text{ pH}$ ;

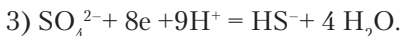
$$\text{Eh}_1 = 0,289 - 0,064 \text{ pH.}$$

2. В области  $1,99 < \text{pH} < 7,05$  преобладающими формами нахождения серы в растворе являются частицы  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{H}_2\text{S}^0$ . Равновесие между этими частицами можно описать с помощью полуреакции:



Равным концентрациям  $[\text{SO}_4^{2-}] = [\text{H}_2\text{S}^0]$  соответствуют точки, лежащие на прямой  $\text{Eh}_2 = 0,31 - 0,074$ .

3. В области  $7,05 < \text{pH} < 13,91$  преобладающими формами нахождения серы в растворе являются частицы  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{HS}^-$  (см. рис. 11.4). Равновесие между этими частицами можно описать с помощью полуреакции:



Равным концентрациям частиц  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{HS}^-$  соответствуют точки, лежащие на прямой:  $\text{Eh}_3 = 0,24 - 0,064 \text{ pH}$ .

4. В области  $\text{pH} \geq 13,91$  преобладающими формами нахождения серы в растворе являются частицы  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{S}^{2-}$ . Равновесие между этими частицами можно описать с помощью полуреакции:



Равным концентрациям частиц  $\text{SO}_4^{2-}$  и  $\text{S}^{2-}$  соответствуют точки, лежащие на прямой:  $\text{Eh}_4 = 0,169 - 0,059 \text{ pH}$ .

Результаты расчетов удобно представить в виде  $\text{Eh}$ – $\text{pH}$  диаграммы серы (рис. 11.4).

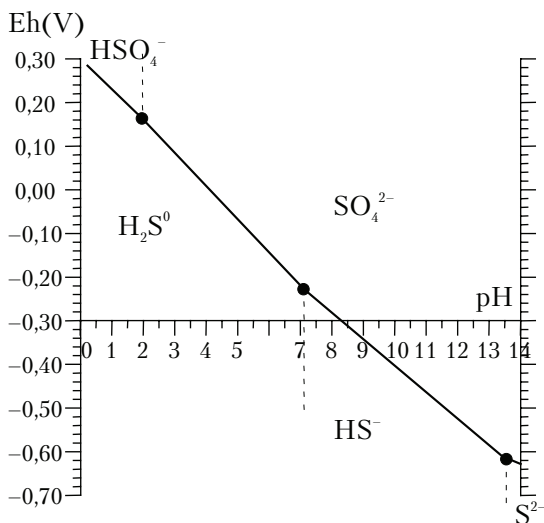


Рис. 11.4. Eh-pH диаграмма серы

На диаграмме вертикальные линии разграничивают области преобладания серы в растворе с одинаковой степенью окисления, наклонные линии разграничивают области преобладания серы с разной степенью окисления. Для построения Eh-pH диаграммы в уравнение  $E_{h_1} = 0,289 - 0,064$  подставляем значения  $\text{pH}_1 = 0$  и  $\text{pH}_2 = 1,99$  и вычисляем значения  $E_{h_1}(1) = 0,289(\text{В})$  и  $E_{h_1}(2) = 0,162(\text{В})$ . Повторяем эту процедуру, используя уравнение  $E_{h_2} = 0,31 - 0,074$  и подставляя значение  $\text{pH} = 7,05$ :  $E_{h_2}(7,05) = -0,212(\text{В})$ . Аналогично вычисляем  $E_{h_3}(13,91) = -0,65(\text{В})$  и  $E_{h_4}(14) = -0,66(\text{В})$ . Вычисленные координаты точек наносим на диаграмму и соединяем прямыми линиями (см. рис. 11.4).

Теперь необходимо *разметить* диаграмму, т. е. указать области преобладания соответствующих частиц. В этом случае опять полезно воспользоваться принципом Ле-Шателье: при возрастании окислительно-восстановительного потенциала раствора, равновесие окислительно-восстановительной реакции смещается влево, т. е. возрастает концентрация частицы с большей степенью окисления. Поэтому над линией записывается символ частицы с большей степенью окисления, под символом частицы, с меньшей степенью окисления.

**Как читать диаграмму на рис. 11.4?**

Если параметры раствора  $E_h = -0,2$  В и  $pH = 4$ , то преобладающей формой нахождения серы в этом растворе будет частица  $H_2S^0$ . При  $E_h = 0,1$  В и  $pH = 8$  преобладающей формой нахождения серы в растворе будет ион  $SO_4^{2-}$  и т. д.

**Сделаем некоторые замечания о системе обозначений, которая используется в литературе по электрохимии.** В литературе по геохимии для обозначения ОВ потенциалов растворов, ОВ потенциалов реакций, полуреакций, электродных реакций используется обозначение  $E_h$ . В литературе по химии для обозначения ОВ потенциалов используется символ  $E$ , в физике потенциалы обозначаются буквой  $\phi$ . В лекциях мы будем использовать символ  $E_h$  для обозначения ОВ потенциалов, измеренных относительно стандартного водородного электрода.  $[E_h] = \text{вольт}$ ;  $mB = 10^{-3}B$ . В справочниках значения электродных потенциалов записаны для ОВ реакций, ОВ полуреакций или электродных реакций, которые протекают в сторону *восстановления компонентов реакции*. Например, стандартный ОВ потенциал полуреакции  $Zn^{2+} + 2e = Zn$ ,  $E_h^0 = -0,76$  В. В американской литературе по электрохимии принята обратная система знаков.

**11.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНОЙ РЕАКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТАБЛИЧНЫХ ДАННЫХ ПО ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫМ ПОТЕНЦИАЛАМ ПОЛУРЕАКЦИЙ**

На основании второго закона термодинамики мы сформулировали критерий направленности реакции: реакция будет протекать в направлении уменьшения изобарного потенциала реакции. Этот критерий направленности работает и при анализе направления ОВ реакций. Но для ОВ реакций можно сформулировать критерий направленности реакции в терминах электрохимии. Необходимо отметить, что мы не формулируем новый критерий направленности реакций: всю термодинамику ОВ реакций мы создаем на основании второго закона термодинамики. Разберем решение задачи о направлении ОВ реакции на конкретном примере.

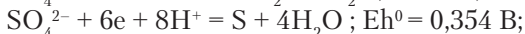
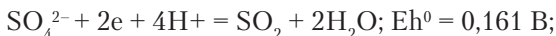
**Задача 11.2.** Определить направление ОВ реакции:  $\text{Zn} + \text{PbCl}_2 \leftrightarrow \text{ZnCl}_2 + \text{Pb}$ , если стандартные ОВ потенциалы соответствующих ОВ полуреакций равны:  $E_h^0(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,763 \text{ В}$ ,  $E_h^0(\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}) = -0,126 \text{ В}$ . Запись  $E_h^0(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn})$  надо понимать следующим образом: ОВ потенциал  $E_h^0$  полуреакции  $\text{Zn}^{2+} + 2e = \text{Zn}$  равен  $-0,763 \text{ В}$ . Так как стандартный ОВ потенциал пары  $(\text{Pb}^{2+}/\text{Pb})$  больше, чем для цинка, значит свинец по отношению к цинку будет выступать как окислитель;



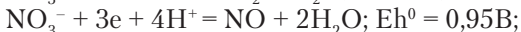
Свинец восстанавливается, цинк окисляется: ОВ реакция должна протекать в прямом направлении.

## 11.8. ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫЕ РЕАКЦИИ МЕТАЛЛОВ ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С КИСЛОТАМИ. РЯД НАПРЯЖЕНИЙ МЕТАЛЛОВ

При взаимодействии металлов с кислотами, металлы выступают как восстановители:  $\text{Me} - ne = \text{Me}^{n+}$ . Окисляют металлы продукты диссоциации кислот. Например, при окислении металлов серной кислотой  $\text{H}_2\text{SO}_4 = 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$  окислителем может выступать: 1) ион водорода  $\text{H}^+$ :  $2\text{H}^+ + 2e = \text{H}_2$ ,  $E_h = -0,059 \text{ pH}$ ; 2) ион  $\text{SO}_4^{2-}$ ; в зависимости от продуктов восстановления иона  $\text{SO}_4^{2-}$  реакцию восстановления иона можно записать в виде полуреакций:



Справа от уравнений полуреакций приведены значения стандартных окислительно-восстановительных (ОВ) потенциалов полуреакций. Большими окис.-восст. способностями обладает азотная кислота:





Совершенно очевидно, что вероятность протекания ОВ реакции металлов с кислотами зависит как от природы металла и кислоты, так и от концентрации кислоты. Детальный механизм каждой конкретной реакции металла с кислотой имеет свои особенности. Поэтому мы попытаемся сформулировать только общий подход к анализу ОВ реакций металлов с кислотой в рамках физико-химической модели процесса. Рассмотрим первый случай, когда со стороны кислоты окислителем выступает ион водорода:  $2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2$ . ОВ потенциал данной полуреакции зависит от концентрации ионов водорода и равен  $E_{\text{H}_1} = E_{\text{H}_1}^0 - 0,059/2 \lg P(\text{H}_2) - 0,059\text{pH}$ ;  $E_{\text{H}_1}^0 = 0$ , вторым слагаемым в уравнении Нернста можно пренебречь в силу малости давления водорода над раствором, следовательно,  $E_{\text{H}_1} = -0,059\text{pH}$ . ОВ потенциал полуреакции восстановления металла  $\text{Me}^{n+} + \text{ne} = \text{Me}$   $E_{\text{H}_2} = E_{\text{H}_2}^0 + (0,059/n)\lg [\text{Me}^{n+}]$ .

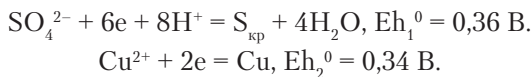
Для того, чтобы имело место окисление металла кислотой, необходимо, чтобы выполнялось неравенство:  $E_{\text{H}_1} > E_{\text{H}_2}$ :

$$-0,059\text{pH} > E_{\text{H}_2}^0 + (0,059/n)\lg[\text{Me}^{n+}], \text{ pH} < -\frac{E_{\text{H}_2}^0}{0,059} - \frac{1}{n}\lg[\text{Me}^{n+}].$$

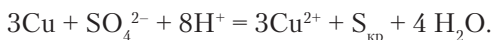
В данном неравенстве  $E_{\text{H}_2}^0$  — стандартный электродный потенциал металла,  $[\text{Me}^{n+}]$  — молярная концентрация металла в растворе. Например, растворение цинка в кислоте будет иметь место, если

$$\text{pH} < -\frac{-0,763}{0,059} - \frac{1}{2}\lg[\text{Zn}^{2+}], \text{ pH} < 12,93 - 0,5\lg[\text{Zn}^{2+}].$$

Для оценки растворимости металла в кислоте можно пренебречь вторым слагаемым в неравенстве и работать с выражением:  $\text{pH} < 17(-E_{\text{H}_2}^0)$ . Для никеля ( $E_{\text{H}_2}^0 = -0,25\text{В}$ )  $\text{pH} < 4,25$ . Окисление никеля возможно только в концентрированной кислоте. Растворение меди: ( $E_{\text{H}_2}^0 = 0,34\text{В}$ ),  $\text{pH} < 0$ , т. е. *окисление меди ионом водорода невозможно*. Но, как было указано выше, концентрированная серная кислота в качестве окислителя может использовать ион  $\text{SO}_4^{2-}$ , например, по реакции:



В этом случае окисление меди возможно в результате реакции:

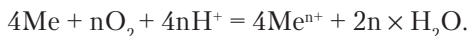
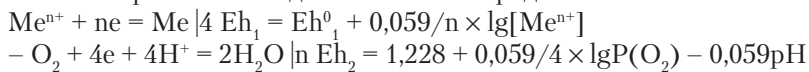


Раствор, в котором возможно растворение меди, должен иметь  $pH < 17 \times 6/8 \times (Eh_1^0 - Eh_2^0)$ ;  $pH < 0,25$ . Окисление меди возможно только в сильно концентрированной серной кислоте. Вернемся к анализу процесса окисления металла ионом водорода. Мы получили, что при  $[Me^{n+}] \leq 1$  (моль/кг), окисление металла возможно при  $pH < 17 \times (-Eh^0)$ , где  $Eh^0 [B]$  — стандартный электродный потенциал металла. Следовательно, для всех металлов, для которых  $pH < 17 \times (-Eh^0)$ , возможно окисление металла ионом водорода и вероятность протекания реакции тем больше, чем выше значение  $Eh^0$ . Этот факт лежит в основе так называемого ряда напряжений металлов: **Li, Rb, K, Ba, Sr, Ca, Na, Mg, Al, Zn, Cr, Fe, Cd, Co, Ni, Sn, Pb, H<sup>+</sup>, Bi, Sb, Cu, Hg, Ag, Pd, Pt, Au**. Для всех металлов слева от водорода возможно выполнение неравенства  $pH < 17 \times (-Eh^0)$ , следовательно они могут быть окислены ионом водорода. Для металлов от висмута Bi до золота Au — окисление металла ионом водорода невозможно.

### 11.9. ОКИСЛЕНИЕ МЕТАЛЛОВ КИСЛОРОДОМ, РАСТВОРЕННЫМ В ВОДЕ

При растворении кислорода в воде в присутствии восстановителя возможно протекание реакции:  $O_2 + 4e + 4H^+ = 2H_2O$ . ОВ потенциал раствора, в котором имеет место равновесие кислорода с раствором, можно вычислить по уравнению Нернста:  $Eh = Eh^0 + 0,059/4 \lg[P(O_2)] - 0,059pH$ .

$Eh^0 = 1,228$  В. Так как предельное давление кислорода на поверхности Земли не может превысить 1 бар, получим:  $Eh < 1,288 - 0,059pH$ . В качестве восстановителя кислорода могут выступать металлы при их взаимодействии с кислородом:



Считаем, что предельная концентрация металла в растворе  $[Me^{n+}] < 1$  (моль/кг),  $P(O_2) < 1$  бар. Растворенный в воде кислород будет способен окислить металл, если  $Eh_2 > Eh_1$ ;  $1,288 - 0,059pH > Eh_1^0$ .  $E_1^0 < 1,288 - 0,059pH$ , или  $pH < 16,9 \times (1,288 - Eh_1^0)$ . Рассмотрим два примера расчета коррозии металлов кислородом.

**Задача 11.3.** Рассчитать pH раствора, в котором возможно окисление железа кислородом с образованием ионов  $\text{Fe}^{2+}$ .

**Решение:**  $\text{F}^{2+} + 2\text{e} = \text{Fe}$ ;  $E_{\text{h}_1} = -0,47 \text{ В}$ .

$\text{O}_2 + 4\text{e} + 4\text{H}^+ = 2\text{H}_2\text{O}$ ;  $E_{\text{h}_2} = 1,288 - 0,059\text{pH}$

Окисление железа до иона  $\text{Fe}^{2+}$  будет иметь место, если  $\text{pH} < 16,9 \times (1,288 + 0,47) \approx 30$ . Можно считать, что окисление железа кислородом возможно в любом растворе. Усложним задачу. Пусть в продуктах окисления железа присутствует частица  $\text{Fe}(\text{OH})_2^0$ .

**Задача 11.4.** Рассчитать pH раствора, в котором возможно окисление железа кислородом с образованием  $\text{Fe}(\text{OH})_2^0$ .

**Решение:**  $\text{Fe}(\text{OH})_2^0 + 2\text{e} + 2\text{H}^+ = \text{Fe} + 2 \text{H}_2\text{O}$ ;

$E_{\text{h}_1} = -1,15 - 0,059\text{pH}$ ;

$\text{O}_2 + 4\text{e} + 4\text{H}^+ = 2\text{H}_2\text{O}$ ;  $E_{\text{h}_2} = 1,288 - 0,059\text{pH}$ .

Окисление железа возможно, если  $E_{\text{h}_2} > E_{\text{h}_1}$ . Данное неравенство выполняется при любом значении pH раствора. Если молярная концентрация  $\text{Fe}(\text{OH})_2^0$  превысит 1,2 (моль/кг), в осадок выпадает гидроокись железа  $\text{Fe}(\text{OH})_2$ , ржавчина. Окисление металлов кислородом лежит в основе атмосферной коррозии металлов. Необходимо отметить, что на поверхности металлов возможно образование пленки из оксида данного металла. Присутствие таких пленок и их структура сильно влияют на скорость коррозии металлов; в ряде случаев эти пленки обладают защитным действием. На воздухе такие пленки образуются на поверхности хрома, никеля, алюминия, цинка.

## 11.10. ТЕРМОДИНАМИКА ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Гальванический элемент (ГЭ) — это источник энергии, которая нарабатывается за счет протекания окислительно-восстановительных реакций в элементе. Энергия ГЭ расходуется на поддержание электрического тока в замкнутой цепи. Так как принцип работы всех ГЭ одинаковый, разберем работу ГЭ на примере классического элемента Даниэля—Якоби.

**Устройство элемента.** Элемент состоит из двух сообщающихся сосудов. В одном из них находится раствор сульфата цинка  $\text{ZnSO}_4$ , в который опущена цинковая пластинка (цинковый электрод), во втором сосуде находится раствор сульфата меди  $\text{CuSO}_4$ , в который опущена медная пластинка (медный электрод). Растворы разделя-

ются пористой перегородкой  $f$ , которая препятствует перемешиванию растворов, но проницаемая для перемещения ионов. ГЭ готов к работе (рис. 11.5).

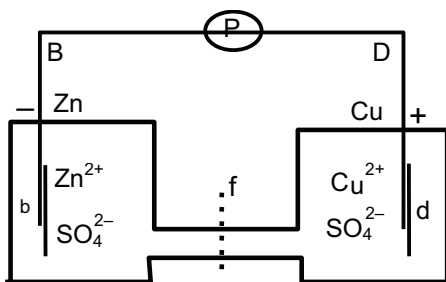


Рис. 11.5. Схема гальванического элемента Даниэля—Якоби

**Принцип работы ГЭ.** В растворе сульфата цинка цинковая пластинка может растворяться, а может протекать и процесс восстановления ионов цинка до элемента:

- 1)  $\text{Zn} - 2e = \text{Zn}^{2+}$  растворение цинковой пластинки (окисление цинка);
- 2)  $\text{Zn}^{2+} + 2e = \text{Zn}$  восстановление ионов цинка.

Легко показать, что при любой допустимой концентрации ионов цинка, изобарный потенциал первой полуреакции отрицательный,  $\Delta G^0_{r1} = \mu^0(\text{Zn}^{2+}) + RT \lg[\text{Zn}^{2+}] = -147\,050 + RT \lg[\text{Zn}^{2+}]$ , второй полуреакции — положительный, т. е. самопроизвольно может протекать только процесс растворения цинка. Теряя положительно заряженные частицы (ионы  $\text{Zn}^{2+}$ ), на цинковой пластинке начнет накапливаться отрицательный заряд. Процесс быстро закончится, так как электрическое поле отрицательно заряженной пластинки будет препятствовать выходу в раствор ионов цинка. Потенциал пластинки вычисляем по уравнению Нернста:

$$\varphi(\text{Zn}) = -\frac{-\Delta G^0_1}{2 \times F} = -\frac{147\,050}{2 \times 96\,485} = -0,76 \text{ В.}$$

Аналогичным образом можно показать, что на медном электроде будет протекать процесс восстановления ионов меди с образованием меди:  $\text{Cu}^{2+} + 2e = \text{Cu}$ , и на медной пластине возникнет положительный потенциал:  $\varphi(\text{Cu}) = +0,34 \text{ В.}$

**Принцип работы гальванического элемента.** Гальванический элемент должен обеспечивать перемещение электрических зарядов по замкнутой цепи: по внешнему контуру ВРД перемещаются электроны, от  $d$  к  $b$  ионы электролита. На поддержание напряжения между электродами  $U = \Delta\phi = \phi^+ - \phi^- = 0,34 - (-0,76) = 1,1$  В затрачивается энергия, которая выделяется в результате протекания ОВ реакции:  $Zn + Cu^{2+} = Zn^{2+} + Cu$ . Максимальная работа ГЭ по перемещению одного моля электрического заряда  $A = -(\Delta G_{298}^0) = -[\mu(Zn^{2+}) - \mu(Cu^{2+})] = + 212\,260$  (Дж/моль), электродвижущая сила ГЭ, ЭДС  $= A/q = -\Delta G/(nF) = 212\,260/(2 \times 96\,485) = 1,1$  В. Таким образом, в процессе работы гальванического элемента от цинковой пластины отбираются электроны (цинк окисляется) и этими электронами восстанавливаются ионы меди из раствора до металлической меди, которая осаждается на электроде. К сожалению, данная конструкция ГЭ не позволяет потреблять заметную мощность от ГЭ, так как происходит *поляризация* электродов: вокруг электродов возникает большая плотность электрического заряда: цинковый электрод окружается ионами меди, медный электрод — сульфатными ионами  $SO_4^{2-}$ . Такие «шубы» вокруг электродов препятствуют движению электрических зарядов, возникает большое электрическое сопротивление. В промышленных ГЭ предпринимают специальные меры против поляризации электродов, но к концу работы ГЭ защитные оболочки разрушаются и ГЭ прекращает свою работу, несмотря на то, что запаса энергии в нем еще достаточно много. Рассмотренная схема ГЭ позволяет сформулировать достаточно простой алгоритм оценки ЭДС элемента. Действительно,  $\text{ЭДС} = \Delta\phi = E_2^0 - E_1^0$ , где  $E_i^0$  — нормальный электродный потенциал  $i$ -го электрода (табличные значения). В таблице 11.1 приведены значения нормальных электродных потенциалов окисления металлов в воде и растворе аммиака. Если составить ГЭ из  $[Ti^{2+}/Ti]$  и  $[Ag^+/Ag]$  в воде  $\text{ЭДС} = 0,799 - (-1,628) = 2,427$  В.

**Таблица 11.1.** Стандартные электродные потенциалы

Электрод	$E^0(H_2O)$	$E^0(NH_3)$
Cs <sup>+</sup> /Cs	–2,923	–2,951
Ti <sup>2+</sup> /Ti	–1,628	

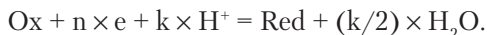
Электрод	$E^0(\text{H}_2\text{O})$	$E^0(\text{NH}_3)$
$\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}$	-0,763	-1,532
$\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}$	-0,403	-1,201
$\text{Co}^{2+}/\text{Co}$	-0,277	
$\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}$	-0,250	
$\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}$	+0,337	
$\text{Ag}^+/\text{Ag}$	+0,799	-0,182
$\text{Pt}^{2+}/\text{Pt}$	+1,200	
$\text{Au}^+/\text{Au}$	+1,691	-0,187

## Глава 12

# АНАЛИЗ ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ $E_h$ — pH ДИАГРАММ

## 12.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ $E_h$ — pH ДИАГРАММ

Пусть ОВ свойства раствора обусловлены присутствием в нем окисленной (Ох) и восстановленной (Red) формами элемента и пусть равновесие в растворе поддерживается в результате протекания реакции:



Ох — окисленная форма элемента, Red — восстановленная форма элемента. Например, равновесие в растворе солей марганца поддерживается в результате полуреакции:

$\text{MnO}_4^- + 5e + 8\text{H}^+ = \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$ .  $\text{MnO}_4^-$  — окисленная форма марганца,  $\text{Mn}^{2+}$  — восстановленная форма марганца. ОВ потенциал раствора вычислим по уравнению Нернста:

$$E_h = E_h^0 - \frac{0,059}{n} \lg \frac{[\text{Red}]}{[\text{Ox}]} - 0,059 \frac{k}{n} \text{pH}.$$

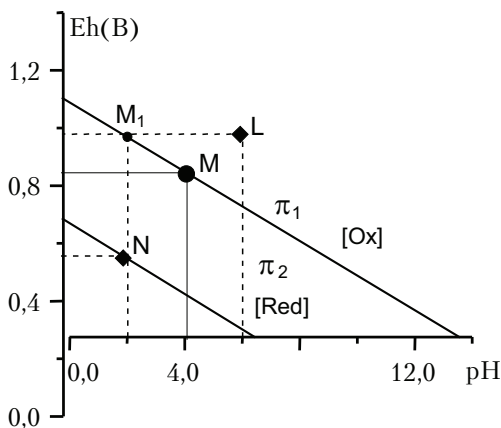


Рис. 12.1. Eh — pH диаграмма

Отметим важную особенность последнего уравнения: при изменении pH раствора, ОВ потенциал раствора Eh изменится таким образом, что отношение концентраций  $[Red]/[Ox] = \text{const}$ . В координатах Eh — pH построим график зависимости  $Eh = f(pH)$  (рис. 12.1). Это будет прямая линия, которая разделит плоскость на две полуплоскости: верхнюю полуплоскость  $\pi_1$  и нижнюю полуплоскость  $\pi_2$ . Далее: каждой точке на плоскости (Eh, pH) соответствует конкретное значение ОВ потенциала и pH раствора. Например, точке М соответствует значение ОВ потенциала раствора 0,4 вольта и pH = 4. Говорят, что полуплоскость  $\pi_1$  есть поле устойчивости окисленной формы элемента, полуплоскость  $\pi_2$  — поле устойчивости восстановленной формы элемента. Уточним, что это означает. Пусть параметры раствора соответствуют точке  $M_1$ . Если в раствор добавить восстановитель (донор электронов), то новые ОВ параметры раствора будут принадлежать нижней полуплоскости (например, точке N), так как добавление восстановителя может только *уменьшить* ОВ потенциал раствора. Новая Eh — pH диаграмма должна пройти через точку N; для этого необходимо, чтобы равновесие реакции  $Ox + ne + kH^+ = Red + (k/2) \times H_2O$  сместилось вправо, концентрация  $[Red]$  возрастет, концентрация  $[Ox]$  — уменьшится. Значит, мы имеем право утверждать, что если в растворе будет протекать ОВ реакция, в результате которой установятся значения  $[Eh, pH] \subset \pi_2$ ,

то концентрация [Red] *не уменьшится*. Этот факт и лежит в основе понятия, что полуплоскость  $\pi_2$  есть поле устойчивости компонента [Red]. Очевидно, что полуплоскость  $\pi_1$  есть поле устойчивости [Ox]. ОВ равновесие в растворах связано с протеканием конкретных ОВ реакций. Если для этих реакций записать уравнения Нернста и на одной и той же (Eh, pH) плоскости построить и разметить графики  $E_h = f(\text{pH})$ , соответствующие конкретным ОВ реакциям, то можно предсказать, в каком направлении будут протекать ОВ реакции при взаимодействии компонентов анализируемого раствора. В последующих разделах лекций мы разберем изложенный материал на конкретных примерах.

## 12.2. Eh — pH ДИАГРАММА ВОДЫ

Мы изучаем ОВ реакции, которые протекают в воде. Что представляет собой вода с точки зрения электрохимических свойств. Какие электрохимические реакции характерны для воды?

1. *Диссоциация воды.*  $\text{H}_2\text{O} = \text{H}^+ + \text{OH}^-$ .  $K = [\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$  (298 °K). Процесс диссоциации воды обуславливает слабую электропроводность воды.
2. *Электрохимическое разложение воды с выделением кислорода:*  
 $2\text{H}_2\text{O} - 4e = \text{O}_2 + 4\text{H}^+$ .
3. *Электрохимическое разложение воды с выделением водорода,*  
 $2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$ .

Вычислим, при каких значениях Eh, pH среды возможно разложение воды, т. е. выделение кислорода или водорода. Решение данной задачи мы представим в виде Eh — pH диаграммы воды. Чтобы построить Eh — pH диаграмму имеет смысл придерживаться *некоторой схемы* построения Eh — pH диаграммы. Это означает:

- 1) записать уравнение ОВ полуреакции. Уравнение полуреакции надо записывать в сторону восстановления, т. е. электроны должны быть в левой части равенства и со знаком плюс;
- 2) записать уравнение Нернста для данной полуреакции;
- 3) на плоскости (Eh, pH) построить график зависимости  $E_h = f(\text{pH})$ ;
- 4) разметить поля устойчивости компонентов полуреакции.



### 12.3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ВОДЫ С ВЫДЕЛЕНИЕМ КИСЛОРОДА

Уравнение ОВ полуреакции: 1)  $O_2 + 4e + 4H^+ = 2H_2O$ .

Уравнение Нернста:  $Eh_1 = Eh_1^0 - \frac{0,059}{4} \lg \frac{1}{P(O_2)} - 0,059 \times \frac{4}{4} pH$ .

Максимальное давление кислорода на поверхности Земли не может превышать 1 бар. Следовательно,  $Eh_1 = 1,228 - 0,059pH$ .

Полученное уравнение описывает ОВ равновесие (вода — газообразный кислород).

### 12.4. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ВОДЫ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ВОДОРОДА

Уравнение ОВ полуреакции:  $2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-$ . Так как  $H_2O = H^+ + OH^-$ , исходное уравнение эквивалентно уравнению: 2)  $2H^+ + 2e = H_2$ .

Уравнение Нернста:  $Eh_2 = Eh_2^0 - \frac{0,059}{2} \times \lg P(H_2) - 0,059pH$ .

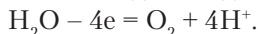
Учитывая, что давление водорода на поверхности Земли  $\approx 10^{-5}$  бара, вторым слагаемым в уравнении Нернста можно пренебречь. Так как  $Eh_2^0 = 0$ , получим:  $Eh_2 = -0,059pH$ . Если на одной координатной плоскости построить графики зависимости  $Eh_1 = f(pH)$  и  $Eh_2 = f(pH)$  получим  $Eh - pH$  диаграмму воды, рис. 12.2.

### 12.5. АНАЛИЗ $Eh - pH$ ДИАГРАММЫ ВОДЫ

Каждой точке на диаграмме соответствуют параметры внешней среды. В области между линиями АВ и MN вода устойчива и имеет место только диссоциация воды:



Если электрохимические параметры среды соответствуют координате точки d [ $pH = 5$ ,  $Eh = 1,13V$ , точка d лежит выше линии АВ] будет иметь место разложение воды с выделением кислорода:



Если ОВ потенциал воды будет соответствовать точке k, вода будет разлагаться с выделением водорода.

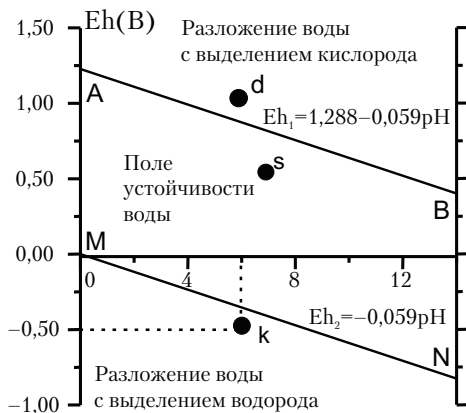
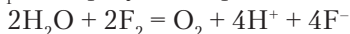


Рис. 12.2. Eh-pH диаграмма воды

Разложение воды с выделением кислорода будет иметь место, если мы подберем окислитель, ОВ потенциал которого будет выше ОВ потенциала полуреакции окисления воды  $O_2 + 4e + 4H^+ = 2H_2O$  при соответствующим значении pH раствора. Это будет иметь место, если через воду прокачивать, например, газ  $F_2$ ; ОВ потенциал полуреакции  $0,5F_2 + e = F^-$ ,  $Eh_{F_2} = +2,87V$ , так велик, что при любом pH раствора  $Eh_{F_2} > Eh_1$  т. е. в результате реакции:



будет иметь место разложение воды с выделением кислорода. Если электрохимические параметры среды соответствуют координате точки k [pH = 5, Eh = -0,5В, точка k лежит ниже линии MN] будет иметь место разложение воды с выделением водорода. Например, при реакции воды с металлическим натрием будет протекать ОВ реакция:  $2H_2O + 2Na = H_2 + 2Na^+ + 2OH^-$  [разложения воды с выделением водорода].

## 12.6. ЭЛЕКТРОХИМИЯ В ГЕОЛОГИИ. ПОЛЯ УСТОЙЧИВОСТИ ОКИСЛОВ И ГИДРООКИСЛОВ ВАНАДИЯ

Оксиды и гидрооксиды ванадия входят в состав природных синечерных руд, которые найдены в совокупности с урансодержащими минералами. Наша задача рассчитать, какая совокупность минера-

лов ванадия может быть обнаружена в естественных условиях, если заданы Eh-pH параметры природных вод. Для решения задачи надо рассчитать поля устойчивости минералов в координатах [Eh-pH]. Состав системы: раствор +  $V(OH)_2$  +  $V(OH)_3$  +  $VO(OH)_2$  +  $V_2O_2$  +  $V_2O_3$  +  $V_2O_4$ . В состав системы входят соединения двухвалентного ванадия [ $V(OH)_2$ ,  $V_2O_2$ ], трехвалентного ванадия [ $V(OH)_3$ ,  $V_2O_3$ ], четырехвалентного ванадия [ $VO(OH)_2$ ,  $V_2O_4$ ]. Так как все соединения ванадия плохо растворимые вещества, считаем, что насыщенные растворы ванадия — это разбавленные растворы. Условие равновесия между двухвалентными и трехвалентными соединениями ванадия найдем из анализа уравнения Нернста для полуреакции:

$$1) V^{3+} + e = V^{2+}, E_{h1} = E_{h1}^0 - 0,059 \lg([V^{2+}]/[V^{3+}]).$$

$V^{2+}$  и  $V^{3+}$  — продукты диссоциации гидроокисей ванадия. Считаем, что процесс растворения минералов заканчивается на стадии диссоциации твердой фазы. Вычислим равновесное отношение концентраций  $f_1 = [V^{2+}]/[V^{3+}]$ . При равновесии,

$$V(OH)_2 = V^{2+} + 2OH^-; \Delta G_{298}^\circ = 87\,914 \text{ (Дж/моль)}, pK = 15,4;$$

$$K = [V^{2+}] \times [OH^-]^2.$$

$$V(OH)_3 = V^{3+} + 3OH^-, \Delta G_{298}^\circ = 196\,761 \text{ (Дж/моль)}, pK = 34,4;$$

$$K = [V^{3+}] \times [OH^-]^3.$$

Составим отношение:

$$\frac{[V^{2+}][OH^-]^2}{[V^{3+}][OH^-]^3} = \frac{10^{-15,4}}{10^{-34,4}} = 10^{19}.$$

Вычислим:

$$f_1 \times f_1 = 10^{19} \times [OH^-],$$

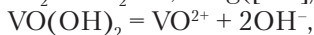
$$\lg f_1 = 19 + \lg[OH^-] = 19 + (pH - 14) = 5 + pH.$$

$$E_{h1} = -0,255 - 0,059(5 + pH) = -0,55 - 0,059pH.$$

2) Равновесие между трех- и четырехвалентными соединениями ванадия:



$$E_{h2} = E_{h2}^0 - 0,059 \lg([V^{3+}]/[VO^{2+}]) - 0,118pH.$$



$$\Delta G_{298}^\circ = 133\,965 \text{ (Дж/моль)}; pK = 23,5.$$

$$K = [VO^{2+}] \times [OH^-]^2.$$

$$\text{Таким образом, } f_2 = [V^{3+}]/[VO^{2+}] = 3,1 - pH,$$

$$E_{h2} = E_{h2}^0 - 0,059 \lg f_2 - 0,118pH = 0,361 - 0,059(3,1 - pH) = 0,178 - 0,059pH.$$

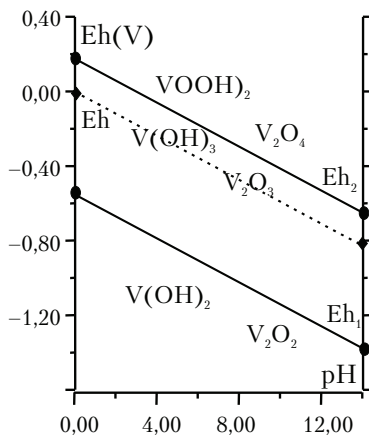


Рис. 12.3. Eh-pH диаграмма соединений ванадия

3) Равновесие между двух- и трехвалентными соединениями ванадия:  $V^{3+} + e = V^{2+}$ ,  $Eh_3 = -0,55 - 0,059pH$ .

4) Равновесие между трех- и четырехвалентными соединениями ванадия:  $VO^{2+} + e + 2H^+ = V^{3+} + H_2O$ ,  $Eh_2 = 0,178 - 0,059pH$ .

В координатах [Eh, pH] построим графики функций  $Eh_1$  и  $Eh_2$ , (рис. 12.3). Для полноты картины дополнительно построен график функции  $Eh = -0,059pH$  (нижняя граница устойчивости воды).

#### Анализ Eh-pH диаграммы окислов и гидроокислов ванадия.

Так как поле устойчивости окиси  $V_2O_2$  и гидроокиси  $V(OH)_2$  двухвалентного ванадия лежит за пределами нижней границы устойчивости воды, их равновесие с природными водами невозможно. Поле устойчивости трехвалентных соединений ванадия [ $V_2O_3$  (монтрозит),  $V(OH)_3$ ] (см. рис. 12.3), расположено в узкой области между прямыми:  $Eh_2 = 0,178 - 0,059pH$  и  $Eh = -0,059pH$ . Поле устойчивости четырехвалентных соединений ванадия располагается выше прямой  $Eh_2 = 0,178 - 0,059pH$ .

**Задача.** Показать, что невозможно равновесие в одних и тех же природных водах шестивалентных соединений урана и трехвалентных соединений ванадия.

**Примечание.** Записать условие ОВ равновесия для системы  $\{UO_2(OH)_2/UO_2\}$  и  $\{VO(OH)_2/V(OH)_3\}$  и построить Eh-pH диаграммы минералов.

## 12.7. АНАЛИЗ ОВ РЕАКЦИЙ В КООРДИНАТАХ $P(O_2) - pH$

Вернемся к полуреакции  $4H^+ + 4e + O_2 = 2H_2O$ , которая описывает ОВ равновесие воды с кислородом. Уравнение Нернста для данной полуреакции имеет вид:  $E_h = E_h^0 + (0,059/4) \lg P(O_2) - 0,059 pH$ . Анализ уравнения показывает, что равновесие воды с кислородом зависит от трех параметров:  $E_h$  (ОВ потенциал раствора),  $P(O_2)$  — давление кислорода в системе и  $pH = -\lg[H^+]$ . Очевидно, что любой из этих трех параметров может быть выражен через два других с помощью уравнения Нернста. Обычно в качестве независимых параметров выбирают легко измеряемые при стандартных условиях переменные  $E_h$  и  $pH$ . Однако при повышенных температурах и давлениях удобнее анализировать ОВ процессы в гидротермальных растворах в переменных  $P(O_2) - pH$ . Способ расчета ОВ свойств раствора в координатах  $\lg P(O_2) - pH$  разберем на примере реакции гидротермального образования пирита за счет пирротина в присутствии сероводорода и кислорода:  $FeS + 2H^+ + S^{2-} + 0,5O_2 = FeS_2 + H_2O$ .

При равновесии (уравнение Вант-Гоффа):

$$RT \lg \frac{1}{[S^{2-}] \sqrt{P(O_2)} \times [H^+]^2} = -\frac{\Delta G(P, T)}{2,303}. \quad (12.1)$$

$$\lg P(O_2) = \frac{\Delta G(P, T)}{1,152 \times RT} - 2 \lg[S^{2-}] + 4 pH. \quad (12.2)$$

Полученное уравнение описывает ОВ равновесие между пиритом и пирротином в растворе в присутствии сероводорода и кислорода. Недостаток полученного уравнения — узкий диапазон изменения  $pH$ , так как заметная концентрация сульфид иона  $[S^{2-}]$  имеет место при  $pH > 13$ . Чтобы иметь возможность анализировать равновесие [пирит/пирротин] во всем интервале изменения  $pH$  надо выразить концентрацию сульфид иона через давление сероводорода в системе. Это можно сделать по обычной схеме:

$$H_2S = H_2S^0, K_1 = ([H_2S^0]/P(H_2S) = \exp[-\Delta G_1(P, T)],$$

$$H_2S^0 = HS^- + H^+, K_2 = ([HS^-] \times [H^+]/[H_2S^0]) = \exp[-\Delta G_2(P, T)],$$

$$HS^- = S^{2-} + H^+, K_3 = ([S^{2-}] \times [H^+])/[HS^-] = \exp[-\Delta G_3(P, T)];$$

$$\lg[S^{2-}] = \lg(K_1 K_2 K_3) + \lg P_{H_2S} + 2 pH.$$

После подстановки полученного выражения для концентрации сульфид-иона в уравнение (12.2) для описания равновесия в системе пирит/пирротин получим:  $\lg P_{O_2} = K^0 - 2\lg P_{H_2S}$ ;  
 $K^0 = \frac{\Delta G(P,T)}{1,152RT} - 2\lg K_1 K_2 K_3$ .

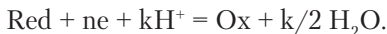
При анализе нескольких, одновременно протекающих процессов, надо построить набор диаграмм в координатах  $P(O_2) - pH$  и провести их анализ так, как это было сделано для Eh-pH диаграмм. Чтобы перевести уравнение  $Eh = f(pH)$  в координаты  $\lg(P_{O_2}) = f(pH)$  надо решить уравнение

$$Eh = Eh^0 - \frac{0,059}{4} \lg \frac{1}{P(O_2)} - 0,059 pH$$

относительно  $\lg P(O_2)$  и подставить вместо Eh его значение для пересчитываемой полуреакции.

## 12.8. ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ОВ РЕАКЦИИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ

Зависимость параметров ОВ реакции от температуры и давления может быть найдена из анализа изобарного потенциала реакции. С другой стороны, анализ ОВ реакции наиболее полно можно сделать с помощью уравнения Нернста и Eh-pH диаграммы. Получим зависимость уравнения Нернста от температуры и давления. Пусть ОВП раствора определяется полуреакцией



Тогда ОВП раствора относительно стандартного водородного электрода будет равен:

$$Eh(P,T) = \frac{-\Delta G(P,T)}{nF}; \quad Eh(P,T) = Eh^\circ(P,T) - \frac{2,301RT}{nF} \lg K.$$

$Eh^\circ(P,T) = \frac{\Delta G(P,T)}{nF}$  — ОВ потенциал раствора, измеренный относительно стандартного водородного электрода сравнения при концентрациях (или активностях) компонентов раствора и газовой фазы равных единице.

$\Delta G(P,T)$  — изобарный потенциал ОВ реакции при тех же условиях;

$$\Delta G^*(P,T) = \Delta G_{298}^0 + \int_{298}^T \Delta C_p dT - \Delta S_{298}^0 (T - 298,15) - \\ - T \int_{298}^T \frac{\Delta C_p}{T} dT + 0,1 \Delta V (P - 1),$$

$\Delta G_{298}^0$  (Дж/моль) — стандартный изобарный потенциал ОВ реакции;

$\Delta V$  [см<sup>3</sup>/моль] — мольный объем реакции;

$\Delta C_p = \Delta a + \Delta b \times T - (\Delta c/T^2)$  теплоемкость реакции.

**Задача 12.2.** Построить поля устойчивости магнетита  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  и сидерита  $\text{FeCO}_3$  в координатах Eh-pH для системы, находящейся в равновесии с атмосферным углекислым газом  $\text{CO}_2$  ( $P_{\text{CO}_2} = 3 \times 10^{-4}$  бар) и при  $t = 95^\circ\text{C}$ .

**Решение:** запишем полуреакцию восстановления магнетита до сидерита в присутствии углекислого газа:



Запишем уравнение Нернста для полуреакции:

$$\text{Eh}(P,T) = \text{Eh}^*(P,T) - \frac{2,3RT}{2F} \lg \frac{1}{[\text{H}^+]^2 \times (P_{\text{CO}_2})^3};$$

$$\text{Eh}(P,T) = \text{Eh}^*(P,T) + \frac{2,3RT}{2F} \lg (P_{\text{CO}_2})^3 - \frac{2}{2} \frac{2,3RT}{F} \text{pH};$$

$$\text{Eh}^* = \frac{-\Delta G^*(P,T)}{2F} = \frac{-(-57\,643)}{2 \times 96\,485} = 0,25 \text{ (В)};$$

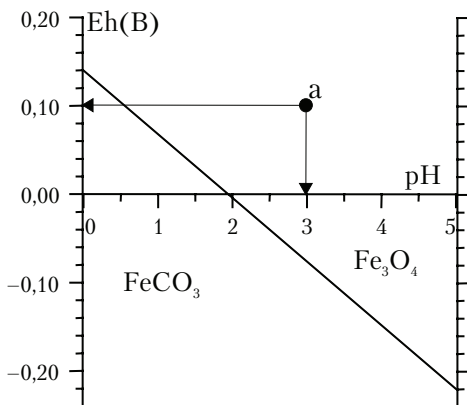
$$\text{Eh} = 0,25 + (-0,13) - 0,073 \text{pH};$$

$$\text{Eh} = 0,12 - 0,073 \text{pH}.$$

Используя полученное уравнение Нернста  $\text{Eh} = 0,12 - 0,073 \text{pH}$  строим Eh-pH диаграмму (рис. 12.4).

**Анализ Eh-pH диаграммы.** Выше линии равновесия располагается поле устойчивости магнетита  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . Это означает, что в растворах с Eh и pH выше линии равновесия (например, в точке **a** ( $\text{Eh} = 0,1\text{В}$  и  $\text{pH} = 3$ )) магнетит будет только растворяться и никаких ОВ

превращений не будет иметь место. Ниже линии равновесия будет поле устойчивости сидерита  $\text{FeCO}_3$ .



**Рис. 12.4.** Поля устойчивости магнетита и сидерита



## **Раздел IV**

# **КИНЕТИКА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ**

## **Глава 13**

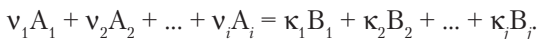
### **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕТИКИ**

#### **13.1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ И КИНЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Все химические процессы, наблюдаемые в природе и осуществляемые человеком в его практической деятельности, протекают во времени с определенными скоростями. Направление и глубина химической реакции определяются законами термодинамики. Скорости химической реакции определяются законами химической кинетики. Химическая кинетика, как и термодинамика, является теоретической базой для анализа природных процессов в зависимости от времени протекания процесса.

#### **13.2. СКОРОСТЬ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ**

Большинство химических реакций является сложными процессами, протекающими через ряд последовательных и параллельных стадий. Каждая элементарная реакция протекает с определенной скоростью и может влиять на скорость всего процесса. В дальнейшем, говоря о скорости реакции, будем понимать под ней скорость процесса, описываемого определенным суммарным уравнением химической реакции. Определим понятие скорости реакции для элементарной химической реакции, уравнение которой имеет вид:



Правилами IUPAC рекомендуется определять скорость химической реакции  $u$  как скорость возрастания степени завершенности реакции  $\xi$ :

$$u = d\xi/dt \quad (13.1)$$

Степень завершенности реакции  $\xi$  в закрытой системе равна величине изменения количества  $i$ -го компонента (моль) в системе, деленной на стехиометрический коэффициент компонента:

$$\xi = (n_i - n_{oi})/\nu_i, \quad (13.2)$$

$n_i$  — число молей  $i$ -го компонента через  $t$  (сек) после начала реакции,  $n_{oi}$  — начальное число молей  $i$ -го компонента в системе.

Используя соотношения (13.1) и (13.2) получим:

$$u = -\frac{1}{\nu_i} \frac{dn_i}{dt}. \quad (13.3)$$

Знак  $(-)$  записывается, если  $n_i$  — число молей исходного компонента реакции. Если  $c_i$  (моль/л) — молярная концентрация компонента реакции, то  $n_i = V \times c_i$  и при постоянном объеме системы для скорости реакции получим соотношение:

$$u = -\frac{V}{\nu_i} \frac{dc_i}{dt}, \quad (13.4)$$

где  $V$  (литр) — объем сосуда.

### 13.3. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА СКОРОСТЬ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Во многих случаях скорость реакции пропорциональна концентрации реагирующих веществ  $c_i$ , возведенных в соответствующие степени:

$$u = k \times (c)^{\nu^1} \times (c)^{\nu^2} \times \dots \quad (13.5)$$

где  $k$  — константа скорости реакции. Соотношение (13.5) называется кинетическим уравнением и является математическим выражением закона действующих масс: скорость реакции равна произведению концентрации реагентов, участвующих в реакции, возведенных в степени, равные стехиометрическим коэффициентам реакции.

**Зависимость константы скорости реакции от температуры.**

**Уравнение Аррениуса.** С повышением температуры скорость химической реакции, как правило, возрастает. Понижение скорости реакции с повышением температуры всегда является суммарным результатом для сложной реакции. Для константы скорости реакции Аррениус предложил зависимость константы скорости реакции от

температуры в виде уравнения (6):  $\frac{d(\ln k)}{dT} = \frac{E_a}{RT}$  или в интегральной форме:

$$k = W \times \exp(E_a/RT). \quad (13.6)$$

В уравнении (8) предэкспонента  $W$  зависит от числа эффективных столкновений между молекулами, приводящие к химическому превращению компонентов реакции.  $E_{\text{акт}}$  — энергия активации реакции; энергия активации — это то избыточное количество энергии (по сравнению со средней величиной), которой должны обладать компоненты реакции, чтобы быть способными к данному химическому взаимодействию. Определив экспериментально константу скорости реакции при нескольких температурах, то (6) можно рассчитать значения  $W$  и  $E_{\text{акт}}$ . Например, энергия активации равна

$$E_a = 2,301R \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \times \lg \frac{k_1}{k_2}, \text{ если } k_1 \text{ и } k_2 - \text{ константы скорости реак-}$$

ции при температурах  $T_1$  и  $T_2$ . На основании экспериментальных данных для реакции диссоциации двуокиси азота,  $2\text{NO}_2 = 2\text{NO} + \text{O}_2$ , получили:  $W = 9,410^{12} \text{ см}^3/(\text{моль} \times \text{сек})$ ,  $E_{\text{акт}} = 112,6 \text{ кДж/моль}$ .

**13.4. ЭНЕРГИЯ АКТИВАЦИИ РЕАКЦИИ**

Превращение одних частиц, в другие, в ходе протекания реакции, предполагает столкновения компонентов реакции. Косвенно это подтверждается увеличением скорости реакции при нагревании. Но не все так просто. Например, при нагревании на  $10^\circ$ , скорость частиц возрастает на 1–2 %, а скорость гомогенной реакции возрастает в 2–4 раза. Кроме того, если бы каждое столкновение оканчивалось актом химического превращения, то все реакции протекали бы со скоростью взрыва. Основываясь на огромном разрыве между числом частиц, вступающих в реакцию (их называют активные частицы), и числом столкновений, имеет смысл предположить,

что в реакции участвуют лишь те частицы, энергия которых выше средней энергии частиц по объему реакционной зоны. Как правило, доля этих частиц мала. *Избыточная энергия отдельных компонентов реакции, достаточная для протекания реакции, называется энергией активации* (рис. 13.1). В химических реакциях происходит разрыв одних связей и образование других. Поэтому следует ожидать, что энергия активации должна быть *выше* энергии связи атомов в частицах. Однако опыт показывает, что энергия активации *меньше* энергии связи атомов в частицах. Объяснить этот факт можно, если предположить, что для протекания реакции достаточно уменьшить энергию связи атомов в компонентах реакции путем создания оптимальной конфигурации реагирующих частиц с последующим перераспределением энергии внутри такого образования. В разработанной Г. Эйрингом и М. Поляни теории переходного комплекса предполагается, что скорость образования переходного комплекса много больше скорости распада комплекса. Таким образом, истинная энергия активации — это та энергия, которой должны обладать частицы для образования переходного комплекса.

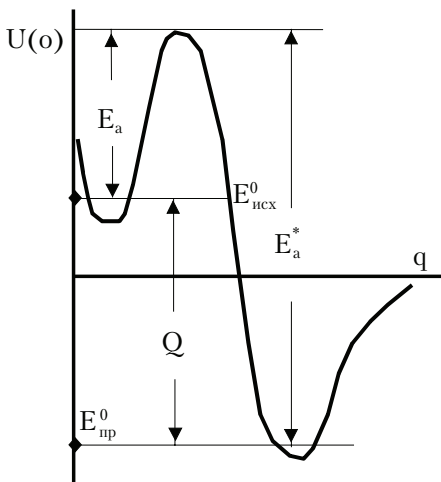


Рис. 13.1. Энергия активации реакции

$E^0_{исх}$  — энергия исходных компонентов реакции;  $E^0_{пр}$  — энергия продуктов реакции;  
 $E_a$  — энергия активации прямой реакции;  $E^*_a$  — энергия активации обратной реакции;  
 $Q$  — тепловой эффект реакции

Среди множества конфигураций реагирующих частиц существует одна, образование которой происходит с минимальной энергией. Эта конфигурация активно взаимодействующих частиц называется активированным комплексом (АК). В ходе образования АК система реагирующих частиц описывает некоторые траектории в реакционном пространстве. В каждый момент времени положение частиц на этой траектории может быть охарактеризовано с помощью координаты реакции  $q$ . Естественно, что энергия частиц изменяется вдоль координаты реакции и описывается вполне определенной функцией потенциальной энергии взаимодействия частиц  $U(q)$ . В ходе реакции система переходит из одного устойчивого состояния с энергией  $E_{\text{исх}}$  (энергия исходных компонентов реакции) через активированный комплекс с энергией  $E_a$  в другое состояние с энергией  $E_{\text{пр}}$ , которая соответствует энергии продуктов реакции (рис. 13.1). Протекание реакции через активированный комплекс — процесс энергетически более выгодный, чем разрыв химических связей исходных компонентов реакции. Поэтому подавляющее число реакций протекает через активированный комплекс. Исключение составляют фотохимические реакции. Возвращаясь к уравнению Аррениуса для константы скорости реакции,  $k = A \times \exp(-E_a/RT)$ , отметим, что предэкспонента  $A$  зависит от числа столкновений компонентов реакции, а экспонента — от энергии активации реакции.

### 13.5. КИНЕТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

В отношении кинетики химические реакции разделяются или по признаку молекулярности реакции, или по признаку порядка реакции. Молекулярность реакции. Наблюдаемая на опыте скорость химической реакции является совокупностью множества протекающих за единицу времени элементарных химических актов. Число частиц, участвующих в элементарном акте, называется *молекулярностью реакции*. Молекулярность реакции целое положительное число: 1, 2, реже 3.

**Порядок реакции.** Порядком реакции называется сумма показателей степеней, в которых входят концентрации реагирующих

веществ в кинетическом уравнении (5):  $r = v_1 + v_2 + \dots + v_i$ . Например, порядок реакции  $2\text{CO} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2$  равен трем ( $r = 3$ ). Кинетическое уравнение (4) для реакции имеет вид ( $P$  — давление газа  $\text{CO}$ ):

$$u = -\frac{1}{2} \times \frac{d[P]}{dt} = k \times P^2 \times P(\text{O}_2)^1,$$

$u = -1/2 \times d[P]/dt = k \times P^2 \times P(\text{O}_2)^1$ ,  $r = 2 + 1 = 3$ . В реальных процессах реакции бывают нулевого, первого, второго и очень редко третьего порядка.

## Глава 14

# ФОРМАЛЬНАЯ И РЕАЛЬНАЯ КИНЕТИКА ПРОЦЕССОВ В РАСТВОРАХ

## 14.1. ФОРМАЛЬНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Получим кинетические уравнения, описывающие реакции разного порядка. В реакциях **нулевого порядка** скорость реакции не зависит от концентрации:  $u = -dC_i/dt = kC_i$ . Зависимость концентрации компонента реакции от времени имеет вид:  $C_i(t) = C_{i0} - kt$ ,  $C_{i0}$  — концентрация компонента реакции в начальный момент.

Для **односторонних реакций первого порядка**  $A \rightarrow$  продукты:  $u = -dC/dt = k \times C$ ,  $c = C_0 e^{-kt}$ .  $c$  — концентрация  $A$  в момент времени  $t$  (сек). Если  $m$  (моль/л) — количество вещества  $A$ , прореагировавшее в единице объема к моменту времени  $t$ , то  $m = C_0[1 - \exp(-kt)]$ .

Полученное уравнение описывает, например, радиоактивный распад. Отметим, что при описании радиоактивного распада вещества пользуются понятием периода полураспада, т. е. времени, в течение которого претерпевает превращение половина исходного вещества. Пусть  $\tau$  — время полураспада, тогда концентрация вещества к этому моменту времени  $C(\tau) = 0,5C_0$ ;  $0,5C_0 = C_0 \times \exp(-k\tau)$ .  $\tau = \ln 2/k$ . Например, время полураспада плутония  $^{238}\text{Pu}$ ,  $\tau = 86$  лет, иода  $^{131}\text{I}$  8 суток. Легко показать, что время, в течение которого концентрация  $A$  изменяется в  $n$  раз равно:  $\tau_{1/n} = (2,3/k) \lg(n)$ , среднее время жизни молекулы, которая подвержена распаду  $\tau = 1/k$ .

Для **двусторонней реакции первого порядка**  $A_1 \rightleftharpoons A_2$  ( $k_1$  — константа скорости прямой реакции,  $k_2$  — константа скорости обратной

реакции) зависимость концентрации от времени для одного из компонентов можно получить из уравнения:

$$dC_i/dt = k_1 C_1 - k_2 C_2.$$

Чтобы проинтегрировать полученное уравнение надо исключить одну из переменных. Пусть начальные концентрации компонентов  $A_1$  и  $A_2$  равны соответственно  $C_{o1}$  и  $C_{o2}$ , а количество прореагировавшего  $A_1$  к моменту  $t$  будет  $x$ . Тогда  $C_1 = C_{o1} - x$ ,  $C_2 = C_{o2} + x$ .  $dx/dt = (k_1 C_{o1} - k_2 C_{o2}) - (k_1 + k_2) \times x$ . Проинтегрировав полученное уравнение, получим зависимость концентрации компонента  $A$  как функцию времени.

Для **реакций второго порядка** кинетическое уравнение имеет вид:  $u = -dC/dt = kC^2$ ,  $1/C = 1/C_o + kt$ .

Отметим, что полученные формулы для расчета скорости реакции будут точными только для простых реакций. В случае сложного химического процесса имеет место одновременное протекание реакций разного порядка, поэтому кинетические уравнения, которые описывают реальные процессы, могут сильно отличаться от формальных кинетических уравнений, которые описывают, как правило, элементарные процессы. Как пример кинетического анализа природного процесса, рассмотрим кинетические модели растворения и кристаллизации твердых тел.

## 14.2. КИНЕТИКА РАСТВОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Растворение кристаллических веществ — это сложный, многостадийный процесс. Мы рассмотрим растворение твердого тела в предположении, что процесс протекает в две стадии: разрушение кристаллической решетки и выход ионов в тонкий слой насыщенного раствора у самой поверхности твердой фазы; вторая стадия — диффузия частиц из этого слоя в глубину раствора. Каждая стадия развивается со своей скоростью. Скорость всего процесса определяется скоростью самой медленной стадии, в нашем случае — это диффузия ионов из насыщенного раствора. Если кинетика процесса определяется диффузией, то говорят, что имеет место *диффузная кинетика*. Рассмотрим основные понятия диффузной кинетики. В основе диффузной кинетики лежат два уравнения, предложенные швейцарским физиком А. Фиком в 1855 г. Первое уравнение позво-

ляет вычислить количество вещества  $dn$ , продиффундировавшего через поперечное сечение S-раствора:

$$dn = -(S \times f \times \text{grad}[m]) \times dt;$$

$f$  — коэф. диффузии частицы,

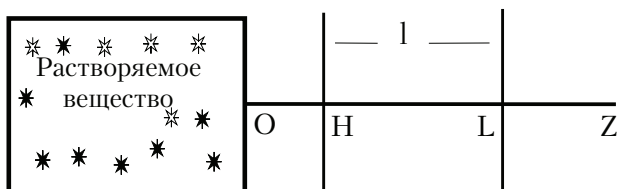
$\text{grad}[m]$  — градиент концентрации частиц в растворе.

Если нас интересует диффузия частиц в направлении оси OZ декартовой системы координат, то в отсутствии внешнего поля,  $\text{grad}[m] = dm/dz$ ,  $dm$  — изменение концентрации компонента в направлении оси OZ. Считаем, что в слое переменной концентрации HL (рис. 14.1), концентрация вещества меняется плавно и имеет место равенство:

$$dm/dz = -(m_0 - m)/l = \Delta m/l,$$

где  $m_0$  — концентрация вещества в насыщенном слое;

$m$  — концентрация вещества на расстоянии  $l$  от слоя насыщенного раствора.



OZ — направление диффузии частиц растворенного вещества;

OH — толщина слоя;

HL — толщина слоя насыщенного раствора переменной концентрации

**Рис. 14.1.** Схема растворения вещества

Если  $V$  — объем раствора, тогда  $m_0 = n_0/V$ ,  $m = n/V$ ,  $n_0$  — число молей растворенного вещества в зоне насыщенного раствора,  $n$  — число молей растворенного вещества в слое переменной концентрации. Используя первое уравнение Фика, для скорости растворения вещества получим:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{f S (n_0 - n)}{l V}.$$



Допустим, что поверхность растворяемого кристалла изменяется медленно по сравнению с диффузией частиц. Тогда  $fS/IV = \text{const} = k$  и для скорости диффузии частиц в раствор получим:

$$dn/dt = k(n_0 - n).$$

Так как при  $t = 0, n = 0$ , для числа молей растворенного вещества к моменту времени  $t$ , получим:

$$n = n_0[1 - \exp(-kt)].$$

Формально получилось, что  $k = fS/IV$  — константа скорости реакции растворения твердой фазы.

### 14.3. КИНЕТИКА ЗАРОЖДЕНИЯ И РОСТА КРИСТАЛЛОВ. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ И КИНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Образование кристаллов вещества из пересыщенного раствора связано с возникновением *центров кристаллизации* (ЦК) и последующим ростом и укрупнением кристаллов. Возникновение ЦК возможно только из так называемого метастабильного состояния раствора. Для образования ЦК должна быть совершена работа, связанная с возникновением границы раздела между фазами (раствор — ЦК) и переходом вещества из расплава в твердую фазу. Пусть  $\mu_1$  — химический потенциал растворенного вещества в пересыщенном растворе,  $\mu_2$  — химический потенциал вещества в твердой фазе (ЦК),  $\sigma$  — поверхностное натяжение на границе раствор — ЦК,  $S$  — площадь поверхности ЦК. Тогда изобарный потенциал образования ЦК,  $\Delta G = -A$  ( $A$  — работа, которую надо затратить на образование ЦК) и  $\Delta G = n(\mu_2 - \mu_1) + \sigma \times S$ ;  $n$  — число молей вещества в составе ЦК. Если  $V$  — объем ЦК,  $v$  — мольный объем вещества, тогда  $n = V/v$ . Считаем, что образующиеся ЦК имеют сферическую форму (в этом случае работа против сил поверхностного натяжения будет минимальна) и для изобарного потенциала образования ЦК получим:

$$\Delta G = 4/3 \times \pi r^3/v \times \Delta\mu + 4\pi r^2\sigma. \quad (14.1)$$

Легко показать, что минимальное значение изобарного потенциала образования ЦК имеет место при

$$r = -(2\sigma v)/\Delta\mu. \quad (14.2)$$

Так как  $r > 0$ , образование центров кристаллизации возможно только при условии, что химический потенциал вещества в твердой фазе будет меньше химического потенциала вещества в пересыщенном растворе. Далее: полученное выражение для радиуса ЦК — это минимальный размер зародыша: самопроизвольное появление и рост частиц с радиусом, меньшем критического, невозможно, так как это вызвало бы увеличение изобарного потенциала процесса образования ЦК. Образование ЦК связано с работой, которая должна быть совершена молекулярными силами. Для равновесного процесса образования зародышей, величина работы будет равна (с обратным знаком) изобарному потенциалу образования зародышей. Подставляя значение радиуса зародыша (14.2) в (14.1), получим:

$$\Delta G_k = \frac{16}{3} \pi \sigma^3 \left( \frac{v}{\Delta \mu} \right)^2. \quad (14.3)$$

Данное значение изобарного потенциала образования ЦК можно трактовать как *энергию активации* химической реакции образования ЦК. Используя уравнение М. Фальмера, для вероятности возникновения ЦК получим:

$$W = B \times e^{-\frac{\Delta G}{RT}} = B \times \exp \left[ -\frac{16}{3} \pi \sigma^3 \left[ \frac{v}{\Delta \mu} \right]^2 \right].$$

После того, как возникли ЦК, начинается рост кристалла. Кинетика роста кристаллов определяется скоростью диффузии растворенного вещества из области пересыщенного раствора к граням кристалла, где концентрация растворенного вещества несколько больше концентрации насыщенного раствора, но меньше концентрации пересыщенного раствора. Для вычисления скорости диффузии используем ранее рассмотренные уравнения Фика:

$$u_1 = fS/L \times \Delta C_1, \quad u_1 = k_1 \times \Delta C_1; \quad \Delta C_1 = c_p - C;$$

где  $C_p$  — концентрация раствора в зоне пересыщения;  
 $c$  — концентрация раствора у грани кристалла;  
 $L$  — толщина слоя переменной концентрации.

По Майеру и Марку, скорость перехода вещества из жидкой фазы в твердую равна:

$$u_2 = k_2 \times (\Delta C_2)^2,$$

$\Delta C_2 = c - C_n$ ; где  $C_n$  — концентрация насыщенного раствора.

Для установившегося процесса роста кристаллов  $u_1 = u_2$ . В относительно вязких растворах  $k_2 > k_1$ ,  $k_1/k_2 \cong 0$ , для скорости кристаллизации получим:

$$u = fS/L \times (C_p - C_n).$$

Механизм кристаллизации вещества из расплава мало чем отличается от механизма кристаллизации вещества из пересыщенного раствора, хотя здесь есть свои особенности.

#### 14.4. КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ВЕЩЕСТВА ИЗ РАСПЛАВА

Кристаллизация вещества из расплава должна сопровождаться уменьшением изобарного потенциала системы и связана с выделением тепла из системы. Как было показано выше, для изобарного потенциала образования зародышей (центров кристаллизации расплава) имеет место соотношение:

$$\Delta G = 4/3 \times \pi r^3 / v \times \Delta \mu + 4\pi r^2 \sigma.$$

Для процесса кристаллизации из расплава  $\Delta \mu = L_k - T\Delta S$ ; где  $L_k$  — теплота и энтропия кристаллизации соответственно. Так как  $\Delta S = L_k/T_k$ , для  $\Delta \mu$  получим:  $\Delta \mu = \Delta T \times (L_k/T_k)$ ,  $\Delta T = T_k - T$ .  $T_k$  — температура кристаллизации,  $T$  — температура расплава,  $\Delta T$  — переохлаждение расплава; для изобарного потенциала образования кристаллов из расплава, получим:

$$\Delta G = -4/3 \times \pi r^3 \times L_k \times \Delta T / T_k + 4\pi r^2 \sigma. \quad (14.1)$$

Минимальный размер зародыша при кристаллизации расплава:

$$r_k = 2\sigma T_k / (L_k \times \Delta T),$$

$\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения на границе кристалл-расплав при температуре расплава.

Отметим, что для образования кристаллов в переохлажденном расплаве, необходимо преодолеть энергетический барьер величиной  $\Delta G_k$ . Этим объясняется относительная устойчивость переохлажденного состояния расплава (в частности, воды). Вблизи точки кристаллизации переохлажденное состояние расплава может оказаться достаточно устойчивым. Подставляя в выражение для изобарного потенциала образования кристаллов из расплава выражение для минимального радиуса зародыша, получим для энергетического барьера образования кристаллов выражение:

$$\Delta G = \frac{16}{3} \times \frac{\pi \sigma^3 \times T_k^2}{L_k^2 (\Delta T)^2}.$$

Процесс зарождения кристаллов подчиняется общим законам статистической физики, по которым вероятность перехода системы через энергетический барьер, равна:

$$W = C \times \exp(-\Delta G/kT) = c \exp[-B\sigma^3/T(\Delta T)^2];$$

гдк  $k$  — постоянная Больцмана,  $B = (16/3)(\pi T_k^2/k \times L_k^2)$ .

Константа скорости зарождения и роста кристаллов  $w$  пропорциональна  $W$  и зависит от механизма роста кристаллов. Для каждого конкретного случая рассматривается своя модель процесса.

## **Раздел V**

# **ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ**

## **Глава 15**

### **ТЕРМОДИНАМИКА ФАЗОВЫХ РАВНОВЕСИЙ**

#### **15.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОДИНАМИКИ ФАЗОВЫХ РАВНОВЕСИЙ**

Вещества, образующие систему, могут находиться в различных агрегатных состояниях — твердом, жидком и газообразном. Равновесие между различными агрегатными состояниями называют фазовыми равновесиями. К фазовым равновесиям относят и равновесие между полиморфными формами вещества. Например, минералы кальцит и арагонит имеют одинаковую химическую формулу  $\text{CaCO}_3$ , но разное строение кристаллической решетки. Термодинамическая система, состоящая из различных по своим свойствам частей, разграниченных поверхностями раздела, называется *гетерогенной* системой. Каждая гетерогенная система состоит из отдельных фаз. Например: вода, лед и пар — гетерогенная, трехфазная, однокомпонентная система.

**Фаза** — совокупность однородных частей системы по своим химическим и физическим свойствам и которые отделены от других частей системы видимыми (или воображаемыми) поверхностями раздела.

*Независимые компоненты системы* — вещества, составляющие систему, наименьшее число которых достаточно для того, чтобы создать любую фазу в системе. Число независимых компонентов

системы (в дальнейшем изложении просто компоненты системы) будет равно числу веществ, входящих в состав системы, если образование любой равновесной фазы системы может произойти без протекания химической реакции между веществами системы. При наличии химических реакций между веществами системы, число компонентов системы будет равно числу веществ в системе за вычетом числа химических реакций между этими веществами, в результате которых могут быть получены вещества системы. Например, в системе ( $\text{MgO}$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{CaMgSiO}_4$ ) три компонента, так как диопсид может быть получен в результате реакции  $\text{MgO} + \text{CaO} + \text{SiO}_2 = \text{CaMgSiO}_4$ ; в системе ( $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{CO}_2$ ) число компонентов равно двум, так как вещество системы кальцит ( $\text{CaCO}_3$ ) может быть получено в результате реакции:  $\text{CaO} + \text{CO}_2 = \text{CaCO}_3$ .

*Степени свободы системы:* число независимых параметров системы, значения которых можно изменять в некоторых пределах так, что это не приведет к изменению числа фаз в системе. Например, раствор галита  $\text{NaCl}$  в воде будет однофазной системой, если в 100 г воды растворить до 30 г соли при  $25^\circ\text{C}$ . При  $P = \text{const}$ , температура и концентрация раствора будут степенями свободы нашего раствора. При небольшом изменении концентрации и температуры раствора число фаз в системе не изменится. Однако, если при постоянной температуре раствора непрерывно повышать его концентрацию, система станет двухфазной — насыщенный раствор соли + кристаллы соли в виде осадка. В момент образования насыщенного раствора один из параметров системы — концентрация — потеряет статус степени свободы: при изменении концентрации раствора изменилось число фаз системы. Соотношение между числом фаз в системе ( $\Phi$ ), числом компонентов системы ( $K$ ) и числом степеней свободы системы ( $C$ ) было установлено в 1876 г. Д. Гиббсом и носит название «правило фаз Гиббса»:  $C = K - \Phi + 2$ .

## 15.2. УСЛОВИЯ ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ. ПРАВИЛО ФАЗ ГИББСА. МИНЕРАЛОГИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО ФАЗ



Получим правило фаз. Каждый компонент системы в разной фазе имеет разную концентрацию. Если  $\Phi$  — число фаз в системе,



фаз Гиббса для природных процессов можно записать в виде неравенства:  $C \geq 2$ ,  $K - \Phi + 2 \geq 2$ ,  $\Phi \geq K$ . Это соотношение установлено В. Гольдшмитом и носит название минералогическое правило фаз Гольдшмита. Например, в системе из трех компонентов: периклаз ( $\text{MgO}$ ) — кварц ( $\text{SiO}_2$ ) — корунд ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) возможны минеральные парагенезисы из трех минералов: форстерит ( $2\text{MgO} \times \text{SiO}_2$ ) + шпинель ( $\text{MgO} \times \text{Al}_2\text{O}_3$ ) + периклаз ( $\text{MgO}$ ), или корунд ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) + шпинель ( $\text{MgO} \times \text{Al}_2\text{O}_3$ ) + кордиерит ( $2\text{MgO} \times 2\text{Al}_2\text{O}_3 \times 5\text{SiO}_2$ ) и т. д. Добавление четвертого минерала в записанные парагенезисы сделает систему неравновесной, в системе начнут протекать процессы до исчезновения одной из фаз.

### 15.3. АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ РАВНОВЕСИЙ В ОДНОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

Для однокомпонентных систем фазовые переходы связаны с изменением агрегатного состояния или перестройкой кристаллической решетки. Фазовые равновесия в однокомпонентных системах определяются температурой и давлением в системе. Поэтому число степеней свободы может изменяться от двух до нуля, а число фаз, которые могут находиться в равновесии — от одной до трех. Существуют понятия о фазовых переходах первого и второго рода. Согласно Эренфесту, фазовый переход первого рода — это равновесный переход вещества из одной фазы в другую, в котором скачком изменяются первые производные от потенциала Гиббса для данного перехода по температуре и давлению. Примерами фазовых переходов первого рода служат агрегатные превращения вещества, аллотропические превращения. Так как первая производная от потенциала Гиббса по температуре есть энтропия фазового перехода с обратным знаком,  $[d(\Delta G)/dT]_p = -\Delta S$ , а первая производная от потенциала Гиббса по давлению равна изменению объема вещества,  $[d(\Delta G)/dP]_T = \Delta V$ , именно энтропия и мольный объем вещества скачкообразно изменяются при агрегатных превращениях веществ. При фазовых переходах второго рода (переход железа из ферромагнитного в парамагнитное состояние, металла из обычного в сверхпроводящее состояние и т. д.) скачком изменяются теплоемкость вещества  $C$ , коэффициент объемного расширения и сжимаемость вещества. В лекциях мы затронем фазовые переходы



только первого рода. При фазовом переходе вещество переходит из первой фазы ( $\Phi_1$ ) во вторую ( $\Phi_2$ ). Потенциал Гиббса фазового перехода  $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$ ,

$$\Delta G = -(\Delta S)dT + (\Delta V)dP;$$

где  $\Delta S$  — энтропия фазового перехода;  $\Delta V$  — изменение мольного объема вещества при фазовом переходе. При фазовом равновесии:

$$\Delta G = 0 \text{ и } dP/dT = \Delta S/\Delta V. \quad (15.1)$$

Полученное соотношение называется уравнение Клапейрона—Клаузиуса. С помощью уравнения К-К можно вычислить, на сколько изменится давление в системе при изменении температуры системы, если до этого имело место фазовое равновесие.

## 15.4. ПОЛИМОРФИЗМ. ЭНАНТИОТРОПНЫЕ И МОНОТРОПНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ

Полиморфизмом называют способность вещества изменять строение кристаллической структуры (кристаллизоваться в различных модификациях) при изменении внешних условий. Явление полиморфизма было открыто в 1821 г. немецким минералогом Э. Митчерлихом. В различных полиморфных модификациях существует углерод, кремний, фосфор, железо, лед, кварц, карбонат кальция и т. д. При превращении высокотемпературной модификации в более низкотемпературную обычно первоначальная внешняя форма кристаллов сохраняется, в то время как внутренняя структура вещества претерпевает изменения. Такое сохранение внешней формы, не отвечающей вновь образованной структуре кристаллической решетки, получило название параморфозы. Известны параморфозы б-кварца, кальцита и др. Существуют два вида полиморфных превращений — энантиотропные и моноклинные. Если каждая из модификаций вещества имеет свою область устойчивости и возможно обратимое превращение одной модификации в другую при вполне фиксированных значениях температуры и давления, такое превращение называется *энантиотропным*. Примером энантиотропного превращения является переход ромбической  $\alpha$ -серы в моноклинную  $\beta$ -серу и обратно. Превращение одной модификации в другую, при котором обратный переход невозможен, называется *моноклинным*. Моноклинные модификации не могут находиться в равновесии друг

с другим. Примером монотропного перехода служит превращение ромбического арагонита  $\text{CaCO}_3$  в кальцит.

## 15.5. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ВОДЫ

Вода может находиться в трех агрегатных состояниях: жидком, твердом (лед) и газообразном (пар). Агрегатное состояние воды зависит от температуры и давления паров воды. Отметим основные особенности фазовых равновесий для воды (рис. 15.1). В твердом состоянии для воды имеет место явление полиморфизма — наличие различных кристаллических модификаций льда (до семи модификаций). До давления  $P = 2 \times 10^8$  Па и  $T = 251$  °К плавление льда сопровождается уменьшением объема  $\Delta V = V_{\text{ж}} - V_{\text{т}} < 0$ , лед данной модификации называется лед I. При более высоких давлениях в устойчивом равновесии с водой находятся модификации льда III–VII, плавление которых сопровождается увеличением объема.

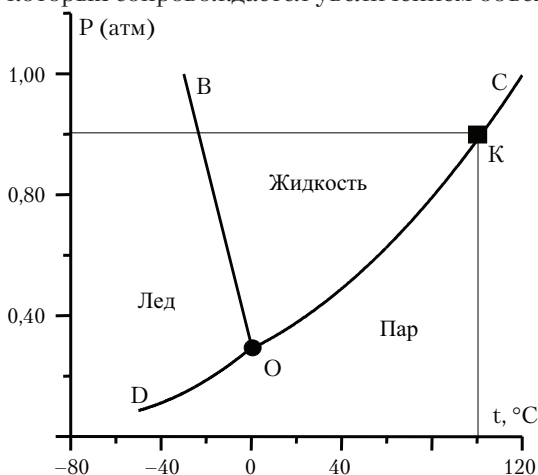


Рис. 15.1. Диаграмма состояния воды

При температуре  $T = 273,16$  К и давлении паров воды 610,48 Па (4,579 мм рт. ст.) в равновесии будут три фазы — лед, вода, пар (тройная точка воды). В точке К (647,35 °К, давление 226 бар). Кривая ОК соответствует равновесию «жидкость — пар». Уравнение этой

кривой можно получить из уравнения К-К (15.1):  $dP/dT = \Delta S/\Delta V$ . Уравнение К-К описывает зависимость давления в системе от температуры при фазовых равновесиях. В нашем случае левая часть равенства — это зависимость давления паров воды от температуры жидкости; числитель правой части равенства — изменение энтропии воды при испарении одного моля жидкости. Если температура воды  $T$ ,  $\Delta S = \Delta H/T$ ;  $\Delta H$  — энтальпия испарения одного моля воды при температуре  $T$ .  $\Delta V$  — изменение объема жидкости при испарении одного моля воды;  $\Delta V = V_{\text{пар}} - V_{\text{жидк}}$  (напомним, что при работе с уравнением К-К температура всегда измеряется в градусах Кельвина). Считаем, что пар подчиняется уравнению состояния идеального газа  $PV = RT$ , отметим, что объем одного моля пара ( $22\,400\text{ см}^3$ ) много больше объема одного моля жидкости ( $18\text{ см}^3$ ), а энтальпия фазового перехода не зависит от температуры. Тогда  $\Delta V = V_{\text{пар}} = V$ ,  $V = RT/P$ . Подставим полученные соотношения в уравнение К-К:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\frac{\Delta H}{T}}{\frac{RT}{P}} = \frac{\Delta H \times P}{R \times T^2}; \quad \frac{dP}{P} = (\Delta H \times R) \frac{dT}{T^2}; \quad \lg \frac{P}{P_0} = -R \times \Delta H \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right);$$

$$\log P = \log P_0 - R \times \Delta H \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right).$$

Для воды при  $T = 373\text{ °K}$ ,  $P_0 = 1\text{ бар}$ . Подставляя в полученное уравнение энтальпию испарения воды  $\Delta H = 40617\text{ (Дж/моль)}$  и значение  $R = 8,31\text{ (Дж/моль} \times \text{K)}$ , получим уравнение кривой ОК:  $\lg P = 905 - 337\,528/T$ .

Не составляет труда получить соответствующие уравнения для участков кривых ОВ и ОD.

## 15.6. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ КВАРЦА

Диоксид кремния  $\text{SiO}_2$  является однокомпонентной системой с весьма сложным полиморфизмом. В природе встречается одиннадцать кристаллических полиморфных модификаций и две стеклообразные формы кварца (рис. 15.2). Три главные полиморфные модификации кварца (модификации первого порядка) — кварц, тридимит и кристобалит — энантиотропны, резко различаются между

собой по структуре и физико-химическими свойствам и имеют низко- и высокотемпературные модификации. На рис. 15.2 (диаграмма Финнера) по оси ОУ в условных единицах откладывается давление насыщенного пара диоксида кремния (очень малые значения). Анализ фазовых равновесий диоксида кремния показывает, что при повышенных давлениях возможно прямое превращение  $\alpha$ -кварц  $\rightarrow$   $\alpha$ -кристобалит и  $\alpha$ -кварц  $\rightarrow$  расплав.

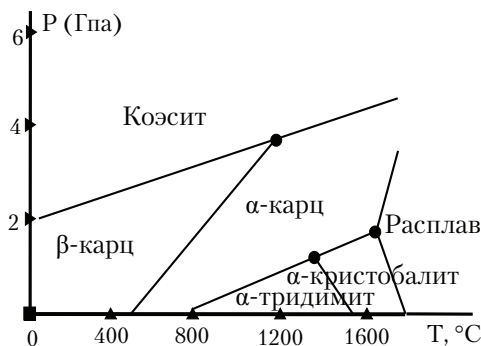


Рис. 15.2. Диаграмма фазовых равновесий SiO<sub>2</sub>

Особенно заметно влияние давления на рост температуры полиморфных превращений  $\alpha$ -кварц  $\leftrightarrow$   $\alpha$ -тридимит и  $\alpha$ -кварц  $\leftrightarrow$   $\alpha$ -кристобалит. В присутствии воды при высоких давлениях области устойчивости модификаций кремнезема сместятся: линия ликвидуса кристобалита понижается (рис. 15.3). При давлении паров воды выше 40,0 МПа расплавленный тридимит сразу переходит в водную суспензию. Таким образом, кристобалит и, особенно, тридимит в присутствии воды становятся неустойчивыми. С повышением давления сверх 140 МПа тридимит вообще не образуется в качестве стабильной фазы, а аморфный кварц образует суспензию с водой. В области относительно низких температур при охлаждении из насыщенных растворов выделяется гель кремнезема, который постепенно превращается в метастабильный кристобалит. Со временем, в присутствии насыщенного кремнеземом раствора, кристобалит превращается в кварц.

Скорость фазовых превращений для различных модификаций диоксида кремния различная. Превращения между главными

модификациями кварца ( $\alpha$ -кварц  $\leftrightarrow$   $\alpha$ -тридимит,  $\alpha$ -тридимит  $\leftrightarrow$   $\alpha$ -кристобалит), связанные с глубокой перестройкой кристаллической решетки, протекают очень медленно. Превращения между модификациями второго порядка ( $\alpha$ -кварц  $\leftrightarrow$   $\beta$ -кварц,  $\alpha$ -тридимит  $\leftrightarrow$   $\beta$ -тридимит  $\leftrightarrow$   $\gamma$ -тридимит), протекают с большими скоростями.

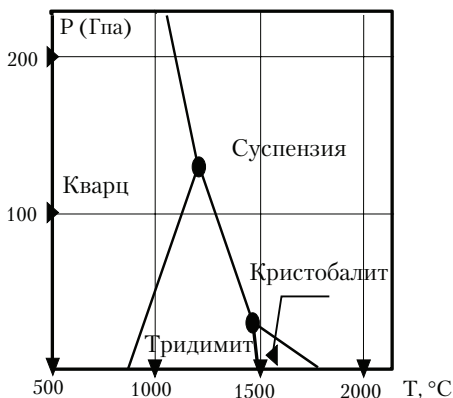


Рис. 15.3. Диаграмма состояния системы  $\text{SiO}_2 - \text{H}_2\text{O}$

## 15.7. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАВЛЕНИЯ МИНЕРАЛОВ ОТ ДАВЛЕНИЯ

Плавление вещества — это фазовый переход (тв. фаза)  $\rightarrow$  (расплав). Уравнение К-К для анализа данного фазового равновесия надо записать в виде соотношения  $dT/dP = \Delta V/\Delta S$ ; или  $dT = \Delta V/\Delta S \times dP$ . В этом уравнении  $\Delta V = V_{\text{жид}} - V_{\text{тв}}$ ,  $V_{\text{жид}}$  — объем одного моля вещества в жидком состоянии,  $V_{\text{тв}}$  — объем одного моля вещества в твердом состоянии,  $\Delta S$  — энтропия плавления вещества. Считая, что  $\Delta V$  не зависит от давления,  $\Delta S$  — от температуры, интегрируя последнее уравнение, получим:

$$T = T_0 + \frac{\Delta V}{\Delta S}(P - P_0), \quad (15.3)$$

$T_0$  — температура плавления вещества при давлении  $P_0$ .

**Задача 15.1.** Рассчитать температуру плавления диопсида  $\text{CaMg}(\text{SiO}_3)_2$  при давлении 5000 атм.

**Решение:** справочные данные:  $\Delta V = 7,15 \text{ (см}^3\text{/моль)} = 7,15 \times 10^{-6} \text{ (м}^3\text{/моль)}$ ,  $\Delta S = 57,8 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{K)}$ .  $T_0 = 1665 \text{ }^\circ\text{K}$  ( $P_0 = 1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$ ).  $P = 5000 \text{ атм} = 4,9 \times 10^8 \text{ Па}$ . Подставляя справочные данные в уравнение (15.3) получим:  $T = 1665 \text{ }^\circ\text{K} + 61 \text{ }^\circ\text{K} = 1726 \text{ }^\circ\text{K}$ .

Отметим, что возможность получить экспериментально диаграмму состояния однокомпонентной системы и возможность рассчитать диаграмму позволяет уточнить термодинамические параметры вещества.

## Глава 16

# ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

### 16.1. МЕТОД ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Метод физико-химического анализа основан на изучении зависимости физических свойств системы от параметров, определяющих ее равновесие. В качестве изучаемых свойств могут быть выбраны тепловые, объемные, электрические, магнитные, оптические и другие свойства системы. Нас будет интересовать агрегатное состояние системы при изменении состава и температуры системы. Анализ системы будем делать с помощью диаграммы состояния. *Диаграмма состояния (или фазовая диаграмма) представляет собой графическое изображение зависимости между параметрами состояния системы и фазовыми превращениями в системе.* Диаграммы состояния или строят на основании экспериментальных данных в координатах [температура, состав системы] или рассчитывают. Анализ диаграмм состояния позволяет установить протекающие в системе качественные изменения, характер взаимодействия между компонентами, области существования и состава равновесных фаз.

Рассмотрим один из методов получения диаграммы состояния двухкомпонентной системы в координатах [состав расплава — температура образца] (рис. 16.1). Состав образца будем выражать в мольных долях; по оси ОХ будем откладывать мольную долю компонента В в системе. Приготовим ряд образцов, в котором мольная доля В будет изменяться от нуля до единицы и для каждого образца

получим экспериментальные кривые охлаждения расплава (см. рис. 16.1). Кривая А охлаждения расплава соответствует образцу, в котором мольная доля В равна нулю,  $x_b = 0$  (образец состоит из компонента А), кривая 20 — образцу, в котором  $x_b = 0,2$ , кривая 30 — образцу с  $x_b = 0,3$  и т. д. На кривых А и В ступенька на кривой охлаждения соответствует температуре кристаллизации вещества А или В соответственно. По точкам перегиба на кривых охлаждения расплава 10, 20 и т. д. получаем температуру кристаллизации соответствующего компонента из расплава. Например, точка перегиба на кривой 10 соответствует точке М на диаграмме состояния (рис. 16.2).

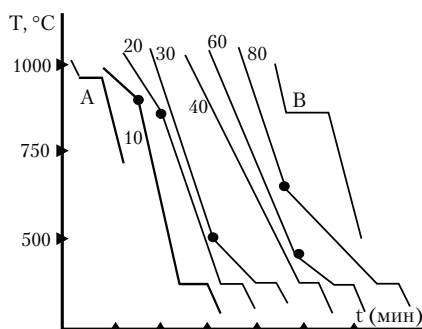


Рис. 16.1. Кривые охлаждения расплава

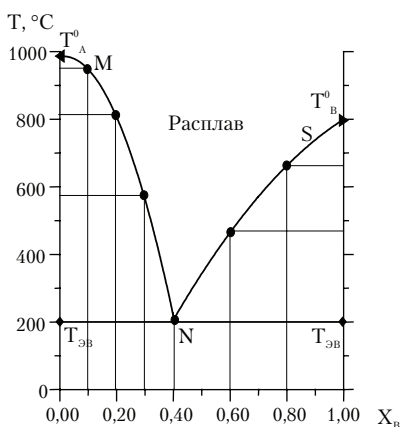


Рис. 16.2. Диаграмма состояния двухкомпонентной системы

Ступенька на кривой 10 соответствует температуре эвтектики на диаграмме состояния (см. раздел 2.1). Отметим, что на кривой охлаждения расплава 40 нет точки перегиба. Это означает, что при охлаждении данного расплава кристаллизация веществ А и В из расплава происходит при одной температуре.

## 16.2. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИАГРАММ СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ

Для двухкомпонентных систем, без учета давления как переменного параметра, правило фаз приобретает вид:  $C = K - \Phi + 1$ . Диаграмма состояния двухкомпонентной системы (см. рис. 16.2) получена на основании анализа кривых охлаждения образцов (см. рис. 16.1). Из анализа кривых А и В получены температуры кристаллизации веществ А и В ( $T_A^0$  и  $T_B^0$ ). Точки перегиба на кривых 10, 20, 30 соответствуют температурам кристаллизации вещества А из расплава. Точки перегиба на кривых 60, 80 — кристаллизации вещества В из расплава. Температура  $T = 200^\circ\text{C}$  — это температура эвтектики  $T_{\text{эв}}$ . При этой температуре (при охлаждении расплава любого состава) будут находиться в равновесии три фазы: кристаллы вещества А, кристаллы вещества В и расплав состава: мольная доля В в расплаве равна 0,4, мольная доля А — 0,6. Отметим некоторую особенность кривой охлаждения 40; в расплаве 40 мольная доля В равна 0,4 (соответственно, мольная доля А — 0,6) и на данной кривой нет точки перегиба. Это означает, что при  $T = T_{\text{эв}}$  ( $200^\circ\text{C}$ ) из расплава, одновременно, происходит кристаллизация веществ А и В. Расплав такого состава называется *эвтектическим*. Горизонтальная линия, проведенная через точку N, называется линия *солидуса*; она определяет верхнюю границу полей, содержащих только твердые фазы. Линии MN и SN называются линии *ликвидуса*; они определяют нижние границы однофазного поля расплава. Точки на диаграмме (например, точка N) называются фигуративные точки. Отметим хорошо известную особенность расплава двух компонентов — если к расплаву чистого вещества А добавлять возрастающее количество вещества В, то, в соответствии с законом Рауля, будет наблюдаться прогрессирующее понижение температуры кристаллизации.



### 16.3. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ПРОСТОЙ ЭВТЕКТИКОЙ И С ПОЛИМОРФНЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ КОМПОНЕНТОВ

Рассмотрим диаграмму состояния с простой эвтектикой на примере системы лейцит  $[Lc](KAlSi_2O_6)$  — анортит  $[An](CaAl_2Si_2O_8)$  (рис. 16.3). Система двухкомпонентная, компонент А — лейцит, компонент В — анортит. По оси ОХ отложена мольная доля анортита,  $x_{An}$ . Сделаем анализ диаграммы состояния для образца, в котором мольная доля анортита 0,2, мольная доля лейцита 0,8. Диаграмма состояния — эвтектического типа. Правило фаз Гиббса:  $C = K - \Phi + + 1 = 2 - \Phi + 1 = 3 - \Phi$ .  $T_{Lc} = 1958^\circ K$  — температура кристаллизации лейцита,  $T_{An} = 1823^\circ K$  — температура кристаллизации анортита,  $T_{эв} = 1686^\circ K$  — температура эвтектики. В области выше линии ликвидуса (например, для нашего образца состава  $x_{An} = 0,2$ ,  $x_{Lc} = 0,8$ , при температуре  $T_1$ ) в системе одна фаза — расплав. Для нашего образца

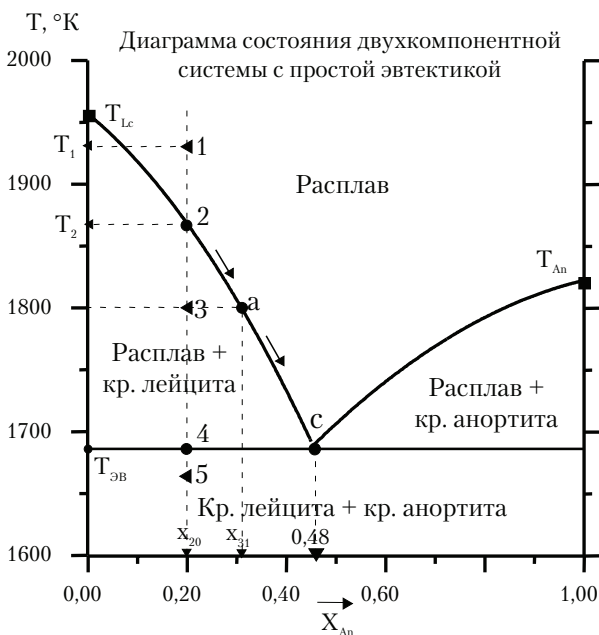


Рис. 16.3. Диаграмма состояния лейцит—анортит

система *однофазная* (расплав) для всех  $T > T_2$  ( $T_2$  — температура, которая соответствует точке 2 на диаграмме). Число степеней свободы  $s = 2$ . При охлаждении расплава, при температуре  $T = T_2$  начинается выделение из расплава кристаллов лейцита, жидкая фаза начинает обогащаться анортитом. При дальнейшем понижении температуры расплава продолжится процесс кристаллизации лейцита, а мы будем двигаться по линии ликвидуса от точки 2 к точке а, а затем к точке с. При  $T = T_3 = 1800^\circ\text{K}$  в системе две фазы (расплав, в котором мольная доля анортита  $x_{\text{An}} = 0,315$  и кристаллы лейцита). Число степеней свободы системы  $S = 3 - 2 = 1$ . Это означает, что при  $T = T_3$  состав жидкой фазы строго фиксирован,  $x_{\text{An}} = 0,31$ : параметр системы «состав» утратил статус «степень свободы» системы. При дальнейшем охлаждении расплава в точке с (которой соответствует  $T = T_4$  = температуре эвтектики  $T_{\text{эв}} = 1686^\circ\text{K}$ ) из расплава начнет выделяться эвтектическая смесь кристаллов обоих минералов; в системе максимальное число фаз — три (расплав + кристаллы анортита + кристаллы лейцита). Состав расплава строго фиксирован:  $x_{\text{An}} = 0,48$ ; число степеней свободы  $S = 3 - 3 = 0$ . По окончании кристаллизации эвтектического расплава температура системы может быть понижена и при  $T < T_4$ , в системе будет эвтектическая смесь кристаллов анортита и лейцита; например, при  $T = T_5$ ). Анализ образца, в котором изначально  $x_{\text{An}} > 0,48$  делается аналогично. Если изначально образец будет состава  $x_{\text{An}} = 0,48$ , при охлаждении расплава данного образца мы сразу попадаем в точку с, в которой начнет выделяться из расплава эвтектическая смесь кристаллов анортита и лейцита. Итак, после того, как мы приготовили образец заданного состава (в нашем случае образец был состава  $x_{\text{An}} = 0,2$ ,  $x_{\text{Lc}} = 0,8$ ) мы нагреваем образец до температуры  $T = T_1$ , при которой в системе одна фаза — расплав и, читая диаграмму состояния, имеем возможность определить температуру фазовых превращений, составы равновесных фаз и их относительное содержание при охлаждении образца. Например, на основании *правила рычага* в фигуративной точке 3 системе с мольной долей анортита  $x_{\text{An}} = 0,2$  отвечает расплав а состава  $x_{31}$  и кристаллы лейцита. Если  $n_a$  — мольное количество расплава,  $n_s$  — мольное количество твердой

фазы, тогда:

$$\frac{n_a}{n_s} = \frac{x_{20}}{x_{31} - x_{20}}.$$

## 16.4. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ОБРАЗОВАНИЕМ ХИМИЧЕСКОГО СОЕДИНЕНИЯ, ПЛАВЯЩИМСЯ БЕЗ РАЗЛОЖЕНИЯ (КОНГРУЭНТНО)

При охлаждении бинарного расплава в системе возможно образование химического соединения. Если это соединение плавится конгруэнтно  $A_mB_n = mA + nB$ , то будет образовываться эвтектика как с компонентом А, так и с компонентом В, а на диаграмме появится вертикальная линия и температурный максимум (рис. 16.4). Вертикальная линия определяет состав вновь образовавшегося соединения и делит диаграмму на две части, каждая из которых может рассматриваться как самостоятельная двойная система. Температурный максимум определяет верхний температурный предел устойчивости вещества  $A_mB_n$ .

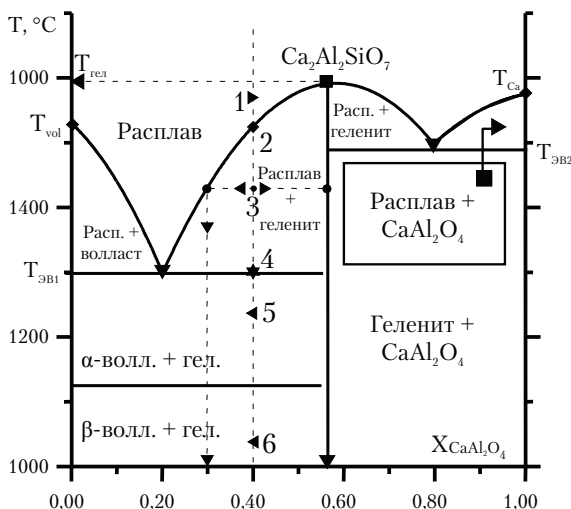
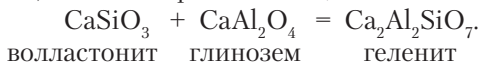


Рис. 16.4. Система волластонит глинозем

Сделаем анализ диаграммы состояния волластонит + глинозем, (см. рис. 16.4). Особенность процесса охлаждения расплава: при охлаждении расплава волластонита в присутствии глинозема (алюмината кальция) происходит образование геленита, т. е. образуется вещество, которое отсутствовало в начальном состоянии системы.

При температуре  $T_1$ , соответствующей фигуративной точке 1, в системе одна фаза — расплав, в котором мольная доля глинозема  $x_{\text{Ca}} = 0,4$ . При температуре  $T_2$ , в результате реакции между волластонитом и глиноземом, начнется кристаллизация геленита:

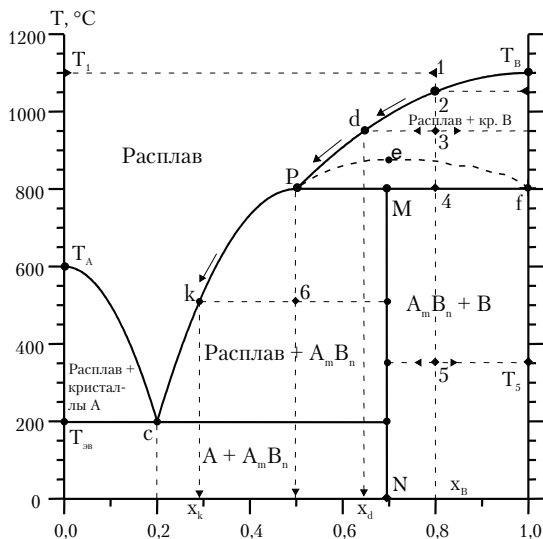


При  $T = T_3$  продолжается образование геленита в расплаве состава: мольная доля глинозема  $X_{\text{Ca}} = 0,3$ ; мольная доля волластонита 0,7. При  $T = T_4 = T_{\text{эв1}}$  из расплава начнет выделяться волластонит; в системе три фазы: расплав, в котором мольная доля глинозема 0,2, кристаллы геленита и волластонита. При понижении температуры образца ниже  $T_{\text{эв1}}$  образуется эвтектическая твердая фаза из кристаллов  $\alpha$ -волластонита и геленита. Отметим важную особенность анализируемой системы: наличие полиморфного превращения волластонита: при  $T < 1106^\circ\text{C}$   $\alpha$ -волластонит превращается в  $\beta$ -волластонит. Далее: геленит не может существовать в виде жидкой фазы. При нагревании выше  $1596^\circ\text{C}$  геленит разлагается на волластонит и глинозем (конгруэнтное плавление геленита).

### 16.5. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ОБРАЗОВАНИЕМ ХИМИЧЕСКОГО СОЕДИНЕНИЯ, КОТОРОЕ ПЛАВИТЬСЯ ИНКОНГРУЭНТНО

Пусть при охлаждении двухкомпонентного расплава, в результате химической реакции  $m\text{A} + n\text{B} = \text{A}_m\text{B}_n$ , образуется вещество  $\text{A}_m\text{B}_n$ . Плавление вещества  $\text{A}_m\text{B}_n$  называется *инконгруэнтным*, если разложение вещества АВ сопровождается выделением кристаллов А или В:  $\text{A}_m\text{B}_n = \text{A} + \text{расплав}$ , или  $\text{A}_m\text{B}_n = \text{B} + \text{расплав}$ . На диаграмме состояния системы с образованием вещества, которое плавится инконгруэнтно, рис. 16.5, линия ликвидуса  $[\text{с}, \text{k}, \text{Р}, \text{d}, \text{T}_\text{В}]$  имеет излом в точке Р и «скрытый» максимум, точка е. Участок пунктирной кривой  $\text{Ref}$ , который формально является продолжением линии ликвидуса  $\text{скР}$ , неосуществим. Это связано с тем, что при нагревании вещества  $\text{A}_m\text{B}_n$  до температуры  $T_\text{р} > 800^\circ\text{C}$ , оно разлагается, выделяя кристалл В:  $\text{A}_m\text{B}_n = \text{B} + \text{расплав}$ . Точка Р, характеризующая состав расплава при разложении  $\text{A}_m\text{B}_n$ , называется точкой *перитектики*. Линия MN отвечает составу образовавшегося вещества  $\text{A}_m\text{B}_n$ . Максимальная

температура существования  $A_m B_n$  равна  $T_p = 800^\circ\text{C}$ . Проведем анализ диаграммы состояния для образца, начальный состав которого  $x_B = 0,8$ ,  $x_A = 0,2$ . На диаграмме (рис. 16.5) по оси  $OX$  отложена мольная доля компонента В в системе.  $T_A$  и  $T_B$  температуры плавления компонентов А и В соответственно.  $T_{эв} = 200^\circ\text{C}$  — температура эвтектики. Нагреем образец до температуры, выше линии ликвидуса [с, Р,  $T_B$ ], например, до температуры  $T_1$ , которая соответствует фигуративной точке 1 диаграммы. В системе будет одна фаза, расплав, в котором мольная доля В ( $x_b = 0,8$ ), число степеней свободы системы  $C = 3 - \Phi = 2$ . При охлаждении расплава до  $T = T_2$  начнется выделение кристаллов В из расплава. При дальнейшем понижении температуры расплава мы будем двигаться по кривой ликвидуса от фигуративной точки 2 к точке  $d$  и дальше к точке Р. При температуре расплава  $T = T_3$  (которая соответствует фигуративной точке  $d$ ) в системе продолжается выделение кристаллов В из расплава; в системе две фазы: расплав, в котором мольная доля В равна  $x_d$  и кристаллы вещества В. При дальнейшем понижении температуры мы будем двигаться по кривой ликвидуса до точки Р.



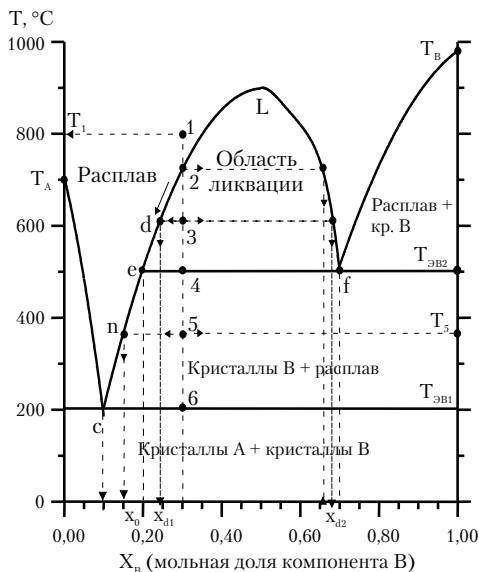
**Рис. 16.5.** Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с химической реакцией между компонентами

При температуре, соответствующей точке Р,  $T_p = T_4 = 800^\circ\text{C}$  из расплава начнут выделяться кристаллы вещества  $A_m B_n$ , которые образуются в результате химической реакции  $mA + nB = A_m B_n$ . Таким образом, при  $T = T_4 = 800^\circ\text{C}$  в системе три фазы: расплав, с мольной долей В, равной 0,5, кристаллы вещества  $A_m B_n$  и кристаллы вещества В. После того, как закончится процесс кристаллизации расплава, при  $T < T_4$  (например при  $T = T_5$ ) в системе две фазы: кристаллы вещества В и кристаллы вещества  $A_m B_n$ . Разобранная диаграмма соответствует, например, системе кальцит (компонент А) + нефелин (компонент В). Компоненту  $A_m B_n$  соответствует канкринит  $Ne_3CaCO_3$  (Ne — нефелин).

## 16.6. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ЛИКВАЦИЕЙ

При охлаждении расплава может произойти расслоение в жидкой фазе, т. е. образование жидкостей, не смешивающихся друг с другом. Это явление называется ликвацией. На рисунке 16.6 приведена диаграмма состояния двухкомпонентной системы (А и В) с ликвацией.

На диаграмме по оси ОХ отложена мольная доля компонента В в системе.  $T_A$  и  $T_B$  — температуры кристаллизации компонентов А и В соответственно. Ликвация (область диаграммы [eLfe]) будет иметь место только для системы, в которой изначально мольная доля компонента В в системе будет лежать в пределах  $0,2 < x_B < 0,7$ . Сделаем анализ диаграммы состояния для образца, в котором  $x_B = 0,3$ . Нагреем образец до температуры выше линии ликвидуса, например, до температуры  $T = T_1 = 800^\circ\text{C}$ , которая соответствует фигуративной точке 1. При температуре  $T_{1B}$  системе одна фаза — двухкомпонентный расплав, в котором мольная доля компонента А  $x_A = 0,7$ ,  $x_B = 0,3$ . При охлаждении образца, при температуре  $T_2$ , произойдет расслоение расплава, появится вторая жидкая фаза (расплав), в которой  $x_B = 0,66$ . При последующем охлаждении расплава мы будем двигаться по кривой ликвидуса от точки 2 к точке d, затем к точке e, n и c. При температуре  $T = T_3$  (которая соответствует фигуративной точке d) в системе две жидкие фазы — два несмешивающихся расплава: первый расплав, в котором мольная доля компонента В равна  $x_{d1}$  и



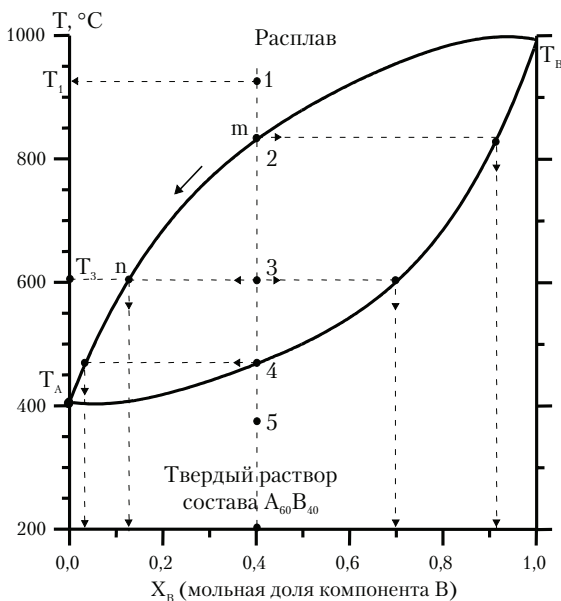
**Рис. 16.6.** Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с ликвацией

второй расплав состава  $x_B = x_{d2}$ . При  $T = T_4$  (температура эвтектики  $T_{эв2}$ ) в системе три фазы: из жидкой фазы начнется выделение кристаллов В; расплав, в котором  $x_B = 0,2$  и расплав, в котором  $x_B = 0,7$ . При  $T < T_4$  жидкая фаза опять будет однородной (ликвация отсутствует). В точке  $n$  (которой соответствует температура  $T = T_5$ ) в системе две фазы: кристаллы В и расплав, в котором  $x_B = x_n = 0,25$ . В точке эвтектики  $c$  (при  $T = T_6 = T_{эв1}$ ) в системе три фазы: кристаллы А, кристаллы В и расплав с  $x_B = 0,1$ . При последующем охлаждении, когда исчезнет расплав, при  $T < T_6$  в системе образуется эвтектическая смесь кристаллов веществ А и В.

## 16.7. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ С ОБРАЗОВАНИЕМ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ

При охлаждении двухкомпонентного расплава возможно образование твердых растворов (см. главу 10). Если содержащиеся в твердом растворе компоненты растворяются друг в друге в любых

соотношениях, то образуется непрерывный ряд твердых растворов. Если же компоненты растворяются лишь до определенных пределов концентрации, то такой раствор называется твердым раствором с ограниченной растворимостью. На рисунке 16.7 приведена диаграмма состояния двухкомпонентной системы с образованием непрерывного ряда твердых растворов. Данного типа диаграмма состояния характерна, например, для системы анортит ( $\text{CaO} \times \text{Al}_2\text{O}_3 \times 2\text{SiO}_2$ ) и альбит ( $\text{Na}_2\text{O} \times \text{Al}_2\text{O}_3 \times 6\text{SiO}_2$ ). При охлаждении расплава этих компонентов образуется непрерывный ряд твердых растворов — плагиоклазы. Геленит ( $\text{CaO} \times \text{Al}_2\text{O}_3 \times \text{SiO}_2$ ) с окермани- том ( $2\text{CaO} \times \text{MgO} \times 2\text{SiO}_2$ ) дает непрерывный ряд твердых растворов мелилиты.



**Рис. 16.7.** Диаграмма состояния двухкомпонентной системы с образованием твердых растворов

Проведем анализ диаграммы состояния на рисунке 16.7. Верхняя кривая на диаграмме — линия ликвидуса, с помощью которой можно определить состав расплава в системе, нижняя



кривая — линия солидуса, с помощью которой можно определить состав твердого раствора при заданной температуре в системе. По оси ОХ отложена мольная доля компонента В.  $T_A$  и  $T_B$  температуры кристаллизации компонентов А и В соответственно. Приготовим образец, в котором мольная доля компонента В  $x_B = 0,4$ . Нагреем образец до температуры выше линии ликвидуса, например до  $T = T_1 = 925^\circ\text{C}$  (данная температура соответствует фигуративной точке 1 диаграммы). Если расплав ( $x_B = 0,4$ ) охлаждать от температуры  $T_1$  до  $T_2$ , при  $T = T_2$  из расплава начнут выделяться кристаллы твердого раствора состава  $x_B = 0,92$ ,  $x_A = 0,08$  (твердый раствор состава  $A_{08}B_{92}$ ). При охлаждении расплава от  $T_2$  до  $T_4$  мы будем перемещаться по линии ликвидуса от точки *m* точке *n* и далее к точке  $T_A$ . В этом случае будет иметь место выделение из расплава кристаллов твердого раствора, состав которого зависит от температуры расплава. Например, при  $T = T_3$ , расплав ( $x_B \approx 0,12$ ) находится в равновесии с твердым раствором,  $A_{30}B_{70}$ . При  $T < T_{4B}$  системе одна фаза — твердый раствор, в котором мольная доля компонента В,  $x_B = 0,4$  (твердый раствор состава  $A_{60}B_{40}$ ).

## 16.8. ДИАГРАММЫ СОСТОЯНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ТРЕУГОЛЬНИК ГИББСА

Диаграмма состояния трехкомпонентной системы даже при условии, что давление в системе постоянно — это трехмерная картинка. Как правило — это треугольная призма, грани которой представляют собой диаграммы состояния двойных систем. При изучении тройных систем обычно пользуются проекциями пространственных фигур на основание призмы. При использовании проекций диаграмм состояния на плоскость основания призмы для каждой точки проекции указывается температура образца.

Для определения состава расплава или твердого раствора пользуются методом расчета состава, предложенный Гиббсом (треугольник Гиббса). Если в основание призмы положить равносторонний треугольник ABC и  $BH = H$  — высота треугольника (рис. 16.8), то легко показать, что для любой точки треугольника сумма отношений перпендикуляров, опущенных из этой точки на стороны

треугольника к высоте треугольника  $H$ , равна единице. Например, для точки  $a$ :  $h_a/H + h_b/H + h_c/H = 1$ . Если положить, что отношение  $h_a/H$  пропорционально мольной доле компонента  $A$  в расплаве, а  $h_b/H$  и  $h_c/H$  — мольной доле  $B$  и  $C$  соответственно, то мы получаем возможность определить состав расплава для любой точки  $\triangle ABC$ . Отметим, что при построении диаграмм состояния трехкомпонентных систем используют и другие методы определения состава расплава. Например, стороны треугольника делят на десять равных частей и проводят линии, параллельные сторонам треугольника.

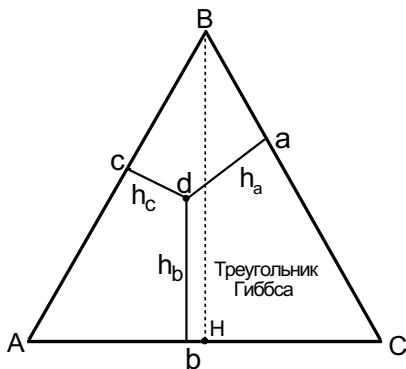


Рис. 16.8. Треугольник Гиббса

## 16.9. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ПРОСТОЙ ЭВТЕКТИКОЙ

На рис. 16.9 приведена диаграмма состояния трехкомпонентной системы с простой эвтектикой. Пусть температура системы такова, что в точке  $b$  две фазы: кристаллы вещества  $B$  находятся в равновесии с расплавом, в котором мольная доля  $B$   $x_b = h_b/H$ , мольная доля  $A$   $x_a = h_a/H$  и  $x_c = h_c/H$  ( $H$  — высота  $\triangle ABC$ ). При охлаждении расплава мы будем двигаться по прямой  $B$ - $b$ - $d$ , при этом будет продолжаться выделение кристаллов  $B$  из расплава, а состав расплава будет соответствовать координатам прямой  $b$  —  $d$ . В точке  $d$  начнется выделение кристаллов  $c$  из расплава. При дальнейшем понижении температуры мы будем двигаться к точке тройной эвтектики —  $\mathcal{E}$  (рис. 16.9).

При температуре расплава, соответствующей точке Э в системе четыре фазы: кристаллы В, кристаллы А, кристаллы С и эвтектический расплав, состав которого соответствует координате точки Э. При дальнейшем понижении температуры образца, при  $T < T_{ЭВ}$  (когда исчезнет расплав), в системе эвтектическая смесь кристаллов А, В, и С. Координаты точек Э<sub>АВ</sub>, Э<sub>ВС</sub>, Э<sub>АС</sub> соответствуют температуре и расплавам двойных эвтектик. В общем случае диаграммы состояния трехкомпонентных систем — очень сложные и содержат большое количество взаимнопересекающихся линий, которые разграничивают области равновесного состояния различных фаз системы.

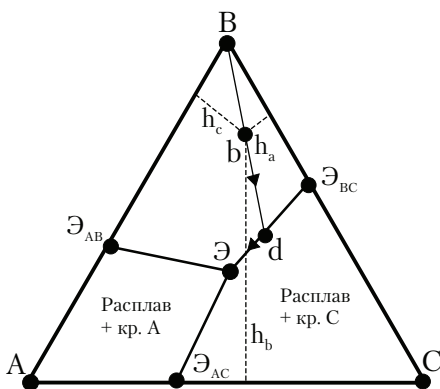
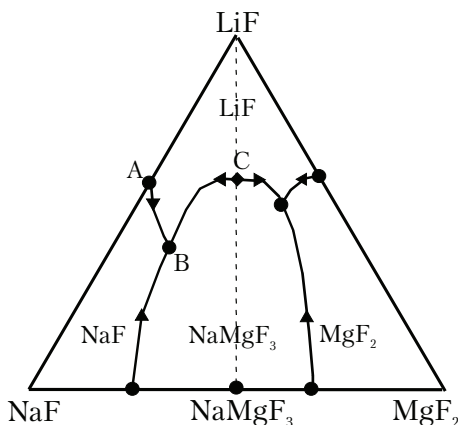


Рис. 16.9. Диаграмма состояния трехкомпонентной системы с простой эвтектикой

### 16.10. ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ХИМИЧЕСКИМИ СОЕДИНЕНИЯМИ, ПЛАВЯЩИМИСЯ КОНГУЭНТНО

В системе  $\text{LiF} + \text{NaF} + \text{MgF}_2$  при охлаждении расплава образуется двойное соединение состава  $\text{NaMgF}_3$ , которое плавится конгруэнтно. На рисунке 16.10 приведена диаграмма состояния данной системы. Определим одно важное понятие, которое часто используется при анализе диаграмм состояния тройных систем: линия Алькемаде или бинодаль Нода, или конода; это все одно и то же. *Линия Алькемаде* — это прямая линия, соединяющая точки

составов двух фаз, первичные поля кристаллизации которых имеют общую пограничную кривую. Например, поля первичной кристаллизации (см. рис. 16.10)  $\text{LiF}$  и  $\text{NaF}$  разделены граничной кривой  $AB$ . Следовательно, сторона треугольника составов, соединяющая  $\text{LiF}$  и  $\text{NaF}$ , является линией Алькемаде. Линия  $\text{LiF} - \text{C} - \text{NaMgF}_3$  — линия Алькемаде или конода. **Теорема** Алькемаде утверждает, что пересечение коноды с соответствующей пограничной кривой происходит в точке температурного максимума; точка **С** на коноде  $\text{LiF} - \text{NaMgF}_3$  — точка максимума температуры на граничной кривой. Стрелками на граничных кривых показаны направления понижения температуры при охлаждении расплава.



**Рис. 16.10.** Диаграмма состояния трехкомпонентной системы с образованием двойного соединения, которое плавится конгруэнтно

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Подведем некоторые итоги изучения физической химии. Методы физической химии позволяют изучать природные процессы с трех точек зрения — строения вещества, термодинамики и кинетики. С другой стороны, все три метода описания природных процессов, неразрывно связаны друг с другом. Строение вещества, термодинамика и кинетика, дополняя друг друга, позволяют сделать анализ природных процессов с разных точек зрения, в результате чего появляется возможность делать максимально полный и научно обоснованный прогноз развития события в анализируемой системе. Особенно это важно при экологических катастрофах, когда от правильности принятых решений зависит жизнь человека. Глубина научных знаний определяет кругозор человека, и с этой точки зрения физическая химия занимает видное место в системе образования человека.

## ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКО-ХИМИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ

Элементарный заряд (e)	$4,80298 \times 10^{-10} \text{ см}^{3/2} \text{ т}^{1/2} \text{ сек}$
Элементарный заряд (e)	$1,60219 \times 10^{-19} \text{ Кл}$
Постоянная Планка (h)	$6,626 \times 10^{-34} \text{ Дж/сек}$
Постоянная Авагадро ( $N_A$ )	$6,02252 \times 10^{23} \text{ 1/моль}$
Постоянная Ридберга (R)	$13,6 \text{ эВ} (109\,737 \text{ см}^{-1})$
Постоянная тонкой структуры ( $\alpha$ )	$1/137$
Электрическая постоянная ( $\epsilon_0$ )	$8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнетон Бора ( $\mu$ )	$0,927 \times 10^{-23} \text{ Дж/Тл}$
Скорость света (c)	$299\,792\,458 \text{ м/сек}$
Универсальная газовая постоянная (R)	$8,31441 \text{ Дж/(моль} \times \text{K)}$
Универсальная газовая постоянная ( $R_0$ )	$83,143 \text{ см}^3 \times \text{бар} \times \text{моль}^{-1} \times \text{град}^{-1}$
Постоянная Больцмана (k)	$1,38054 \times 10^{-16} \text{ эрг/град}$
Постоянная Больцмана (k)	$1,3807 \times 10^{-23} \text{ Дж/град}$
Постоянная Фарадея ( $F=N_A \times e$ )	$96485 \text{ Кл/моль}$
Термохимическая калория	$4,1840 \text{ Дж/моль}$
Единица давления в СИ	$1 \text{ Па Н/м}^2$
Бар (бар, bar)	$10^5 \text{ Па}$
Пьеза (пьеца, pz)	$10^3 \text{ Па}$
Физическая атмосфера (атм, atm)	$1,01325 \times 10^5 \text{ Па}$
Техническая атмосфера (ат, at)	$9,80665 \times 10^4 \text{ Па}$

## ЛИТЕРАТУРА

Приведены основные литературные источники, которые использовал автор при написании первой части лекций.

### ЛИТЕРАТУРА К ПЕРВОМУ РАЗДЕЛУ ЛЕКЦИЙ

1. *Кондратьев В. Н.* Структура атомов и молекул. М., 1946.
2. *Ферми Э.* Квантовая механика. М., 1965.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М., 1989.
4. *Акоста В., Кован К., Грем Б.* Основы современной физики. М., 1981.
5. *Общая химия* / Под редакцией Л. С. Гузея. М., 1980.
6. *Татевский В. М.* Строение молекул. М., 1987.
7. *Карапетьяниц М., Дракин С.* Строение вещества. М., 1978.
8. *Цюлике Л.* Квантовая химия. М., 1976.
9. *Акинфиев Н. Н.* Общая химия. Строение вещества. М., 1993.
10. *Физические величины. Справочник.* М.: Энергоатомиздат, 1991.

### ЛИТЕРАТУРА КО ВТОРОМУ РАЗДЕЛУ ЛЕКЦИЙ

1. *Керн Р., Вайсброт А.* Основы термодинамики для минерологов, петрологов и геологов. М., 1978.
2. *Вуд Р., Фрейзер Д.* Основы термодинамики для геологов. М., 1981.
3. *Булах А. Г., Кривович В. Г.* Расчеты минеральных равновесий. Л., 1989.
4. *Крайнов С. Р., Швец В. М.* Гидрогеохимия. М., 1992.
5. *Методы геохимического моделирования и прогнозирования в гидрогеологии.* / Под редакцией С. Р. Крайнова. М., 1988.
6. *Борисов М. В., Шваров Ю. В.* Термодинамика геохимических процессов. М., 1992.
7. *Жуховицкий А. А., Шварцман Л. А.* Физическая химия. М., 1987.

8. *Семиохин И. А.* Физическая химия. М., 2001.
9. *Акинфиев Н. Н., Умрихин В. А.* Растворы. Окислительно-восстановительные процессы. М., 1996.
10. *Никитина Л. П.* Термодинамика твердых растворов силикатов. М., 1988.
11. *Наумов Г. Б.* Основы физико-химической модели уранового рудообразования. Атомиздат, 1989.
12. *Умрихин В. А.* Термодинамика гетерогенного равновесия в растворах. М., 2006.
13. *Рыженко Б. Н.* Термодинамика равновесия в гидротермальных растворах. М., 1973.

### **ЛИТЕРАТУРА К ТРЕТЬЕМУ РАЗДЕЛУ ЛЕКЦИЙ**

1. *Гаррелс Р., Крайст Ч.* Растворы, минералы, равновесия. М., 1978.
2. Термодинамика геохимических процессов / Под редакцией В. Щербины. М., 1980.
3. *Антропов Л. И.* Теоретическая электрохимия. М., 1969.
4. *Глинка Н. Л.* Общая химия. М., 1992.
5. Термодинамический анализ условий гидротермального рудообразования / Под редакцией А. Годовикова. М., 1974.

### **ЛИТЕРАТУРА К ЧЕТВЕРТОМУ РАЗДЕЛУ ЛЕКЦИЙ**

1. *Харин С. Е.* Физическая химия. Изд. КГУ, 1971.
2. *Гельперин Н. И., Носов Г. А.* Основы кристаллизации расплавов. М., 1985.
3. *Кнорре Д. Г., Крылова Л. Ф., Музыкантов В. С.* Физическая химия. М., 1990.

### **ЛИТЕРАТУРА К ПЯТОМУ РАЗДЕЛУ ЛЕКЦИЙ**

1. *Торопов Н. А.* Диаграммы состояния силикатных систем. Л., 1972.
2. *Пащенко А. А.* Физическая химия силикатов. М., 1986.
3. *Киреев В. А.* Курс физической химии. М., 1978.
4. *Дубровский М. И.* Парагенетический анализ минеральных ассоциаций гранитоидов. М., 1987.



Учебное издание

**Виктор Алексеевич Умрихин**

## **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

Учебное пособие

Зав. редакцией *Игнатова Е. С.*

Ведущий редактор *Климкин М. С.*

Редактор *Ткаченко В. Д.*

Корректор *Макарова Л. Н.*

Художник серии *Новикова В. М.*

Компьютерная верстка *Краснощечкова Н. М.*

Директор издательства *Чепыжов В. В.*

Подп. в печать 16.09.08

Формат 60х84/16. Бумага офсетная

Гарнитура «PetersburgС». Печать цифровая

Усл. печ. л. 13,48. Тираж 1000 экз. Заказ №

ООО «Издательство «КДУ», 119234, Москва, а/я 587

Тел./факс: (495) 939-40-36, 939-40-51

E-mail: [kdu@kdu.ru](mailto:kdu@kdu.ru). [Http://www.kdu.ru](http://www.kdu.ru)

Отпечатано в типографии КДУ

Тел./факс: (495) 939-57-32. E-mail: [press@kdu.ru](mailto:press@kdu.ru)